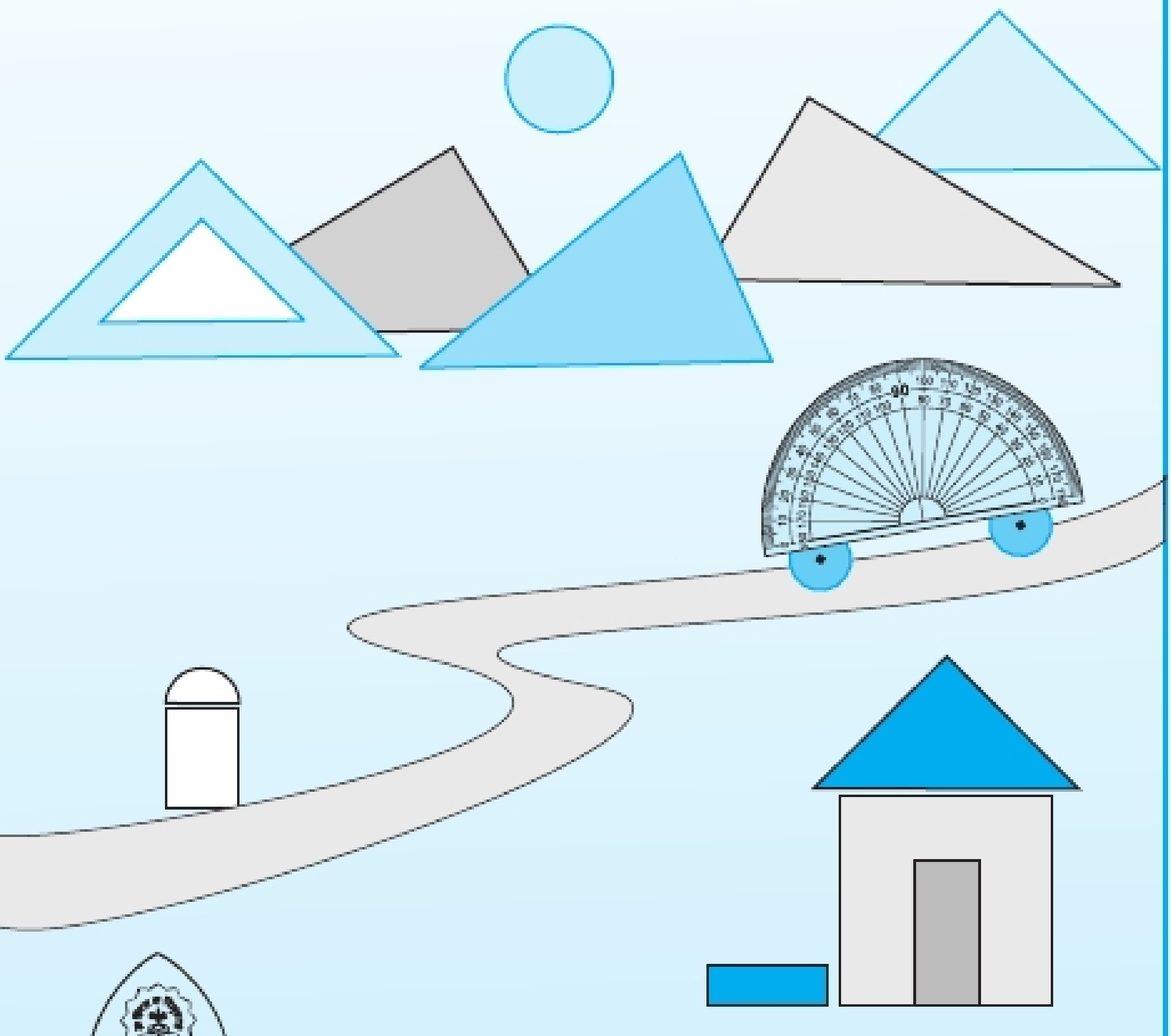
गणित

पाँचवीं कक्षा

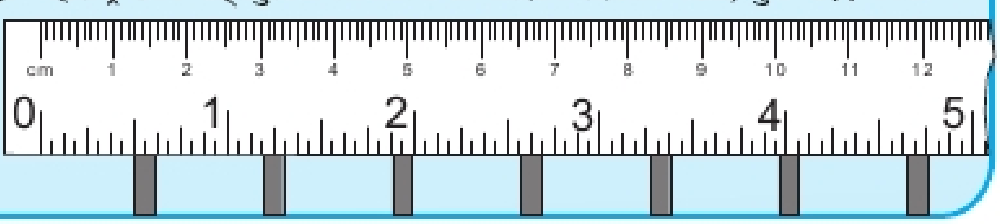
शिक्षा विभाग का स्वीकृति क्रमांक : प्राशिसं/२०१४-१५/१४९/मंजूरी/ड-५०५/३४४ दिनांक : १४.१.२०१५

गणित

पाँचवीं कक्षा



महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे-४११ ००४



प्रथमावृत्ति : २०१५

© महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे – ४११ ००४

इस पुस्तक का सर्वाधिकार महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के अधीन सुरक्षित है । इस पुस्तक का कोई भी भाग महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के संचालक की लिखित अनुमति के बिना प्रकाशित नहीं किया जा सकता ।

गणित विषय समिति

डॉ. शशिकांत अ. कात्रे (अध्यक्ष)
डॉ. श्रीमती मंगला नारळीकर (सदस्य)
डॉ. विनायक मा. सोलापूरकर (सदस्य)
डॉ. सौ. वैजयंता पाटील (सदस्य)
डॉ. के. सुब्रमण्यम (सदस्य)
श्री. राजेंद्र गोसावी (सदस्य)
श्री. प्रमोद तु. खर्चे (सदस्य)
श्रीमती मंगल पवार (सदस्य)
श्रीमती उज्ज्वला गोडबोले (सदस्य-सचिव)

गणित विषय कार्यगट सदस्य

डॉ. एम. एम. शिकारे
डॉ. कैलास बोंदार्डे
डॉ. जयश्री अत्रे
डॉ. अनिल वैद्य
श्री हेमंत देशपांडे
श्री नागेश मोने
श्री रवींद्र येबले
श्री पुरुषोत्तम शर्मा
श्री सुरेश शिंदे
कु. भारती ताठे
श्री कल्याण शिंदे
श्री प्रदीप गोडसे
श्री सुधीर नाचणे
श्री राजेश वैरागडे
सौ वैशाली पाटील
श्री मारुती बारस्कर

प्रमुख संयोजन : उज्ज्वला श्रीकांत गोडबोले, प्र. विशेषाधिकारी, गणित
मुखपृष्ठ एवं सजावट : रेश्मा बर्वे, पुणे
संगणकीय आरेखन : संदीप कोळी, मुंबई

भाषांतर संयोजन : डॉ. अलका पोतदार, विशेषाधिकारी, हिंदी
संयोजन सहायक : सौ. संध्या वि. उपासनी, विषय सहायक, हिंदी
भाषांतरकार : श्री शालिग्राम एस. तिवारी, श्री गिरिजाशंकर आर. त्रिपाठी
समीक्षक : सौ. वृंदा कुलकर्णी, मंजुला त्रिपाठी

निर्मिति : श्री सच्चितानंद आफळे, मुख्य निर्मिति अधिकारी; संजय कांबळे, निर्मिति अधिकारी; श्री प्रशांत हरणे, निर्मिति सहायक
अक्षरांकन : गणित विभाग, पाठ्यपुस्तक मंडळ, पुणे
कागज : ७० जी.एस.एम.क्रीमवोव्ह
मुद्रणादेश :
मुद्रक :

प्रकाशक
विवेक उत्तम गोसावी, नियंत्रक
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडळ, प्रभादेवी, मुंबई-२५

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक **संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और राष्ट्र की एकता और अखंडता सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा** में आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो हजार छह विक्रमी) **को एतद् द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं ।**

राष्ट्रगीत

जनगणमन - अधिनायक जय हे
भारत - भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
भारत - भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
जय जय जय, जय हे ।।

प्रतिज्ञा

भारत मेरा देश है । सभी भारतीय मेरे भाई-बहन हैं ।

मुझे अपने देश से प्यार है । अपने देश की समृद्ध तथा विविधताओं से विभूषित परंपराओं पर मुझे गर्व है ।

मैं हमेशा प्रयत्न करूँगा/करूँगी कि उन परंपराओं का सफल अनुयायी बनने की क्षमता मुझे प्राप्त हो ।

मैं अपने माता-पिता, गुरुजनों और बड़ों का सम्मान करूँगा/करूँगी और हर एक से सौजन्यपूर्ण व्यवहार करूँगा/करूँगी ।

मैं प्रतिज्ञा करता/करती हूँ कि मैं अपने देश और अपने देशवासियों के प्रति निष्ठा रखूँगा/रखूँगी । उनकी भलाई और समृद्धि में ही मेरा सुख निहित है ।

प्रस्तावना

'बालक का मुफ्त एवं अनिवार्य शिक्षा का अधिकार अधिनियम-२००९' तथा 'राष्ट्रीय पाठ्यक्रम प्रारूप-२००५' सामने रखते हुए महाराष्ट्र राज्य में 'प्राथमिक शिक्षा पाठ्यक्रम-२०१२' तैयार किया गया है । इस शासनमान्य पाठ्यक्रम पर आधारित गणित विषय की पाठ्यपुस्तक मंडल शैक्षणिक वर्ष २०१३-२०१४ से क्रमशः प्रकाशित कर रहा है । पाँचवीं कक्षा की गणित की यह पाठ्यपुस्तक आपके हाथों में देते हुए हमें विशेष आनंद की अनुभूति हो रही है ।

संपूर्ण अध्ययन-अध्यापन प्रक्रिया बालकेंद्रित हो, ज्ञानरचनावाद पर विशेष बल दिया जाए, प्राथमिक शिक्षा के अंत में विद्‌यार्थी न्यूनतम क्षमता प्राप्त कर सकें तथा शिक्षण प्रक्रिया रोचक एवं आनंददायी हो, इस दृष्टिकोण को सामने रखकर इस पुस्तक की रचना की गई है ।

विद्‌यार्थियों की स्वतः कुछ करने की जिज्ञासा को ध्यान में रखकर इस पुस्तक को कृतिप्रधान बनाने का प्रयत्न किया गया है । इसके लिए कृतियाँ तथा उपक्रम दिए गए हैं । गणित समझने के लिए पाठ्यपुस्तक में पूरक चित्रों तथा आकृतियों का समावेश किया गया है ।

गणितीय संकल्पनाओं का पुनरावर्तन करने, उनका स्थिरीकरण करने तथा 'स्वयं-अध्ययन' सुलभ कराने की दृष्टि से पुस्तक में श्रेणीबद्‌ध (Graded) प्रश्नसंग्रहों का समावेश किया गया है । अपेक्षा है कि प्रश्नसंग्रहों के प्रश्न विद्‌यार्थी स्वयं प्रयत्नपूर्वक हल करें । प्रश्नसंग्रहों में कृतियुक्त और मुक्तोत्तरी प्रश्नों का समावेश किया गया है । प्रश्नसंग्रहों में विविधता लाने का प्रयत्न किया गया है ताकि वे उबाऊ और बोझिल न बन सकें ।

कुछ प्रकरणों के संदर्भ में विद्‌यार्थियों के समक्ष शिक्षकों से जिस भाषा के प्रयोग की अपेक्षा है, उसे पाठ्यपुस्तक में संवाद रूप में दिया गया है । जिनका उपयोग विद्‌यार्थियों को गणित के अध्ययन में बार-बार करना पड़ता है, ऐसे गुणधर्मों और नियमों को चौखटों में दिया गया है । इसी प्रकार 'विचार करो', 'गणितीय पहेली', 'सोचो और हल करो', खेल, इनका उपयोग करते हुए गणित विषय को मनोरंजक बनाने का प्रयत्न किया गया है ।

इस पुस्तक को अधिक निर्दोष एवं स्तरीय बनाने की दृष्टि से महाराष्ट्र के सभी भागों से चुने हुए शिक्षकों, कुछ शिक्षा विशेषज्ञों तथा विषय के जानकारों से इस पुस्तक की समीक्षा कराई गई है । शिक्षकों एवं अभिभावकों की ओर से आए पत्रों के सुझावों पर अच्छी तरह विचार करके गणित विषय समिति ने इस पुस्तक को अंतिम स्वरूप दिया है ।

मंडल की गणित विषय समिति के सदस्य, कार्यगट सदस्य, श्री वि.दि. गोडबोले (निमंत्रित) तथा चित्रकार के निष्ठापूर्वक परिश्रम से यह पुस्तक तैयार हुई है । मंडल इन सभी का मनःपूर्वक आभारी है ।

आशा है कि विद्‌यार्थी, अभिभावक एवं शिक्षक इस पुस्तक का स्वागत करेंगे ।

(चं. रा. बोरकर)
संचालक
महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व
अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे.

पुणे
दिनांक : २७ नवंबर, २०१४
६ अग्रहायण, १९३६

✦ शिक्षकों के साथ आवश्यक बातें ✦

- पाठ्यपुस्तक अध्ययन-अध्यापन प्रक्रिया का एक अत्यंत महत्त्वपूर्ण साधन है । आप अपने परिसर के विभिन्न अनुभवों एवं विद्यार्थियों के स्वयं के अनुभवों का उपयोग करके अध्यापन कर सकें, इस दृष्टि से इस पुस्तक की रचना की गई है । इसमें दी गई निम्नलिखित बातों का उपयोग अवश्य करें ।
- खेल, कहानियाँ, प्रात्यक्षिक, उपक्रम, पहेलियाँ आदि की सहायता से गणित की संकल्पनाओं तथा संबोधों को स्पष्ट करें । विद्यार्थियों से पाठ्यपुस्तक के संवादों का नाट्यीकरण कराएँ ।
- गणित के अध्यापन में प्रात्यक्षिकों का अधिक-से-अधिक उपयोग करें ।
- यदि कोई संकल्पना समझने में विद्यार्थियों को अधिक समय लगता है, तो उचित समय देकर अध्यापन करें।
- पृष्ठ पर दिए गए पाठ्यांशों के संदर्भ में विद्यार्थियों से प्रश्नोत्तर रूप में चर्चा करें । शैक्षिक सामग्री की सहायता से अध्ययन-अनुभव दें ।
- संबंधित पृष्ठ पर दी गई कृतियों के संबंध में विद्यार्थियों के साथ चर्चा करें / स्पष्टीकरण दें / स्पष्ट सूचनाएँ दें ।
- इन कृतियों को पूर्ण करने के लिए यदि समूह के सहयोगियों के साथ चर्चा करना आवश्यक हो, तो इस संबंध में सूचना दें ।
- विद्यार्थियों के कृति करते समय शिक्षक विद्यार्थियों के सभी समूहों में जाकर उनकी कृतियों का निरीक्षण करें और जहाँ आवश्यक हो, उचित मार्गदर्शन करें ।
- विद्यार्थी किस गति से प्रश्न हल करते हैं, इसकी अपेक्षा शिक्षक यह देखें कि क्या विद्यार्थी अच्छी तरह समझते हुए प्रश्न हल कर रहे हैं ।
- विद्यार्थियों द्‌वारा हल किए गए प्रश्न सही हैं या नहीं, यह निश्चित करने के लिए विद्यार्थियों में स्वयं जाँच करने की आदत डालें ।
- पृष्ठ पर दिए गए उपक्रमों की सहायता से अभ्यास करवाएँ ।
- आवश्यकतानुसार, शिक्षक अतिरिक्त उपक्रम एवं शैक्षिक सामग्री स्वयं तैयार करें । उनकी सहायता से अध्यापन करें ।
- दूसरे दिन पिछले पृष्ठ के पाठ्यांश से संबंधित प्रश्न पूछकर यह निश्चित करें कि पाठ्यांश का आकलन अच्छी तरह हुआ है या नहीं ।
- अध्ययन में आने वाली कठिनाइयों के विषय में प्रश्न पूछने के लिए विद्यार्थियों को प्रेरित करें । उनमें प्रश्न पूछने की आदत विकसित करें ।
- संख्याओं के वाचन-लेखन तथा मन-ही-मन में जोड़ने-घटाने की विद्यार्थियों की क्षमता का विकास करने की दृष्टि से निरंतर प्रयत्नशील रहें ।
- विद्यार्थियों में प्रश्नों को व्यवस्थित, क्रमबद्‌ध एवं तर्कसंगत रूप से हल करने की क्षमता विकसित हो, इस दृष्टि से प्रयास करें ।
- पाठ्यक्रम में सूचित की गई यथासंभव अधिक-से-अधिक अंतरक्रियाओं का समावेश इस पाठ्यपुस्तक में किया गया है । शिक्षक अन्य अंतरक्रियाओं पर भी विचार करें ।

अनुक्रमणिका

विभाग पहला

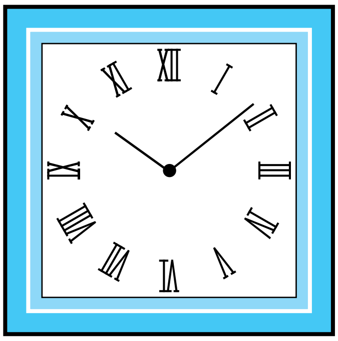
1.	रोमन संख्यांक	1
2.	संख्याज्ञान	3
3.	जोड़ तथा घटाव	10
4.	गुणन और भाजन	15
5.	भिन्न	21
6.	कोण	34
7.	वृत्त	41

विभाग दूसरा

8.	विभाज्य और विभाजक	46
9.	दशमलव भिन्न	52
10.	कालमापन	59
11.	मापन पर आधारित प्रश्न	64
12.	परिमिति और क्षेत्रफल	68
13.	त्रिविम वस्तुएँ और रचनाएँ	75
14.	चित्रालेख	79
15.	प्रतिरूप (आकृतिबंध)	83
16.	बीजगणित की पूर्वतैयारी	86

विभाग पहला

1. रोमन संख्यांक



गीता : इस घड़ी के डायल पर संख्याओं के स्थान पर भिन्न प्रकार के चिह्न दिखाई दे रहे हैं।

शिक्षक : हाँ, बिल्कुल ठीक । इस डायल पर बने चिह्न रोमन संख्यांक हैं। पहले यूरोप में संख्या लेखन के लिए कैपिटल रोमन अक्षरों का उपयोग किया जाता था। 1 के लिए I, 5 के लिए V और 10 के लिए X अक्षरों का उपयोग संख्यांकों के रूप में होता था। इसलिए संख्या लिखने की इस पद्धति को 'रोमन संख्या लेखन प्रणाली' कहते हैं।

इस प्रणाली में शून्य के लिए किसी भी चिह्न का उपयोग नहीं किया जाता था । स्थान के अनुसार अंकों का मान परिवर्तित नहीं होता था । रोमन संख्यांकों की सहायता से संख्याएँ लिखने के लिए कुछ नियम बनाए गए हैं। इन नियमों और I, V तथा X चिह्नों का उपयोग करके 20 तक की संख्याएँ किस प्रकार लिखनी हैं, इसे नीचे दिया गया है।

नियम 1 : I और X में से कोई भी चिह्न दो अथवा तीन बार एक के आगे एक लिखने पर जो संख्या प्राप्त होती है, वह उनके योगफल के बराबर होती है।

उदा. II = 1 + 1 = 2   III = 1 + 1 + 1 = 3   XX = 10 + 10 = 20

नियम 2 : I या X चिह्न एक के आगे एक के रूप में अधिक-से-अधिक तीन बार लिखे जा सकते हैं। V चिह्न एक के आगे एक के रूप में नहीं लिखा जाता।

नियम 3 : I और V में से कोई भी चिह्न बड़ी संख्या के चिह्न के दाईं ओर लिखने पर उसका मान बड़ी संख्या के चिह्न के मान में मिलाया जाता है।

उदा. VI = 5 + 1 = 6   XI = 10 + 1 = 11   XV = 10 + 5 = 15
VII = 5 + 2 = 7   XII = 10 + 2 = 12   XVI = 10 + 5 + 1 = 16
VIII = 5 + 3 = 8   XIII = 10 + 3 = 13

नियम 4 : I को V अथवा X की बाईं ओर लिखने पर उसका मूल्य V अथवा X के मूल्य में से घटाया जाता है । चिह्न I को V अथवा X के पीछे एक से अधिक बार नहीं लिखा जाता।

उदा. IV = 5 – 1 = 4 , IX = 10 – 1 = 9,
संख्या 8 को IIX की तरह नहीं लिखते।

संख्याएँ 14 और 19 लिखने के लिए इन पर थोड़ा अलग ढंग से विचार किया जाता है ।

14 = 10 + 1 + 1 + 1 + 1 परंतु 1 के लिए I चिह्न का उपयोग अधिक से अधिक तीन बार ही किया जा सकता है । इसलिए संख्या 14 को 10 + 4 के रूप में लेकर विचार करो। संख्या 4 के लिए IV चिह्न का उपयोग करके संख्या 14 को XIV के रूप में लिखते हैं। इसी प्रकार 19 को 10 + 9 के रूप में लेकर इसे XIX की तरह लिखते हैं।

20 तक की संख्याएँ लिखने के लिए पहले उसे 10, 5 तथा 1 के समूह में विभाजित करके ऊपर दिए गए नियमों के अनुसार रोमन संख्यांकों का उपयोग करते हैं।

जैसे, 12 = 10 + 1 + 1 = XII,   7 = 5 + 1 + 1 = VII,   18 = 10 + 5 + 3 = XVIII

प्रश्नसंग्रह 1

1. 1 से 20 तक की संख्याएँ रोमन संख्यांकों का उपयोग करके लिखो।

2. निम्नलिखित संख्याएँ अंतरराष्ट्रीय संख्यांकों में लिखो।

(1) V (2) VII (3) X (4) XIII (5) XIV (6) XVI (7) XVIII (8) IX

3. रिक्त चौखटें भरो ।

संख्या	तीन		छह		पंद्रह	
रोमन संख्यांक		VIII		XII		XIX

4. रोमन संख्याकों का उपयोग करके संख्याएँ लिखो।

(1) 9 ☐ (2) 2 ☐ (3) 17 ☐

(4) 4 ☐ (5) 11 ☐ (6) 18 ☐

5. नीचे अंतरराष्ट्रीय अंकों की प्रत्येक संख्या रोमन संख्यांकों में लिखी गई है। रोमन संख्यांकों का उपयोग करके लिखी गई सही संख्या के नीचे '✓' चिह्न लगाओ। गलत संख्या के नीचे '×' चिह्न लगाओ और उसे सही करके लिखो।

अंतरराष्ट्रीय अंकों में लेखन	4	6	8	16	15
रोमन संख्यांकों में लेखन	IIII	VI	IIX	XVI	VVV
सही/गलत (गलत होने पर सुधार करना)					

अधिक जानकारी के लिए : कुछ और भी संख्यांक L, C, D, M हैं।

रोमन संख्यांक	I	V	X	L	C	D	M
दर्शाई गई संख्याएँ	1	5	10	50	100	500	1000

उपक्रम : घड़ी की तरह ही रोमन संख्यांकों का उपयोग और जहाँ-जहाँ दिखाई देता है, उसे लिख लो।

दाशमिक संख्या लेखन पद्धति

रोमन प्रणाली से संख्या लिखना और पढ़ना सहज नहीं है। इस प्रणाली में संख्याएँ लिखकर उन्हें जोड़ने-घटाने में भी बहुत कठिनाई होती है। 0 से 9 तक के अंतरराष्ट्रीय संख्यांकों को अंक कहते हैं। हम इन दस अंकों का उपयोग करके विभिन्न संख्याएँ लिखते हैं। इसमें स्थानों के अनुसार अंकों का मान निश्चित होता है। संख्या लेखन की इस प्रणाली को 'दाशमिक संख्या लेखन प्रणाली' कहते हैं।

प्राचीनकालीन भारतीय गणितज्ञों ने संख्या लेखन के लिए दाशमिक प्रणाली का उपयोग पहली बार प्रारंभ किया। उसके बाद पूरे विश्व में यही प्रणाली सरल एवं सहज प्रणाली के रूप में स्वीकार की गई।

2. संख्याज्ञान

हम जान चुके हैं कि दाशमिक संख्यालेखन प्रणाली में 0 से 9 तक के दस अंकों का उपयोग करके संख्याएँ किस प्रकार लिखनी और पढ़नी चाहिए।

❒ पुनरावर्तन

प्रश्नसंग्रह 2

1. अंकों 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 और 0 का उपयोग करके दो, तीन, चार तथा पाँच अंकवाली दस-दस संख्याएँ लिखो और उन्हें पढ़ो।

2. देवनागरी संख्यांकों और अंतरराष्ट्रीय संख्यांकों का उपयोग करके संख्याएँ अंकों और अक्षरों में लिखो।

देवनागरी संख्यांकों में	अंतरराष्ट्रीय संख्यांकों में	संख्या का अक्षरों में लेखन
(1) २,३५९	2,359	दो हजार तीन सौ उनसठ
(2) ३२,७५६	---------------	-----------------------------
(3) ---------------	67,859	-----------------------------
(4) १,०३४	---------------	-----------------------------
(5) ---------------	---------------	सत्ताईस हजार आठ सौ पचानवे

3. 'प्लास्टिक का उपयोग रोकिए' नामक योजना के अंतर्गत जिला परिषद की पाठशालाओं ने कागज की थैलियाँ बनाकर किराने के दुकानदारों और सब्जी विक्रेताओं को दीं। उन थैलियों की संख्या तहसीलों के अनुसार पढ़ो और उन्हें अक्षरों में लिखो।

कोपरगाँव	शेवगाँव	कर्जत	संगमनेर
12,740	28,095	31,608	10,972

4. कुल कितने रुपये होंगे, उसे लिखो।

(1) 1 हजार रुपयों के 20 नोट, 100 रुपयों के 5 नोट और 10 रुपयों के 14 नोट।

(2) 1 हजार रुपयों के 15 नोट, 100 रुपयों के 12 नोट, 10 रुपयों के 8 नोट तथा 1 रुपये के 5 सिक्के।

5. अंकों 4, 5, 0, 3 और 7 प्रत्येक का केवल एक बार उपयोग करके पाँच अंकवाली सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्याएँ लिखो।

6. नीचे कुछ गाँवों के नाम और उनकी जनसंख्या दी गई है। इस जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखो।

तला : 40,642	गगनबावड़ा : 35,777	बोधवड़ : 91,256
मोरेगाँव : 87,012	भामरागढ़ : 35,950	वेल्हे : 54,497
आष्टी : 76,201	वाशी : 92,173	मोरवाड़ा : 85,890

(1) सबसे अधिक जनसंख्यावाला गाँव कौन-सा है ? उसकी जनसंख्या कितनी है ?

(2) मोरवाड़ा और मोरेगाँव में से किस गाँव की जनसंख्या अधिक है ?

(3) सबसे कम जनसंख्यावाला गाँव कौन-सा है ? उसकी जनसंख्या कितनी है ?

❐ छह अंकवाली संख्याओं की पहचान

शिक्षक : चार पहिएवाली किसी मोटरकार का मूल्य कितना होगा ?

अजय : लगभग छह-सात लाख रुपये।

शिक्षक : क्या तुम जानते हो कि लाख का अर्थ ठीक-ठीक कितना होता है ?

अजय : लाख रुपये अर्थात बहुत अधिक रुपये न ? 10 हजार से भी अधिक हैं न ?

शिक्षक : हाँ, यही हमें सीखना है। 999 + 1 अर्थात कितना होता है ?

अजय : एक हजार।

शिक्षक : अब 99000 को कैसे लिखना है, यह तुम्हें ज्ञात है। इसमें और 1000 मिलाएँ, तो सौ हजार होता है। इसे ही 1 लाख कहते हैं।

विजय : 9999 + 1 को जोड़ने पर 10,000 (दस हजार) मिलता है। इसके लिए हमने दस हजार का स्थान बनाया था। इसी तरह क्या लाख के लिए भी स्थान बनाया जा सकता है ?

शिक्षक : बिल्कुल बनाया जा सकता है। 99,999 और 1 को जोड़कर देखो।

यहाँ हासिल मिलाते-मिलाते दस हजार की बाईं ओर लाख का स्थान तैयार किया और अंतिम हासिल का एक, लाख के नए स्थान पर लिखे। योग करके प्राप्त की गई संख्या को 'एक लाख' पढ़ते हैं।

$$\begin{array}{r} 99,999 \\ +\quad 1 \\ \hline 1,00,000 \end{array}$$

विजय : दुर्गाप्रसाद चाचा को एक पुरानी कार ढाई लाख रुपये में मिली।

अजय : ढाई अर्थात दो और आधा, यह तो तुम्हें ज्ञात है परंतु ढाई लाख का अर्थ कितना होता है ?

शिक्षक : 1 लाख का अर्थ 100 हजार है, तो आधा लाख का अर्थ 50 हजार होगा क्योंकि 100 का आधा पचास होता है।

विजय : ढाई लाख का अर्थ है दो लाख और पचास हजार।

शिक्षक : अब यह संख्या जरा अंकों में लिखो।

विजय : 2,50,000

शिक्षक : सौ हजार अर्थात 1 लाख, यह हमने देखा। यदि 100 रुपये के एक हजार नोट हों, तो कितने रुपये होंगे ? 1000 रुपये के 100 नोट लें, तो कितने रुपये होंगे ?

विजय : 100 रुपये के 1000 नोट इकट्ठा करने पर 1 लाख रुपये होंगे और 1000 रुपये के 100 नोट इकट्ठा करें तो भी 1 लाख रुपये होंगे।

❐ छह अंकवाली संख्याओं का वाचन

(1) 2,35,705 : दो लाख पैंतीस हजार सात सौ पाँच
(2) 8,00,363 : आठ लाख तीन सौ तिरसठ
(3) 3,07,899 : तीन लाख सात हजार आठ सौ निन्यानवे
(4) 9,00,049 : नौ लाख उनचास
(5) 5,30,735 : पाँच लाख तीस हजार सात सौ पैंतीस

❐ छह अंकवाली संख्याओं का अंकों में लेखन

(1) आठ लाख नौ हजार तैंतालीस : इस संख्या में लाख के स्थान पर 8, हजार के स्थान पर 9, दहाई के स्थान पर 4 और इकाई के स्थान पर 3 है। दस हजार और सैकड़े के स्थान पर कुछ नहीं अर्थात इन स्थानों पर 0 लिखना है अत: संख्या आठ लाख नौ हजार तैंतालीस को अंकों में 8, 09, 043 लिखते हैं।

कोई संख्या अंकों में लिखते समय, सर्वप्रथम सबसे बड़े स्थानवाला अंक लिखें । इसके बाद उससे छोटे प्रत्येक स्थान पर 1 से 9 में से जो सही हो, वह अंक लिखें । यदि किसी स्थान पर अंक न हो, तो उस स्थान पर अंक 0 लिखें । जैसे - 'आठ लाख नौ हजार तैंतालीस' लिखने के लिए, उसे यदि '89043' जैसा लिखें तो वह संख्या 'नवासी हजार तैंतालीस' हो जाती है, जो कि गलत है । इसलिए संख्या 'आठ लाख नौ हजार' तैंतालीस' को '809043' के रूप में लिखते हैं । इसमें 'दस हजार' स्थानवाला अंक शून्य लिखना पड़ता है ।

(2) चार लाख बीस हजार पाँच सौ : इस संख्या में हजार के स्थान पर, दहाई के स्थान पर तथा इकाई के स्थान पर 0 लिखना पड़ेगा । इसलिए संख्या चार लाख बीस हजार पाँच सौ को 4,20,500 ऐसा लिखते हैं ।

प्रश्नसंग्रह 3

1. संख्याएँ पढ़ो और अक्षरों में लिखो ।

(1) 7,65,234 (2) 4,73,225 (3) 3,27,001 (4) 8,75,375 (5) 1,50,437
(6) 2,03,174 (7) 6,47,851 (8) 9,00,999 (9) 5,75,010 (10) 4,03,005

2. संख्याएँ पढ़ो और अंकों में लिखो ।

(1) एक लाख पैंतीस हजार आठ सौ पचपन (2) सात लाख सत्ताईस हजार
(3) चार लाख पचीस हजार तीन सौ (4) नौ लाख नौ हजार निन्यानवे
(5) सात लाख उनचास हजार तीन सौ बासठ (6) आठ लाख

3. 0 से 9 में से प्रत्येक अंक का केवल एक बार उपयोग करके छह अंकवाली पाँच संख्याएँ बनाओ ।

❒ सात अंकवाली संख्याएँ : पहचान, लेखन एवं वाचन

शिक्षक : आओ, अब हम सात अंकवाली संख्याएँ पहचानें ।
मानो, एक सहकारी बैंक से 1,00,000 रुपये प्रति व्यक्ति की दर से 10 किसानों ने कर्ज लिए, तो सहकारी बैंक ने उन्हें कुल कितने रुपये कर्ज दिए ?

