६. भाग देना (भाजन) : भाग १

B7N38I

पुनरावर्तन

(१) २० चॉकलेटें पाँच बच्चों में समान-समान बाँटें तो प्रत्येक को कितनी चॉकलेटें मिलेंगी ?

हम भाग २० ÷ ५ करेंगे ।

```
    ४
५ ) २०
   २०  → ५ × ४
  ----
   ००
```

प्रत्येक को ४ चॉकलेटें मिलेंगी ।

(२) २१ फूल सात बच्चों में समान-समान बाँटने पर प्रत्येक बच्चे को कितने फूल मिलेंगे ?

हम भाग २१ ÷ ७ करेंगे

```
  □
७ ) २१
 - □
 ---
  □
```

प्रत्येक बच्चे को □ फूल मिलेंगे ।

(३) हम भाग १५ ÷ ५ को बिंदियाँ बनाकर करेंगे । भाजक पाँच है । अतः एक कतार में पाँच बिंदियाँ बनाएँगे और यह देखेंगे कि १५ बिंदियाँ कितनी कतारों में समाती हैं ।

• • • • • पहली कतार	तीन कतारें तैयार हुईं ।
• • • • • दूसरी कतार	अतः १५ ÷ ५ = ३
• • • • • तीसरी कतार	

इसी प्रकार बिंदियों का विन्यास करके नीचे दिए गए भाग पूर्ण करो ।

(१) ८ ÷ २	(२) १६ ÷ ४	(३) १८ ÷ ६	(४) २४ ÷ ८

गुणा (गुणन) तथा भाग (भाजन) का परस्पर संबंध

शोभा : रोहित, आओ हम लोग डिब्बे में रखे गए छल्लों को स्टैंड पर अटकाते हैं ! परंतु ध्यान रखो कि प्रत्येक स्टैंड पर समान छल्ले ही अटकाए जाने चाहिए ।

रोहित : डिब्बे में कुल बारह छल्ले हैं ।

शोभा : कुल तीन स्टैंड हैं ।

रोहित : प्रत्येक स्टैंड पर क्रमशः एक-एक छल्ला अटकाते हैं ।

शोभा : कुल १२ छल्लों को तीन स्टैंड पर समान संख्या में अटकाएँ तो प्रत्येक स्टैंड पर कितने छल्ले होंगे ? गिनकर देखो ।

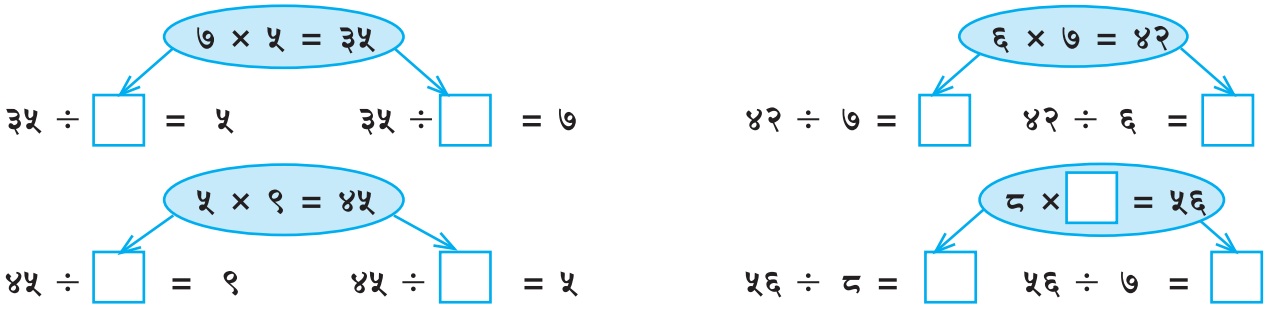
रोहित : अरे, तुम तो भागफल पूछ रही हो । १२ ÷ ३ = ४ । प्रत्येक स्टैंड पर ४ छल्ले ।
ठीक है । तुम मुझे बताओ कि प्रत्येक स्टैंड पर ४ छल्ले अटकाने पर १२ छल्ले कितने स्टैंड पर अटकाए गए ?

शोभा : अरे, यह भी भाग (भाजन) ही है ! १२ ÷ ४ = ३ अर्थात तीन स्टैंड पर अटकाए गए ।

शिक्षिका : ऐसा क्यों ? मैं वही बताती हूँ क्योंकि गुणन ३ × ४ = १२ और ४ × ३ = १२ इसलिए १२ ÷ ३ = ४ और १२ ÷ ४ = ३ आता है ।

रोहित : अतः हमें एक गुणन द्वारा दो भाजन प्राप्त होते हैं । अतः हम गुणा को भाग के रूप में दो प्रकार से लिख सकते हैं ।
जैसे, ८ × ४ = ३२ इस आधार पर ३२ ÷ ८ = ४ और ३२ ÷ ४ = ८ ऐसा ही न ?