अजित : 1,00,000 का 10 गुना करना पड़ेगा, अर्थात एक लाख की संख्या में 10 से गुणा करना होगा । 10 से गुणा करना अर्थात जिस संख्या में गुणा करना है, उस संख्या के आगे एक शून्य लिखना ।

अजय : $1,00,000 \times 10 = 10,00,000$

शिक्षक : यह सात अंकवाली संख्या हो गई । इसे '10 लाख' पढ़ते हैं । इसके लिए और एक स्थान लाख के बाईं ओर तैयार होता है । इस स्थान का नाम 'दस लाख' है । इस आधार पर 1 दस लाख = 10 लाख = 10,00,000.

संख्या पढ़ते समय जिस प्रकार दस हजार और हजार को मिलाकर पढ़ते हैं, उसी प्रकार दस लाख और लाख को मिलाकर एक साथ पढ़ते हैं । 18, 35, 614 का वाचन इस प्रकार करते हैं 'अट्ठारह लाख पैंतीस हजार छह सौ चौदह' ।

नीचे सात अंकवाली कुछ और संख्याओं का अंकों तथा शब्दों में लेखन दिया गया है । इनका अध्ययन करो ।

(1) 31,25,745 : एकतीस लाख पचीस हजार सात सौ पैंतालीस (2) 91,00,006 : इक्यानवे लाख छह
(3) 63,00,988 : तिरसठ लाख नौ सौ अट्ठासी (4) 88,00,400 : अट्ठासी लाख चार सौ
(5) बहत्तर लाख पचानवे : 72,00,095 (6) सत्तर लाख दो हजार तीन सौ : 70,02,300

प्रश्नसंग्रह 4

1. निम्नलिखित संख्याएँ पढ़ो और अक्षरों में लिखो।

(1) 25,79,899 (2) 30,70,506 (3) 45,71,504 (4) 21,09,900
(5) 43,07,854 (6) 50,00,000 (7) 60,00,010 (8) 70,00,100
(9) 80,01,000 (10) 90,10,000 (11) 91,00,000 (12) 99,99,999

2. कुछ जिलों की महिला सहकारी क्रेडिट बैंकों में जमा की गई राशियाँ नीचे दी गई हैं। उन संख्याओं का वाचन करो।

पुणे : ₹ 94,29,408 नाशिक : ₹ 61,07,187 नागपुर : ₹ 46,53,570 अहमदनगर : ₹ 45,43,159
औरंगाबाद : ₹ 37,01,282 यवतमाल : ₹ 27,72,348 सिंधुदुर्ग : ₹ 58,49,651

❒ संख्या का विस्तारित रूप एवं अंकों के स्थानीय मान

दीदी : संख्या 27,65,043 के प्रत्येक अंक का स्थानीय मान देखो।

अंक	2	7	6	5	0	4	3
स्थान	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा (शतक)	दहाई (दशक)	इकाई
अंक का स्थानीय मान	20,00,000	7,00,000	60,000	5,000	0	40	3

हमीद : अंकों के स्थानीय मान योग के रूप में लिखने पर संख्या का विस्तारित रूप मिलता है।
संख्या 27,65,043 का विस्तारित रूप है –
20,00,000 + 7,00,000 + 60,000 + 5,000 + 0 + 40 + 3 जैसा प्राप्त होता है।

दीदी : अब बताओ, 95,04,506 का विस्तारित रूप क्या आएगा ?

सोनी : 90,00,000 + 5,00,000 + 0 + 4,000 + 500 + 0 + 6 ऐसा विस्तारित रूप आएगा।

दीदी : शाबास ! यह विस्तारित रूप ऐसा भी लिखा जा सकता है, 90,00,000 + 5,00,000 + 4,000 + 500 + 6 अब मैं विस्तारित रूप देती हूँ। इसके आधार पर संख्या लिखो।
4,00,000 + 90,000 + 200

आशा : यहाँ संख्या में लाख के स्थान पर 4, दस हजार के स्थान पर 9, हजार के स्थान पर कुछ नहीं अर्थात 0, सैकड़े के स्थान पर 2, दहाई और इकाई के स्थान पर कुछ नहीं है, इसलिए 0 लिखें। इसलिए यह संख्या 4,90,200 है।

दीदी : संख्या <u>5</u>9,30,478 के अधोरेखित अंक का स्थानीय मान बताओ।

सोनी : यहाँ अधोरेखित अंक 5 है। यह अंक दस लाख के स्थान पर है, इसलिए इसका स्थानीय मान 5 दस लाख अर्थात 50 लाख है।

प्रश्नसंग्रह 5

1. निम्नलिखित संख्याओं के अधोरेखित अंकों के स्थानीय मान लिखो।

(1) 78, 95,210 (2) 14, 95,210 (3) 3,52,749 (4) 50,000 (5) 89, 99,988

2. निम्नलिखित संख्याएँ विस्तारित रूप में लिखो।

(1) 56, 43, 215 (2) 70, 815 (3) 8, 35, 999 (4) 8, 88, 889 (5) 92, 32, 992

3. निम्नलिखित संख्याओं के प्रत्येक अंक का स्थान और उसका स्थानीय मान लिखो।

(1) 35, 705 (2) 7, 82, 899 (3) 82, 74, 508

4. संख्या का विस्तारित रूप दिया गया है। उसके आधार पर संख्या लिखो।

(1) 60, 000 + 4,000 + 600 + 70 + 9 (2) 9, 00, 000 + 20,000 + 7000 + 800 + 5

(3) 20,00,000 + 3,00,000 + 60,000 + 9,000 + 500 + 10 + 7

(4) 7,00,000 + 80,000 + 4000 + 500 (5) 80,00,000 + 50,000 + 1000 + 600 + 9

पासा लेकर खेला जाने वाला एक आनंदमय खेल देखो।

प्रत्येक खिलाड़ी के नामवाली एक सारणी निम्नानुसार तैयार करो।

प्रत्येक नाम के आगे सात अंकवाली संख्या बनाने के लिए चौखटें हैं।

खिलाड़ियों के नाम	दल लाख	लाख	दह	ह	सै	द	इ	तैयार होने वाली संख्या
अजय	1							
मेघा				3				
पुष्कर्णी	6							
विजय		2						

खेल 1 : पहले खिलाड़ी द्वारा पासा फेंककर अपना दाव लिया जाए। वह दाव अपने ही नाम के आगेवाले किसी भी चौखट में भरे। एक चौखट में अंक लिखने के बाद स्थान बदलने नहीं दिया जाएगा। प्रत्येक चौखट में केवल एक अंक लिखना है। इसके बाद प्रत्येक खिलाड़ी द्वारा पासा फेंककर अपना दाव लिया जाए और अपने नाम के आगेवाले किसी भी खाली चौखट में प्राप्त अंक स्वयं भरे। इस प्रकार धीरे-धीरे सभी चौखटें भर जाएँगी और प्रत्येक के लिए सात अंकवाली एक संख्या तैयार हो जाएगी। जिसकी संख्या सबसे बड़ी हो, वह विजयी माना जाएगा।

खेल 2 : सारणी तथा सभी चौखट खेल क्र. 1 की भाँति ही परंतु पासा फेंकने पर प्राप्त दाव, प्रत्येक खिलाड़ी किसी के भी नाम के आगेवाली खाली चौखट में लिख सकता है। जिसकी संख्या सबसे बड़ी, वह विजयी होगा।

खेल 3 : खेलने के सभी नियम खेल क्र. 2 की ही तरह। सब लोगों की सात अंकवाली संख्याएँ तैयार होने के बाद, जिसकी संख्या सबसे छोटी होगी, वह विजयी होगा।

❑ संख्याओं का छोटा–बड़ा होना (क्रमसंबंध)

हमीद : छह अथवा सात अंकवाली संख्याएँ दी गई हों, तो छोटी–बड़ी संख्या किस प्रकार निर्धारित करनी होगी ?

शिक्षक : तुम जानते हो कि पाँच अंकों तक की संख्याओं का छोटा–बड़ा होना किस प्रकार निर्धारित किया जाता है। जिस संख्या के दस हजार के स्थान का अंक बड़ा होता है, वह संख्या बड़ी होती है। यदि दस हजार के स्थान के अंक समान हों, तो 'हजार' के स्थान के अंकों में छोटा–बड़ा होना निर्धारित करके और उसके बाद संख्याओं का छोटा–बड़ा होना (क्रमसंबंध) निर्धारित किया जाता है। इस आधार पर छह अथवा सात अंकवाली संख्याओं का छोटा–बड़ा होना निर्धारित करने की विधि समझ में आई क्या, बताओ।

हमीद : हाँ, बता सकता हूँ । प्रारंभ में दस लाख के स्थान का अंक देखेंगे। दस लाखवाले स्थान के अंक समान हों, तो लाख स्थानवाले अंक देखकर निर्धारित करना चाहिए । यदि लाख स्थानवाले अंक भी समान हों, तो दस हजार स्थानवाले अंकों की तुलना करके संख्याओं का छोटा–बड़ा होना निर्धारित किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त दी गई संख्या में कितने अंक हैं, इस आधार पर भी संख्याओं का छोटा–बड़ा होना निर्धारित किया जा सकता है। है न ?

शिक्षक : बिल्कुल सही ! जिस संख्या में अंक अधिक संख्या में होते हैं, वह संख्या बड़ी होती है।

प्रश्नसंग्रह 6

1. चौखट में < , > में से उचित चिह्न लगाइए ।

(1) 5,705	<	15,705	(2) 22,74,705		12,74,705
(3) 35,33,302		35,32,302	(4) 99,999		9,99,999
(5) 4,80,009		4,90,008	(6) 35,80,177		35,88,172

2. निम्नलिखित प्रश्नों के मौखिक उत्तर दो ।

(1) स्वयंसिद्धा महिला बचत समूह ने उड़द के 3,45,000 पापड़ तैयार किए और स्वाभिमानी बचत समूह ने उड़द के 2,95,000 पापड़ तैयार किए, तो किस समूह ने अधिक पापड़ तैयार किए ?

(2) अहमदनगर जिले के प्राथमिक विद्यालय के बच्चों ने 2,00,000 बीज जमा किए, तो पुणे जिले के बच्चों के प्राथमिक विद्यालय के बच्चों ने 3,25,000 बीज जमा किए । किस जिले के बच्चों ने अधिक बीज जमा किए?

(3) गणतंत्र दिवस पर पंढरपुर तहसील के 2,01,306 स्त्री–पुरुषों ने झंडावंदन किया। मालशिरस तहसील के 1,97,208 स्त्री–पुरुषों ने झंडावंदन किया, तो किस तहसील में अधिक स्त्री–पुरुषों ने झंडावंदन किया ?

(4) एक प्रदर्शनी में अन्नपूर्णा महिला बचत समूह ने 5,12,345 रुपयों की वस्तुएँ बेचीं । निर्माण महिला बचत समूह ने 4,12,900 रुपयों की वस्तुएँ बेचीं । सृजन महिला बचत समूह ने 4,33,000 रुपयों की वस्तुएँ तथा सावित्रीबाई फुले महिला बचत समूह ने 5,11,937 रुपयों की वस्तुएँ बेचीं, तो किस समूह ने सबसे अधिक वस्तुओं की बिक्री की ? किस बचत समूह की बिक्री सबसे कम हुई ? बचत समूहों द्वारा की गई बिक्री को बढ़ते क्रम में लिखो ।

❒ करोड़ का परिचय

संख्या 99,99,999 सात अंकवाली सबसे बड़ी संख्या है। इस संख्या में 1 मिलाने पर आठ अंकवाली सबसे छोटी संख्या 1,00,00,000 बनती है । इस संख्या को 'एक करोड़' पढ़ते हैं । यह संख्या लिखने के लिए जिस नए संख्या स्थान का निर्माण किया जाता है, उसे 'करोड़' का स्थान कहते हैं ।

नीचे दिए गए उदाहरणों के आधार पर समझो कि आठ अंकवाली संख्याओं का वाचन कैसे करते हैं ।

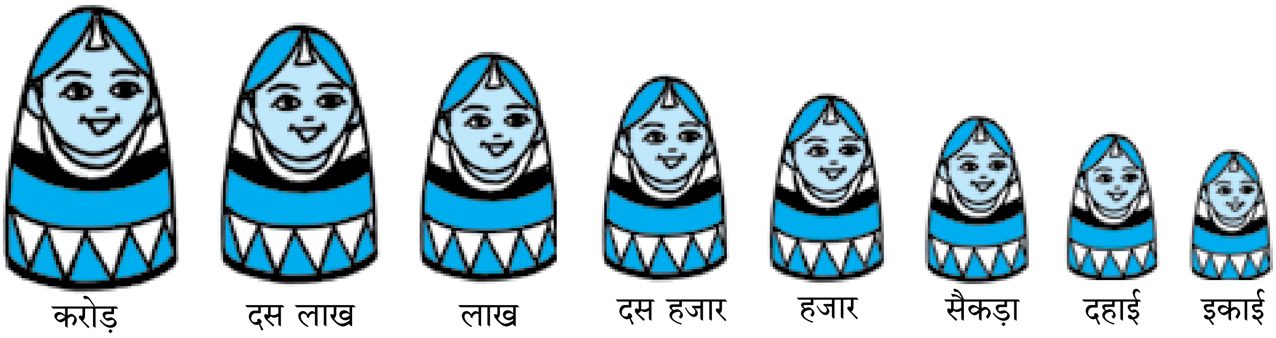
संख्याएँ	वाचन
8,45,12,706	आठ करोड़ पैंतालीस लाख बारह हजार सात सौ छह
5,61,63,589	पाँच करोड़ एकसठ लाख तिरसठ हजार पाँच सौ नवासी
6,09,04,034	छह करोड़ नौ लाख चार हजार चौंतीस

अधिक जानकारी के लिए

'करोड़' स्थान के बाईं ओर दस-दस गुना बढ़ने वाली क्रमश: दस करोड़, अरब, दस अरब आदि संख्याओं के स्थान होते हैं । सन 2011 की जनगणना के अनुसार हमारे देश की जनसंख्या 1,21,01,93,422 थी। इस संख्या का वाचन इस प्रकार है : एक अरब इक्कीस करोड़ एक लाख तिरानवे हजार चार सौ बाईस।

एक से एक अरब तक ही दस-दस गुने से बढ़ने वाली संख्याएँ

संख्याएँ	वाचन	एक के आगे आने वाले शून्यों की संख्या
1	एक	–
10	दस	1
100	सौ	2
1,000	एक हजार	3
10,000	दस हजार	4
1,00,000	लाख	5
10,00,000	दस लाख	6
1,00,00,000	करोड़	7
10,00,00,000	दस करोड़	8
1,00,00,00,000	अरब	9



3. जोड़ तथा घटाव

❐ जोड़ – पुनरावर्तन

नीचे दिए गए उदाहरण का अध्ययन करो ।

क्रिकेट के किसी मैच के लिए पहले दिन 23,456 तथा दूसरे दिन 14,978 टिकट बेचे गए, तो कुल कितने टिकट बेचे गए ?

$$\begin{array}{r} 23456 \\ +\ 14978 \\ \hline 38434 \\ \hline \end{array}$$

कुल 38,434 टिकट बेचे गए ।

प्रश्नसंग्रह 7

जोड़ो ।

(1) $\begin{array}{r} 40722 \\ +\ 13819 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 56427 \\ +\ 10648 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 64027 \\ +\ 28409 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (4) $\begin{array}{r} 33216 \\ +\ 28540 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

❐ छह तथा सात अंकवाली संख्याओं का जोड़

पिछली कक्षा में हमने यह देखा कि पाँच अंकों तक की संख्याएँ कैसे जोड़ी जाती हैं । इसी विधि से पाँच से अधिक अंकवाली संख्याएँ भी जोड़ी जा सकती हैं ।

नीचे दिए गए उदाहरणों का अध्ययन करो ।

जोड़ो ।

उदा. (1) 1,43,057 + 4,21,689

ला	दह	ह	सै	द	इ
			1	1	
1	4	3	0	5	7
+ 4	2	1	6	8	9
5	6	4	7	4	6

उदा. (2) 26,42,073 + 7,39,478

दला	ला	दह	ह	सै	द	इ
1		1		1	1	
2	6	4	2	0	7	3
+	7	3	9	4	7	8
3	3	8	1	5	5	1

उदा. (3) 3,12,469 + 758 + 24,092

$$\begin{array}{r} 312469 \\ +\ \ \ 758 \\ +\ 24092 \\ \hline 337319 \\ \hline \end{array}$$

उदा. (4) 64 + 409 + 5,13,728

$$\begin{array}{r} 64 \\ +\ \ 409 \\ +\ 513728 \\ \hline 514201 \\ \hline \end{array}$$

ऊपर दिए गए सभी उदाहरणों में हासिल मन में रखकर योग (जोड़) किया गया है ।

प्रश्नसंग्रह 8

जोड़ो ।

(1) 42,311 + 65,36,624
(2) 3,17,529 + 8,04,613
(3) 12,42,746 + 4,83,748
(4) 24,12,636 + 23,19,058
(5) 2,654 + 71,209 + 5,03,789
(6) 29 + 726 + 51,36,274
(7) 14,02,649 + 524 + 28,13,749
(8) 23,45,678 + 9,87,654
(9) 22 + 6,047 + 3,84,527
(10) 2,345 + 65,432 + 76,54,369

नीचे दिए गए शाब्दिक प्रश्न के हल का अध्ययन करो ।

पोलिओ निर्मूलन अभियान में सन 2012 में एक जिले में 3,17,658 बच्चों तथा दूसरे जिले में 2,04,969 बच्चों को पोलिओ का डोज दिया गया, तो कुल कितने बच्चों को पोलिओ का डोज दिया गया ?

$$\begin{array}{r} 3\,1\,7\,6\,5\,8 \\ +\ 2\,0\,4\,9\,6\,9 \\ \hline 5\,2\,2\,6\,2\,7 \\ \hline \end{array}$$

कुल 5,22,627 बच्चों को पोलिओ डोज दिया गया ।

प्रश्नसंग्रह 9

नीचे दिए गए प्रश्नों को हल करो ।

1. एक चुनाव में 13,47,048 स्त्रियों तथा 14,29,638 पुरुषों ने मतदान किए, तो कुल कितना मतदान हुआ ?
2. छह अंकवाली सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्याओं का योगफल कितना होगा ?
3. सुरेखा दीदी ने 8,07,957 रुपयों का ट्रैक्टर तथा 32,609 रुपयों की मड़ाई की मशीन (थ्रेशर) खरीदी, तो उन्होंने कुल कितने रुपये खर्च किए ?
4. किसी मिल में पिछले वर्ष 17,24,938 मीटर कपड़ा तैयार किया गया । यदि इस वर्ष 23,47,056 मीटर कपड़ा तैयार किया गया, तो दोनों वर्षों में कुल मिलाकर कितना कपड़ा तैयार किया गया ?
5. राज्य सरकार ने विद्यालयों को 34,62,940 रुपयों के संगणक और 3,26,578 रुपयों के दूरदर्शन सेट दिए, तो सरकार ने कुल कितने रुपयों का सामान दिया ?

❒ घटाव – पुनरावर्तन

नीचे दिए गए प्रश्न के हल का अध्ययन करो ।

एक परीक्षा में पिछले वर्ष 38,796 विद्यार्थी बैठे । यदि इस वर्ष 47,528 विद्यार्थी बैठे हों, तो इस वर्ष परीक्षा में कितने विद्यार्थी अधिक बैठे ?

$$\begin{array}{r} 4\,7\,5\,2\,8 \\ -\ 3\,8\,7\,9\,6 \\ \hline 0\,8\,7\,3\,2 \\ \hline \end{array}$$

इस वर्ष परीक्षा में 8,732 विद्यार्थी अधिक बैठे ।

यहाँ पर हासिल को मन में ही रखकर घटाने की क्रिया की गई है ।

प्रश्नसंग्रह 10

घटाओ ।

(1) 64293 − 28547 = ______

(2) 37058 − 23469 = ______

(3) 71540 − 58628 = ______

(4) 50432 − 48647 = ______

❒ छह तथा सात अंकवाली संख्याओं का घटाव

पाँच अंकवाली संख्याओं का घटाना हमने सीखा है । उसी विधि से पाँच से अधिक अंकवाली संख्याओं को भी घटाया जा सकता है ।

नीचे दिए गए उदाहरणों का अध्ययन करो ।

घटाओ ।

उदा. (1) 65,07,843 – 9,25,586

	14				13	
5	~~4~~	10		7	~~3~~	13
~~6~~	~~5~~	~~0~~	7	~~8~~	~~4~~	~~3~~
−	9	2	5	5	8	6
5	5	8	2	2	5	7

उदा. (2) 34,61,058 – 27,04,579

3	4	6	1	0	5	8
− 2	7	0	4	5	7	9
0	7	5	6	4	7	9

ऊपरवाले उदाहरण में दर्शाए अनुसार, हासिल को ऊपर न लिखकर मन में रखने की आदत डालो ।

घटाने की एक अन्य विधि

दो संख्याओं में घटाने की क्रिया करते समय यदि उन दोनों में से प्रत्येक संख्या में 1 दहाई अथवा 1 सैकड़ा मिलाकर प्राप्त संख्याओं में घटाने की क्रिया करें, तो शेषफल उतना ही आता है । इसका उपयोग करो ।

उदा. घटाओ । 724 – 376

		12	14
	7	2	4
−	3 (1)	7 (1)	6
	3	4	8

4 इकाइयों में से 6 इकाई नहीं घटा सकते इसलिए ऊपर तथा नीचेवाली दोनों संख्याओं में 1 दहाई मिलाओ । ऊपर संख्या में 1 दहाई को छुट्टा करके प्राप्त 10 इकाईवाली को 4 इकाइयों में मिलाओ तथा नीचेवाली संख्या में 1 दहाई मिलाने के लिए उसे दहाई के खाने में लिखो । 14 इकाइयों में से 6 घटाओ ।

2 दहाइयों में से (7 + 1) अर्थात 8 दहाइयाँ नहीं घट सकतीं । इसलिए ऊपर तथा नीचे की दोनों संख्याओं में एक-एक सैकड़ा मिलाओ । ऊपर की संख्या में एक सैकड़ा छुट्टा करके दहाइयों में जोड़ो तथा एक सैकड़ा नीचे की संख्या में मिलाने के लिए उसे सैकड़े के खाने में लिखो । 12 दहाइयों में से 8 दहाइयाँ घटाओ । 7 सैकड़ों में से (3 + 1) अर्थात 4 सैकड़े घटाओ । इस प्रकार शेषफल (घटाव) आया 348 ।

उदा. (1)

4	0	5	8	2	5
–		9	8	7	6
1	1	1	1	1	
3	9	5	9	4	9

उदा. (2)

2	5	2	0	2	1	1
–	2	1	8	9	5	0
		1	1	1		
2	3	0	1	2	6	1

प्रश्नसंग्रह 11

घटाओ ।

(1) 8,57,513 – 4,82,256 (2) 13,17,519 – 10,07,423 (3) 68,34,501 – 23,57,823

(4) 45,43,827 – 12,05,938 (5) 70,12,345 – 28,64,547 (6) 38,01,213 – 37,54,648

नीचे दिए गए शाब्दिक उदाहरण का अध्ययन करो ।

एक शहर की जनसंख्या सन 2001 में 21,43,567 थी । यदि सन 2011 में वह 28,09,878 हो गई, तो उस शहर जनसंख्या में कितनी वृद्धि हुई ?

$$\begin{array}{r} 2809878 \\ -\ 2143567 \\ \hline 0666311 \end{array}$$

शहर की जनसंख्या में 6,66,311 की वृद्धि ।

प्रश्नसंग्रह 12

1. प्रथमेश को 27,450 रुपयों का एक लैपटाप खरीदना है । उसके पास 22,975 रुपये हैं, तो लैपटाप खरीदने के लिए उसे और कितने रुपये चाहिए ?

2. किसी वर्ष एक कारखाने ने 44,730 स्कूटर तैयार किए । यदि दूसरे वर्ष 43,150 स्कूटर तैयार किए हों, तो उस कारखाने द्वारा पहले वर्ष कितने स्कूटर अधिक तैयार किए ?

3. किसी शहर में पुरुषों की संख्या 16,37,856 और स्त्रियों की संख्या 16,52,978 है, तो स्त्रियों की संख्या पुरुषों की संख्या से कितनी अधिक है ?

4. किसी संस्था ने सामाजिक उपक्रम के लिए 25,00,000 रुपये जमा करने का निश्चय किया था । चंदे तथा अन्य सहायता के रूप में संस्था को 26,57,340 रुपये मिले, तो संस्था को निश्चित की गई राशि से कितनी राशि अधिक मिली ?

5. संख्याएँ 23,849 और 27,056 लेकर घटाव पर आधारित एक प्रश्न बनाओ और उसे हल करो ।

मिश्रित प्रश्न

नीचे हल किए गए दो प्रश्नों का अध्ययन करो ।

उदा. (1) 4,13,758 + 2,09,542 – 5,16,304

4,13,758 + 2,09,542 – 5,16,304 = 1,06,996

$$\begin{array}{r} 413758 \\ +\ 209542 \\ \hline 623300 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 623300 \\ -\ 516304 \\ \hline 106996 \end{array}$$

उदा. (2) 345678 – 162054 + 600127

345678 – 162054 + 600127 = 7,83,751

$$\begin{array}{r} 345678 \\ -\ 162054 \\ \hline 183624 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 183624 \\ +\ 600127 \\ \hline 783751 \end{array}$$

इन उदाहरणों में जोड़ने और घटाने की दो क्रियाएँ हैं। जिस क्रम में क्रियाएँ दी गई हैं, उसी क्रम में उन्हें करके प्रश्न हल किए गए हैं। व्यवहार में कौन-सी क्रिया पहले करनी है, इसे निर्धारित करना पड़ता है।

उदा. (3) एक घर बनाने के लिए कुल 87,14,530 रुपयों का खर्च आया। इसमें से प्लाट के लिए 24,72,615 रुपये तथा निर्माण सामग्री के लिए 50,43,720 रुपये लगे। शेष राशि मजदूरी में खर्च हुई, तो मजदूरी के लिए कितनी राशि लगी ?

विधि : 1

	8714530	⟶ कुल खर्च
−	2472615	⟶ प्लाट का मूल्य
	6241915	⟶ निर्माण सामग्री तथा मजदूरी का खर्च

	6241915	⟶ निर्माण सामग्री तथा मजदूरी का खर्च
−	5043720	⟶ निर्माण सामग्री का खर्च
	1198195	⟶ मजदूरी के लिए लगी राशि

विधि : 2

	2472615	⟶ प्लाट का मूल्य
+	5043720	⟶ निर्माण सामग्री का खर्च
	7516335	⟶ प्लाट तथा निर्माण सामग्री का खर्च

	8714530	⟶ कुल खर्च
−	7516335	⟶ प्लाट तथा निर्माण सामग्री का खर्च
	1198195	⟶ मजदूरी में खर्च

आओ हम जाँच करके देखें कि दोनों विधियों से प्राप्त होने वाले उत्तर सही हैं।

	2472615	⟶ प्लाट का मूल्य
+	5043720	⟶ निर्माण सामग्री का खर्च
+	1198195	⟶ मजदूरी के लिए खर्च
	8714530	⟶ कुल खर्च

सभी प्रकार के खर्चों का योगफल ज्ञात करने पर प्राप्त कुल खर्च, दिए गए कुल खर्च के बराबर ही है। अत: हमारा उत्तर सही है।

प्रश्नसंग्रह 13

1. वन विभाग ने कत्थे के 23,078 पौधे, बहेड़े के 19,476 पौधे तथा कुछ अन्य प्रकार के पौधे लगाए। यदि वन विभाग ने कुल 50,000 पौधे लगाए, तो अन्य प्रकार के कितने पौधे लगाए गए ?
2. किसी शहर की जनसंख्या 37,04,926 है। यदि इसमें पुरुषों की संख्या 11,24,069 और स्त्रियों की संख्या 10,96,478 है तथा शेष बच्चे हों, तो इस शहर में बच्चों की संख्या कितनी है?
3. किसी कारखाने के व्यवस्थापन के पास 25,40,600 रुपये मजदूर कल्याणकोश के रूप में थे। इसमें से 12,37,865 रुपये चिकित्सा पर खर्च किए गए। 8,42,317 रुपये मजदूरों के बच्चों की शिक्षा के लिए खर्च किए गए तथा शेष राशि उपाहारगृह के लिए खर्च की गई, तो उपाहारगृह के लिए कितनी राशि खर्च की गई ?
4. क्रिकेट के किसी मैच में पहले दिन 13,608 टिकट, दूसरे दिन 8,955 टिकट तथा तीसरे दिन कुछ टिकट बेचे गए। यदि तीनों दिनों में कुल 36,563 टिकट बेचे गए, तो तीसरे दिन कितने टिकट बेचे गए?

✦✦✦

4. गुणन और भाजन

❒ गुणन

दी गई संख्या में तीन अंकों तक की संख्या से गुणा करना

उदा. (1) एक विद्यालय में 754 विद्यार्थी हैं । यदि एक विद्यार्थी के गणवेश का खर्च 368 रुपये हो, तो सभी विद्यार्थियों के गणवेश का कुल खर्च कितना होगा ?

```
      7 5 4
  ×   3 6 8
-----------
    6 0 3 2 ------ 8  इकाई से गुणा करने पर     (754 × 8 = 6032)
+ 4 5 2 4 0 ------ 6  दहाई से गुणा करने पर     (754 × 60 = 45240)
+ 2 2 6 2 0 0 ---- 3  सैकड़े से गुणा करने पर   (754 × 300 = 226200)
-----------
  2 7 7 4 7 2
```

गणवेश का कुल खर्च ₹ 2,77,472 होगा ।

इस प्रश्न में 754 **गुण्य**, 368 **गुणक** तथा 2,77,472 **गुणनफल** है ।

ध्यान में रखो : संख्या 754 को 368 बार लेकर उनका योगफल ज्ञात करके भी गणवेश का कुल खर्च निकाला जा सकता है परंतु गुणा करने पर वही उत्तर कम समय और कम श्रम में मिलता है।

उदा. (2) 3429 × 507 = कितना ?

```
        3 4 2 9
  ×       5 0 7
---------------
      2 4 0 0 3 ------ 7  इकाई से गुणा करने पर     (3429 × 7 = 24003)
+     0 0 0 0 0 ------ 0  दहाई से गुणा करने पर     (3429 × 0 = 00000)
+ 1 7 1 4 5 0 0 ------ 5  सैकड़े से गुणा करने पर   (3429 × 500 = 1714500)
---------------
  1 7 3 8 5 0 3
```

उदा. (3) संख्याओं 25,634 तथा 78 का उपयोग करके, गुणन पर आधारित एक शाब्दिक प्रश्न तैयार करो और उसे हल करो।

किसी दुकानदार ने 25634 रुपये प्रति टी.वी.की दर से कुल 78 टी.वी. सेट खरीदे । उनका कुल मूल्य ज्ञात करो ।

```
     2 5 6 3 4 ------ एक टी. वी. का मूल्य
×          7 8 ------ टी.वी. की संख्या
---------------
   2 0 5 0 7 2 ------ 8 इकाई से गुणा करने पर
+1 7 9 4 3 8 0 ------ 7 दहाई से गुणा करने पर
---------------
 1 9 9 9 4 5 2
---------------
```

```
  2 5 6 3 4
×         8
-----------
2 0 5 0 7 2
```

```
    2 5 6 3 4
×         7 0
-------------
1 7 9 4 3 8 0
```

कुल मूल्य 19,99,452 रुपये होगा ।

गुणा करते समय प्राप्त होने वाले हासिल को मन में रखकर गुणा करने की आदत डालो ।

प्रश्नसंग्रह 14

1. गुणा करो ।

(1) 327 × 92 (2) 807 × 126 (3) 567 × 890 (4) 4317 × 824

(5) 6092 × 203 (6) 1177 × 99 (7) 456 × 187 (8) 6543 × 79

(9) 2306 × 832 (10) 6429 × 509 (11) 4,321 × 678 (12) 20,304 × 87

2. 'प्लास्टिक रोकिए' अभियान में प्रति विद्यार्थी 25 थैलियों की दर से 745 विद्यार्थियों ने कागज की थैलियाँ तैयार कीं, तो कागज की कुल कितनी थैलियाँ तैयार हुईं ?

3. एक बाग में एक पंक्ति में 215 पौधे की दर से 132 पंक्तियों में औषधीय वनस्पतियों के पौधे लगाए गए, तो उस बाग में कुल कितने पौधे लगाए गए ?

4. एक संगणक का मूल्य 27,540 रुपये हो, तो ऐसे 18 संगणकों का मूल्य ज्ञात करो ।

5. 'इन्स्पायर एवार्ड' योजना के अंतर्गत विज्ञान प्रकल्प की सामग्री खरीदने के लिए एक विद्यार्थी को ₹ 5000 दिए जाते हैं । यदि किसी तहसील के 154 विद्यार्थियों को इस योजना का लाभ मिला हो, तो उस तहसील में इस योजना के लिए कितनी धनराशि बाँटी गई ?

6. यदि एक दुपहिए वाहन का मूल्य 53, 670 रुपये हो, तो ऐसे 35 वाहनों का मूल्य ज्ञात करो ।

7. एक घंटे में 3600 सेकंड होते हैं, तो 365 घंटों में कितने सेकंड होंगे ?

8. संख्याओं 5,473 और 627 का उपयोग करके गुणन पर आधारित एक शाब्दिक प्रश्न बनाओ और उसे हल करो ।

9. चार अंकवाली सबसे बड़ी संख्या और तीन अंकवाली सबसे बड़ी संख्या का गुणनफल ज्ञात करो ।

10. किसी यात्रा में एक यात्री पर 7,650 रुपये खर्च होता है, तो ऐसे 26 यात्रियों पर कितना खर्च होगा ?

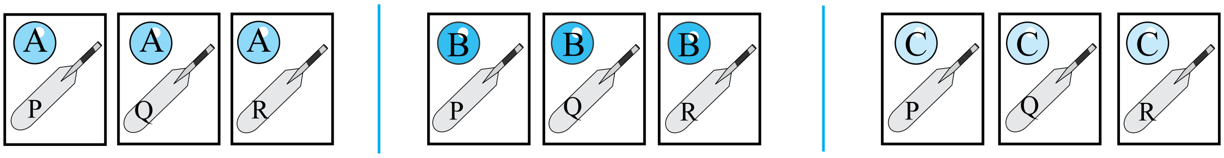
❐ दो समूहों की वस्तुओं की भिन्न – भिन्न प्रकार की जोड़ियाँ

(1) यात्रा पर जाने के लिए अजय को कम-से-कम सामान ले जाना है । इसलिए उसने लाल, हरे तथा नीले रंग की एक-एक कमीज और काले तथा सफेद प्रत्येक रंग का एक-एक पैंट अपने साथ लिए । वह कमीज और पैंट की जोड़ियाँ कितने प्रकार से उपयोग में ला सकता है ?

भिन्न-भिन्न प्रकार से उपयोग में लाई जा सकने वाली जोड़ियाँ -

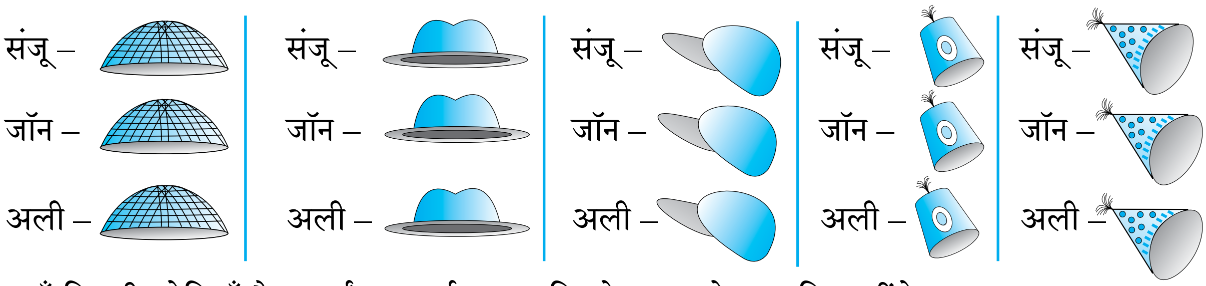
(लाल कमीज, काला पैंट)(हरी कमीज, काला पैंट) (नीली कमीज, काला पैंट)
(लाल कमीज, सफेद पैंट)(हरी कमीज, सफेद पैंट) (नीली कमीज, सफेद पैंट) } कुल 6 जोड़ियाँ होंगी।

(2) सुरेश के पास भिन्न-भिन्न रंगवाले तीन गेंद A, B, C तथा P, Q, R लिखे हुए तीन बल्ले हैं । उसे एक बैट और एक गेंद लेकर मैदान में जाना है, तो बैट और गेंद की कितने प्रकार की जोड़ियाँ बनेंगी?



इस प्रकार कुल कितने प्रकार से जोड़ियाँ बनीं ?

(3) तीन मित्र - संजू, जॉन और अली एक मेले में गए थे । वहाँ टोपियों की एक दूकान में 5 प्रकार की टोपियाँ थीं । प्रत्येक ने प्रत्येक प्रकार की टोपी अपने सिर पर लगाकर अपना छायाचित्र खिंचवाया । कुल कितने छायाचित्र खींचे गए ?



यहाँ कितनी जोड़ियाँ तैयार हुईं ? अर्थात कुल कितने प्रकार से छायाचित्र खींचे गए ?

✦ ऐसे दो समूह लो, जिनमें दी गई संख्या जितनी वस्तुएँ हों । अब यह करके देखो कि उनकी कितने प्रकार से जोड़ियाँ बनती हैं और नीचे दी गई सारिणी पूर्ण करो ।

एक समूह की वस्तुएँ	दूसरे समूह की वस्तुएँ	कितने प्रकार से जोड़ियाँ होंगी ?
3	2	
5	2	
2	4	
3	4	

सारिणी के आधार पर क्या निष्कर्ष प्राप्त होता है ?

दो समूहों की वस्तुओं की भिन्न-भिन्न प्रकार से बनने वाली जोड़ियों की संख्या, दोनों समूहों की वस्तुओं की संख्याओं के गुणनफल के बराबर होती है ।

❒ भाजन (भाग देना)

सर : अब तक हमने भाग के विषय में कुछ बातें सीखी हैं । उदाहरणार्थ, भाग का अर्थ है, दी गई संख्या के समान भाग करना अथवा दी गई संख्या में से कोई संख्या बार-बार घटाना । क्या कुछ और भी याद आ रहा है ?

शुभा : जी हाँ सर, एक गुणा से हमें दो भाग के उदाहरण मिलते हैं ।
$9 \times 4 = 36$, इससे भाग के दो उदाहरण $36 \div 4 = 9$ और $36 \div 9 = 4$ मिलते हैं ।

सर : शाबास ! अब भाग की संक्रिया के संबंध में मूल रूप से सीखने जैसा कुछ नहीं बचा । केवल भाज्य और भाजक के अंकों की संख्या बढ़ती जाएगी । मौखिक रूप से बताओ, $354 \div 6$ अर्थात कितना ?

सारंग : 354 अर्थात $300 + 54$
300 में 6 से भाग देने पर भागफल 50 आता है और $54 \div 6 = 9$, इस प्रकार भागफल $50 + 9 = 59$

सर : बिल्कुल सही । अब हम यह क्रमश: सीखेंगे कि चार अंकवाली संख्या में एक अंकवाली संख्या से भाग कैसे दिया जाता है । बताओ, 4925 में 7 से भाग देने पर भागफल और शेषफल कितना आएगा ?

शुभा : 4 हजार को हजार के रूप में 7 समूहों में समान रूप से नहीं बाँटा जा सकता। 4 हजार = 40 सैकड़े और आगे के 9 सैकड़े, इस प्रकार कुल 49 सैकड़ों को बाँटना है । $49 \div 7 = 7$ इसलिए प्रत्येक समूह में 7 सैकड़े आएँगे । अब 2 दहाइयों को 7 समूहों में समान रूप से नहीं बाँटा जा सकता, इसलिए भागफल में दहाई के स्थान पर शून्य लिखना पड़ेगा ।
इसके बाद 25 में 7 से भाग देने पर भागफल 3 आएगा और शेषफल 4 अर्थात भागफल 703, शेषफल 4

सर : शाबास ! यह भाग दो : $7439 \div 9$ ।

सारंग : मौखिक रूप से हल करना थोड़ा कठिन है । व्यवस्थित रूप से कागज पर हल करता हूँ । भागफल 826 और शेषफल 5 आया ।

```
    0826
9) 7439
  - 0
  ----
   74
  -72
  ----
    23
   -18
   ----
     59
    -54
    ---
      5
```

सर : चार अंकवाली संख्या में दो अंकवाली संख्या से इसी विधि से भाग देते हैं । भाग देते समय आवश्यक होने पर भाजक की संख्या का पहाड़ा तैयार करना पड़ता है ।

नीचे कुछ प्रश्न हल करके दिए गए हैं । इनका अध्ययन करो ।

उदा. (1)

```
     0170
25) 4254
   - 0
   ----
     42
    -25
    ----
    175
   -175
   -----
    0004
   -0000
   -----
    0004
```

$25 \times 1 = 25$
$25 \times 2 = 50$
$25 \times 3 = 75$
$25 \times 4 = 100$
$25 \times 5 = 125$
$25 \times 6 = 150$
$25 \times 7 = 175$

भागफल 170, शेषफल 4

उदा. (2)

```
     0305
32) 9783
   - 0
   ----
     97
    -96
    ----
     18
    -00
    ----
     183
    -160
    ----
      23
```

$32 \times 1 = 32$
$32 \times 2 = 64$
$32 \times 3 = 96$
$32 \times 4 = 128$
$32 \times 5 = 160$
$32 \times 6 = 192$

भागफल 305, शेषफल 23

उदा. (3) भाग दो । 9842 ÷ 45

$$\begin{array}{r} 0218 \\ 45\overline{)\ 9842} \\ -90 \\ \hline 084 \\ -\ 45 \\ \hline 392 \\ -\ 360 \\ \hline 032 \end{array}$$

यह प्रश्न 45 का पहाड़ा तैयार करके हल किया जा सकता है ।

परंतु जब भाजक बड़ा होता है, तब अनुमान द्वारा भाग निश्चित करके ही प्रश्न हल किया जा सकता है ।

आओ, अब हम यह विधि समझें ।

भागफल में हजार के स्थान पर 0 आएगा ।

अब 98 में 45 से भाग देते समय यह अनुमान लगाने के लिए कि कितने का भाग जाएगा, भाज्य और भाजक के पहले अंक पर विचार करो । ये अंक क्रमश: 9 और 4 हैं ।

9 में 4 से भाग दें, तो 2 का भाग जाता है । इसलिए 98 में 45 से भाग देते समय यह देख सकते हैं कि 2 का भाग जाता है । $45 \times 2 = 90$, $90 < 98$, अर्थात 2 का भाग जाएगा, इसलिए भागफल में सैकड़े के स्थान पर 2 लिखो ।

आगे यह निश्चित करते समय कि 84 में कितने का भाग जाएगा, यह सहज ही ध्यान में आता है कि $90 > 84$ होने के कारण 1 का भाग जाएगा, इसलिए भागफल में दहाई के स्थान पर 1 लिखो ।

अब 392 में 45 से भाग देना है । $3 < 4$, इसलिए 392 के प्रारंभवाले दो अंकों से बनने वाली संख्या 39 पर भाग का अनुमान लगाने के लिए विचार करो ।

$4 \times 9 = 36$ और $36 < 39$, इसलिए यह देखो कि क्या 9 का भाग जाता है । $45 \times 9 = 405$ और $405 > 392$ इसलिए 9 का भाग नहीं जाएगा ।

अब यह देखो कि क्या 8 का भाग जाता है । $45 \times 8 = 360$

$360 < 392$ । इसलिए 8 का भाग जाएगा । यह 8 भागफल में इकाई स्थान पर लिखो । यह भाग देकर भागफल पूर्ण करो । भागफल 218 आया और शेषफल 32 बचा ।

उदा. (4) 35 किग्रा गेहूँ की कीमत 910 रुपये है, तो गेहूँ की दर क्या है ?

गेहूँ का किलोग्राम में वजन × गेहूँ की दर = गेहूँ की कीमत

इसलिए 35 × गेहूँ की दर = 910

गेहूँ की दर अर्थात् 1 किलोग्राम गेहूँ का मूल्य ।

अर्थात 910 में 35 से भाग देने पर गेहूँ की दर मिलेगी ।

$$\begin{array}{r} 26 \\ 35\overline{)\ 910} \\ -\ 70 \\ \hline 210 \\ -\ 210 \\ \hline 000 \end{array}$$

गेहूँ की दर 26 रुपये प्रति किलोग्राम है ।

प्रश्नसंग्रह 15

1. निम्नलिखित प्रश्नों को हल करो । भागफल तथा शेषफल लिखो ।

(1) 1284 ÷ 32 (2) 5586 ÷ 87 (3) 1207 ÷ 27

(4) 8543 ÷ 41 (5) 2304 ÷ 43 (6) 56,741 ÷ 26

2. 48 किमी प्रति घंटे की चाल से 336 किमी दूरी तय करने में कितने घंटे लगेंगे ?

3. गिरिजा को 1400 पुस्तकें भरने के लिए 35 खोखे लगे । यदि प्रत्येक खोखे में पुस्तकों की संख्या समान हो, तो उसने प्रत्येक खोखे में कितनी पुस्तकें भरीं ?

4. सैर के लिए प्रत्येक ने 65 रुपये चंदा दिया । यदि कुल 2925 रुपये जमा हुए हों, तो सैर के लिए कितने लोग गए?

5. किस संख्या में 56 से गुणा करने पर गुणनफल 9688 आता है ?

6. यदि एक कापी बनाने में 48 कागज लगते हों, तो 5880 कागजों से कितनी कापियाँ बनेंगी ? कितने कागज शेष बचेंगे ?
7. पाँच अंकवाली सबसे छोटी संख्या में चार अंकवाली सबसे छोटी संख्या से भाग देने पर भागफल कितना आएगा ?

मिश्रित प्रश्न

एक किसान ने मिर्च के पौधों की 140 ट्रे लाईं । प्रत्येक ट्रे में 24 पौधे थे । उसने एक कतार में 32 पौधों की दर से सभी पौधे अपने खेत में लगाए, तो उन पौधों से कुल कितनी कतारें बनेंगी ?

एक ट्रे में 24 पौधों की दर से 140 ट्रे में रखे गए पौधों की संख्या कुल ज्ञात करो । इसके लिए 140 में 24 से गुणा करो ।

कुल पौधे 3,360

एक कतार में 32 पौधों की दर से 3,360 पौधों से कितनी कतारें बनेंगी, उसे ज्ञात करने के लिए 3,360 में 32 से भाग दो ।

भागफल 105 आया ।

अत: उन पौधों से कुल 105 कतारें बनेंगी ।

105 में 32 से गुणा करके अपने उत्तर की जाँच करो ।

$$\begin{array}{r} 140 \\ \times\ 24 \\ \hline 560 \\ +\ 2800 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} & 105 \\ 32) & 3360 \\ & -32 \\ \hline & 016 \\ & -00 \\ \hline & 160 \\ & -160 \\ \hline & 000 \end{array}$$

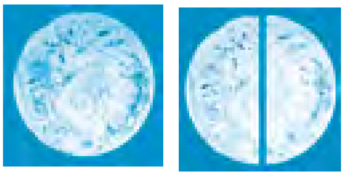
प्रश्नसंग्रह 16

1. दादा जी ने 10,000 रुपयों में से 7,000 रुपये विद्‌यालय को दान दिए । उन्होंने शेष धनराशि को प्रत्येक कक्षा में सर्वांगीण प्रगति दर्शाने वाले एक विद्‌यार्थी की दर से विद्‌यालय के कुल छह विद्‌यार्थियों में पुरस्कार के रूप में समान रूप से बाँटने के लिए कहा, तो प्रत्येक विद्‌यार्थी को कितने रुपयों का पुरस्कार मिलेगा ?
2. सैर के लिए जाते समय 50 बच्चों ने 260 रुपये प्रति बच्चे की दर से रुपये जमा किया । उसमें से 11,450 रुपये सैर में खर्च हुए, तो कितने रुपये शेष बचे ?
3. किसी दुकानदार ने चीनी की 50 किग्रा वजनवाली एक बोरी 1750 रुपयों में खरीदी । चीनी का भाव घट जाने के कारण उसे पूरी चीनी 32 रुपये प्रति किग्रा की दर से बेचना पड़ा, तो उसे कितने रुपये कम मिले?
4. किसी दुकानदार ने 1870 रुपये प्रति कुकर की दर से 7 कुकर खरीदे । उसने वे सभी कुकर 14,230 रुपयों में बेच दिए, तो उसे कितने रुपये अधिक अथवा कम मिले ?
5. किसी सोसायटी के 14 परिवारों ने मिलकर 8 बोरे गेहूँ खरीदा । प्रत्येक बोरे में 98 किग्रा गेहूँ था । पूरा गेहूँ सोसायटी के सभी परिवारों ने समान रूप से बाँट लिया, तो प्रत्येक परिवार के हिस्से में कितने किग्रा गेहूँ आया?
6. किसी इमारत की टंकी की धारिता 3000 लीटर है । उस इमारत में कुल 16 परिवार रहते हैं । यदि प्रत्येक परिवार प्रतिदिन 225 लीटर पानी का उपयोग करे, तो क्या टंकी का पानी सभी परिवारों के लिए पर्याप्त होगा ? यदि पर्याप्त न हो, तो प्रतिदिन कितना पानी कम पड़ेगा ?

✦✦✦

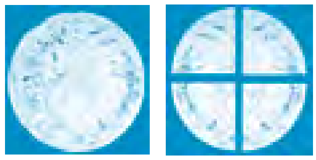
5. भिन्न

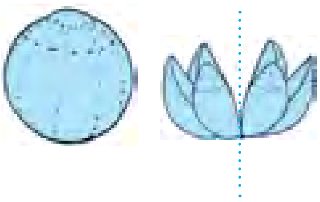
❒ समान भिन्न

✦ 

यदि एक रोटी दो व्यक्तियों में समान रूप से बाँटी जाए, तो प्रत्येक को **आधी** रोटी मिलेगी । 'आधा' भिन्न $\frac{1}{2}$ के रूप में दर्शाया जाता है । यहाँ 1 अंश और 2 हर है ।

✦ एक रोटी के 4 समान भाग किए । इनमें से 2 भाग एक को दिए । इसे $\frac{2}{4}$ के रूप में दर्शाया जाता है । इसमें 2 अंश और 4 हर है । इसका भी अर्थ है : **आधी** रोटी दी गई ।

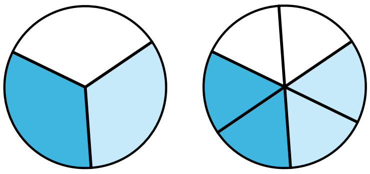


✦ 

एक खरबूजे के 6 समान भाग किए । उसे 2 व्यक्तियों में समान रूप से बाँटा, इस प्रकार प्रत्येक व्यक्ति को मिला भाग $\frac{3}{6}$ है । यहाँ प्रत्येक को खरबूजे का **आधा** भाग ही मिला है, अर्थात चिह्न $\frac{3}{6}$ भी 'आधा' भिन्न ही दर्शाता है ।

ऊपर के तीनों उदाहरणों में 'आधा' भिन्न ही क्रमश: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ तथा $\frac{3}{6}$ चिह्नों द्वारा दर्शाया गया है । इसलिए इन तीनों ही भिन्नों $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ का मान समान है। इसे इस प्रकार लिखते हैं : '$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$'

समान मानवाले ऐसे भिन्नों को **तुल्य भिन्न** कहते हैं ।

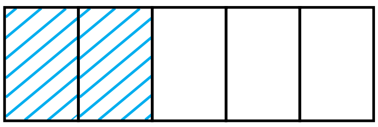
✦ 

यहाँ दो समान वृत्तों के रँगे हुए भागों का निरीक्षण करो । एक वृत्त के 3 समान भाग करके उनमें से 2 भाग रँगे गए हैं । इसका अर्थ है कि रँगा हुआ भाग संपूर्ण वृत्त का $\frac{2}{3}$ भाग है ।

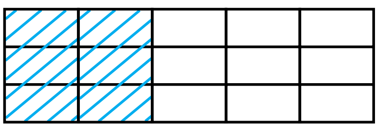
उसी आकार के दूसरे वृत्त के 6 समान भाग करके, उनमें से 4 भाग रँगे गए हैं, अर्थात पूरे वृत्त का $\frac{4}{6}$ भाग रँगा गया है; परंतु रँगे हुए दोनों भाग समान हैं । इस आधार पर $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

अर्थात $\frac{2}{3}$ और $\frac{4}{6}$ तुल्य भिन्न हैं ।

❒ तुल्य भिन्न तैयार करना

✦ 

आकृति के 5 समान भागों में से 2 भाग रँगे गए हैं । रँगा हुआ भाग पूरी आकृति का $\frac{2}{5}$ भाग है ।



इसी आकृति में दो आड़ी रेखाएँ खींच देने से इस आकृति के 15 समान भाग दिखाई दे रहे हैं । इसलिए अब रँगा हुआ भाग दर्शाने वाला भिन्न $\frac{6}{15}$ है ।

परंतु रँगा हुआ भाग नहीं बदला, इसलिए यहाँ $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

शिक्षिका : भिन्नों $\frac{2}{5}$ और $\frac{6}{15}$ के अंशों और हरों में क्या कुछ विशेष संबंध दिखाई देता है ?

सोनी : 2 का तीन गुना 6 तथा 5 का तीन गुना 15 है ।

शिक्षिका : हमने यह भी देखा है, कि $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ और $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ अर्थात तुल्य भिन्नों में एक भिन्न का अंश और हर, दूसरे भिन्न के अंश और हर का समान गुना हैं ।
इसके आधार पर यह ध्यान में रखो ।

> किसी भिन्न के अंश तथा हर में किसी शून्येतर संख्या से गुणा करने पर उस भिन्न का तुल्य भिन्न प्राप्त होता है ।

नंदू : किसी भिन्न के अंश तथा हर में समान संख्या से भाग देकर क्या तुल्य (समान) भिन्न प्राप्त किए जा सकते हैं ?

शिक्षिका : अवश्य, यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में किसी समान संख्या से भाग जाता हो, तो उस संख्या से अंश और हर दोनों में भाग देने पर प्राप्त भिन्न दिए गए भिन्न का तुल्य होता है । भिन्न $\frac{6}{15}$ के अंश और हर, दोनों में 3 से भाग जाता है । इस तरह भाग देने पर भिन्न $\frac{2}{5}$ प्राप्त होता है । इसलिए $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

> यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में एक ही संख्या से भाग जाता है, तो भाग देने पर प्राप्त होने वाला भिन्न, दिए गए भिन्न का तुल्य (समान) होता है ।

शिक्षिका : अब $\frac{6}{12}$ के अंश तथा हर दोनों में एक ही संख्या से भाग देकर भिन्न प्राप्त करो ।

सोनी द्वारा प्राप्त भिन्न $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 2}{12 \div 2} = \frac{3}{6}$	मीनू द्वारा प्राप्त भिन्न $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 3}{12 \div 3} = \frac{2}{4}$

नंदू : संख्याओं 6 तथा 12 में 6 से भी भाग जाता है । 6 से भाग दें, तो ठीक होगा क्या ?

शिक्षिका : हाँ, $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}$

ध्यान दो, भिन्न $\frac{6}{12}$ के अंश तथा हर दोनों में 2, 3 तथा 6 से भाग देने पर प्राप्त होने वाले भिन्न $\frac{6}{12}$ के समान ही हैं । अर्थात $\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

उदा. (1) $\frac{5}{6}$ का वह तुल्य भिन्न लिखो, जिसका हर 30 हो ।

$\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$ यहाँ हमें चौखट में आने वाली संख्या ज्ञात करनी है ।

यहाँ हर के स्थान के 6 का 5 गुना 30, है । इसलिए अंश के स्थान के 5 का 5 गुना ज्ञात करना पड़ेगा ।

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{\boxed{25}}{30}$ इस प्रकार 30 हर वाला भिन्न $\frac{25}{30}$, भिन्न $\frac{5}{6}$ का तुल्य भिन्न है ।

उदा. (2) वह भिन्न ज्ञात करो, जो $\frac{15}{40}$ के तुल्य हो और जिसका हर 8 हो ।

$\frac{15}{40} = \frac{\square}{8}$ यहाँ चौखट में आने वाली संख्या ज्ञात करना है ।

40 में 5 से भाग देने पर 8 आता है । 15 में 5 से भाग देने पर चौखट में आने वाली संख्या मिलेगी ।

$15 \div 5 = 3$ इसलिए $\frac{15}{40} = \frac{\boxed{3}}{8}$

अर्थात भिन्न $\frac{3}{8}$, भिन्न $\frac{15}{40}$ का तुल्य भिन्न है ।

प्रश्नसंग्रह 17

1. चौखटों में सही संख्याएँ लिखो ।

(1) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{20}$ (2) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$ (3) $\frac{9}{11} = \frac{18}{\square}$ (4) $\frac{10}{40} = \frac{\square}{8}$

(5) $\frac{14}{26} = \frac{\square}{13}$ (6) $\frac{\square}{3} = \frac{4}{6}$ (7) $\frac{1}{\square} = \frac{4}{20}$ (8) $\frac{\square}{5} = \frac{10}{25}$

2. निम्नलिखित में से प्रत्येक भिन्न के तुल्य वह भिन्न ज्ञात करो, जिसका हर 18 हो ।

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{3}$

3. निम्नलिखित में से प्रत्येक भिन्न के तुल्य वह भिन्न ज्ञात करो, जिसका हर 5 हो ।

$\frac{6}{15}$, $\frac{10}{25}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{21}{35}$

4. निम्नलिखित भिन्नों में से परस्पर तुल्य भिन्नों की जोड़ियाँ ज्ञात करो ।

$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{15}{33}$, $\frac{18}{27}$, $\frac{10}{14}$

5. निम्नलिखित भिन्नों में से प्रत्येक भिन्न के दो-दो तुल्य भिन्न ज्ञात करो ।

$\frac{7}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{11}$

❒ समहर तथा असमहर भिन्न

जिन भिन्नों के हर समान होते हैं, उन्हें 'समहर भिन्न' कहते हैं । जैसे, $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$

जिन भिन्नों के हर अलग-अलग असमान होते हैं, उन्हें 'असमहर भिन्न' कहते हैं। जैसे, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{9}{11}$

❒ असमहर भिन्नों का समहर भिन्नों में रूपांतरण

उदा. (1) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$ इन भिन्नों के हर समान करो, अर्थात इनका समहर भिन्नों में रूपांतरण करो ।

यहाँ हमें 6 और 9 , इन दोनों संख्याओं की गुणज (अपवर्त्य) संख्याएँ प्राप्त करना है ।

6 की गुणज संख्याएँ : 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

और 9 की गुणज संख्याएँ : 9, 18, 27, 36, 45, ...

इनमें 18 ऐसी संख्या है जो दोनों संख्याओं की गुणज है और वह सबसे छोटी संख्या है । इसलिए हम दोनों भिन्नों के हर 18 बनाएँगे ।

$\frac{5}{6} = \frac{5\times3}{6\times3} = \frac{15}{18}$ $\qquad$ $\frac{7}{9} = \frac{7\times2}{9\times2} = \frac{14}{18}$

$\frac{15}{18}$ तथा $\frac{14}{18}$ क्रमशः $\frac{5}{6}$ तथा $\frac{7}{9}$ के समहर (समान हर वाले) भिन्न हैं ।

यहाँ संख्या 18 दोनों संख्याओं की गुणज संख्या है ; परंतु 18 की तरह 36, 54 आदि संख्याएँ भी समान हर के रूप में ली जा सकती हैं ।

उदा. (2) $\frac{4}{8}$ तथा $\frac{5}{16}$ का समहर भिन्नों में रूपांतरण करो ।

यहाँ 8 का दो गुना 16 है, दोनों के हर 16 बनाना आसान है ।

$\frac{4}{8} = \frac{4\times2}{8\times2} = \frac{8}{16}$ $\quad$ $\frac{8}{16}$ तथा $\frac{5}{16}$ ये समहर भिन्न तैयार हुए ।

उदा. (3) $\frac{4}{7}$ तथा $\frac{3}{4}$ के हर समान बनाओ ।

हरों 7 तथा 4 की गुणज तथा सबसे छोटी संख्या 28 है । इसलिए हम दोनों भिन्नों के हर 28 बनाएँगे ।

$\frac{4}{7} = \frac{4\times4}{7\times4} = \frac{16}{28}$, $\frac{3}{4} = \frac{3\times7}{4\times7} = \frac{21}{28}$ इसलिए $\frac{16}{28}$ और $\frac{21}{28}$ दिए गए भिन्नों के समहर भिन्न हुए ।

प्रश्नसंग्रह 18

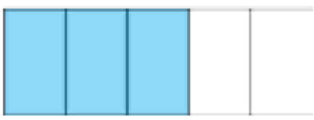
दिए गए भिन्नों का समहर भिन्नों में रूपांतर करो ।

(1) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ $\quad$ (2) $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}$ $\quad$ (3) $\frac{4}{5}, \frac{3}{10}$ $\quad$ (4) $\frac{2}{9}, \frac{1}{6}$

(5) $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ $\quad$ (6) $\frac{5}{6}, \frac{4}{5}$ $\quad$ (7) $\frac{3}{8}, \frac{1}{6}$ $\quad$ (8) $\frac{1}{6}, \frac{4}{9}$

❒ समहर भिन्न : छोटा-बड़ा होना (तुलना)

उदा. (1)

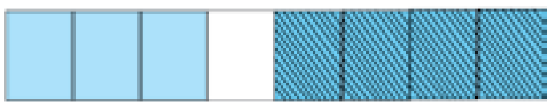


एक पट्टी के 5 समान भाग किए हैं, अर्थात प्रत्येक भाग $\frac{1}{5}$ है ।

रँगा हुआ भाग $\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

न रँगा हुआ भाग $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ $\quad$ रँगा हुआ भाग, न रँगे हुए भाग की अपेक्षा बड़ा है । अतः भिन्न $\frac{3}{5}$, भिन्न $\frac{2}{5}$ से बड़ा है। संकेत में इसे ऐसे लिखते हैं : $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$

उदा. (2) इस आकृति में एक पट्टी के 8 समान भाग किए गए हैं । इनमें से 3 भाग एक रंग से और 4 भाग दूसरे रंग से रँगे गए हैं । यहाँ $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$



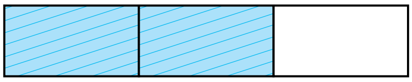
समहर भिन्नों में, जिस भिन्न का अंश बड़ा होता है, वह भिन्न बड़ा होता है ।

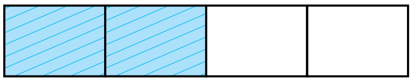
❐ समान अंशवाले भिन्नों का छोटा–बड़ा होना

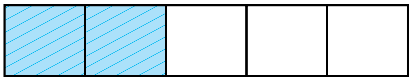
यह हम जानते हैं कि 1 अंशवाले भिन्नों का हर जैसे-जैसे बड़ा होता जाता है, वैसे-वैसे उस भिन्न का मान कम होता जाता है ।

यदि भिन्नों के अंश 1 से भिन्न किंतु समान हों, तो ऐसे भिन्नों के लिए भी यह नियम लागू होता है । इसे नीचे दी गई आकृतियों की सहायता से समझो ।

आकृतियों में सभी पट्टियाँ समान हैं ।

पट्टी के 3 समान भागों में से 2 भाग  $\frac{2}{3}$

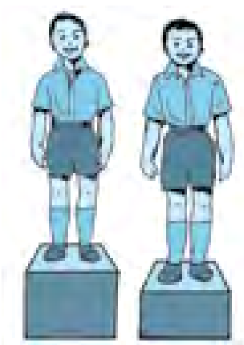
पट्टी के 4 समान भागों में से 2 भाग  $\frac{2}{4}$

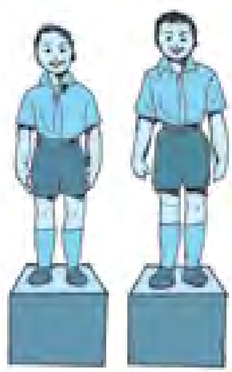
पट्टी के 5 समान भागों में से 2 भाग  $\frac{2}{5}$

आकृति के अनुसार $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5}$

समान अंश वाले भिन्नों में जिस भिन्न का **हर बड़ा** होता है, वह **भिन्न छोटा** होता है ।

❐ असमहर भिन्नों का छोटा–बड़ा होना





शिक्षिका : मान लो कि हमें असमहर भिन्नों $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{7}$ का छोटा-बड़ा होना निर्धारित करना है ।
ऐसे भिन्नों का छोटा-बड़ा होना जिस प्रकार निर्धारित किया जाता है, उसे समझने के लिए आओ हम एक उदाहरण देखें ।
ये दोनों लड़के दो गुटकों पर खड़े हैं । यह कैसे निर्धारित करेंगे कि इनमें से कौन ऊँचा है ?