शिक्षिका : बहुत अच्छे ! बिलकुल सही । इसे ही ध्यान में रखकर नीचे दिए गए प्रश्न हल करो ।



दो अंकवाली संख्या में एक अंकवाली संख्या से भाग देना

◆ चार किसानों ने मिलकर खाद की ८४ बोरियाँ खरीदीं और वे इस पर विचार करने लगे कि इन्हें चारों में समान-समान कैसे बाँटा जाना चाहिए ।

● एक किसान द्वारा बताई गई विधि –

चरण १

प्रत्येक को १० बोरियाँ दे दी गईं

१० | १० | १० | १० = ४०

४ × १० = ४० बोरियाँ बाँटी ।

८४ – ४० = ४४ बोरियाँ बचीं ।

चरण २

बची हुई ४४ बोरियों में से प्रत्येक को १० बोरियाँ और दे दी गईं ।

१० | १० | १० | १० = ४०

४ × १० = ४० बोरियाँ बाँट दी ।

४४ – ४० = ४ बोरियाँ बचीं ।

चरण ३

बची हुई ४ बोरियों में से प्रत्येक को १ बोरी दे दी ।

१ | १ | १ | १ = ४

४ × १ = ४ बोरियाँ बाँटीं ।

४ – ४ = ० बोरियाँ बचीं ।

इस प्रकार प्रत्येक किसान को उसके हिस्से की १० + १० + १ = २१ बोरियाँ मिलेगी ।

● अब दूसरे किसान द्वारा बताई गई विधि –

चरण १

पहले प्रत्येक को २० बोरियाँ दीं ।

२० | २० | २० | २० = ८०

४ × २० = ८० बोरियाँ बाँट दी गईं ।

८४ – ८० = ४ बोरियाँ बचीं

चरण २

बची हुई ४ बोरियों में से प्रत्येक को १ बोरी दी गई ।

१ | १ | १ | १ = ४

४ × १ = ४ बोरियाँ बाँट दी गईं ।

४ – ४ = ० बोरियाँ बचीं ।

इस प्रकार प्रत्येक किसान को उसके हिस्से की २० + १ = २१ बोरियाँ मिलेंगी ।

◆ यह समान बँटवारा भाग क्रिया द्वारा निम्नानुसार किया जा सकता है ।

```
४) ८४
```

```
   २
४) ८४
  -८↓
  ---
   ०४
```

```
   २१
४) ८४
  -८↓
  ---
   ०४
  - ४
  ---
   ००
```

भाज्य ८४ अर्थात ८ द तथा ४ इ और भाजक ४ है ।

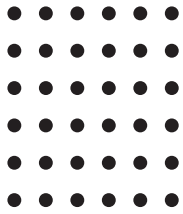
हम सर्वप्रथम दहाई का बँटवारा करेंगे । ८ दहाई को चारों में बाँटने के लिए हम यह देखेंगे कि क्या ८ द में ४ से भाग जाता है । ४ का पहाड़ा बोलेंगे । ४ दूनी ८ अर्थात दो-दो दहाई बाँटे जा सकते हैं । उसे घटाएँगे । प्रत्येक को २ दहाई बोरियाँ मिलीं । भागफल में आड़ी पाई के ऊपर दहाई के स्थान पर २ लिखेंगे । ८ दहाई में से ८ दहाई घटाया । शून्य दहाई बची ।

अब आगे वाली ४ इकाई को बाटेंगे । ४ एकम ४ अर्थात ४ में से ४ का केवल एक गुना घटाया जा सकता है । प्रत्येक को १ इकाई मिला । भागफल में आड़ी पाई के ऊपर इकाई में १ लिखेंगे ।

४ इकाई घटाने पर शेषफल शून्य आता है । भागफल २१ आया ।

◆ शिक्षिका ने रोहित, शोभा तथा माधवी से कागज पर ३० टिकुलियाँ चिपकाने के लिए कहा । उन्होंने सूचना दी कि प्रत्येक कतार में समान टिकुलियाँ चिपकाओ और देखो कि कितनी कतारें बनती हैं ।

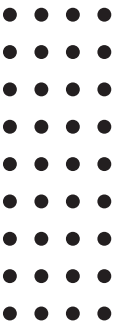
रोहित द्वारा चिपकाई गई टिकुलियाँ



६
६) ३६
− ३६ → ६ × ६
००

रोहित ने कहा, ''मैंने प्रत्येक कतार में छह टिकुलियाँ चिपकाई तो ६ कतारें तैयार हुई अर्थात ३६ ÷ ६ = ६'' ।