सोनी : यहाँ गुटकों की ऊँचाई कम-अधिक है । यदि वह समान होती, तो यह निर्धारित करना सहज होता कि किसकी ऊँचाई कम और किसकी ऊँचाई अधिक है ।

नंदू : अब लड़के समान ऊँचाई के गुटकों पर खड़े हैं, इसलिए यह कह सकते हैं कि दाईं ओर का लड़का ऊँचा है ।

शिक्षिका : यहाँ जिस प्रकार गुटकों की ऊँचाई समान करने पर लड़कों की ऊँचाई का कम-अधिक होना निर्धारित किया जा सकता है, उसी प्रकार दिए गए दोनों भिन्नों के हर समान करने पर उनका छोटा-बड़ा होना, उनके अंशों के छोटे-बड़े होने के आधार पर निर्धारित किया जा सकता है ।

नंदू : समझ गया ! पहले हम $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{7}$ इन दोनों भिन्नों के हर समान बनाते हैं ।

सोनी : 5 × 7 में 5 और 7 इन दोनों हरों का भाग जाएगा । इसलिए हम दोनों भिन्नों के हर 5 × 7 अर्थात 35 बनाएँगे ।

$\frac{3}{5} = \frac{3\times7}{5\times7} = \frac{21}{35}$ $\qquad$ $\frac{4}{7} = \frac{4\times5}{7\times5} = \frac{20}{35}$ $\qquad$ और अंश 21 > अंश 20 से

इसलिए $\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$ $\quad$ अत: $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$

> यदि भिन्नों के हर असमान हों, तो उन्हें समान हरवाले अर्थात समहर तुल्य भिन्नों में रूपांतरित करके, अंशों के क्रमसंबंध के आधार पर उन भिन्नों का छोटा-बड़ा होना निर्धारित किया जा सकता है ।

प्रश्नसंग्रह 19

निम्नलिखित भिन्नों की जोड़ियों की चौखटों में < , > अथवा = में से सही चिह्न लगाइए ।

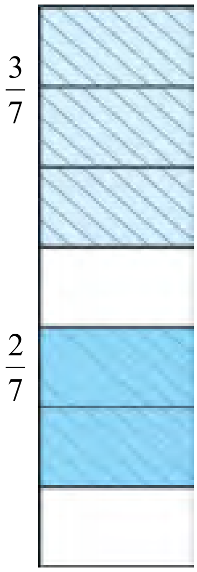
(1) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{3}{7}$ $\quad$ (2) $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{2}{8}$ $\quad$ (3) $\frac{2}{11}$ ☐ $\frac{10}{11}$ $\quad$ (4) $\frac{5}{15}$ ☐ $\frac{10}{30}$

(5) $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{5}{9}$ $\quad$ (6) $\frac{4}{7}$ ☐ $\frac{4}{11}$ $\quad$ (7) $\frac{10}{11}$ ☐ $\frac{10}{13}$ $\quad$ (8) $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{9}$

(9) $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{1}{8}$ $\quad$ (10) $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{1}{6}$ $\quad$ (11) $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{14}{16}$ $\quad$ (12) $\frac{4}{9}$ ☐ $\frac{4}{9}$

(13) $\frac{5}{18}$ ☐ $\frac{1}{9}$ $\quad$ (14) $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{4}{7}$ $\quad$ (15) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{5}{9}$ $\quad$ (16) $\frac{4}{11}$ ☐ $\frac{1}{5}$

❒ समहर भिन्नों का जोड़



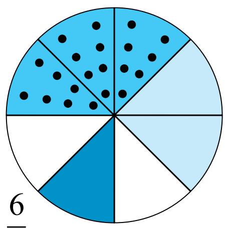
उदा. (1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ = कितना ?

एक पट्टी के 7 समान भाग करो । इनमें से 3 भाग एक रंग से और 2 भाग दूसरे रंग से रँगो ।

एक रंग से रँगा हुआ भाग $\frac{3}{7}$ और दूसरे रंग से रँगा हुआ भाग $\frac{2}{7}$ है ।

कुल रँगा हुआ भाग दर्शानेवाला भिन्न $\frac{5}{7}$ है ।

इस आधार पर, $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$



उदा. (2) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$ को जोड़ो ।

रँगा हुआ कुल भाग, $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+2+1}{8} = \frac{6}{8}$

> समहर भिन्नों को जोड़ते समय, उन भिन्नों के अंशों का योग ज्ञात करते हैं तथा उन भिन्नों का हर, योगफल के भिन्न के हर के स्थान पर वैसे ही लिखते हैं ।

उदा. (3) जोड़ो । $\frac{2}{6}+\frac{4}{6}$

$\frac{2}{6}+\frac{4}{6} = \frac{2+4}{6} = \frac{6}{6}$ परंतु $\frac{6}{6}$ का अर्थ है आकृति के 6 समान भागों में से 6 भाग लिए जो हमें ज्ञात है । इसका अर्थ है, वह 1 पूर्ण आकृति ली गई । इसलिए $\frac{6}{6} = 1$

इस आधार पर ध्यान में रखो, यदि भिन्न के अंश और हर समान हों, (शून्य को छोड़कर), तो उस भिन्न का मान 1 होता है ।

इसलिए $\frac{7}{7} = 1;\ \frac{10}{10} = 1\ ;\ \frac{2}{5}+\frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

ध्यान में रखो, यदि किसी आकृति के भाग न करके उसे पूर्ण रखें, तो भी उसे 1 द्‌वारा दर्शाया जाता है ।

इस आधार पर $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3}$ इत्यादि ।

हम जानते हैं कि यदि किसी भिन्न के अंश और हर का समान विभाजक हो, तो उस विभाजक से अंश तथा हर दोनों में भाग देने पर प्राप्त होने वाला भिन्न, दिए गए भिन्न का तुल्य भिन्न होता है ।

इस आधार पर, $\frac{5}{5} = \frac{5 \div 5}{5 \div 5} = \frac{1}{1} = 1$

प्रश्नसंग्रह 20

1. जोड़े ।

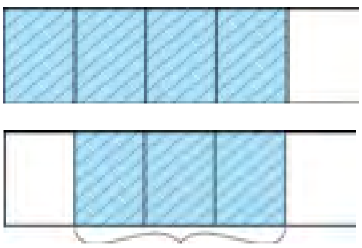
(1) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ (3) $\frac{7}{12}+\frac{2}{12}$ (4) $\frac{2}{9}+\frac{7}{9}$ (5) $\frac{3}{15}+\frac{4}{15}$

(6) $\frac{2}{7}+\frac{1}{7}+\frac{3}{7}$ (7) $\frac{2}{10}+\frac{4}{10}+\frac{3}{10}$ (8) $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}$ (9) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$

2. माँ एक अमरूद लाई । उसका $\frac{3}{8}$ भाग मीना को तथा $\frac{2}{8}$ भाग गीता को दिया, तो कुल मिलाकर दोनों को कितना भाग दिया गया ?

3. किसी मैदान का $\frac{3}{4}$ भाग पाँचवीं कक्षा के बच्चों ने तथा $\frac{1}{4}$ भाग चौथी कक्षा के बच्चों ने स्वच्छ किया, तो उस मैदान का कुल कितना भाग स्वच्छ किया गया ?

❒ समहर भिन्नों का घटाव



$\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$

एक आकृति के 5 समान भाग करके उनमें से 4 भाग रँगे गए अर्थात आकृति का $\frac{4}{5}$ भाग रँगा गया है ।

रँगे हुए भागों में से एक भाग का रंग पोंछकर मिटा दिया ।

अर्थात $\frac{4}{5}$ में से $\frac{1}{5}$ घटा दिया ।

अब रँगा हुआ भाग $\frac{3}{5}$ बचा । इसलिए $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$

दो समहर भिन्नों में घटाने की संक्रिया करते समय, उन भिन्नों के अंशों का अंतर अंश के स्थान पर लिखकर, हर के स्थान पर दिए गए भिन्नों का हर वैसा ही लिखते हैं ।

उदा. (1) घटाओ । $\frac{7}{13} - \frac{5}{13}$

इन दोनों भिन्नों का हर समान है। इसलिए इन भिन्नों को घटाते समय अंशों को घटाएँगे और हर को वैसा ही लिखेंगे । $\frac{7}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7-5}{13} = \frac{2}{13}$

उदा. (2) एक गन्ने का $\frac{5}{12}$ भाग राजू को तथा $\frac{3}{12}$ भाग संजू को दिया, तो राजू को गन्ने का कितना भाग अधिक मिला ?

यह ज्ञात करने के लिए कि कितना भाग अधिक मिला, घटाने की क्रिया करनी पड़ेगी ।

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5-3}{12} = \frac{2}{12}$$

राजू को $\frac{2}{12}$ भाग अधिक मिला ।

प्रश्नसंग्रह 21

1. घटाओ ।

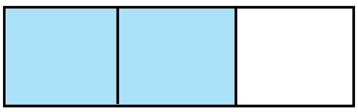
(1) $\frac{5}{7} - \frac{1}{7}$ (2) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ (3) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$ (4) $\frac{8}{11} - \frac{5}{11}$

(5) $\frac{9}{13} - \frac{4}{13}$ (6) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$ (7) $\frac{9}{12} - \frac{2}{12}$ (8) $\frac{10}{15} - \frac{3}{15}$

2. किसी दीवार का $\frac{7}{10}$ भाग रँगवाना है । इसमें $\frac{4}{10}$ भाग रामू से रँगवाया गया, तो अभी कितना भाग रँगवाना रह गया है ?

❒ असमहर भिन्नों का जोड़ तथा घटाव

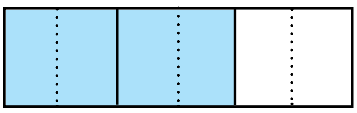
उदा. (1) जोड़ो । $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$



सर्वप्रथम किसी पट्टी के तीन समान भागों में से दो भागों को रँगकर भिन्न $\frac{2}{3}$ दर्शाओ ।

हम जानते हैं कि समहर भिन्नों का जोड़ तथा घटाव कैसे किया जाता है ।

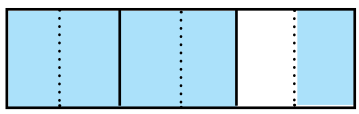
हमें भिन्न $\frac{2}{3}$ में भिन्न $\frac{1}{6}$ को जोड़ना (मिलाना) है ।



अत: इसी पट्टी के प्रत्येक भाग को दो समान भागों में विभक्त करके $\frac{2}{3}$ का तुल्य भिन्न $\frac{4}{6}$ प्राप्त करेंगे ।

$\frac{2}{3}$ में अर्थात $\frac{4}{6}$ में, भिन्न $\frac{1}{6}$ जोड़ना है । इसलिए इस पट्टी के छह भागों में से एक और भाग रँगेंगे ।

अत: रँगा गया कुल भाग $\frac{5}{6}$ है ।



इस आधार पर, $\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$

अत: $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

उदा. (2) जोड़ो । $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$

यहाँ हरों का सबसे छोटा समान गुणज 10 है,

इसलिए भिन्नों का हर 10 बनाएँगे ।

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{1\times 5}{2\times 5} + \frac{2\times 2}{5\times 2}$$

$$= \frac{5}{10} + \frac{4}{10}$$

$$= \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$$

उदा. (3) जोड़ो । $\frac{3}{8} + \frac{1}{16}$

यहाँ 16, 8 का दो गुना है, इसलिए दोनों

भिन्नों का हर 16 बनाएँगे ।

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3\times 2}{8\times 2} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{6}{16} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{6+1}{16} = \frac{7}{16}$$

उदा. (4) घटाओ ।

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$

दोनों भिन्नों का हर समान अर्थात 8 बनाएँगे ।

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{3\times 2}{4\times 2} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{6}{8} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{6-5}{8}$$

$$= \frac{1}{8}$$

उदा. (5) घटाओ ।

$\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

हरों का सबसे छोटा समान गुणज 15 है ।

इसलिए भिन्नों का हर 15 बनाएँगे ।

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{4\times 3}{5\times 3} - \frac{2\times 5}{3\times 5}$$

$$= \frac{12}{15} - \frac{10}{15}$$

$$= \frac{12-10}{15}$$

$$= \frac{2}{15}$$

प्रश्नसंग्रह 22

1. जोड़ो ।

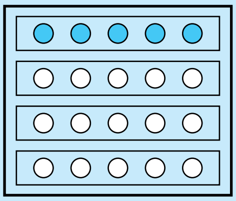
(1) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$ (2) $\frac{2}{21} + \frac{3}{7}$ (3) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{7} + \frac{1}{2}$ (5) $\frac{3}{9} + \frac{3}{5}$

2. घटाओ ।

(1) $\frac{3}{10} - \frac{1}{20}$ (2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (3) $\frac{6}{14} - \frac{2}{7}$ (4) $\frac{4}{6} - \frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

❑ समूह के संदर्भ में भिन्न तथा भिन्नों के गुणज : चित्ररूपी जानकारी द्वारा अनुभव

✦ 20 बिंदियों के समूह का $\frac{1}{4}$



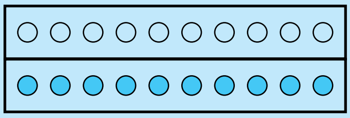
20 का $\frac{1}{4} = 5$

$20 \div 4 = 5$

✦ 20 बिंदियों के समूह का $\frac{1}{2}$

20 का $\frac{1}{2}$ अर्थात 10

$20 \div 2 = 10$

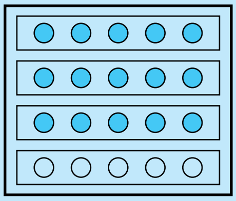


✦ 20 बिंदियों के समूह का $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

20 का $\frac{3}{4}$ अर्थात 20 का $\frac{1}{4}$ जैसे 3 भाग अर्थात 15 बिंदियाँ

$20 \div 4 = 5, \; 5 \times 3 = 15$



✦ 5 का दो गुना 10

5 गेंदों की 2 पंक्तियाँ

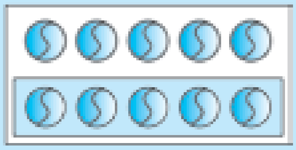
$5 \times 2 = 10$

5 का दो गुना 10

✦ 10 का $\frac{1}{2}$ गुना

10 का $\frac{1}{2} = 5$

10 का $\frac{1}{2}$ गुना $= 5$



✦ 5 का 3 गुना

कुल गेंदें 15

5 का 3 गुना 15

अर्थात $5 \times 3 = 15$

✦ 15 का $\frac{1}{3}$ गुना

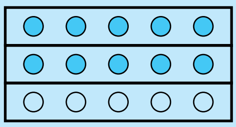
15 का $\frac{1}{3}$ गुना

इसलिए $15 \times \frac{1}{3} = 5$

$15 \div 3 = 5$

✦ 15 का $\frac{2}{3}$ गुना

15 का $\frac{2}{3}$ गुना करना अर्थात 15 का $\frac{1}{3}$ गुना करके उसका दो गुना करना ।



✦ मीना के पास 5 रुपये हैं । उसके पास के रुपयों के दो गुने रुपये टीना के पास हैं अर्थात टीना के पास $5 \times 2 = 10$ रुपये हैं । मीना के पास टीना का आधा अर्थात 10 का $\frac{1}{2}$ रुपये अर्थात 5 रुपये हैं ।

✦ रामू को 20 किलोमीटर की दूरी तय करनी थी । उसमें से $\frac{4}{5}$ दूरी उसने कार से तय की, तो उसने कितने किलोमीटर की दूरी कार से तय की ?

20 किलोमीटर का $\frac{4}{5}$ गुना अर्थात $20 \times \frac{4}{5}$ अर्थात 20 का $\frac{1}{5}$ गुना करके उसका 4 गुना करना ।

20 का $\frac{1}{5} = 4$, इसका 4 गुना अर्थात $4 \times 4 = 16$

इस आधार पर, $20 \times \frac{4}{5} = 16$

रामू ने 16 किमी की दूरी कार से तय की ।

प्रश्नसंग्रह 23

1. नीचे दिए गए प्रत्येक समूह का $\frac{1}{3}$ का अर्थ कितना है ?

(1) 15 पेंसिलें (2) 21 गुब्बारे (3) 9 लड़के (4)18 पुस्तकें

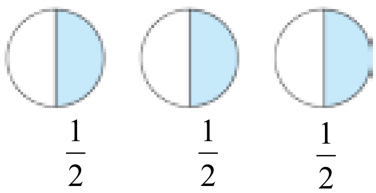
2. निम्नलिखित प्रत्येक का $\frac{1}{5}$ का अर्थ कितना है ?

(1) 20 रुपये (2) 30 किमी (3) 15 लीटर (3) 25 सेमी

3. निम्नलिखित संख्याओं का दिए गए भिन्न के बराबर भाग ज्ञात करो ।

(1) 30 का $\frac{2}{3}$ (2) 22 का $\frac{7}{11}$ (3) 64 का $\frac{3}{8}$ (4) 65 का $\frac{5}{13}$

❒ पूर्णांकयुक्त अर्थात मिश्र भिन्न



तीन वृत्तों में से प्रत्येक वृत्त का आधा भाग रँगा गया है, अर्थात प्रत्येक वृत्त का $\frac{1}{2}$ भाग, इस प्रकार 3 भाग रँगे गए हैं ।

रँगा हुआ भाग $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ अर्थात $1 + \frac{1}{2}$ अथवा $\frac{3}{2}$

$1 + \frac{1}{2}$ को संक्षेप में $1\frac{1}{2}$ लिखते हैं $1\frac{1}{2}$ का वाचन इस प्रकार करते हैं : 'एक सही एक बटे दो'।

भिन्न $1\frac{1}{2}$ में 1 पूर्णांक भाग और $\frac{1}{2}$ भिन्नात्मक भाग है । इसलिए ऐसे भिन्न को '**पूर्णांकयुक्त भिन्न**' या 'मिश्र भिन्न' कहते हैं । $2\frac{1}{4}$, $3\frac{2}{5}$, $7\frac{4}{9}$ पूर्णांकयुक्त (मिश्र) भिन्न हैं ।

जिस भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा (अधिक) होता है, उसे '**अंशाधिक भिन्न**' कहते हैं ।

$\frac{5}{3}, \frac{3}{2}$ अंशाधिक भिन्न हैं । अंशाधिक भिन्न का रूपांतरण पूर्णांकयुक्त (मिश्र) भिन्न के रूप में किया जा सकता है । जैसे, $\frac{3}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

उपक्रम

1. टोपियाँ रँगो ।

संलग्न चित्र की

$\frac{1}{3}$ टोपियाँ लाल रंग से रँगो ।

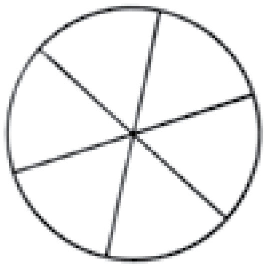
$\frac{3}{5}$ टोपियाँ नीले रंग से रँगो ।

लाल रंग से रँगी हुई टोपियाँ कितनी हैं ?

नीले रंग से रँगी हुई टोपियाँ कितनी हैं ?

कितनी टोपियाँ नहीं रँगी गईं हैं ?

2. जादू की फिरहरी तैयार करो ।



सफेद रंगवाले कार्डबोर्ड से बनाई गई एक वृत्ताकार चकती लो। इस चकती पर आकृति में दर्शाए अनुसार 6 समान भाग करो ।

इन भागों को क्रमशः लाल, केसरिया, पीले, हरे, नीले तथा बैंगनी रंगों से रँगो । वृत्ताकार चकती के केंद्र के पास एक छिद्र बनाकर उसमें एक नोकदार तीली बिठाओ । तुम्हारी फिरहरी तैयार हो गई ।

रँगा हुआ प्रत्येक भाग चकती का कितना भाग है ?

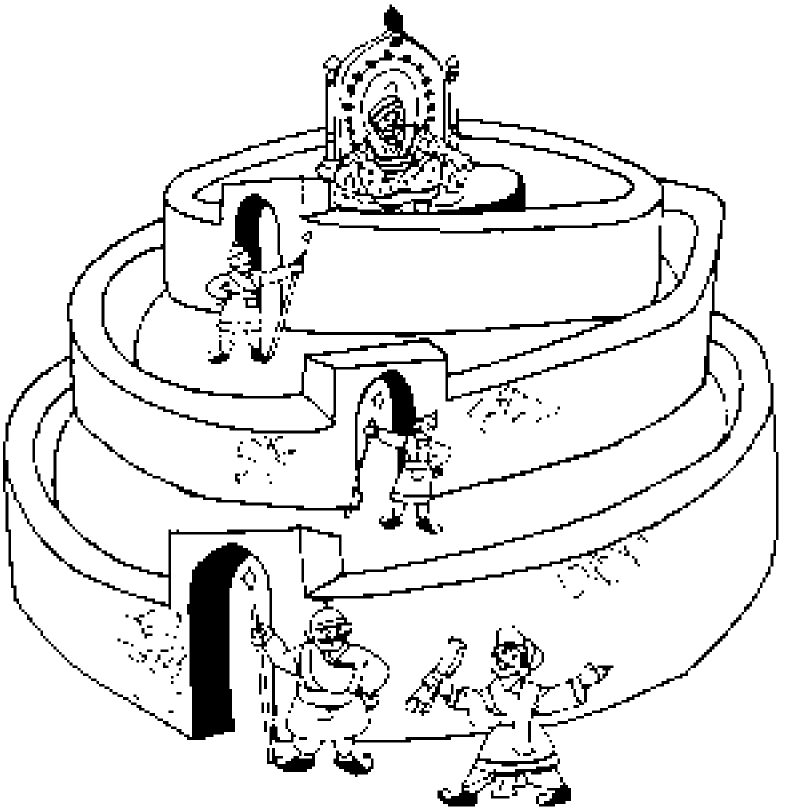
फिरहरी जोर से घुमाओ । तुम्हें कौन-सा रंग दिखाई देता है ?

आओ, थोड़ा हँस लें ।

नंदू : दादा जी कहते हैं कि मैं और दीदी बुद्धि से ड्योढ़े हैं । इसका मतलब है कि हम दोनों मिलकर तीन हुए, तो फिर हमें तीन चाकलेटें मिलनी चाहिए ।

माँ : अरे ! दादा जी ने तो व्यंग्य से कहा था परंतु तुम व्यक्ति दो ही हो ।

चतुर कवि



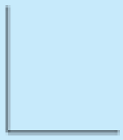
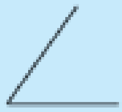
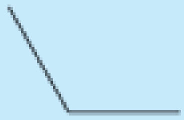
एक साहित्य प्रेमी राजा था । उत्तम कविता सुनकर वह बहुत खुश होता और पुरस्कार देता । यह बात एक कवि को ज्ञात थी । एक बार उस कवि ने एक सुंदर कविता की रचना की । उसे राजा को दिखाने पर क्या पुरस्कार मिलेगा, यह जानने के उद्देश्य से वह राजमहल पर गया। परंतु राजा तक पहुँचना आसान नहीं था । रास्ते में अलग-अलग चौकीदार उसे रोकते थे। पहले चौकीदार ने पूछा-किसलिए जा रहे हो ? कवि ने जाने का कारण बताया । राजा से पुरस्कार मिलने की संभावना देखकर चौकीदार ने कहा, ''यदि तुम मुझे पुरस्कार का $\frac{1}{10}$ भाग देना स्वीकार कर लो, तो मैं तुम्हें अंदर जाने दूँगा।'' कवि को स्वीकार करना पड़ा। आगे दूसरे चौकीदार ने रोका। उसने कहा, ''यदि तुम मुझे इनाम का $\frac{2}{5}$ भाग दोगे, तो ही मैं तुम्हें अंदर जाने दूँगा।'' तीसरा चौकीदार भी लोभी था । उसने कहा, ''यदि पुरस्कार का $\frac{1}{4}$ भाग मुझे देने का वचन दो, तो ही अंदर जाने के लिए छोड़ूँगा ।'' अब राजा का महल सामने ही था । कवि ने चौकीदार से कहा, ''पाव के बदले आधा भाग तुम्हें देता हूँ ।'' चौकीदार ने खुश होकर 'हाँ' कहा ।

राजा को कविता पसंद आई । उसने पूछा, ''पुरस्कार में क्या चाहिए ?'' कवि ने कहा, ''कृपा कीजिए और पुरस्कार के रूप में मुझे 100 कोड़े लगाइए'' राजा को बहुत आश्चर्य हुआ । उसने कहा, '' तू पागल है क्या ? कोड़े माँगने वाला कोई व्यक्ति नहीं देखा था ।'' कवि ने कहा, ''इसका कारण जानना चाहते हैं, तो अपने तीनों चौकीदारों को बुलाइए ।'' चौकीदारों के आने पर कवि ने राजा से कहा,''आपने मुझे पुरस्कार के रूप में 100 कोड़े लगाने के लिए कहा है न ? इसमें ये तीनों लोग साझेदार हैं । प्रत्येक ने पहले ही अपने-अपने पुरस्कार का हिस्सा निश्चित कर लिया है । पहले चौकीदार को पुरस्कार का $\frac{1}{10}$ अर्थात ☐ कोड़े, दूसरे को $\frac{2}{5}$ अर्थात ☐ कोड़े तथा तीसरे को आधा पुरस्कार अर्थात ☐ कोड़े, इस प्रकार हिस्से निश्चित किए गए हैं ।''

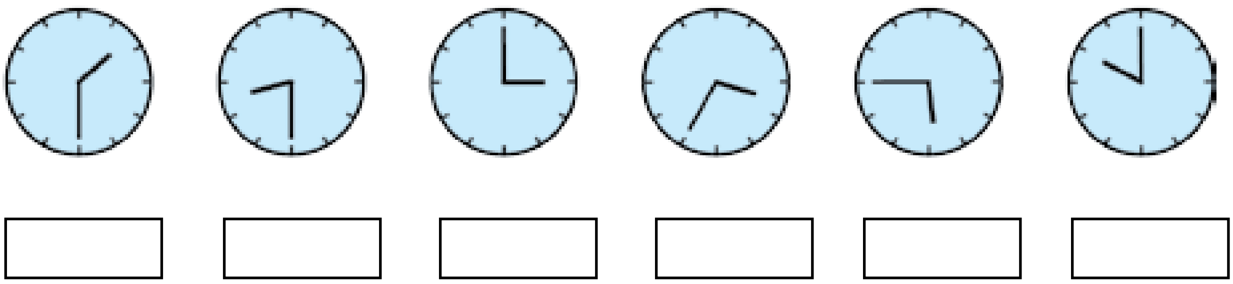
चौकीदारों के लोभ तथा कवि की चतुराई, राजा के ध्यान में आई । राजा ने जितना उचित था, उतने कोड़े चौकीदारों को लगाए । अच्छी कविता के लिए कवि को पुरस्कार दिया । इसके अतिरिक्त कवि द्वारा चौकीदारों का लालचीपन दिखाए जाने के कारण उसे 100 मोहरें और पुरस्कार के रूप में दीं । विचार करके बताओ, कवि की कौन-सी चतुराई राजा के ध्यान में आई ?

6. कोण

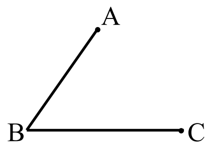
❒ पुनरावर्तन

		
यह समकोण है	यह न्यूनकोण है	यह अधिककोण है

घड़ियों के नीचे दिए गए चित्र देखो । यह पहचानो और लिखो कि इनकी सूइयों के बीच बनने वाला कोण समकोण, न्यूनकोण अथवा अधिक कोण में से क्या है ।



❒ कोण के घटक तथा कोण का नाम



शिक्षक : मोनू, यहाँ बनी आकृति किसकी है ?

मोनू : यह आकृति कोण की है । सर, कोण का नाम होता है क्या ?

शिक्षक : हाँ, कोण का नाम होता है । मुझे बताओ, क्या इस आकृति में तुम्हें रेखाखंड दिखाई देते हैं ? इनके नाम तो बताओ भला !

मोनू : हाँ, इस आकृति में BA तथा BC दो रेखाखंड हैं ।

शिक्षक : इन दोनों रेखाखंडों का में कौन-सा बिंदु उभयनिष्ठ (सामान्य) है ?

मोनू : B बिंदु दोनों रेखाखंडों का उभयनिष्ठ (सामान्य) दिखाई देता है ।

शिक्षक : इन दोनों रेखाखंडों के मिलने से कोण तैयार हुआ है । उभयनिष्ठ (सामान्य) बिंदु B को इस कोण का 'शीर्षबिंदु' कहते हैं । BA तथा BC को इस कोण की 'भुजाएँ' कहते हैं ।

मोनू : सर, तब कोण का नाम कैसे बताना है ?

शिक्षक : यह देखो मोनू, कोण का नाम तीन अक्षरों की सहायता से बताया जाता है । इन तीन अक्षरों में बीच वाला अक्षर कोण का शीर्षबिंदु दर्शाता है ।

मोनू : अर्थात सर, कोण का नाम ABC, ऐसा ही है न ?

शिक्षक : कोण का नाम बताते समय इसे 'कोण ABC' बताते हैं ।

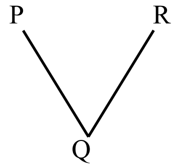
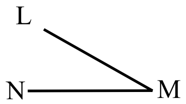
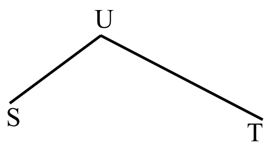
मोनू : सर, 'कोण ABC' न बताकर, यदि 'कोण CBA' बताया जाए, तो क्या ठीक रहेगा ?

शिक्षक : हाँ, यह भी ठीक है । 'कोण ABC' अथवा 'कोण CBA', दोनों प्रकार से कोण का नाम बताते हैं ।

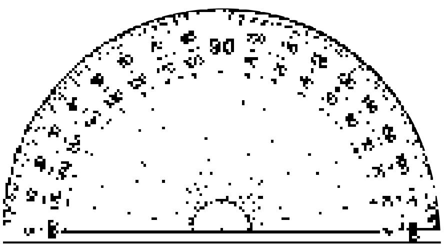
'कोण' शब्द के लिए '∠' चिह्न का उपयोग करते हैं । इस चिह्न का उपयोग करके 'कोण ABC' का लेखन '∠ABC' के रूप में किया जाता है ।

प्रश्नसंग्रह 24

नीचे दी गई तालिका पूर्ण करो ।

आकृति	कोण का नाम	कोण का शीर्षबिंदु	कोण की भुजाएँ
	'∠PQR' अथवा '∠RQP'	Q	भुजा QP तथा भुजा QR
			
			

❒ कोणमापक (चाँदे) का परिचय



दिया गया कोई कोण नापने तथा दिए गए मापवाला कोण बनाने के लिए कंपास बॉक्स के 'कोणमापक' नामक साधन का उपयोग करते हैं ।

बाईं ओर का चित्र कोणमापक का है ।

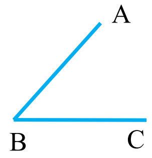
कोणमापक एक अर्धवृत्ताकार साधन होता है। कोण की अर्धवृत्ताकार कोर के 180 समान भाग किए होते हैं । प्रत्येक भाग को 'एक अंश' कहते हैं । चिह्न का उपयोग करके 'एक अंश' को '1°' लिखा जाता है ।

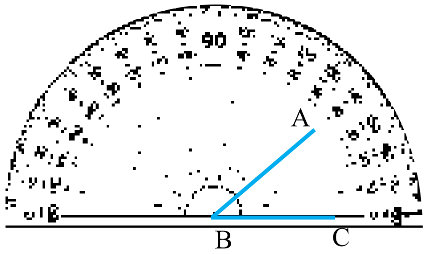
कोणमापक के भागों अर्थात अंशों के क्रमांक दो प्रकार से लिखे होते हैं । इनमें से एक प्रकार में घड़ी की सूई की विपरीत दिशा में अर्थात दाईं ओर से बाईं ओर के क्रम में 0, 10, 20, 30, ... , 180 इन भाग दर्शक संख्याओं के चिह्न बने होते हैं । दूसरे प्रकार में घड़ी की सूई की दिशा में अर्थात बाईं ओर से दाईं ओर के क्रम में 0, 10, 20, 30, ..., 180 इन भाग दर्शक संख्याओं के चिह्न बने होते हैं ।

कोणमापक जिस वृत्त का आधा भाग होता है, उस वृत्त के केंद्र को कोणमापक का 'केंद्र' और उसके व्यास को कोणमापक की 'संदर्भ रेख' कहते हैं ।

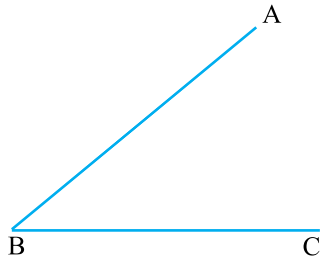
❒ कोणमापन

ध्यान से देखो, दाईं ओर दिया गया कोण ∠ABC कोणमापक की सहायता से किस प्रकार मापना है ?



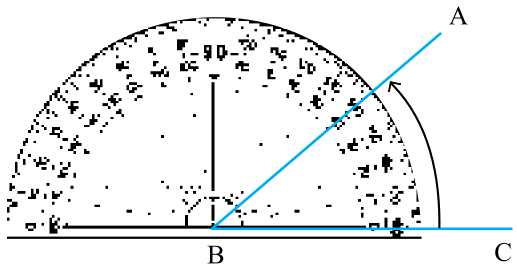


1. सबसे पहले कोणमापक का केंद्र कोण के शीर्षबिंदु B पर रखो । कोणमापक का संदर्भ रेख भुजा BC पर मिलाकर रखो । कोण की भुजाएँ कोणमापक पर बने चिह्नों तक नहीं पहुँच रही हैं ।



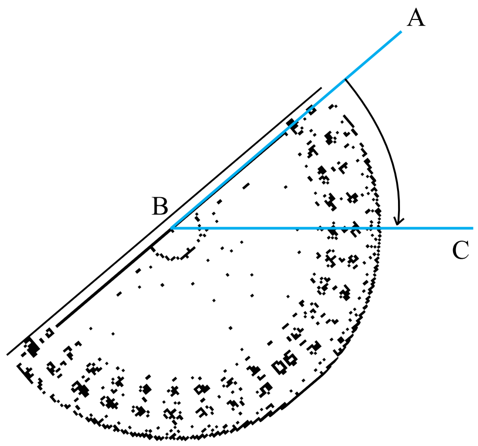
2. ऐसी स्थिति में कोणमापक को अलग रखकर कोण की भुजाओं को पर्याप्त रूप से बढ़ा लो ।

   भुजाएँ बढ़ाने से कोण का माप नहीं बदलता ।



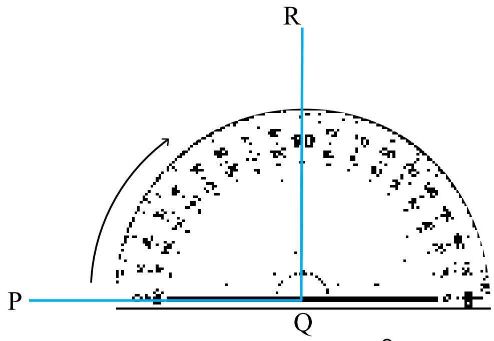
3. कोण के शीर्षबिंदु की जिस दिशा में कोण की भुजा होती है, उस भुजा की ओर के शून्य के चिह्न से कोण नापते (गणना करते) हैं । यहाँ कोण की भुजा BC शीर्षबिंदु B की दाईं ओर है । इसलिए बिंदु B के दाईं ओरवाले 0 से क्रमशः बढ़ते जा रहे कोणमापक के चिह्नों को देखो । यह भी देखो कि कोण की दूसरी भुजा BA, कोणमापक के किस चिह्न से की सीध में है । उस चिह्न की संख्या पढ़ो । यह संख्या ही की सीध में कोण का माप होता है। आकृति में दिए गए ∠ABC की माप 40° है ।

उस कोण पर दूसरे ढंग से कोणमापक रखकर भी हम यही कोण ∠ABC नाप सकते हैं ।

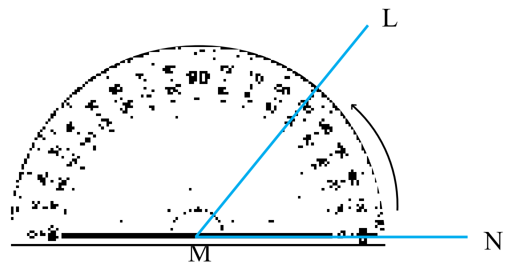


1. पहले कोणमापक का केंद्र कोण के शीर्षबिंदु B पर रखो। कोणमापक की संदर्भ रेख भुजा BA पर मिलाकर रखो ।
2. भुजा BA पर रखी कोणमापक का संदर्भ रेख के 0 का चिह्न देखो । बिंदु A की ओर के 0 से क्रमशः बढ़ते जा रहे कोणमापक के चिह्नों को देखो । यह भी देखो कि कोण की दूसरी भुजा BC कोणमापक के किस चिह्न के सीध में है । उस चिह्न की संख्या पढ़ो । अब देखो, यहाँ भी ∠ABC का माप 40° ही है ।

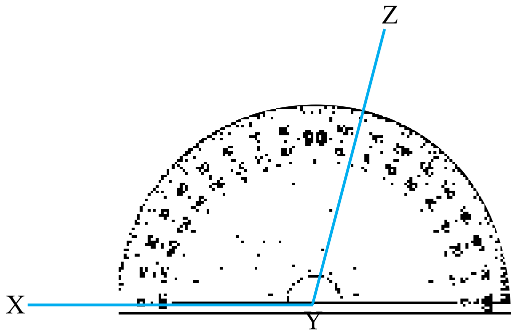
✤ नीचे देखो, कोणमापक की सहायता से कोण किस प्रकार नापे गए हैं ।



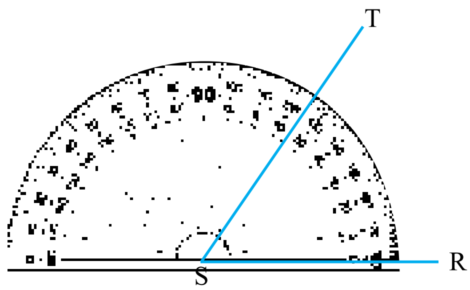
∠PQR का माप 90°



∠LMN का माप 50°



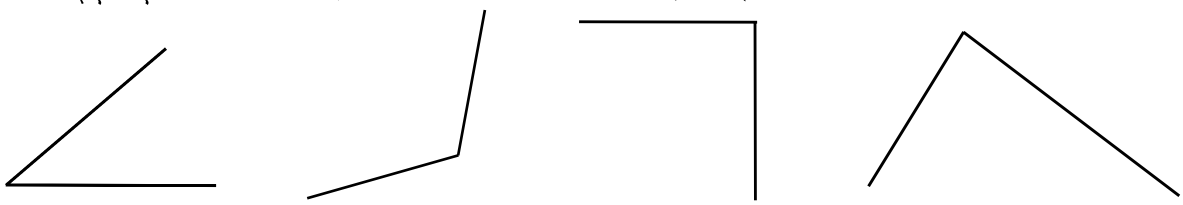
∠XYZ का माप 105°



∠RST का माप 55°

प्रश्नसंग्रह 25

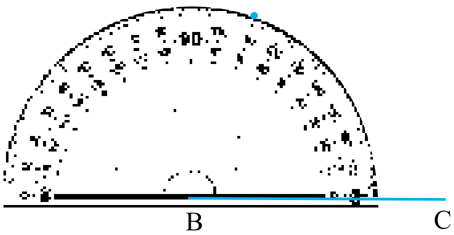
नीचे दिए गए कोण नापो और उनके माप कोणों के नीचे लिखो ।



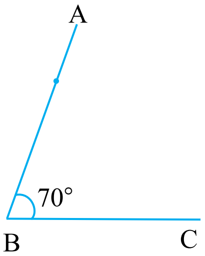
❐ दिए गए मापवाला कोण बनाना

उदा. 70° मापवाला ∠ABC बनाओ ।

बिंदु B, ∠ABC का शीर्षबिंदु है और रेखाखंड BA तथा रेखाखंड BC इस कोण की भुजाएँ हैं ।



1. पहले पट्टी की सहायता से भुजा BC बनाओ ।
2. बिंदु B शीर्षबिंदु होने के कारण उस पर 70° मापवाला कोण बनाना है । कोणमापक का केंद्र B बिंदु पर रखो । कोणमापक इस प्रकार रखो कि उसका संदर्भ रेख भुजा BC से जुड़कर उसके सीध में हो जाए । बिंदु C जिस ओर है, उस ओरवाले 0° के चिह्न से क्रमशः बढ़ती संख्याएँ देखो । 70° के चिह्न के पास पेंसिल से बिंदु का चिह्न बनाओ । अब कोणमापक उठा लो ।

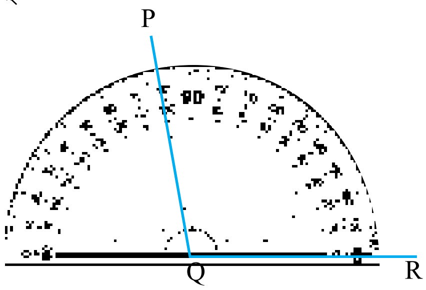


बिंदु B से 70° के चिह्न के पास बनाए हुए बिंदु से जाने वाला रेखाखंड खींचो । रेखाखंड के दूसरे सिरे का नाम A रखो ।

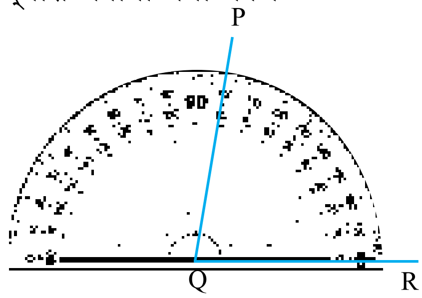
$\angle ABC$, 70° मापवाला कोण है ।

✤ राहुल और सायली ने 80° मापवाला $\angle PQR$ निम्नानुसार बनाए ।

राहुल द्वारा बनाया गया कोण



सायली द्वारा बनाया गया कोण



शिक्षक : क्या राहुल और सायली द्वारा बनाए गए कोण सही हैं ?

शलाका : सर, राहुल द्वारा बनाया गया कोण गलत है । सायली द्वारा बनाया गया कोण सही है ।

शिक्षक : राहुल के कोण में गलत क्या है ?

राहुल : मैं बाईं ओर से 10, 20, 30,... इस प्रकार गिनता गया तथा कोण की भुजा 80 पर बनाई ।

शिक्षक : राहुल ने बाईं ओर से कोण की गणना की । शीर्षबिंदु Q के बाईं ओर संदर्भ रेख के नीचे कोण की भुजा नहीं है । वह भुजा बिंदु Q के दाईं ओर है, इसलिए बिंदु R की ओर से अर्थात Q के दाईं ओर से गणना करके 80° के पास उसे चिह्न लगाना था ।

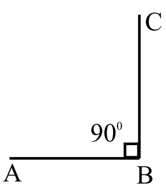
प्रश्नसंग्रह 26

कोणमापक का उपयोग करके निम्नलिखित मापवाले कोण बनाओ और उनके नाम लिखो ।

(1) 60° (2) 120° (3) 90° (4) 150° (5) 30° (6) 165° (7) 45°

❒ कोण के प्रकार

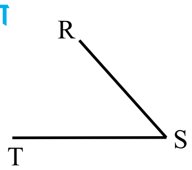
समकोण



90° मापवाले कोण को समकोण कहते हैं ।

$\angle ABC$ समकोण है ।

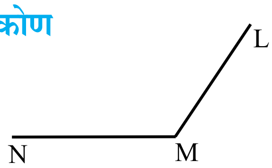
न्यूनकोण



$\angle RST$ का माप 90° अर्थात समकोण से कम है । **समकोण के माप से कम मापवाले कोण को न्यूनकोण कहते हैं ।**

$\angle RST$ न्यूनकोण है ।

अधिककोण

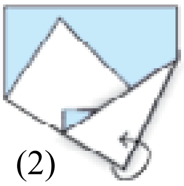


$\angle LMN$ का माप 90° अर्थात समकोण के माप से अधिक है । **समकोण से अधिक मापवाले कोण को अधिककोण कहते हैं ।**

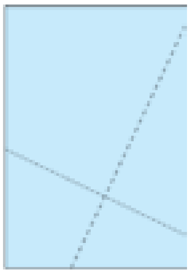
$\angle LMN$ अधिककोण है ।

उपक्रम : मोड़ विधि से समकोण

(1)



(2)



(3)

(1) एक कागज लो । कागज को लगभग बीच से मोड़ो ।

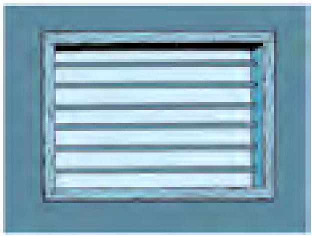
(2) चित्र में दिखाए अनुसार मोड़ पर स्थित एक बिंदु से और एक मोड़ डालो ।

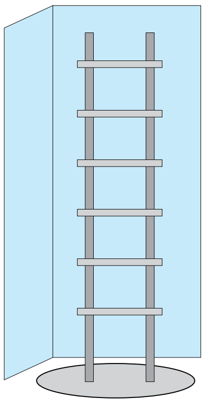
(3) अब कागज को खोल दो । कुल दो रेखाखंड दिखाई देते हैं ।

इस कोण का माप 90° है, कोणमापक से नापकर देखो ।

❐ समांतर रेखाएँ और लंब रेखा

समांतर रेखाएँ





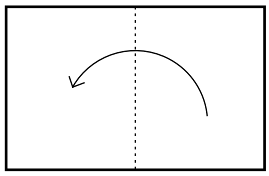
चित्र में **खिड़की की छड़ें** परस्पर **समांतर** हैं ।

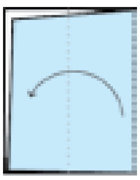
चित्र में **सीढ़ी के डंडे** परस्पर **समांतर** हैं ।

सीढ़ी की दोनों **खड़ी भुजाएँ (डंडे)** परस्पर **समांतर** हैं ।

1. एक आयताकार कागज लो ।

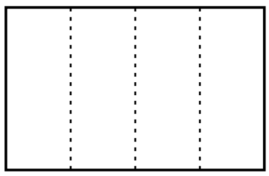
2. उसे इस प्रकार मोड़ो कि उसका एक छोर दूसरे छोर से ठीक-ठीक मिल जाए ।



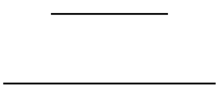


3. इसी प्रकार एक मोड़ और डालो ।

4. इसके बाद मोड़ खोल दो । कागज पर दिखाई देने वाली मोड़ों की रेखाओं को पेंसिल से चटक (गाढ़ी) करो ।

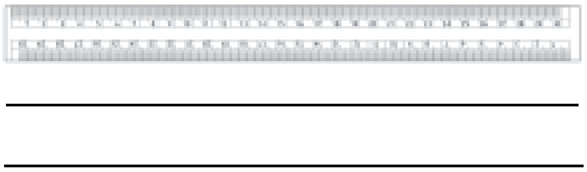


पेंसिल से चटक की गई रेखाएँ परस्पर समांतर हैं ।



बाईं ओरवाली आकृति की रेखाएँ समान लंबाईवाली नहीं हैं, फिर भी ये रेखाएँ समांतर रेखाएँ हैं ।

समांतर रेखाओं को किसी भी दिशा में कितना भी बढ़ाएँ, तो भी वे एक-दूसरे से नहीं मिलतीं ।



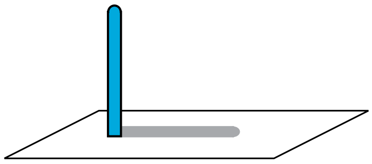
चित्र में दर्शाए अनुसार एक पट्टी लो । पट्टी के दोनों किनारों से होकर उसके सिरों तक पेंसिल से रेखाएँ खींचो । अब पट्टी अलग रख दो। ये रेखाएँ एक-दूसरे के समांतर हैं ।

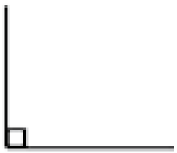
इस प्रकार विभिन्न आयताकार वस्तुओं की सहायता से हम समांतर रेखाएँ खींच सकते हैं ।

❒ लंब रेखाएँ

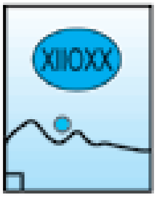
हम अनेक वस्तुएँ जमीन पर सीधी खड़ी हुई देखते हैं । वे वस्तुएँ अपनी छाया के साथ समकोण बनाती हैं।

उदाहरणार्थ, सीधे खड़े खंभे और उसकी जमीन पर बनी छाया के बीच का कोण 90° अर्थात समकोण होता है। इसी प्रकार श्यामपट्ट की संलग्न भुजाओं तथा पुस्तक की संलग्न कोरों के बीच बनने वाला कोण भी 90° मापवाला होता है।



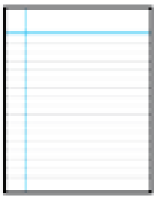


जब दो रेखाएँ एक-दूसरे के साथ 90° माप का कोण बनाती हैं, तब कहा जाता है कि वे रेखाएँ एक-दूसरे पर **लंब** हैं । यह जानने के लिए कि दो रेखाएँ लंब हैं, आकृति में दर्शाए अनुसार उन दोनों रेखाओं को जोड़ने वाला चिह्न बनाते हैं ।



कापी की संलग्न कोरों के बीच बनने वाला कोण नापकर देखो ।

वह समकोण है, इसलिए कापी की संलग्न कोरें एक-दूसरे पर लंब हैं ।



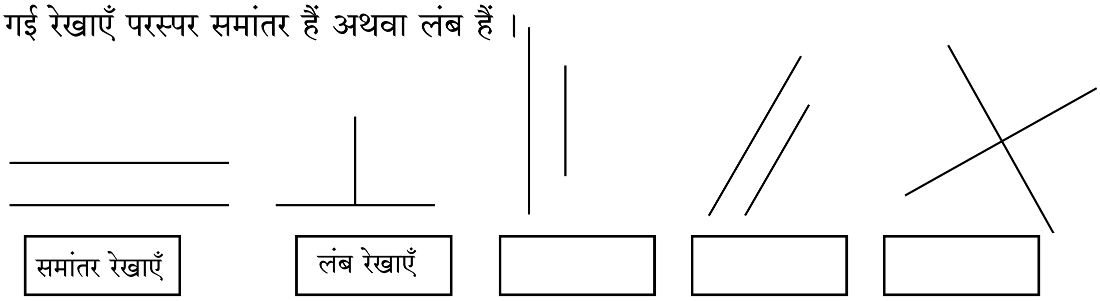
बाईं ओरवाले चित्र की कापी का पृष्ठ देखो ।
पृष्ठ की आड़ी रेखाएँ समांतर हैं और पृष्ठ के हाशिए की रेखा आड़ी रेखाओं के साथ समकोण बनाती है । इसलिए यह रेखा, आड़ी रेखाओं पर लंब है ।

प्रश्नसंग्रह 27

1. परिसर में पाई जाने वाली समांतर रेखाओं के दो उदाहरण लिखो ।

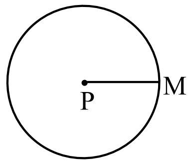
2. परिसर में पाई जाने वाली लंब रेखाओं के दो उदाहरण लिखो ।

3. नीचे दी गई आकृतियाँ देखो । यह निर्धारित करो और नीचे बने चौखटों में लिखो कि प्रत्येक आकृति में दी गई रेखाएँ परस्पर समांतर हैं अथवा लंब हैं ।



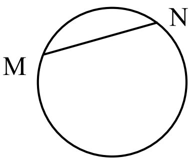
7. वृत्त

❒ त्रिज्या, जीवा, व्यास

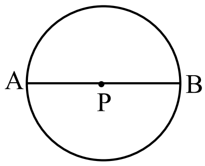


1. वृत्त के केंद्र और वृत्त पर स्थित किसी बिंदु को मिलाने वाले रेखाखंड को उस वृत्त की **त्रिज्या** कहते हैं ।

   आकृति में बिंदु P वृत्त का केंद्र और बिंदु M वृत्त पर स्थित एक बिंदु है ।
   रेखाखंड PM इस वृत्त की एक त्रिज्या है ।
   एक वृत्त में कई त्रिज्याएँ होती हैं और सभी त्रिज्याएँ समान लंबाईवाली होती हैं ।

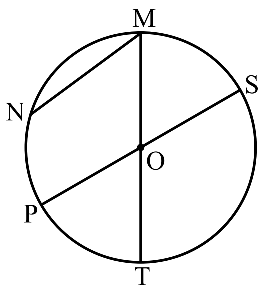


2. वृत्त पर स्थित किन्हीं भी दो बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड को **जीवा** कहते हैं । आकृति में M और N वृत्त पर स्थित बिंदु हैं । रेखाखंड MN वृत्त की जीवा है ।



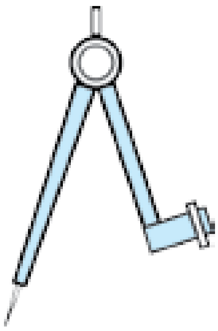
3. वृत्त के केंद्र से जाने वाली जीवा को वृत्त का **व्यास** कहते हैं । आकृति में, जीवा AB पर वृत्त का केंद्र बिंदु P स्थित है । इसलिए जीवा AB वृत्त का व्यास है । एक वृत्त की कई (असंख्य) जीवाएँ तथा कई (असंख्य) व्यास होते हैं ।

- नीचे दी गई आकृति में बिंदु O वृत्त का केंद्र है । आकृति में कुछ और बिंदु तथा रेखाखंड भी दर्शाए गए हैं । इस वृत्त की त्रिज्या, व्यास तथा जीवा पहचानो और उनके नाम लिखो ।



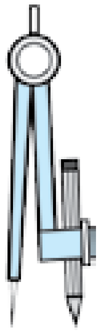
त्रिज्या	
व्यास	
जीवा	

❒ वृत्त खींचना

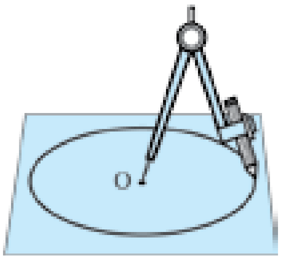


वृत्त खींचने के लिए 'परकार' (कंपास) नामक एक उपकरण का उपयोग करते हैं । परकार (कंपास) की एक भुजा पर धातु की नोक होती है और दूसरी भुजा पर पेंसिल फँसाने की सुविधा होती है । परकार (कंपास) में हम प्राय: उपयुक्त लंबाईवाली एक पेंसिल लगाते हैं ।

❒ परकार की सहायता से वृत्त खींचने की कृति

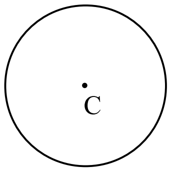


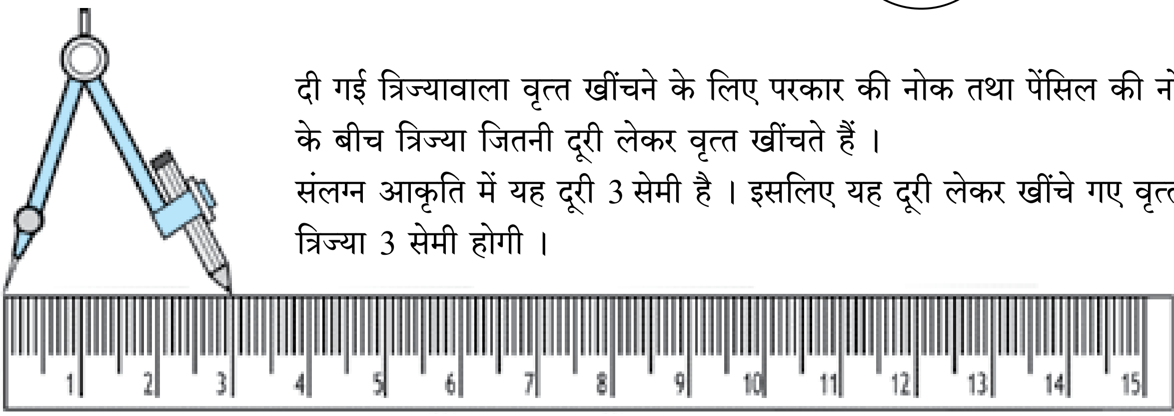
- सर्वप्रथम परकार में पेंसिल लगाओ । परकार की धातुवाली नोक और पेंसिल की नोक चित्र में दर्शाए अनुसार मिला लो ।



- धातु की नोक और कंपास की नोक के बीच सुविधाजनक दूरी रखो ।
- कागज पर किसी स्थान पर एक बिंदु लो ।
- धातु की नोक उस बिंदु पर स्थिर रखकर पेंसिल की नोक कागज पर घुमाओ । पेंसिल द्वारा तैयार हुई आकृति वृत्त की आकृति होगी ।

जिस बिंदु पर परकार की नोक रखी होती है,
वह उस वृत्त का केंद्र होता है ।
आकृति में बिंदु C वृत्त का केंद्र है ।





दी गई त्रिज्यावाला वृत्त खींचने के लिए परकार की नोक तथा पेंसिल की नोक के बीच त्रिज्या जितनी दूरी लेकर वृत्त खींचते हैं ।
संलग्न आकृति में यह दूरी 3 सेमी है । इसलिए यह दूरी लेकर खींचे गए वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी होगी ।

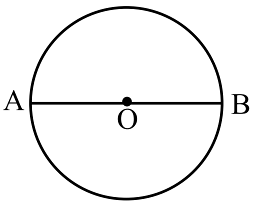
प्रश्नसंग्रह 28

1. नीचे दी गई त्रिज्यावाले वृत्त खींचो ।

(1) 2 सेमी (2) 4 सेमी (3) 3 सेमी

2. किसी भी त्रिज्यावाला एक वृत्त खींचो । उस वृत्त का एक व्यास, एक त्रिज्या और एक जीवा दर्शाओ ।

❒ त्रिज्या और व्यास में संबंध



बाईं ओर दी गई आकृति का निरीक्षण करो । नीचे दिए गए प्रश्नों के आधार पर विचार करो ।

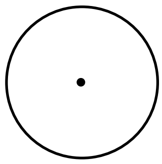
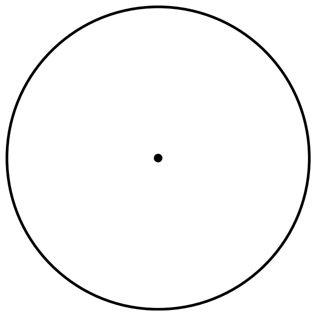
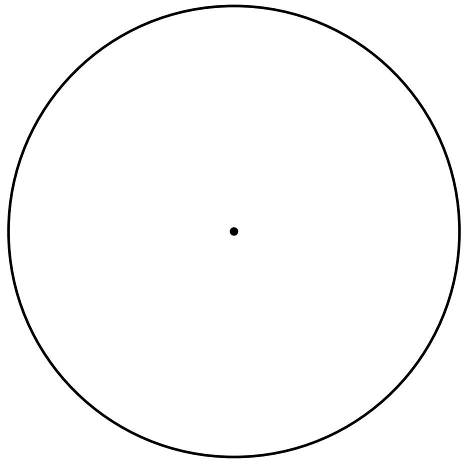
- आकृति में त्रिज्याएँ कौन-सी हैं ?
- व्यास AB कितनी त्रिज्याओं से मिलकर बना है?
- यदि इस वृत्त की त्रिज्या की लंबाई 3 सेमी हो, तो व्यास की लंबाई कितनी होगी?
- व्यास की लंबाई त्रिज्या की लंबाई की कितनी गुनी है ?

वृत्त का व्यास त्रिज्या की दुगुनी लंबाईवाला होता है ।

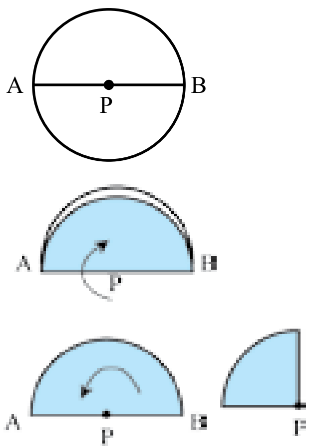
- यदि इसी वृत्त का दूसरा व्यास रेखाखंड CD खींचें, तो क्या इसकी लंबाई व्यास AB की लंबाई जितनी ही होगी?

एक वृत्त के सभी व्यास समान लंबाईवाले होते हैं ।

सत्यापन 1. : नीचे दिए गए वृत्तों की त्रिज्याएँ तथा व्यास पट्टी की सहायता से नापकर त्रिज्या और व्यास के संबंध का सत्यापन करो ।

आकृति			
त्रिज्या	1 सेमी		
व्यास	2 सेमी		

सत्यापन 2.



1. कागज पर एक वृत्त खींचकर वृत्ताकार कागज काट लो ।
2. वृत्त के केंद्र का नाम P रखो ।
3. वृत्त का व्यास खींचकर उसका नाम AB रखो । ध्यान दो कि PA तथा PB त्रिज्याएँ हैं ।
4. आकृति में दर्शाए अनुसार व्यास AB पर वृत्ताकार कागज मोड़ो ।
5. अब बिंदु P पर कागज को इस प्रकार मोड़ो कि बिंदु B बिंदु A से मिल जाए । त्रिज्या PA और त्रिज्या PB एक-दूसरे को पूर्णत: ढँक लेती हैं ।

इससे यह स्पष्ट होता है कि वृत्त की त्रिज्या, उसके व्यास AB की लंबाई की आधी होती है ।

प्रश्नसंग्रह 29

1. यदि वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी हो, तो उसका व्यास कितना होगा ?

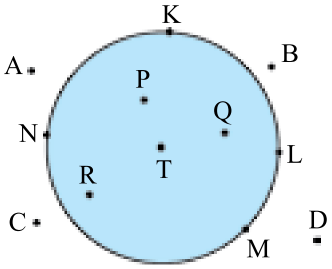
2. यदि वृत्त का व्यास 6 सेमी हो, तो उसकी त्रिज्या कितनी होगी ?