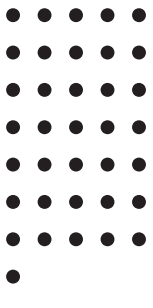
शोभा द्वारा चिपकाई गई टिकुलियाँ



९
४) ३६
− ३६ → ४ × ९
००

शोभा बोली, ''मैंने प्रत्येक कतार में ४ टिकुलियाँ चिपकाई तो ९ कतारें तैयार हुई । अर्थात ३६ ÷ ४ = ९'' ।

माधवी द्वारा चिपकाई गई टिकुलियाँ



७
५) ३६
− ३५ → ५ × ७
०१

माधवी ने कहा, ''मैंने एक कतार में ५ टिकुलियाँ चिपकाई तो ७ कतारें बनी तथा १ टिकुली बची ।''

अब तुम स्वयं एक कतार में ८ टिकुलियाँ इस प्रकार ३६ टिकुलियाँ चिपकाने का प्रयास करो ।

◆ दादा जी गोलियों का एक पुड़ा लाए और रसिका, रोहन तथा रश्मि से कहा, ''गोलियाँ समान-समान संख्या में बाँट लो ।''

रोहन : सबसे पहले मैं गोलियों को गिनता हूँ । १, २, ..., ५७, ५८ । कुल अट्ठावन गोलियाँ हैं ।

रसिका : समान बँटवारा करना है । अतः दादा जी, आप हम लोगों से भाग क्रिया करने के लिए कह रहे हैं न !

रश्मि : इनमें से क्या १-१ गोली बाँटें ?

रसिका : इसमें तो अधिक समय लगेगा । अतः पहले १०-१० गोलियाँ बाँटते हैं । हम तीनों में १०-१० अर्थात ३० गोलियाँ बाँट दी गईं । ५८ − ३० = २८ गोलियाँ बचीं ।

रोहन : २८ में से पुनः प्रत्येक को नौ-नौ गोलियाँ देते हैं । नौ तियाँ सत्ताईस । २८ − २७ = १ गोली बची ।

रश्मि : अतः प्रत्येक को १० + ९ = १९ गोलियाँ मिलीं परंतु १ गोली बच गई ।

रसिका : दादा जी, यह बची हुई गोली आप ले लीजिए ! जिससे हम लोगों में कोई टंटा न हो सके ।

दादा जी : सही कहा ! तुम लोगों ने सही भाग क्रिया की है परंतु बड़ी संख्याओं में भाग देते समय भाग शीघ्र पूरा करने के लिए निम्नानुसार विन्यास करके भाजन करते हैं ।

३) ५८

१
३) ५८
− ३↓
२८

१९
३) ५८
− ३↓
२८
− २७
०१

प्रश्न में ५८ भाज्य तथा ३ भाजक है ।

तीनों में ५ दहाई का बँटवारा करने के लिए ३ का पहाड़ा बोलो । तीन एकम तीन । तीन दुनी छह ६ > ५ । अतः एक का भाग जाएगा । अतः प्रत्येक को एक दहाई गोलियाँ मिलेंगी । ५ दहाई में से ३ दहाई घटाया । २ दहाई बचीं । अतः उनकी इकाई बनाकर बँटवारा करेंगे । २ दहाइयों की २० इकाई तथा पहले की ८ इकाई ऐसी २८ इकाई का बँटवारा करेंगे । ३ नवाँ २७, ३ दहाँ ३०, ३० > २८ । अतः तीनों लोगों में २८ इकाई का बँटवारा करते समय प्रत्येक के हिस्से में अधिक-से-अधिक ९ इकाई आएँगी । अतः २८ में २७ घटाएँगे । शेषफल मिला १ इकाई और भागफल १९ आया ।

रोहन : दादा जी, आपके द्वारा बताई गई विधि बहुत ही अच्छी है । इस विधि द्वारा भाजन क्रिया अत्यंत शीघ्र हो गई !

स्वाध्याय

भाग दो । भाज्य, भाजक, भागफल तथा शेषफल लिखो ।

(१) ५) ७५ (२) ४) ५२ (३) ३) ४४ (४) ८) ९२ (५) ६) ८५ (६) ७) ९२

ध्यान दो : भाजन करते समय भाजक का अधिक-से-अधिक गुना, भाज्य संख्या में से घटाते हैं । इसलिए प्रत्येक बार प्राप्त होने वाला शेषफल, भाजक से छोटा ही होता है ।
बड़ी संख्या में भाग देते समय जब भाजक का दस तक का पहाड़ा पूरा नहीं पड़ता है तब यह विधि उपयोगी सिद्ध होती है ।

◆ बंटी को अपने चार पड़ोसियों के घर पर लड्डू देना है । बरनी में २१ लड्डू हैं । बंटी ने चार तश्तरियाँ लीं । प्रत्येक तश्तरी में एक-एक लड्डू रखता गया । प्रत्येक तश्तरी में अधिक-से-अधिक ५ लड्डू रखे गए तथा बरनी में एक लड्डू बचा ।

अतः २१ लड्डू के ४ समान भाग करने का प्रयत्न करने पर प्रत्येक भाग में ५ लड्डू आते हैं और १ लड्डू बचेगा ।

संख्याओं का खड़ा विन्यास करके इस भाजन को निम्नानुसार दिखाया जा सकता है ।

```
४) २१
```

भाज्य २१ में २ दहाई तथा १ इकाई हैं । २ दहाई को चार लोगों में उसी रूप में बाँटना संभव नहीं है ।

```
   0
४) २१
 - 0↓
  २१
```

अतः प्रत्येक को शून्य दहाई लड्डू देंगे । भागफल में दहाई के स्थान शून्य (०) लिखेंगे ।

अब २ दहाई की २० इकाई तथा पहले की १ इकाई मिलाकर कुल २१ इकाई हो गईं । इन २१ इकाइयों में ४ से भाग देंगे ।

```
   05
४) २१
 - 0↓
  २१
 - २०
  ०१
```

४ पँचे २०, ४ छक २४, २४ > २१ अतः प्रत्येक को अधिक-से-अधिक ५ इकाई लड्डू मिलेंगे ।

२१ में से २० घटाएँगे । २१-२० = १

१ इकाई शेषफल बचेगा तथा भागफल ५ इकाई आया ।

स्वाध्याय

भाग दो ।

(१) ३३ ÷ ५ (२) ४१ ÷ ८ (३) ५१ ÷ ७ (४) ८० ÷ ९

शून्य में शून्येतर संख्या से भाग देना

भरत, सरला तथा जूली अमरूद के किसी वृक्ष के पास थे । वृक्ष पर अमरूद के फल लगे थे । भरत ने कहा, "मैं गले में थैली लटकाकर वृक्ष पर चढ़ता हूँ और पके हुए अमरूद तोड़कर लाता हूँ । हम तीनों आपस में बाँट लेंगे।" वह वृक्ष पर चढ़ गया और सरला तथा जूली वृक्ष के नीचे खड़ी रहीं ।

जूली : भरत को ६ अमरूद मिलें तो प्रत्येक को २ मिलेंगे ।

सरला : उसे १० अमरूद मिले तो प्रत्येक को ३ मिलेंगे और एक बच जाएगा । वह उसे ही दे देंगे ।

(भरत पौधे पर से उतरा । उसका चेहरा उतरा हुआ था ।)

जूली : कितने अमरूद मिले ?

भरत : खाने के योग्य एक भी अमरूद नहीं मिला । थैली खाली है ।

सरला : शून्य अमरूद मिले अर्थात प्रत्येक के हिस्से में शून्य अमरूद आए । जाने दो ! इससे हमें यह तो समझ में आ गया कि शून्य भागे तीन का अर्थ शून्य होता है ।

जूली : मानो कि यही शून्य अमरूद हमें ७ या ८ लोगों में बाँटना होता तो भी प्रत्येक को शून्य अमरूद ही मिले होते ।

शून्य में, शून्य के अतिरिक्त किसी भी अन्य संख्या अर्थात शून्येतर संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव शून्य ही आता है ।

◆ यदि तश्तरी में शून्य लड्डू हों तो उनका कितने भी बच्चों में बँटवारा करने पर प्रत्येक को शून्य लड्डू ही मिलते हैं ।

$$\begin{array}{r} 0 \\ 9\overline{)\,0} \\ -\,0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ 7\overline{)\,0} \\ -\,0 \\ \hline 0 \end{array}$$

◆ ८० ÷ ४ यह भाग पूर्ण करो ।

$$\begin{array}{r} 20 \\ 4\overline{)\,80} \\ -\,8\downarrow \\ \hline 00 \\ -\,0 \\ \hline 00 \end{array}$$

सर्वप्रथम दहाइयों का समान बँटवारा करेंगे । समान बँटवारा करने पर प्रत्येक को २ दहाई मिलेंगे । बची ० दहाई ।

अब ० इकाई को ४ लोगों में बाँटना है । शून्य में किसी भी शून्येतर भाग देने पर भागफल शून्य ही आता है । अतः भागफल में इकाई के स्थान पर ० लिखना पड़ेगा । अतः भागफल २० आएगा ।

भागफल की इकाई के स्थान पर शून्य न लिखने पर, भागफल को २० के स्थान पर गलती से २ पढ़ा जाएगा ।

८० वस्तुएँ ४ लोगों में समान-समान बाँटें तो प्रत्येक को २० वस्तुएँ मिलती हैं ।

स्वाध्याय

भाग दो ।

(१) ५० ÷ ५ (२) ९० ÷ ९ (३) ६० ÷ ३ (४) ४० ÷ २