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति करके नीचे दी गई तालिका पूर्ण करो ।

त्रिज्या	4 सेमी		9 सेमी	
व्यास		16 सेमी		22 सेमी

❐ वृत्त का आंतरिक भाग और बाह्य भाग

हम मैदान में एक वृत्त खींचकर 'भीतर-बाहर' का खेल खेलते हैं । इस खेल में जो बच्चे वृत्त के भीतर होते हैं, उन्हें हम 'भीतर' कहते हैं और जो बच्चे वृत्त के बाहर होते हैं, उन्हें 'बाहर' कहा जाता है ।



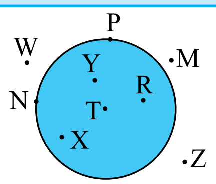
संलग्न आकृति में T केंद्र वाले वृत्त पर K, L, M, N बिंदु हैं ।

वृत्त के अंदर के भाग को वृत्त का आंतरिक भाग कहते हैं । संलग्न आकृति में रँगा हुआ भाग वृत्त का आंतरिक भाग है । बिंदु P, Q, R, T वृत्त के आंतरिक भाग के बिंदु हैं ।

वृत्त के बाहर के भाग को उस वृत्त का बाह्य भाग कहते हैं । बिंदु A, B, C, D वृत्त के बाह्य भाग में हैं ।

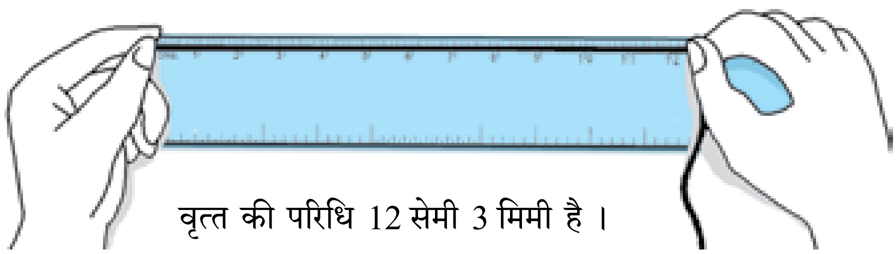
प्रश्नसंग्रह 30

आकृति में दिए गए वृत्त के आंतरिक भाग, बाह्य भाग तथा वृत्त पर स्थित बिंदुओं के नाम सारणी में लिखो ।

आकृति	आंतरिक भाग के बिंदु	बाह्य भाग के बिंदु	वृत्त पर स्थित बिंदु
			

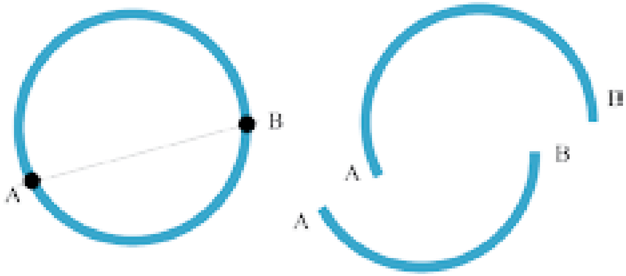
❐ वृत्त की परिधि

वृत्ताकार किनारेवाली एक कटोरी लो ।
कटोरी के चारों ओर धागे का एक फेरा लेकर धागे का वृत्त तैयार करो ।
लपेटा हुआ धागा बाहर निकालकर उसे सीधा करो ।
पट्टी की सहायता से सीधे किए गए इस धागे की लंबाई मापो । मिलने वाली यह लंबाई ही धागे से तैयार किए गए वृत्त की परिधि है ।



वृत्त की परिधि 12 सेमी 3 मिमी है ।

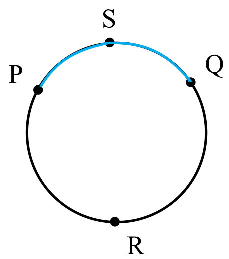
❑ वृत्त का चाप



बाईं ओरवाले चित्र में प्लास्टिक की एक वृत्ताकार चूड़ी दिखाई गई है ।

यदि यह चूड़ी बिंदु A और B पर टूट जाए, तो चित्र में दर्शाए अनुसार इस चूड़ी के दो भाग होंगे ।

ऐसे प्रत्येक भाग को **वृत्त का चाप** कहते हैं ।



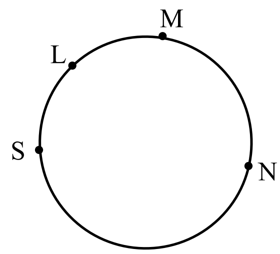
संलग्न आकृति में वृत्त पर P और Q दो बिंदु हैं । इन बिंदुओं के कारण वृत्त के दो भाग बन रहे हैं ।

ऐसे प्रत्येक भाग को **वृत्त का चाप** कहते हैं ।

इस प्रकार P और Q बिंदुओं के कारण दो चाप तैयार हुए हैं । बिंदु P और बिंदु Q प्रत्येक चाप के अंतबिंदु हैं ।

'चाप PQ' नाम से यह स्पष्ट नहीं होता कि यह दोनों चापों में से निश्चित रूप से किस चाप का नाम है । इसे समझने के लिए प्रत्येक चाप पर और एक अन्य बिंदु भी लेते हैं । इस बिंदु का उपयोग करके चाप को तीन अक्षरों द्वारा नाम देते हैं । आकृति में चाप PSQ और चाप PRQ, इन दोनों चापों के नाम हैं ।

प्रश्नसंग्रह 31

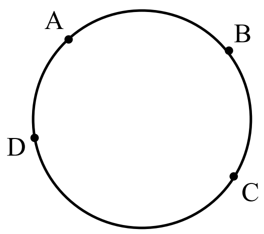


1. संलग्न आकृति में वृत्त पर S, L, M, N बिंदु हैं । आकृति के आधार पर पूछे गए प्रश्नों के उत्तर लिखो ।

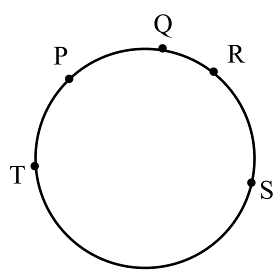
(1) जिन चापों के अंतबिंदु S और M हैं, उनके नाम लिखो ।

(2) जिन चापों के अंतबिंदु L और N हैं, उन चापों के नाम लिखो ।

2.



संलग्न आकृति में बिंदुओं A, B, C और D द्वारा तैयार होने वाले चापों के नाम लिखो ।



3. संलग्न वृत्त की आकृति के बिंदुओं P, Q, R, S और T द्वारा बनने वाले चापों के नाम लिखो ।

4. विभिन्न वृत्ताकार वस्तुओं की परिधियाँ नापो और लिखो ।
(सिलाई के काम में उपयोग में आने वाले टेप द्वारा परिधि नापने में सुविधा होती है ।)

✦✦✦

8. विभाज्य और विभाजक

दादा : मेरे पास 12 पेड़े हैं । कितने-कितने के समूह में पेड़े बाँटे जाँए कि एक भी पेड़ा न बचे ?

संजू : बाँटने का अर्थ है, भाग देना । एक भी पेड़ा शेष न रहे, अर्थात शेषफल 0 रहे ।

अंजू : 2 के पहाड़े में 12 आता है अर्थात दो-दो के समूह बनाए जा सकते हैं ।

मंजू : 3 के पहाड़े में 12 आता है अर्थात तीन-तीन के समूह बनाए जा सकते हैं ।

सागर : चार-चार के भी समूह बनाए जा सकते हैं ।

अनिता : क्या पाँच-पाँच के समूह बनाए जा सकते हैं ?

मंजू : नहीं, क्योंकि 5 के पहाड़े में 12 नहीं आता ।

अंजू : छह से बारह में भाग जाता है इसलिए छह-छह के भी समूह बनाए जा सकते हैं ।

मंजू : 7, 8, 9, 10 और 11 के समूह नहीं बनाए जा सकते, क्योंकि इन संख्याओं के पहाड़े में 12 नहीं आता।

संजू : 12 का 1 समूह बनाकर भी किसी एक को दिया जा सकता है । एक-एक पेड़ा 12 लोगों को भी बाँटा जा सकता है ।

दादा : अच्छा सोचा तुमने ! 1, 2, 3, 4, 6, 12 इन सभी संख्याओं से 12 में नि:शेष भाग जाता है अर्थात शेषफल शून्य बचता है ; इसलिए इन सबको 12 के **विभाजक** अथवा **गुणनखंड** कहते हैं । इसी प्रकार संख्याएँ 1, 2, 4, 8, 16 संख्या 16 के विभाजक या गुणनखंड हैं ।

प्रश्नसंग्रह 32

निम्नलिखित संख्याओं के सभी विभाजक लिखो ।

(1) 8 (2) 5 (3) 14 (4) 10 (5) 7 (6) 22 (7) 25 (8) 32 (9) 33

❒ विभाज्य

दादा : भाजक तथा भाज्य के अर्थ तुम जानते हो; परंतु विभाज्य का क्या अर्थ है, क्या यह जानते हो ?

अंजू : विभाज्य का क्या अर्थ है, यह मैं नहीं जानती; परंतु मुझे ऐसा लगता है कि उसका संबंध भाज्य के साथ होना चाहिए ।

दादा : उदाहरण द्वारा मैं समझाता हूँ । $20 \div 5$ यह भाग तुम्हें आता है न ?

अंजू : हाँ, यदि भाज्य 20 में भाजक 5 से भाग दें, तो भागफल 4 आता है और शेषफल शून्य बचता है।

दादा : जब भाजक से भाज्य में भाग देने पर शेषफल शून्य बचता है, तब उस भाज्य को **विभाज्य** कहते हैं । इसका अर्थ है, यहाँ संख्या 20, संख्या 5 से विभाज्य है । अब $21 \div 5$ का भाग देखो । 21 में 5 से भाग देने पर शेषफल 1 बचता है, इसका अर्थ है संख्या 21, संख्या 5 से विभाज्य नहीं है। दूसरे शब्दों में, जब भाग की क्रिया में शेषफल शून्य बचता है, तब भाजक को विभाजक और भाज्य को विभाज्य कहते हैं ।

अब बताओ 84 खड़ियाँ हैं, क्या इनके छह-छह के समूह बनेंगे ?

सूरज : मैं 6 से भाग देकर देखता हूँ । 84 में 6 से नि:शेष भाग जाता है और भागफल 14 आता है, अर्थात छह-छह के 14 समूह तैयार होंगे । यहाँ 84 विभाज्य और 6 विभाजक है ।

दादा : यदि खड़ियों की संख्या 6, 12, 18, 36, 84 जैसी हो, तो 6-6 के समूह बनाने पर खड़ियाँ समाप्त हो जाएँगी; अर्थात संख्याएँ 6, 12, 18, 36 और 84 संख्या 6 से विभाज्य हैं अथवा इन संख्याओं में 6 से नि:शेष भाग जाता है । खड़ियों की संख्या 6 से विभाज्य है या नहीं, यह जानने के लिए खड़ियों की संख्या में 6 से भाग देकर देखना चाहिए । यदि शेषफल 0 हो, तो वह संख्या 6 से विभाज्य होती है । 3 के पहाड़े में आने वाली प्रत्येक संख्या में 3 से नि:शेष भाग जाता है अथवा ये संख्याएँ 3 से विभाज्य होती हैं । इसी प्रकार 7 के पहाड़े में आने वाली सभी संख्याएँ 7 से विभाज्य होती हैं । 9 के पहाड़े में आने वाली सभी संख्याएँ 9 से विभाज्य होती हैं ।

हम व्यवहार में भी विभाज्यता की संकल्पना का उपयोग करते हैं । मैं कुछ प्रश्न पूछता हूँ । उसके आधार पर यह बात तुम्हारे ध्यान में आएगी ।

मेरे पास 200 मिलीलीटर का एक माप है। इसकी सहायता से क्या मैं 1 लीटर दूध नाप सकता हूँ ?

सूरज : 1 लीटर का अर्थ है 1000 मिली । $1000 = 200 \times 5$, अर्थात संख्या 1000 संख्या 200 से विभाज्य है, इसलिए 200 मिलीलीटर की धारितावाले नाप से 1 लीटर दूध नापा जा सकता है । 200 मिली के 5 मापों का अर्थ है 1 लीटर ।

दादा : 200 मिली की माप से क्या डेढ़ लीटर दूध नापा जा सकता है ?

अंजू : डेढ़ लीटर का अर्थ है 1500 मिली । संख्या 1500 संख्या 200 का गुणज नहीं है, अर्थात संख्या 1500 संख्या 200 से विभाज्य नहीं हैं; इसलिए 200 मिली की धारिता से डेढ़ लीटर दूध नहीं नापा जा सकता ।

दादा : मेरे पास 400 ग्राम चने हैं । मुझे 60-60 ग्राम वजनवाली चने की पुड़ियाँ बनानी हैं, तो क्या यह किया जा सकता है ?

अंजू : 400 के तुरंत बाद आने वाली और 60 से विभाज्य संख्या ज्ञात करनी होगी ।

दादा : कम-से-कम और कितने ग्राम चने लाए जाएँ कि 60 ग्राम की पुड़ियाँ पूरी-पूरी संख्या में बनाई जा सकें ।

अंजू : 400 के ठीक बाद में आने वाली और 60 से विभाज्य संख्या ज्ञात करनी पड़ेगी । $60 \times 6 = 360$, $60 \times 7 = 420$ इसलिए 20 ग्राम चना और लाना होगा ।

❐ विभाज्यता की कसौटियाँ

2 के पहाड़े का निरीक्षण करके यह देखो कि इकाई के स्थान पर कौन-कौन-से अंक आते हैं । इसी प्रकार वास्तविक भाग देकर यह देखो कि संख्याओं 52, 74, 80, 96, 98 में 2 से नि:शेष भाग जाता है । इसके आधार पर यह निर्धारित करने के लिए कौन-सा नियम प्राप्त होता है कि कोई संख्या 2 से विभाज्य है अथवा नहीं ।

अब 5 और 10 के पहाड़ों का निरीक्षण करो ।

ज्ञात करो कि 5 और 10 की विभाज्यता का कौन-सा नियम दिखाई देता है ।

2 से विभाज्यता की कसौटी :	यदि किसी संख्या के इकाई स्थान पर अंकों 0, 2, 4, 6, 8 में से कोई भी एक अंक हो, तो वह संख्या 2 से विभाज्य होती है, अर्थात उस संख्या में 2 से नि:शेष भाग जाता है ।
5 से विभाज्यता की कसौटी :	यदि किसी संख्या के इकाई स्थान पर अंकों 0, 5 में से कोई भी एक अंक हो, तो वह संख्या 5 से विभाज्य होती है ।
10 से विभाज्यता की कसौटी :	यदि किसी संख्या के इकाई स्थान पर 0 हो, तो वह संख्या 10 से विभाज्य होती है ।

प्रश्नसंग्रह 33

1. (1) 2 से विभाज्य तथा तीन अंकवाली पाँच संख्याएँ लिखो ।

(2) तीन अंकवाली ऐसी पाँच संख्याएँ लिखो, जो 5 से विभाज्य हों ।

(3) तीन अंकवाली ऐसी पाँच संख्याएँ लिखो, जो 10 से विभाज्य हों ।

2. ऐसी पाँच संख्याएँ लिखो जो 2 और 3 , दोनों संख्याओं से विभाज्य हों ।

3. 3 मीटर लंबा एक फीता है । क्या उसके ऐसे टुकड़े किए जा सकते हैं कि प्रत्येक टुकड़े की लंबाई 50 सेमी हो ? कारण लिखो ।

4. 3 मीटर लंबा एक फीता है । इस फीते द्‌वारा 40 सेमी लंबे 8 टुकड़े बनाने हों तो कितनी लंबाईवाला फीता कम पड़ेगा ?

5. नीचे दी गई सारिणी में यदि दी गई संख्या में दिए गए भाजक से नि:शेष भाग जाता हो, तो '✓' चिह्न और यदि भाग न जाता हो, तो '×' चिह्न लगाओ ।

भाजक / संख्याएँ	2	5	10
15	×	✓	×
30			
34			
46			

भाजक / संख्याएँ	2	5	10
55			
63			
70			
84			

❒ अभाज्य संख्याए और भाज्य संख्याएँ

नीचे की तालिका में कुछ संख्याएँ दी गई हैं । इन संख्याओं के सभी विभाजक लिखो ।

संख्याएँ	विभाजक
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	
6	

संख्याएँ	विभाजक
11	
12	
16	
19	
25	

दादा : तालिका से क्या निष्कर्ष निकलता है ?

अजय : 1 प्रत्येक संख्या का एक विभाजक होता ही है । कुछ संख्याओं के केवल दो विभाजक हैं । 1 और स्वयं वह संख्या । जिस प्रकार 3 के विभाजक 1 और 3 ही हैं, उसी प्रकार 2 के विभाजक 1 और 2 तथा 19 के विभाजक 1 और 19 ही हैं । कुछ संख्याओं के दो से अधिक विभाजक हैं ।

दादा : 2, 3, 19 जैसी केवल दो विभाजकोंवाली संख्याओं को अभाज्य संख्या कहते हैं ।

जिस संख्या के 1 और स्वयं वह संख्या, ये दो ही विभाजक होते हैं, उसे अभाज्य संख्या कहते हैं ।

अजय : 4, 6, 16 जैसी संख्याओं के दो से अधिक विभाजक होते हैं, तो इन संख्याओं को क्या कहेंगे ?

दादा : 4, 6, 16 जैसी संख्याओं को भाज्य संख्या कहते हैं ।

जिस संख्या के दो से अधिक विभाजक होते हैं, उसे भाज्य संख्या कहते हैं ।

दादा : संख्या 1, भाज्य संख्या है अथवा अभाज्य, इस पर विचार करो और बताओ ।

अजय : संख्या 1 का केवल एक विभाजक 1 है, इसलिए मुझे लगता है कि वैसा नहीं कह सकते ।

दादा : बिल्कुल ठीक । संख्या 1 को अभाज्य संख्या नहीं मानते और भाज्य संख्या भी नहीं मानते ।

संख्या 1 न तो भाज्य संख्या है और न अभाज्य ।

प्रश्नसंग्रह 34

(1) 1 से 20 तक की संख्याओं में से सभी अभाज्य संख्याएँ लिखो ।

(2) 21 से 50 तक की संख्याओं में से सभी भाज्य संख्याएँ लिखो ।

(3) निम्नलिखित संख्याओं में से अभाज्य संख्याओं के चारों ओर ○ का चिह्न बनाओ ।

22, 37, 43, 48, 53, 60, 91, 57, 59, 77, 79, 97, 100

(4) अभाज्य संख्याओं में सम संख्याएँ कौन-सी हैं ?

❒ सहअभाज्य संख्याएँ

दादा : 12 तथा 18 के सभी विभाजक बताओ ।

अंजू : मैं 12 के विभाजक बताती हूँ : 1, 2, 3, 4, 6, 12

मंजू : मैं 18 के विभाजक बताती हूँ : 1, 2, 3, 6, 9, 18

दादा : अब 12 तथा 18 दोनों संख्याओं के सामान्य विभाजक ज्ञात करो ।

अंजू : सामान्य विभाजक किसे कहते हैं ?

दादा : 1, 2, 3, 6 ये सभी विभाजक दोनों समूहों में हैं अर्थात 1, 2, 3, 6 ये चारों संख्याएँ, 12 तथा 18 के सामान्य विभाजक हैं । अब 10 और 21 के विभाजक बताओ ।

संजू : 10 के विभाजक : 1, 2, 5, 10

मंजू : 21 के विभाजक : 1, 3, 7, 21

दादा : विभाजकों के दोनों समूहों में कौन-से विभाजक सामान्य हैं ?

संजू : केवल एक ही विभाजक 1 सामान्य है ।

दादा : जिन दो संख्याओं का केवल एक सामान्य विभाजक '1' होता है, उन्हें **सहअभाज्य संख्याएँ** कहते हैं, इसलिए 10 तथा 21 सहअभाज्य संख्याएँ हैं । 12 तथा 18 के सामान्य विभाजक 1, 2, 3, 6 हैं अर्थात एक से अधिक विभाजक हैं । इसलिए 12 तथा 18 सहअभाज्य संख्याएँ नहीं हैं ।
अब देखो, क्या 8 और 10 सहअभाज्य संख्याएँ हैं ?

मंजू : 8 के विभाजक 1, 2, 4, 8 और 10 के विभाजक 1, 2, 5, 10 हैं । इन दोनों संख्याओं के दो विभाजक 1 और 2 सामान्य हैं इसलिए 8 और 10 सहअभाज्य संख्याएँ नहीं हैं ।

प्रश्नसंग्रह 35

यह निर्धारित करो कि क्या नीचे दी गई जोड़ियों की संख्याएँ सहअभाज्य संख्याएँ हैं ।

(1) 22, 24 (2) 14, 21 (3) 10, 33 (4) 11, 30

(5) 5, 7 (6) 15, 16 (7) 50, 52 (8) 17, 18

उपक्रम 1 :
- 1 से 60 तक की संख्याएँ लिखो ।
- जो संख्याएँ 2 से विभाज्य हों, उन संख्याओं के चारों ओर नीले रंगवाले वृत्त बनाओ ।
- जो संख्याएँ 4 से विभाज्य हों, उनके चारों ओर लाल रंगवाले वृत्त बनाओ ।
- जिन संख्याओं के चारों ओर नीले रंगवाले वृत्त हैं, क्या उन सभी संख्याओं के चारों ओर लाल रंगवाले वृत्त भी हैं ?
- जिन संख्याओं के चारों ओर लाल रंगवाले वृत्त हैं, क्या उन सभी संख्याओं के चारों ओर नीले रंगवाले वृत्त भी हैं ?
- जो संख्याएँ 2 से विभाज्य हैं, क्या वे सभी संख्याएँ 4 से भी विभाज्य हैं ?
- जो संख्याएँ 4 से विभाज्य हैं, क्या वे सभी संख्याएँ 2 से भी विभाज्य हैं ?

उपक्रम 2 :
- 1 से 60 तक की संख्याएँ लिखो ।
- उनमें से 2 से विभाज्य संख्याओं के चारों ओर त्रिभुज बनाओ ।
- अब 3 से विभाज्य संख्याओं के चारों ओर वृत्त बनाओ ।
- अब 6 से विभाज्य संख्याएँ ज्ञात करो । निरीक्षण करो । बताओ, क्या इससे कोई गुणधर्म ध्यान में आता है ?

❒ अभाज्य संख्याएँ ज्ञात करने की इराटोस्थेनिस की विधि

ईसवी सन के लगभग 250 वर्ष पूर्व ग्रीस (यूनान) में इराटोस्थेनिस नामक एक गणितज्ञ हुआ था । उसने अभाज्य संख्या ज्ञात करने की एक विधि की खोज की । इसे **इराटोस्थेनिस की चालनी विधि** कहते हैं । अब यह देखो कि इस विधि से 1 से 100 तक की अभाज्य संख्याएँ कैसे ज्ञात करते हैं ।

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

○ 1 भाज्य संख्या नहीं है और अभाज्य संख्या भी नहीं है । इसके चारों ओर ☐ चिह्न बनाओ ।

○ 2 अभाज्य संख्या है, इसलिए इसके चारों ओर वृत्त बनाओ ।

○ इसके बाद 2 से विभाज्य सभी संख्याओं पर रेखा (तिरछी पाई) खींचकर उन्हें काट दो । इससे यह ध्यान में आता है कि लगभग आधी से अधिक संख्याएँ अभाज्य नहीं होती ।

- 2 के बाद आने वाली तथा न कटी हुई पहली संख्या 3 है । यह अभाज्य संख्या है ।
- 3 के चारों ओर वृत्त बनाओ । 3 से विभाज्य सभी संख्याएँ तिरछी पाई खींचकर काट दो ।
- 3 के बाद की न कटी हुई पहली संख्या 5 है । यह अभाज्य संख्या है ।
- 5 के चारों ओर वृत्त बनाओ । 5 से विभाज्य सभी संख्याएँ तिरछी पाई खींचकर काट दो ।
- 5 के बाद न कटी हुई पहली संख्या 7 है । यह अभाज्य संख्या है ।
- 7 के चारों ओर वृत्त बनाओ । 7 से विभाज्य सभी संख्याएँ तिरछी पाई खींचकर काट दो ।

इसी प्रकार क्रमश: कृति करने पर अंत में पता चलेगा कि 1 से 100 में से 1 को छोड़कर प्रत्येक संख्या के चारों ओर या तो वृत्त होगा अथवा वह संख्या कटी हुई होगी । जिन संख्याओं के चारों ओर वृत्त खींचे गए हैं, वे सभी संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं । कटी हुई सभी संख्याएँ भाज्य संख्याएँ हैं ।

अभाज्य संख्याएँ ज्ञात करने की एक और विधि

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-

- संलग्न तालिका में ध्यान से देखो कि 1 से 36 तक की संख्याएँ छह स्तंभों में किस प्रकार लिखी गई हैं। इसी प्रकार 102 तक की संख्याएँ छह स्तंभों में लिखो ।
- अब देखो, 2, 3, 4 तथा 6 के स्तंभों की 2 तथा 3 अभाज्य संख्याओं को छोड़कर अन्य सभी संख्याएँ भाज्य संख्याएँ हैं, इसलिए बची हुई सभी अभाज्य संख्याएँ 1 तथा 5 के स्तंभों में ही होंगी । अब उन्हें ज्ञात करना आसान हो गया न ? वे संख्याएँ ज्ञात करो ।

अतिरिक्त जानकारी के लिए

- जिन अभाज्य संख्याओं में 2 का अंतर होता है, उन्हें युगल अभाज्य संख्याएँ कहते हैं । 3 तथा 5, 5 तथा 7, 29 तथा 31, 71 तथा 73 युगल अभाज्य संख्याओं की कुछ जोड़ियाँ हैं । इसी प्रकार 5347421 और 5347423 भी युगल अभाज्य संख्याओं की एक जोड़ी है ।
- 1 से 100 तक की संख्याओं में युगल अभाज्य संख्याओं की ऐसी कुल आठ जोड़ियाँ हैं । यह जाँच करके देखो ।
- ईसवी सन के लगभग 300 वर्ष पूर्व यूनान में युक्लिड नामक एक गणितज्ञ हुआ था । उसने सिद्ध किया कि अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7,.............., के क्रम में लिखते जाने पर उनकी सूची कभी भी समाप्त नहीं होगी, अर्थात अभाज्य संख्याएँ असंख्य हैं ।

9. दशमलव भिन्न

सौमित्र : सर, आज मैंने औषधि के एक खोखे पर MRP ₹ 24.50 लिखा हुआ देखा । इसका क्या अर्थ है ?

सर : इसका अर्थ है, विक्रेता उस औषधि का मूल्य अधिक-से-अधिक 24 रुपये 50 पैसे ले सकता है ।

रेखा : परंतु '₹ 24.50' का अर्थ 'चौबीस रुपये पचास पैसे' कैसे होता है ?

सर : यह 24.50 जैसा लेखन दाशमिक प्रणाली में किया गया है । इसलिए तुम्हें अपने प्रश्न का उत्तर जानने के लिए पहले दशमलव भिन्न और उसे लिखने की एक अलग विधि (प्रणाली) समझनी पड़ेगी ।

❒ दशमलव भिन्न

जिन भिन्नों के हर 10, 100, 1000 अर्थात 10 अथवा 10 के दस-दस गुने के रूप में होते हैं, उन्हें दशमलव भिन्न कहते हैं । जैसे, $\frac{5}{10}$, $\frac{68}{100}$, $\frac{285}{100}$ इत्यादि । ये भिन्न अंश-हर रूप में लिखे गए हैं ।

इन भिन्नों को अलग विधि (प्रणाली) से भी लिखने की सुविधा है । यह विधि (प्रणाली) समझने के लिए अपनी संख्या लेखन विधि (प्रणाली) पर ध्यान दो । इस विधि (प्रणाली) में हम क्रमश: दहाई, सैकड़ा, हजार जैसे दस-दस गुना होते जाने वाले स्थानों का निर्माण करते हैं । जैसे, 10 इकाइयों की 1 दहाई, 10 दहाइयों का 1 सैकड़ा इत्यादि ।

अब हम इसके विपरीत विचार करते हैं । यदि एक सैकड़े के 10 समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग 1 दहाई होता है । दहाई का स्थान सैकड़े से लगा हुआ उसकी दाईं ओर है । यदि एक दहाई के दस समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग 1 इकाई होता है । इसका स्थान दहाई से लगकर उसकी दाईं ओर है ।

इसी प्रकार यदि 1 इकाई के 10 समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ होगा । इसके लिए इकाई के स्थान की दाईं ओर स्थान का निर्माण करते हैं । $\frac{1}{10}$ का अर्थ है, 'एक बटे दस' अर्थात 'एक दशांश' (दश का अर्थ है 10 और अंश का अर्थ भाग, इसलिए दशांश का अर्थ है दसवाँ भाग); इसलिए इस स्थान को दशांश स्थान कहते हैं ।

❒ दशमलव चिह्न

दशांश के स्थान का निर्माण भिन्न लेखन के लिए करते हैं । संख्या का लेखन करते समय संख्या के पूर्णांक भाग के समाप्त होने के चिह्न के रूप में पूर्णांक के अंतिम अंक के बाद '·' जैसा लिखते हैं । इस चिह्न को **दशमलव बिंदु** कहते हैं । दशमलव बिंदु का उपयोग करके भिन्न $8\frac{5}{10}$ को 8.5 के रूप में लिखते हैं । इसका वाचन इस प्रकार करते हैं : आठ दशमलव पाँच ।

$20\frac{3}{10}$ का लेखन 20.3 के रूप में करते हैं ।

भिन्न 'सात दशांश' का लेखन '$\frac{7}{10}$' और '0.7' दोनों प्रकार से किया जा सकता है । इनमें से '$\frac{7}{10}$' लेखन की व्यावहारिक प्रणाली है और '0.7' दशमलव (दाशमिक) प्रणाली है ।

प्रश्नसंग्रह 36

निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव (दाशमिक) प्रणाली में लिखो और पढ़ो ।

(1) $3\frac{9}{10}$ (2) $1\frac{4}{10}$ (3) $5\frac{3}{10}$ (4) $\frac{8}{10}$ (5) $\frac{5}{10}$

❒ सैकड़े का स्थान

यदि भिन्न $\frac{1}{10}$ के 10 समान भाग करें, तो प्रत्येक भाग $\frac{1}{100}$ अर्थात एक शतांश होता है, इसलिए 1 दशांश = 10 शतांश ; अथवा ·1 = ·10 ; $\frac{1}{100}$ में 10 से गुणा करने पर भिन्न $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ प्राप्त होता है इसलिए दशांश स्थान से लगकर उसकी दाईं ओर शतांश का स्थान बनाया जाता है । शतांश का स्थान तैयार करके भिन्न $\frac{14}{100}$ को 0.14 के रूप में लिखा जाता है ।

$$\frac{14}{100} = \frac{10+4}{100} = \frac{10}{100} + \frac{4}{100} = \frac{1}{10} + \frac{4}{100}$$

इसलिए $\frac{14}{100}$ का दशमलव रूप में लेखन करते समय दशांश के स्थान पर 1 और शतांश के स्थान पर 4 आता है।

शून्य पूर्णांक चौदह शतांश, अथवा सुविधा के लिए इस भिन्न का लेखन 0.14 के रूप में और वाचन इस तरह करते हैं : 'शून्य दशमलव एक चार' । इसी प्रकार $6\frac{57}{100}$ का लेखन 6.57 और $50\frac{71}{100}$ का लेखन 50.71 के रूप में किया जाता है ।

$\frac{3}{100}$ का लेखन करते समय यह ध्यान में रखकर कि **दशांश के स्थान पर कुछ नहीं है,** उस स्थान पर अंक 0 लिखना पड़ता है, अर्थात $\frac{3}{100}$ का लेखन 0.03 के रूप में होता है ।

नीचे दी गई सारिणी में कुछ दशमलव भिन्नों का लेखन तथा वाचन दिखाया गया है । इनका अध्ययन करो।

व्यावहारिक भिन्न	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	दशमलव भिन्न के रूप में लेखन	वाचन
$7\frac{5}{10}$		7	5		7.5	सात दशमलव पाँच
$7\frac{5}{100}$		7	0	5	7.05	सात दशमलव शून्य पाँच
$\frac{82}{100}$		0	8	2	0.82	शून्य दशमलव आठ दो
$25\frac{6}{100}$	2	5	0	6	25.06	पचीस दशमलव शून्य छह

प्रश्नसंग्रह 37

निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में लिखो और पढ़ो ।

(1) $9\frac{1}{10}$ (2) $9\frac{1}{100}$ (3) $4\frac{53}{100}$ (4) $\frac{78}{100}$ (5) $\frac{5}{100}$ (6) $\frac{5}{10}$ (7) $\frac{2}{10}$ (8) $\frac{20}{100}$

❒ दशमलव भिन्न के अंकों के स्थानीय मान

हम पूर्णांक संख्याओं के अंकों के स्थानीय मान ज्ञात करना जानते हैं । इसी विधि से दशमलव भिन्न के अंकों के स्थानीय मान भी ज्ञात किए जा सकते हैं ।

उदा. (1) संख्या 73.82 में अंक 7 का स्थानीय मान $7 \times 10 = 70$ और अंक 3 का स्थानीय मान $3 \times 1 = 3$, इसी प्रकार अंक 8 का स्थानीय मान $8 \times \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = 0.8$ और अंक 2 का स्थानीय मान $2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100} = 0.02$

उदा. (2) संख्या 210.86 के अंकों के स्थानीय मान

अंक	2	1	0	8	6
स्थान	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
स्थानीय मान	2×100 = 200	1×10 = 10	0 = 0	$8 \times \frac{1}{10}$ = 0.8	$6 \times \frac{1}{100}$ = 0.06

प्रश्नसंग्रह 38

नीचे दिए गए भिन्न पढ़ो और उसके प्रत्येक अंक का स्थानीय मान लिखो ।

(1) 6.13 (2) 48.84 (3) 72.05 (4) 3.4 (5) 0.59

❒ दशमलव भिन्न का उपयोग

सर : अब हम यह देखेंगे कि '24.50 रुपये का अर्थ 24 रुपये 50 पैसे' कैसे है । एक पैसा अर्थात कितने रुपये ?

सौमित्र : 100 पैसे अर्थात 1 रुपया, इसलिए 1 पैसा अर्थात 1 शतांश रुपया अर्थात 0.01 रुपया ।

सर : और 50 पैसे अर्थात ?

सौमित्र : 50 शतांश रुपया, अर्थात 0.50 रुपया, इसलिए 24.50 रुपये अर्थात 24 रुपये 50 पैसे ।

सर : जब किसी राशि की बड़ी इकाई का 10 अथवा 100 भाग करके छोटी इकाइयाँ निर्धारित की जाती हैं, तब उस राशि का दाशमिक प्रणाली में लेखन करना बहुत ही सुविधाजनक होता है । जैसे, अब हम देखें, 100 पैसे = 1 रुपया, वैसे 100 सेमी = 1 मीटर, इसलिए 75 सेमी अर्थात 0.75 मी ।
10 मिलीमीटर = 1 सेंटीमीटर, इसलिए 1 मिमी अर्थात 0.1 सेमी. 3 मिमी अर्थात 0.3 सेमी; 6.3 सेमी अर्थात 6 सेमी 3 मिमी ।

अब नीचे दी गई सारिणी का अध्ययन करो ।

100 पैसे = 1 रुपया	100 सेमी = 1 मी
1 पैसा = $\frac{1}{100}$ रुपया = 0.01 रुपया	1 सेमी = $\frac{1}{100}$ मी = 0.01 मी
50 पैसे = $\frac{50}{100}$ रुपया = 0.50 रुपया	25 सेमी = $\frac{25}{100}$ मी = 0.25 मी
75 पैसे = $\frac{75}{100}$ रुपया = 0.75 रुपया	60 सेमी = $\frac{60}{100}$ मी = 0.60 मी = 0.6 मी

1 रुपया	=	100 पैसे	1 मी	=	100 सेमी
5 रुपये	=	500 पैसे	8 मी	=	800 सेमी
0.50 रुपया	=	0.5 रुपया = 50 पैसे	0.3 मी	=	30 सेमी
0.07 रुपया	=	7 पैसे	0.40 मी	=	40 सेमी
4.5 रुपये	=	4 रुपये 50 पैसे	2.65 मी	=	2 मी 65 सेमी
17.65 रुपये	=	17 रुपये 65 पैसे	14.9 मी	=	14 मी 90 सेमी

प्रश्नसंग्रह 39

1. लिखो, कितने रुपये कितने पैसे ?

(1) ₹ 58.43 (2) ₹ 9.30 (3) ₹ 2.30 (4) ₹ 2.3

2. दशमलव (दाशमिक) प्रणाली में लिखो, कितने रुपये ?

(1) 6 रुपये 25 पैसे (2) 15 रुपये 70 पैसे (3) 8 रुपये 5 पैसे (4) 22 रुपये 4 पैसे (5) 720 पैसे

3. लिखो, कितने मीटर और कितने सेंटीमीटर ?

(1) 58.75 मी (2) 9.30 मी (3) 0.30 मी (4) 0.3 मी
(5) 1.62 मी (6) 91.4 मी (7) 7.02 मी (8) 0.09 मी

4. दशमलव (दाशमिक) प्रणाली में लिखो, कितने मीटर ?

(1) 1 मी 50 सेमी (2) 50 मी 40 सेमी (3) 50 मी 4 सेमी (4) 734 सेमी
(5) 10 सेमी (6) 2 सेमी

5. लिखो, कितने सेमी और कितने मिमी ?

(1) 6.9 सेमी (2) 20.4 सेमी (3) 0.8 सेमी (4) 0.5 सेमी

6. दशमलव (दाशमिक) प्रणाली में लिखो, कितने सेमी ?

(1) 7 सेमी 1 मिमी (2) 16 मिमी (3) 144 मिमी (4) 8 मिमी

❐ आधा, पाव, पौन, सवा आदि का दशमलव भिन्न में लेखन

हम व्यावहारिक भिन्न में 'आधा' का लेखन $\frac{1}{2}$ के रूप में करते हैं । इसी भिन्न का लेखन दशमलव प्रणाली में करने के लिए $\frac{1}{2}$ को ऐसे तुल्य भिन्न में रूपांतरित करना होगा, जिसका हर 10 हो ।

$\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10}$ इसलिए, $\frac{1}{2}$ का दशमलव भिन्न में लेखन $\frac{5}{10}$ अथवा 0.5 के रूप में होता है ।

ध्यान दो, आधा = $\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10} = 0.5$ इसी प्रकार $\frac{1}{2} = \frac{1\times50}{2\times50} = \frac{50}{100} = 0.50$

इसलिए 'आधा' का लेखन दशमलव भिन्न में 0.5 अथवा 0.50 के रूप में भी किया जा सकता है ।

व्यावहारिक भिन्न के रूप में 'पाव' और 'पौन' का लेखन क्रमशः $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ के रूप में करते हैं । आओ, इन्हें दशमलव भिन्न में रूपांतरित करें; 4 के पहाड़े में 10 नहीं आता। इसलिए भिन्नों $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ को '10' हर वाले भिन्नों में रूपांतरित नहीं किया जा सकता । परंतु $4 \times 25 = 100$, इसलिए हर को 100

के रूप में परिवर्तित किया जा सकता है।

पाव $= \frac{1}{4} = \frac{1\times25}{4\times25} = \frac{25}{100} = 0.25$ और पौन $= \frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100} = 0.75$

सवा $= 1\frac{1}{4} = 1.25$ डेढ़ $= 1\frac{1}{2} = 1.50 = 1.5$

पौने दो $= 1\frac{3}{4} = 1.75$ साढ़े सत्रह $= 17\frac{1}{2} = 17.50 = 17.5$

प्रश्नसंग्रह 40

निम्नलिखित भिन्नों का लेखन दशमलव भिन्न के रूप में करो :

(1) ढाई (2) सवा दो (3) पौने तीन (4) साढ़े दस

(5) पौने पंद्रह (6) सवा सोलह (7) साढ़े अट्ठाईस

❒ दशमलव भिन्नों का जोड़

सर : माना, एक पेंसिल का मूल्य ढाई रुपये और एक कलम का मूल्य साढ़े चार रुपये है, तो इनका कुल मूल्य कितना है ?

सौमित्र : ढाई रुपये अर्थात दो और आधा रुपया; साढ़े चार रुपये अर्थात चार और आधा रुपया । 4 रुपये और 2 रुपये मिलकर हुए 6 रुपये और दो आधे रुपये मिलकर हुआ 1 रुपया,
इसलिए दोनों वस्तुओं का कुल मूल्य 6 + 1 अर्थात 7 रुपये ।

सर : बिल्कुल सही ! अब देखो यही जोड़ दशमलव प्रणाली में कैसे किया गया है । शतांश स्थान के शून्यों का योगफल 0 आया ।

$0.5 + 0.5$ अर्थात $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{5+5}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1} = 1$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 2.50 \\ +\ 4.50 \\ \hline 7.00 \end{array}$$

यह 1 हासिल के रूप में इकाई के स्थान पर रखा गया । योगफल में दशांश के स्थान पर कुछ नहीं है, इसलिए इस स्थान पर शून्य लिखेंगे । इकाई के स्थानवाले 2 + 4 = 6 धन हासिल का 1 = 7 ; इसलिए 2.50 रुपये और 4.50 रुपये का योगफल हुआ 7.00 रुपये ।

पूर्णांक संख्याओं के लेखन के लिए हम दाशमिक प्रणाली का उपयोग करते हैं । इसी प्रणाली का विस्तार करके दशमलव भिन्न भी लिखते हैं । इसलिए हम जिस तरह पूर्णांक जोड़ते हैं, ठीक उसी तरह दशमलव भिन्न भी जोड़े जा सकते हैं ।

अब मैं जोड़ के कुछ और उदाहरण हल करके दिखाता हूँ । इनका अध्ययन करो ।

(1) $\begin{array}{r} 3.7 \\ +\ 12.2 \\ \hline 15.9 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 6.8 \\ +\ 5.5 \\ \hline 12.3 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 16.9 \\ +\ 7.5 \\ \hline 24.4 \end{array}$

सौमित्र : पहले जोड़ में हासिल नहीं आया । दूसरे तथा तीसरे जोड़ में हासिल है ।

रेखा : पूर्णांकों को जोड़ते समय हम इकाई में इकाई पहले जोड़ते हैं; परंतु यहाँ पहले दशांश में दशांश जोड़ते हैं । दूसरे उदाहरण में दशांश स्थान के अंकों का योगफल 13 आया है । 13 दशांश का अर्थ है 10 दशांश + 3 दशांश = 1 इकाई + 3 दशांश ।

सौमित्र : इसलिए इस जोड़ के दशांश के स्थान पर अंक 3 बचा और 1 इकाई हासिल के रूप में इकाई स्थान पर गई । योगफल 6 + 5 तथा हासिल 1 के मिलने से 12 आया ।

सर : तुम्हारा निरीक्षण बिल्कुल सही है । पूर्णांकों को जोड़ते समय जिस प्रकार हम दी गई संख्याओं के अंक उनके स्थान ध्यान में रखकर एक के नीचे एक लिखते हैं, उसी प्रकार यहाँ भी लिखा जाता है । संख्याएँ लिखते समय और उनके योगफल में भी यह ध्यान में रखो कि दशमलव बिंदु एक के नीचे एक आना चाहिए ।

✤ नीचे दिए गए जोड़ का अध्ययन करो । (ध्यान में रखो : 10 दशांश = 1 इकाई; 10 शतांश = 1 दशांश)

उदा. (1) जोड़ो : 7.09 + 54.93

	1	1		1	
		7	.	0	9
+	5	4	.	9	3
	6	2	.	0	2

पहले शतांश के स्थानवाले अंकों का जोड़ (योग) ज्ञात किया । 9 + 3 =12 शतांश के स्थानवाले 12 का हासिल 1 दशांश के स्थान पर लाया तथा अंक 2 शतांश स्थान पर लिखो । दशांश के स्थान के पहले का 9 और हासिल 1 मिलकर 10 हुआ । 10 दशांश अर्थात 1 इकाई । यह 1 हासिल के रूप में इकाई स्थान पर लाया । योगफल में दशांश के स्थान पर कुछ नहीं बचा इसलिए 0 लिखा गया । इस प्रकार जोड़ की क्रिया पूरी हुई ।

उदा. (2) जोड़ो : 45.83 + 167.4

  4 5 . 8 3
+ 1 6 7 . 4

		1	1	1		
			4	5	.	8	3
+	1	6	7	.	4	0
	2	1	3	.	2	3

संख्याओं का इस प्रकार विन्यास किया कि अंकों के स्थान और दशमलव चिह्न एक के नीचे एक आएँ ।

$\frac{4}{10} = \frac{4\times10}{10\times10} = \frac{40}{100}$, इसलिए भिन्नों के हर समान होने के लिए 167.4 को 167.40 के रूप में लिखने के बाद दोनों भिन्नों का योग ज्ञात किया ।

हमेशा की तरह सबसे कम स्थानीय मानवाले अंकों का जोड़ ज्ञात करके क्रमश: बड़े स्थानीय मानों के अंकों का जोड़ ज्ञात किया ।

उदा. (3)

  10 . 46 रुपये
+ 35 . 92 रुपये
  46 . 38 रुपये

उदा. (4)

  48 . 80 मी
+ 2 . 57 मी
  51 . 37 मी

उदा. (5)

  7 . 5 सेमी
+ 14 . 2 सेमी
+ 9 . 6 सेमी
  31 . 3 सेमी

प्रश्नसंग्रह 41

1. दशमलव भिन्न में रूपांतरित करके निम्नलिखित संख्याएँ जोड़ो ।

(1) डेढ़ मीटर और ढाई मीटर (2) पौने पाँच रुपये और सवा सात रुपये

(3) साढ़े छह मीटर और पौने तीन मीटर

2. (1) 23.4 + 87.9 (2) 35.74 + 816.6 (3) 6.95 + 74.88 (4) 41.03 + 9.98

3. (1) 51.4 सेमी + 68.5 सेमी (2) 94.7 मी + 1738.45 मी (3) 5158.75 रुपये + 841.25 रुपये

❒ दशमलव भिन्नों का घटाव

नीचे दिए गए दशमलव भिन्नों के घटाव का अध्ययन करो ।

```
  15.41
−  8.58
───────
   6.83
```

दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
	14	13	
0	4	3	11
− ~~1~~	~~5~~ .	~~4~~	1
	8 .	5	8
0	6 .	8	3

1 शतांश में से 8 शतांश नहीं घटता, इसलिए 4 दशांश में से 1 दशांश लेकर उसका 10 शतांश बनाया । यह 10 और पहले का 1 मिलकर 11 शतांश हुए । इन 11 शतांशों में से 8 शतांश घटा दिए, तो 3 शतांश बचे । बाद के स्थानों के लिए इसी तरह कृति करके घटाव का यह प्रश्न हल किया ।

प्रश्नसंग्रह 42

1. घटाओ ।

(1) 25.74 – 13.42 (2) 206.35 – 168.22 (3) 63.4 – 31.8 (4) 63.43 – 31.8
(5) 63.4 – 31.83 (6) 8.23 – 5.45 (7) 18.23 – 9.45 (8) 78.03 – 41.65

2. वृंदा की ऊँचाई 1.48 मी थी । एक वर्ष के बाद उसकी ऊँचाई 1.53 मी हो गई । एक वर्ष में उसकी ऊँचाई कितने सेमी बढ़ गई ?

अधिक जानकारी के लिए

❒ मापन की दाशमिक इकाइयाँ (मात्रक)

दूरी, द्रव्यमान (वजन) और आयतन (घनफल) का मापन करना हमारी दैनिक आवश्यकताएँ हैं । मापन के लिए हम आवश्यकतानुसार छोटी-बड़ी इकाइयों का उपयोग करते हैं । दूरी के लिए किलोमीटर, मीटर, सेंटीमीटर; आयतन (घनफल) के लिए लीटर, मिलीलीटर और द्रव्यमान के लिए किलोग्राम, ग्राम आदि इकाइयाँ (मात्रक) नित्य उपयोग में लाई जाती हैं ।

ये सभी इकाइयाँ दाशमिक मापन प्रणाली की इकाइयाँ हैं । इस प्रणाली में द्रव्यमान, दूरी और आयतन के लिए क्रमशः ग्राम, मीटर और लीटर को मूल इकाइयाँ मानते हैं । इनसे बनने वाली बड़ी इकाइयाँ इनके 10-10 गुने से बढ़ती हैं तथा छोटी इकाइयाँ $\frac{1}{10}$ गुने से छोटी होती (घटती) जाती हैं ।

नीचे दी गई इन इकाइयों की तालिका देखो ।

राशि	किलो (हजार)	हेक्टो (सैकड़ा)	डेका (दहाई)	मापन की मूल इकाई	डेसी (दशांश)	सेंटी (शतांश)	मिली (हजारांश)
दूरी	1 किमी = 1000 मी	1 हेक्टोमीटर = 100 मी	1 डेकामीटर = 10 मी	मीटर	1 डेसीमीटर = $\frac{1}{10}$ मी	1 सेंटीमीटर = $\frac{1}{100}$ मी	1 मिलीमीटर = $\frac{1}{1000}$ मी
द्रव्यमान				ग्राम			
आयतन				लीटर			

किलो, हेक्टो, ... मिली जैसे शब्दों के मूल शब्द ग्रीक अथवा लैटिन भाषा में हैं । इस संदर्भ में इनके अर्थ के हिंदी शब्द संबंधित शब्द के साथ में कोष्ठक में दिए गए हैं ।

10. कालमापन

❒ पुनरावर्तन

प्रश्नसंग्रह 43

1. प्रत्येक घड़ी में दर्शाया गया समय उसके नीचेवाले चौखट में लिखो ।

2. चौखट में दर्शाया गया समय उसके ऊपरवाली घड़ी में सूइयों द्वारा दिखाओ ।

साढ़े चार	सवा नौ	पौने पाँच	11 बजकर 20 मि

3. नाशिक से सुबह 5 बजे निकली बस उसी दिन सुबह साढ़े दस बजे पुणे पहुँचती है, तो इस यात्रा में बस को कितना समय लगता है ?

4. रात सवा नौ बजे प्रारंभ होने वाला नाटक बिजली बंद हो जाने के कारण आधा घंटा देरी से प्रारंभ हुआ। वह नाटक कितने बजे प्रारंभ हुआ ?

5. मुंबई से रात में 10 बजकर 15 मिनट पर प्रस्थान करने वाली रेलगाड़ी दूसरे दिन दोपहर 1 बजकर 40 मिनट पर नागपुर पहुँची, तो इस यात्रा में उसे कितना समय लगा ?

❒ सेकंड का परिचय

इस घड़ी में 3 बजकर 5 मिनट हुए हैं । यह हम घंटे और मिनट की सूइयों की स्थितियों के आधार पर समझते हैं । इसी घड़ी में और भी एक सूई दिखाई दे रही है । वह 10 पर है । इस सूई को सेकंड की सूई कहते हैं । यह सूई तेजी से घूमती हुई दिखाई देती है । एक मिनट से कम समय का मापन करने के लिए 'सेकंड' नामक बहुत छोटी इकाई का उपयोग करते हैं ।

घड़ी के डायल पर पूरे वृत्त के 60 समान भाग किए होते हैं । सेकंड की सूई जब एक खाना आगे जाती है, तब 1 सेकंड होता है और जब एक चक्कर पूरा करती है, तब 60 सेकंड होते हैं । उतने ही समय में मिनट की सूई 1 खाना आगे जाती है अर्थात 1 मिनट होता है ।

इससे स्पष्ट होता है कि 1 मिनट में 60 सेकंड होते हैं ।

1 मिनट = 60 सेकंड

ऊपर दिए गए घड़ी के चित्र में 3 बजकर 5 मिनट और 50 सेकंड हुए हैं ।

7 बजकर 20 मिनट 10 सेकंड

10 बजकर 15 मिनट 40 सेकंड

तापमापी द्‌वारा ताप नापते समय, हृदय की धड़कन नापते समय अथवा दौड़ प्रतियोगिता में तथा अन्य भिन्न-भिन्न कारणों के लिए समय नापने में सेकंड का उपयोग होता है ।

❒ मध्याह्नपूर्व तथा मध्याह्नोत्तर

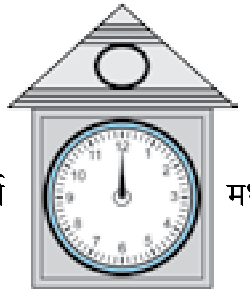
श्रीपति रात को थका बैठा था । घर पर मेहमान आए थे । उन्होंने पूछा, "लगता है आज खेत में बहुत काम हुआ ? कितने समय खेत में थे ?"

श्रीपति ने कहा, "छह से आठ बजे तक मैं खेत में ही था ।"

मेहमान ने कहा, "दो ही घंटे खेत में थे और इतना थक गए ?"

श्रीपति ने कहा, "नहीं, नहीं । सुबह 6 बजे से रात 8 बजे तक खेत में था । अब आप ही बताइए, मैं कितने घंटे खेत में था ?"

श्रीपति ने जो बताया उसे मेहमान ने ठीक से समझा नहीं । ऐसा न होने पाए, इसलिए ऐसा माना जाता है कि अंतरराष्ट्रीय संकेतानुसार रात को 12 बजे एक दिन समाप्त होकर दूसरा दिन प्रारंभ होता है । तब से दूसरे दिन का समय घड़ी में दिखाई देता है । रात में 12 बजने के बाद 1 घंटा हुआ, तो 1 बजता है । इसके बाद क्रमश: 2, 3, 4, ..., 12 बजते हैं । दोपहर को 12 बजने के बाद भी उसी प्रकार 1, 2, 3, ..., 12 बजते हैं । दोपहर के 12 के पहले के समय को मध्याह्नपूर्व अथवा 'am' कहते हैं और दोपहर के 12 के बाद के समय को मध्याह्नोत्तर अथवा 'pm' कहते हैं ।



समय नापने की इस प्रणाली को 12 घंटोंवाली समयमापन प्रणाली कहते हैं ।

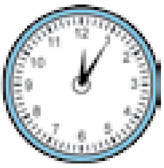
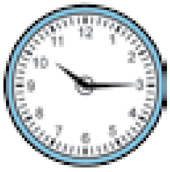
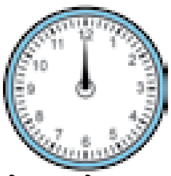
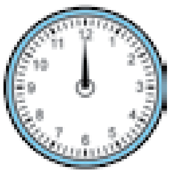
श्रीपति 6 am से 8 pm तक अर्थात 14 घंटे खेत में था ।

❒ 24 घंटोंवाली समयमापन प्रणाली

मध्याह्नपूर्व तथा मध्याह्नोत्तर जैसे विभाजन से बचने के लिए 24 घंटोंवाली समयमापन प्रणाली का उपयोग किया जाता है । रेलवे, विमान, बस तथा दूर तक जाने वाले जलयानों की समयसारणी के लिए भी इस प्रणाली का उपयोग करते हैं । इस प्रणाली में दोपहर के 12 के बाद पुन: 1, 2, 3, ..., 12 के स्थान पर 13, 14, 15, ..., 24 इस तरह घंटों में मापन किया जाता है । 24 घंटों की डिजिटल घड़ी में समय केवल अंकों द्‌वारा दर्शाया जाता है। इसमें सूइयाँ नहीं होतीं । डिजिटल घड़ी में सुबह का 6 बजकर 20 मिनट का समय '6:20' और संध्याकाल का 6 बजकर 20 मिनट का समय '18:20' इस प्रकार दर्शाया जाता है ।

23:59 का अर्थ है कि 23 बजकर 59 मिनट के बाद और एक मिनट होने पर 24 घंटे पूर्ण होते हैं । दिन बदलता है, तो डिजिटल घड़ी में 00:00 इस प्रकार का समय दिखाई देता है । उस समय अपने 12 घंटोंवाली घड़ी में मध्यरात्रि के 12 बजते हैं ।

पूरे दिन के भिन्न-भिन्न समय 12 घंटोंवाली और 24 घंटोंवाली समयमापन प्रणाली में किस प्रकार दर्शाए जाते हैं, यह नीचे दी गई सारणी के आधार पर देखो ।

12 घंटोंवाला कालमापन		**24 घंटोंवाला कालमापन**	**12 घंटोंवाला कालमापन**		**24 घंटोंवाला कालमापन**
0:05 am		00:05	12:05 pm		12:05
	रात 12 बजकर 5 मिनट			दोपहर 12 बजकर 5 मिनट	
1:20 am		01:20	1:20 pm		13:20
	रात 1 बजकर 20 मिनट			दोपहर 1 बजकर 20 मिनट	
6:55 am		06:55	6:55 pm		18:55
	सुबह 6 बजकर 55 मिनट			सायंकाल 6 बजकर 55 मिनट	
10:15 am		10:15	10:15 pm		22:15
	सुबह 10 बजकर 15 मिनट			रात 10 बजकर 15 मिनट	
12:00		12:00	12:00		00:00 अर्थात 24:00
	दोपहर के 12 बजे हैं ।			रात के 12 बजे हैं ।	

बड़नेर से छूटकर नागपुर जाने वाली कुछ रेलगाड़ियों की समयसारणी नीचे दी गई है । इसमें 24 घंटोंवाली घड़ी का उपयोग किया गया है, इसे देखो और समझो ।

गाड़ी का नाम	गाड़ी का क्रमांक	बड़नेर से छूटती है	नागपुर पहुँचती है
हावड़ा मेल	12809	07 : 45	11:05
शालिमार एक्सप्रेस	18024	09 : 45	13:10
मुंबई मेल	21028	13 : 05	17:20
मालदा टाऊन एक्सप्रेस	13426	23 : 10	01:55

1. नीचे 12 घंटोंवाली घड़ी का समय दिया गया है । इस समय को 24 घंटोंवाली घड़ी में कितना दिखाया जाएगा, लिखो ।

मध्याह्नपूर्व 10 बजकर 30 मिनट		मध्याह्नपूर्व 8 बजकर 10 मिनट	
मध्याह्नोत्तर 1 बजकर 20 मिनट		मध्याह्नोत्तर 5 बजकर 40 मिनट	

2. जोड़ियाँ मिलाओ ।

12 घंटोंवाला कालमापन	24 घंटोंवाला कालमापन
सुबह 9:10	23:10
दोपहर 2:10	7:25
सायंकाल 5:25	14:10
रात 11:10	9:10
सुबह 7:25	17:25

❒ कालमापन पर आधारित प्रश्न

उदा. (1) अब्दुल ने सुबह 11 बजे संगणक पर काम करना प्रारंभ किया और दोपहर को 3:30 बजे उसका काम समाप्त हुआ । उसने संगणक पर कितने समय तक काम किया ?

विधि 1 : सुबह 11 से दोपहर 12 तक अर्थात 1 घंटा
दोपहर 12 से 3:30 तक अर्थात 3 घंटे 30 मिनट
अर्थात कुल 4 घंटे 30 मिनट

विधि 2 : 24 घंटोंवाले कालमापन के अनुसार सुबह 11 अर्थात 11:00 और दोपहर 3:30 अर्थात 15:30

	घंटे	मिनट
	15	30
–	11	00
	4	30

अब्दुल ने संगणक पर कुल 4 घंटे 30 मिनट अर्थात साढ़े चार घंटे काम किया ।

उदा. (2) जोड़ो ।
4 घंटे 30 मि + 2 घंटे 45 मि

	घंटे	मिनट
	4	30
+	2	45
	6	75
	7	15

75 मिनट
= 1 घंटा 15 मि

उदा. (3) घटाओ ।
5 घंटे 30 मि – 2 घंटे 45 मि

	घंटे	मिनट
	4	60 + 30
	~~5~~	30
–	2	45
	2	45

30 मिनट में से 45 मिनट घटाया नहीं जा सकता, इसलिए 1 घंटा लेकर उसका 60 मिनट बनाया ।

उदा. (4) अमृता ने 3 घंटे 40 मिनट बस से और 1 घंटा 45 मिनट मोटरसाइकिल से यात्रा की, तो उसने कुल कितने समय यात्रा की ?

	घंटा	मिनट	
	3	40	बस की यात्रा का समय
+	1	45	मोटरसाइकिल की यात्रा का समय
	4	85	
	5	25	कुल यात्रा का समय

85 मिनट अर्थात (60 + 25) मिनट
अर्थात 1 घंटा 25 मिनट
यह 1 घंटा 4 घंटों में मिला दो,

अत: अमृता ने कुल 5 घंटे 25 मिनट यात्रा की ।

प्रश्नसंग्रह 45

1. जोड़ो ।

(1) 2 घंटे 30 मिनट + 4 घंटे 55 मिनट
(2) 3 घंटे 50 मिनट + 4 घंटे 20 मिनट
(3) 3 घंटे 45 मिनट + 1 घंटा 35 मिनट
(4) 4 घंटे 15 मिनट + 2 घंटे 50 मिनट

2. घटाओ ।

(1) 3 घंटे 10 मिनट – 2 घंटे 40 मिनट
(2) 5 घंटे 20 मि – 2 घंटे 35 मिनट
(3) 4 घंटे 25 मिनट – 1 घंटा 55 मिनट
(4) 6 घंटे 15 मि – 2 घंटे 45 मिनट

3. कोई सरकारी कार्यालय सुबह 7 बजे प्रारंभ होता है और दोपहर को 3 बजे बंद हो जाता है, तो यह कार्यालय कितने समय कार्य करता रहता है ?

4. दोपहर 3 बजकर 45 मिनट पर प्रारंभ होने वाला चित्रपट ढाई घंटे में समाप्त हो गया, तो वह कितने बजे समाप्त हुआ ?

5. सखाराम ने सुबह 8 बजे से दोपहर 12:30 तक खेत जोता और बाद में वह घर के लिए चला। दोपहर 1:30 बजे वह घर पहुँचा, तो उसने कितने समय खेत जोता ? घर आने में उसे कितना समय लगा ?

6. रामभाऊ ने रात साढ़े दस बजे पानी का पंप चलाया तथा उसी रात में पौने बारह बजे बंद कर दिया, तो उसने कितने समय पंप चलाया ?

7. गीता ने सुबह 2 घंटे 25 मिनट और दोपहर को 1 घंटा 45 मिनट कक्षा में पढ़ाया, तो उन्होंने कुल कितने समय कक्षा में पढ़ाया ?

8. यदि किसी बैंक का कामकाज सुबह के 10 बजे से दोपहर 4:30 बजे तक चलता है, तो उस बैंक का कामकाज कुल कितने समय चलता है ?

9. एक दुकान 9:30 am पर खुलती है और 10 pm पर बंद हो जाती है, तो वह दुकान कुल कितने समय खुली रहती है ?

10. कोल्हापुर से 15:30 बजे छूटने वाली महाराष्ट्र एक्सप्रेस दूसरे दिन 20:15 बजे गोंदिया पहुँचती है, तो कोल्हापुर से गोंदिया की यात्रा में कितना समय लगता है ?

✦✦✦

11. मापन पर आधारित प्रश्न

दैनिक व्यवहार में हम लंबाई, द्रव्यमान तथा धारिता मापने के लिए क्रमशः मीटर, ग्राम तथा लीटर जैसी इकाइयों (मात्रकों) का उपयोग करते हैं । बाजार-हाट करते समय रुपये, पैसे जैसी इकाइयों का उपयोग करते हैं । इसी प्रकार कालावधि (समयावधि) मापने के लिए दिन, घंटा, मिनट जैसी इकाइयों का उपयोग करते हैं। आओ, अब यह देखें कि मापन की इन इकाइयों में जोड़, घटाव, गुणा तथा भाग - ये चार मूलभूत क्रियाएँ कैसे की जाती हैं ।

उदा. (1) जोड़ो ।

37 किमी 250 मी + 15 किमी 950 मी

	किमी	मी
	11	
+	37	250
	15	950
	53	200

250 + 950 = 1200

1200 मी = 1 किमी + 200 मी

53 किमी 200 मी

उदा. (2) घटाओ ।

7 ली 150 मिली – 2 ली 500 मिली

	ली	मिली
	6	1150
–	~~7~~	~~150~~
	2	500
	4	650

150 में से 500 नहीं घटता ।
1 ली का 1000 मिली बनाया ।

4 ली 650 मिली

प्रश्नसंग्रह 46

1. जोड़ो ।

(1) 9 रुपये 50 पैसे + 14 रुपये 60 पैसे

(2) 6 सेमी 5 मिमी + 7 सेमी 9 मिमी

(3) 22 मी 50 सेमी + 25 मी 75 सेमी

(4) 15 किमी 740 मी + 13 किमी 950 मी

(5) 25 किग्रा 650 ग्राम + 29 किग्रा 770 ग्राम

(6) 19 ली 840 मिली + 25 ली 250 मिली

2. घटाओ ।

(1) 19 रुपये 50 पैसे – 12 रुपये 60 पैसे

(2) 24 सेमी 2 मिमी – 3 सेमी 8 मिमी

(3) 20 मी 30 सेमी – 17 मी 60 सेमी

(4) 40 किमी 255 मी – 17 किमी 960 मिमी

(5) 35 किग्रा 150 ग्राम – 26 किग्रा 470 ग्राम

(6) 46 ली 200 मिली – 38 ली 750 मिली

❐ शाब्दिक प्रश्न

नीचे दिए गए उदाहरण का अध्ययन करो ।

उदा. (1) एक दुकानदार ने 150 किग्रा 500 ग्राम चावल में से 75 किग्रा 750 ग्राम चावल बेच दिया, तो उसके पास कितना चावल बच गया ?

	किग्रा	ग्राम
	149	1500
–	~~150~~	~~500~~
	75	750
	74	750

74 किग्रा 750 ग्राम चावल बच गया ।

उदा. (2) दूध के एक केन में 20 लीटर 450 मिली दूध है। दूसरे केन में 18 लीटर 800 मिली दूध है, तो दोनों केनों में कुल मिलाकर कितना दूध है ?

कुल दूध 39 ली 250 मिली है ।

	ली	मिली
	1	
	20	450
+	18	800
	39	250

उदा. (3) एक रेलगाड़ी की चाल 90 किमी प्रति घंटा है, तो वह ढाई घंटों में कितनी दूरी तय करेगी ?

हल : रेलगाड़ी की चाल 90 किमी प्रति घंटा है अर्थात वह रेलगाड़ी एक घंटे में 90 किमी जाती है।

दूसरे घंटे में और 90 किमी

अगले आधे घंटे में $90 \div 2 = 45$ किमी

कुल तय की गई दूरी $90 + 90 + 45 = 225$ किमी ।

उदा. (4) एक ड्रेस के लिए 3 मीटर 25 सेमी कपड़ा लगता है, तो 4 ड्रेसों के लिए कितना कपड़ा लगेगा ?

मंजू की विधि :

	3 मी 25 सेमी	पहले ड्रेस के लिए
+	3 मी 25 सेमी	दूसरे ड्रेस के लिए
+	3 मी 25 सेमी	तीसरे ड्रेस के लिए
+	3 मी 25 सेमी	चौथे ड्रेस के लिए
	12 मी 100 सेमी	

100 सेमी का 1 मीटर, अत: $12 + 1 = 13$ मी

कुणाल की विधि :

	मी	सेमी
	3	25
×		4
	12	100

12 मी 100 सेमी = 13 मी

उदा. (5) 9 मी 50 सेमी लंबे तार से 5 सेमी लंबे कितने टुकड़े बनाए जा सकते हैं ?

9 मी 50 सेमी = (900 + 50) सेमी

एक टुकड़े की लंबाई 5 सेमी, इस प्रकार 950 सेमी लंबे तार के टुकड़ों की संख्या ज्ञात करने के लिए 950 में 5 से भाग देंगे ।

190 टुकड़े तैयार होंगे ।

```
    190
5 ) 950
   -5
    45
   -45
    000
   -  0
      0
```

उदा. (6) सायंकाल 6 बजकर 30 मिनट पर प्रारंभ होने वाला नाटक पौने तीन घंटे में समाप्त हुआ, तो वह नाटक कितने बजे समाप्त हुआ ?

	घं	मि
	6	30
+	2	45
	8	75

75 मि = 60 मि + 15 मि

= 1 घं + 15 मि

8 घंटे + 1 घंटा 15 मि = 9 घंटे 15 मि

नाटक रात में 9 बजकर 15 मिनट पर समाप्त हुआ ।

ध्यान रखो : लंबाई, द्रव्यमान तथा धारिता की इकाइयाँ दाशमिक प्रणाली में लिखी गई हैं । इसलिए लंबाई, द्रव्यमान तथा धारिता जैसी राशियों से संबंधित जोड़ तथा घटाव की क्रियाएँ करना आसान होता है।

समय के मापन की इकाइयाँ दाशमिक प्रणाली में नहीं हैं । इसलिए इस राशि में जोड़ने तथा घटाने की क्रियाएँ करना उतना आसान नहीं है ।

प्रश्नसंग्रह 47

1. अपने जन्मदिन के उपलक्ष्य में अजय ने एक आश्रम पाठशाला के बच्चों में 20 लीटर 450 मिली और एक अनाथालय के बच्चों में 28 लीटर 800 मिली दूध बाँटा, तो अजय ने कुल कितना दूध बाँटा ?

2. ग्रामस्वच्छता अभियान में महाविद्यालय के विद्यार्थियों ने एक गाँव की 2 किलोमीटर 575 मीटर लंबी सड़क में से 1 किलोमीटर 750 मीटर सड़क की सफाई की, तो कितनी लंबी सड़क सफाई के लिए शेष रह गई ?

3. बाभूलगाँव ने प्रक्रिया किए हुए 21,250 लीटर गंदे पानी का खेती में उपयोग किया । संवत्सर गाँव ने प्रक्रिया किए हुए 31,350 लीटर गंदे पानी का खेती के लिए उपयोग किया, तो खेती के लिए कुल कितने लीटर गंदे पानी का उपयोग हुआ ?

4. आधे लीटर दूध के लिए 22 रुपये लगते हैं, तो 7 लीटर दूध के लिए कितने रुपये लगेंगे ?

5. एक मोटर साइकिल की चाल 40 किलोमीटर प्रति घंटा है, तो वह सवा घंटे में कितनी दूरी तय करेगी ?

6. किसी आदमी की चाल 4 किमी प्रति घंटा है, तो 3 किमी चलने में उसे कितना समय लगेगा ?

7. किसी आटो रिक्शे की चाल 30 किमी प्रति घंटा है, तो वह रिक्शा पौन घंटे में कितनी दूरी तय करेगा ?

8. स्वच्छता सप्ताह में बच्चों ने अपने गाँव के सार्वजनिक उद्यान की सफाई की । इस सफाई में प्लास्टिक की थैलियाँ पौन किलोग्राम तथा अन्य कूड़ा साढ़े पाँच किलोग्राम निकला, तो कुल कितने किलोग्राम कूड़ा जमा हुआ ?

9. एक कमीज के लिए 2 मी 50 सेमी कपड़ा लगता है, तो ऐसी 5 कमीजों के लिए कितने मीटर कपड़ा लगेगा ?

10. एक रेलगाड़ी एक घंटे में 60 किलोमीटर दूरी तय करती है, तो वह
(1) 2 घंटों में कितनी दूर जाएगी ?
(2) 15 मिनट में कितनी दूर जाएगी ?
(3) आधे घंटे में कितनी दूर जाएगी ?
(4) साढ़े तीन घंटे में कितनी दूर जाएगी ?

11. सोने की एक चूड़ी बनाने के लिए 12 ग्राम 250 मिलीग्राम सोना लगता है, तो ऐसी 8 चूड़ियाँ बनाने में कितना सोना लगेगा? (1000 मिलीग्राम = 1 ग्राम)

12. 20 ग्राम लौंग की एक पुड़िया की दर से 1 किग्रा 240 ग्राम वजन वाली लौंग से कितनी पुड़ियाँ तैयार होंगी?

13. सीमा की माँ ने कुर्ते के लिए 2 मी 70 सेमी कपड़ा और कमीज के लिए 2 मी 40 सेमी कपड़ा खरीदा, तो उसने कुल कितना कपड़ा खरीदा ?

14. पानी के एक पीपे में 125 लीटर पानी था । उसमें से 97 ली 500 मिली पानी खर्च हो गया, तो अब पीपे में कितना पानी बचा है ?

15. हरमिंदर ने एक दुकान से 57 किग्रा 500 ग्राम गेहूँ तथा दूसरी दुकान से 36 किग्रा 800 ग्राम गेहूँ खरीदा। उसने कुल कितना गेहूँ खरीदा ?

16. रेणू ने 100 मी दौड़ की प्रतियोगिता में भाग लिया । 80 मी 50 सेमी दौड़ने के बाद वह गिर पड़ी, तो उसे दौड़ने के लिए कितनी दूरी रह गई थी ?

17. एक बोरे में कुल 40 किग्रा 300 ग्राम सब्जी थी । उसमें 17 किग्रा 700 ग्राम वजनवाला आलू, 13 किग्रा 400 ग्राम वजनवाली गोभी तथा शेष प्याज की सब्जी थी, तो प्याज का वजन कितना था ?

18. एक दिन गुरमीत सिंह 3 किमी 750 मी चला तथा परमिंदर सिंह 2 किमी 825 मी चला, तो कौन और कितनी दूरी अधिक चला ?

19. सुरेश ने 3 किग्रा 250 ग्राम टमाटर, 2 किग्रा 500 ग्राम हरी मटर तथा 1 किग्रा 750 ग्राम फूल गोभी खरीदी, तो उसने कुल कितनी सब्जी खरीदी ?

20. नीचे अकोला से कुछ शहरों की दूरियाँ दी गई हैं । इसके आधार पर प्रश्न तैयार करो और हल करो ।

अमरावती - 95 किमी

भुसावल - 154 किमी

नागपुर - 249 किमी

जलगाँव - 181 किमी

21. नीचे दी गई तालिका पूर्ण करके कुल बिल तैयार करो ।

पदार्थ	वजन (किग्रा)	दर (रुपये प्रतिकिग्रा)	मूल्य
चीनी	2·5	32	
चावल	4·0	35	
चने की दाल	1·5	60	
अरहर की दाल	3·0	70	
गेहूँ	7·0	21	
मीठा तेल	1·5	110	
		कुल मूल्य	

उपक्रम

- एक किलोग्राम आलू से वड़े बनाने के लिए कौन-कौन-सी सामग्री और लगभग कितनी लगेगी, उसे ले आने के लिए कितना खर्च आएगा और लगभग कितने वड़े तैयार होंगे, इस विषय में जानकारी प्राप्त करो ।
- खुले मैदान में 1 मीटर लंबा एक डंडा गाड़ो । सुबह 9:00 बजे, दोपहर 12 बजे, दोपहर 3 बजे तथा सायंकाल 5 बजे इस डंडे की छाया की लंबाई नापो । अब यह देखो कि कितने बजे छाया की लंबाई सबसे कम और कितने बजे सबसे अधिक थी ।
- कलम की रिफिल की लंबाई नापो ।

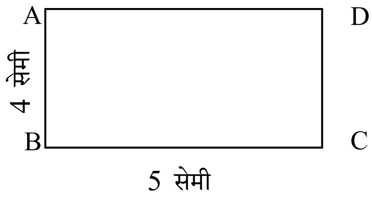
✦✦✦

12. परिमिति और क्षेत्रफल

❒ परिमिति : पुनरावर्तन

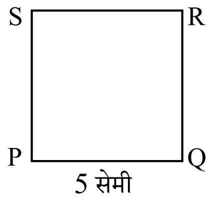
किसी बंद आकृति की ही परिमिति होती है । तुम जानते हो कि किसी बंद आकृति की सभी भुजाओं की लंबाइयों के योगफल (जोड़) को उस आकृति की परिमिति कहते हैं ।

नीचे दिए गए प्रश्नों के चौखटों में सही उत्तर लिखो ।

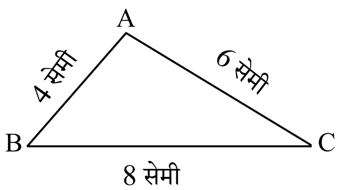
1. 

आयत ABCD की संलग्न भुजाओं की लंबाइयाँ दी गई हैं ।
आयत ABCD की परिमिति ☐ सेमी है ।
तुम्हारे ध्यान में यह तो है न कि आयत की अभिमुख भुजाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं ।

2. किसी आयत की संलग्न भुजाओं की लंबाइयाँ 10 सेमी तथा 7 सेमी हैं । उस आयत की परिमिति ☐ सेमी होगी ।

3. 

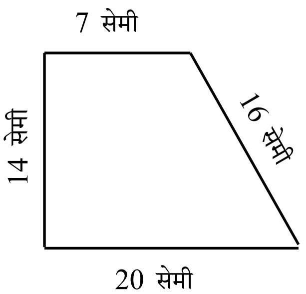
वर्ग PQRS की भुजा की लंबाई 5 सेमी है ।
इस वर्ग PQRS की परिमिति ☐ सेमी है ।

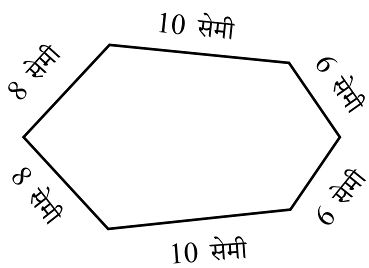
4. 

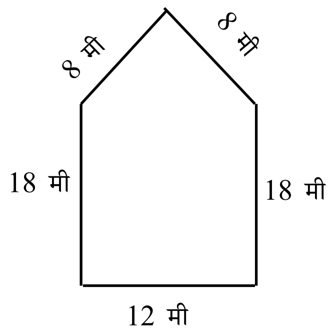
त्रिभुज ABC की भुजा AB की लंबाई 4 सेमी, भुजा BC की लंबाई 8 सेमी तथा भुजा CA की लंबाई 6 सेमी है, तो त्रिभुज ABC की परिमिति ☐ सेमी होगी ।

प्रश्नसंग्रह 48

1. नीचे दी गई प्रत्येक आकृति की परिमिति, आकृति के नीचेवाले चौखट में लिखो ।

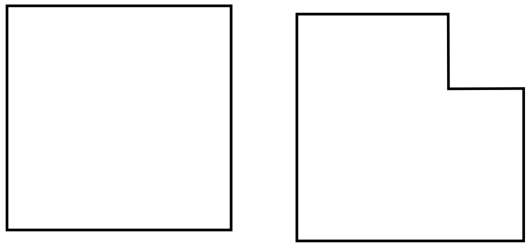




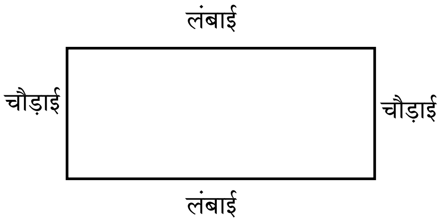


☐ ☐ ☐

2. संलग्न वर्ग की भुजा की लंबाई 3 सेमी है । इस वर्ग के एक कोने में से 1 सेमी भुजावाला वर्ग काट लिया गया । (आकृति देखो ।) बची हुई आकृति की परिमिति कितनी होगी ?



❒ आयत की परिमिति का सूत्र



आयत की परिमिति = लंबाई + चौड़ाई + लंबाई + चौड़ाई

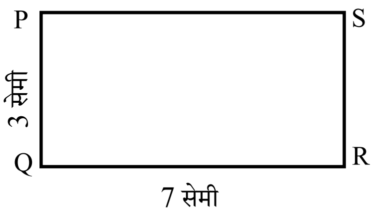
आयत की अभिमुख भुजाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं ।

अत: आयत की परिमिति = दुगुनी लंबाई + दुगुनी चौड़ाई

= 2 × लंबाई + 2 × चौड़ाई

आयत की परिमिति = 2 × लंबाई + 2 × चौड़ाई

उदा. (1) नीचे दिए गए आयत की लंबाई 7 सेमी तथा चौड़ाई 3 सेमी है। इस आयत की परिमिति ज्ञात करो।



आयत PQRS की परिमिति = 2 × लंबाई + 2 × चौड़ाई

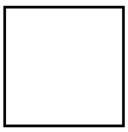
= 2 × 7 + 2 × 3

= 14 + 6

= 20

अत: इस आयत की परिमिति 20 सेमी है ।

❒ वर्ग की परिमिति का सूत्र

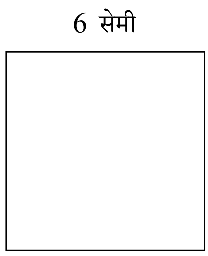


वर्ग की सभी (चारों) भुजाओं की लंबाई समान होती है ।

अत: वर्ग की परिमिति = एक भुजा की लंबाई का चौगुना

वर्ग की परिमिति = 4 × एक भुजा की लंबाई

उदा. (1) किसी वर्ग की भुजा की लंबाई 6 सेमी है । उस वर्ग की परिमिति ज्ञात करो ।



वर्ग की परिमिति उसकी भुजा की लंबाई की चौगुनी होती है ।

अत: वर्ग की परिमिति = 4 × एक भुजा की लंबाई

= 4 × 6

= 24

अत: वर्ग की परिमिति 24 सेमी है ।

❑ शाब्दिक प्रश्न

उदा. (1) किसी आयताकार बाग की लंबाई 100 मी तथा चौड़ाई 80 मी है । उस आयत की परिमिति कितनी होगी ?

आयत की परिमिति = $2 \times$ लंबाई $+ 2 \times$ चौड़ाई

= $2 \times 100 + 2 \times 80$

= $200 + 160$

= 360

अत: आयत की परिमिति 360 मीटर होगी ।

उदा. (2) 30 मीटर भुजावाली किसी वर्गाकार जगह में तार की बाड़ के तीन फेरे लगाने के लिए कितने मीटर तार लगेगा ? ₹ 70 प्रति मीटर की दर से तार का खर्च कितना आएगा ?

एक फेरा बाड़ लगाने के लिए वर्गाकार जगह की परिमिति ज्ञात करनी पड़ेगी ।

वर्गाकार जगह की परिमिति $= 4 \times$ एक भुजा की लंबाई $= 4 \times 30 = 120$

वर्गाकार जगह की परिमिति 120 मीटर होगी । बाड़ के तीन फेरे लगाने हैं ।

$\therefore$ कुल $3 \times 120 = 360$ मीटर लंबा तार लगेगा ।

अब हम तार पर किया गया खर्च ज्ञात करेंगे।

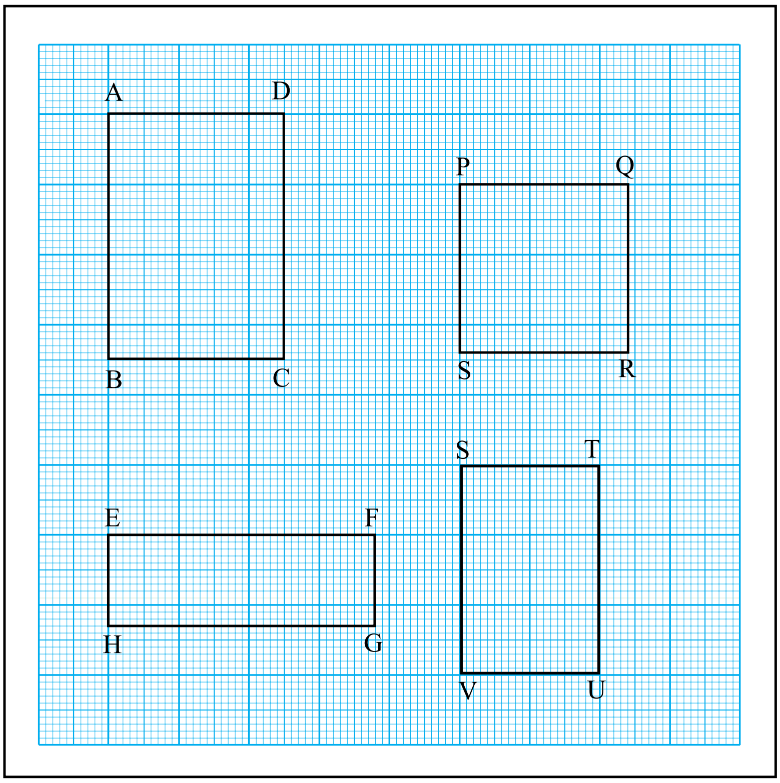
1 मीटर लंबे तार का मूल्य ₹ 70 है । अत: 360 मीटर लंबे तार का मूल्य $360 \times 70 = 25{,}200$

अत: वर्गाकार जगह में बाड़ के तीन फेरे लगाने का खर्च ₹ 25,200 होगा ।

प्रश्नसंग्रह 49

1. 7 सेमी लंबाई तथा 4 सेमी चौड़ाईवाला आयत बनाने में कितनी लंबाईवाला तार लगेगा ?
2. किसी आयत की लंबाई 20 मी तथा चौड़ाई 12 मी हो, तो उसकी परिमिति कितनी होगी ?
3. किसी वर्ग की भुजा की लंबाई 9 मी हो, तो उस वर्ग की परिमिति ज्ञात करो ।
4. 160 मीटर लंबे तथा 90 मीटर चौड़े किसी आयताकार मैदान के चारों ओर 4 चक्कर लगाने पर कुल कितने किलोमीटर दूरी चलनी पड़ेगी ?
5. राजीव किसी वर्गाकार बाग के चारों ओर प्रतिदिन 12 चक्कर लगाता है । यदि बाग की भुजा की लंबाई 120 मीटर हो, तो ज्ञात करो कि वह प्रतिदिन कितने किलोमीटर दूरी तय करता है ?
6. किसी आयताकार खेत की लंबाई 50 मी तथा चौड़ाई 30 मीटर है । उसके किनारों पर तार की बाड़ के तीन फेरे लगवाने हैं। यदि तार का मूल्य 60 रुपये प्रतिमीटर हो, तो बाड़ लगवाने पर कुल कितने रुपये खर्च करना पड़ेगा ?
7. खेल में एक वर्गाकार मैदान के चारों ओर दौड़ना पड़ता है । मैदान की भुजा की लंबाई 20 मीटर है। मैदान के 5 चक्कर करने वाला खिलाड़ी कुल कितने मीटर की दौड़ लगाएगा ?
8. 60 मीटर लंबे तथा 40 मीटर चौड़े किसी आयताकार खेत में बाड़ के 4 फेरे लगाए जाते हैं । उसके लिए कुल कितने मीटर लंबा तार लगेगा ?
9. किसी त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयाँ क्रमश: 24.7 सेमी, 20.4 सेमी तथा 10.5 सेमी हों, तो उस त्रिभुज की परिमिति कितनी होगी ?

10. नीचे आलेख कागज पर बनी आकृतियाँ देखो । आलेख के रेखाखंडों की सहायता से उनकी भुजाओं के माप ज्ञात करो । प्रत्येक आयत की परिमिति उससे संबंधित चौखट में लिखो ।



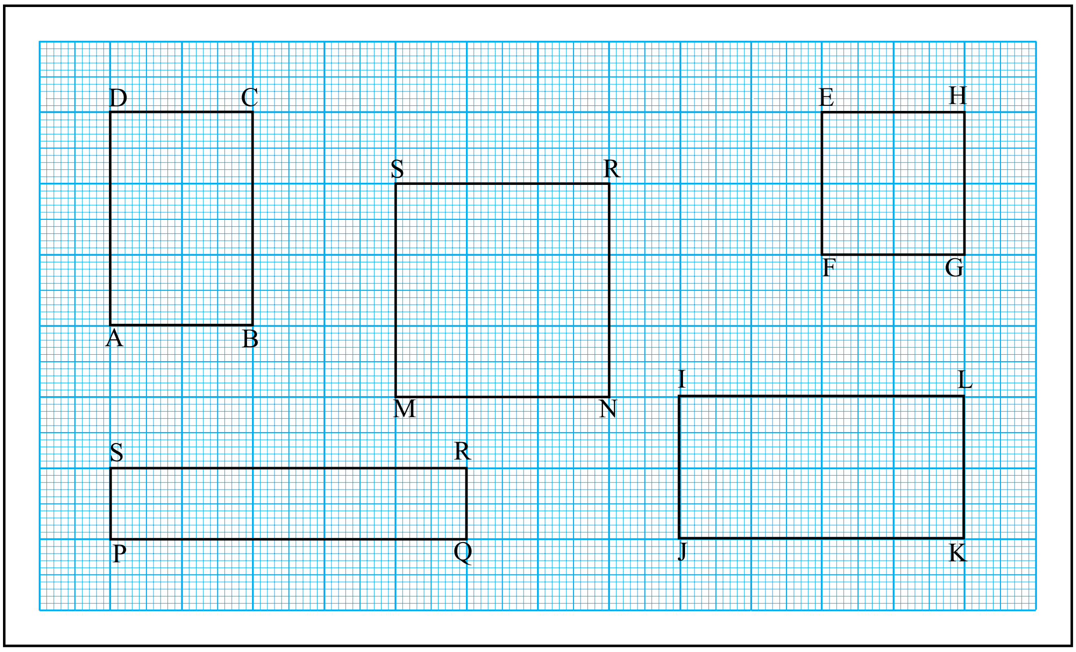
(1) आयत ABCD की परिमिति = ☐ सेमी

(2) आयत EFGH की परिमिति = ☐ सेमी

(3) वर्ग PQRS की परिमिति = ☐ सेमी

(4) आयत STUV की परिमिति = ☐ सेमी

❐ क्षेत्रफल : पुनरावर्तन



ऊपर बनाई गई आकृतियों में आयत ABCD में 1 सेमी लंबी भुजावाले कुल 6 वर्ग हैं । अत: आयत ABCD का क्षेत्रफल 6 वर्ग सेमी है ।

इसी प्रकार अन्य आकृतियों के वर्गों की संख्या गिनो और प्रत्येक आकृति का क्षेत्रफल लिखो :

(1) वर्ग MNRS का क्षेत्रफल = ☐ वर्ग सेमी (2) वर्ग EFGH का क्षेत्रफल = ☐ वर्ग सेमी

(3) वर्ग PQRS का क्षेत्रफल = ☐ वर्ग सेमी (4) आयत IJKL का क्षेत्रफल = ☐ वर्ग सेमी

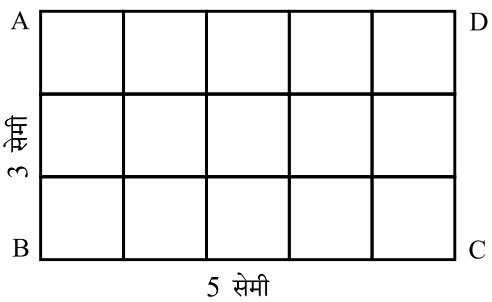
अतुल : सर, क्षेत्रफल की इकाई वर्ग सेमी में क्यों लिखी जाती है ? हम भुजा तो सेंटीमीटर में नापते हैं ।

शिक्षक: सेंटीमीटर, लंबाई की मानक इकाई (मात्रक) हैं। क्षेत्रफल नापने के लिए क्षेत्रफल की भी मानक इकाई होनी चाहिए । उसके लिए 1 सेमी भुजावाले वर्ग के क्षेत्रफल को मानक इकाई के रूप में लेते हैं । इसे संक्षेप में **वर्ग सेमी** लिखते हैं ।

खेतों, बागों, खेल के मैदानों इत्यादि बड़े क्षेत्रों के क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए 1 मीटर भुजावाले वर्ग, अर्थात **1 वर्ग मीटर** नामक मानक इकाई (मात्रक) का उपयोग करते हैं ।

तहसील, जिले इत्यादि के क्षेत्रफल नापने के लिए 1 किलोमीटर भुजावाले वर्ग अर्थात **1 वर्ग किमी** नामवाली मानक इकाई का उपयोग करते हैं ।

❐ आयत के क्षेत्रफल का सूत्र



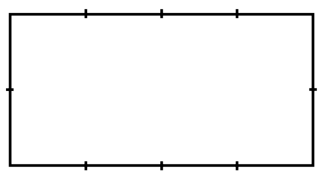
(1) संलग्न आकृति के आयत ABCD की प्रत्येक भुजा पर 1 सेमी की दूरी पर चिह्न बनाओ। आकृति में दिखाए अनुसार अभिमुख भुजाओं पर बने आमने-सामनेवाले चिह्नों को मिलाओ। इस प्रकार बने प्रत्येक वर्ग की भुजा 1 सेमी है । अत: प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग सेमी है ।

आयत ABCD में, प्रत्येक कतार 5 वर्ग हैं और ऐसी 3 कतारें बन रही हैं ।

इस आधार पर आयत ABCD में बने वर्गों की संख्या 3 × 5 = 15 है । अत: आयत ABCD का क्षेत्रफल 15 वर्ग सेमी है ।

यहाँ आयत की लंबाई 5 सेमी तथा चौड़ाई 3 सेमी है । ध्यान दो कि 5 तथा 3 का गुणनफल 15 है ।

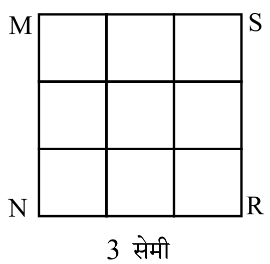
(2) संलग्न आयत की भुजाओं की लंबाई 4 सेमी तथा 2 सेमी है । ऊपर की तरह इस आयत में भी 1 वर्ग सेमी क्षेत्रफलवाले वर्ग तैयार करो । वर्गों की संख्या गिनो ।



ध्यान दो कि इसमें भी आयत की लंबाई तथा चौड़ाई के गुणनफल के बराबर वर्ग तैयार होते हैं ।

इस आधार पर, **आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई**

❐ वर्ग के क्षेत्रफल का सूत्र :



(1) संलग्न वर्ग की आकृति ध्यान से देखो । वर्ग की भुजा 3 सेमी है । इस वर्ग में 1 वर्ग सेमी क्षेत्रफलवाले 9 वर्ग तैयार हुए हैं । अत: इस वर्ग का क्षेत्रफल 9 वर्ग सेमी है ।

इसमें प्रत्येक कतार में 3 की दर से 3 कतारों में 3 × 3 = 9 वर्ग हैं ।

वर्ग की प्रत्येक भुजा की लंबाई 3 सेमी है ।

भुजाओं की लंबाई दर्शाने वाली संख्याओं का गुणनफल 3× 3 = 9 आता है ।

(2) इसी विधि द्वारा 5 सेमी भुजावाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करके देखो । यह 25 वर्ग सेमी आएगा । ध्यान दो कि $5 \times 5 = 25$ होता है ।

इस आधार पर, **वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा की लंबाई × भुजा की लंबाई**

दिए गए किसी आयत अथवा वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए ऊपर की भाँति प्रत्येक बार वर्गों में विभाजित करना आवश्यक नहीं है । सूत्र का यह लाभ है कि सूत्र में मान रखकर क्षेत्रफल ज्ञात किया जा सकता है ।

❐ शाब्दिक उदाहरण

उदा. (1) एक आयत की लंबाई 20 सेमी तथा चौड़ाई 15 सेमी है । उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो ।

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

= $20 \times 15 = 300$

अत: उस आयत का क्षेत्रफल 300 वर्ग सेमी है ।

उदा. (2) 4 मीटर लंबी तथा 3 मीटर चौड़ी एक दीवार पर रंग लगवाना है । यदि 1 वर्ग मीटर की मजदूरी 25 रुपये हो, तो रंग लगवाने के लिए कुल कितनी मजदूरी देनी पड़ेगी ?

सबसे पहले रंग लगाई गई दीवार का क्षेत्रफल ज्ञात करना पड़ेगा ।

दीवार का क्षेत्रफल = दीवार की लंबाई × दीवार की चौड़ाई

= $4 \times 3 = 12$

अत: दीवार का क्षेत्रफल 12 वर्ग मीटर है ।

एक वर्ग मीटर के लिए मजदूरी 25 रुपये है ।

अत: 12 वर्ग मीटर दीवार पर रंग लगाने की मजदूरी

= 12×25

= 300

अत: दीवार पर रंग लगवाने के लिए 300 रुपये मजदूरी देनी पड़ेगी ।

उदा. (3) 15 सेमी भुजावाले वर्ग का क्षेत्रफल कितना होगा ?

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा की लंबाई × भुजा की लंबाई

= 15×15

= 225

अत: इस वर्ग का क्षेत्रफल 225 वर्ग सेमी होगा ।

उदा. (4) किसी वर्गाकार कमरे की लंबाई 4 मीटर है । 35 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से उस कमरे की फर्श बनवाने के लिए कितनी मजदूरी देनी पड़ेगी ?

सबसे पहले वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल ज्ञात करना पड़ेगा ।

वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल = भुजा की लंबाई × भुजा की लंबाई = $4 \times 4 = 16$.

$\therefore$ वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल 16 वर्ग मीटर है ।

1 वर्ग मीटर के लिए मजदूरी 35 रुपये है ।

$\therefore$ 16 वर्ग मीटर के लिए मजदूरी $16 \times 35 = 560$ रुपये

अत: कुल 560 रुपये मजदूरी देनी पड़ेगी ।

प्रश्नसंग्रह 50

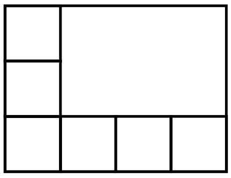
1. प्रत्येक वर्ग की भुजा दी गई है । इसके आधार पर उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो ।

(1) 12 मीटर (2) 6 सेमी (3) 25 मीटर (4) 18 सेमी

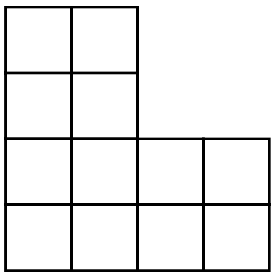
2. यदि एक वर्ग मीटर भूखंड का मूल्य 900 रुपये हो, तो 25 मीटर लंबे तथा 20 मीटर चौड़े आयताकार भूखंड का मूल्य ज्ञात करो ।

3. किसी वर्ग की भुजा 4 सेमी है । एक आयत की लंबाई 8 सेमी तथा चौड़ाई 2 सेमी है । इन दोनों आकृतियों की परिमिति तथा क्षेत्रफल ज्ञात करो ।

4. 80 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से 16 मीटर लंबे तथा 12 मीटर चौड़े सभागार की फर्श पर टाइलें लगवाने की कुल मजदूरी कितनी होगी ?

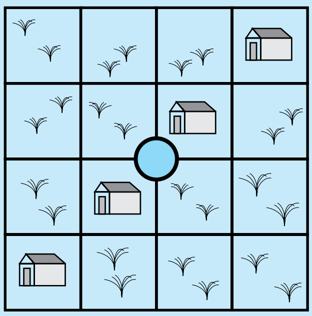
5. 

संलग्न आकृति में कुछ वर्ग दिखाए गए हैं । ज्ञात करो कि इस आकृति के खुले भाग में इन वर्गों के मापवाले और कितने वर्ग रखे जा सकते हैं ।

6. 

संलग्न आकृति में दिए गए वर्गों को 4 भागों में इस प्रकार विभाजित करो कि प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल और आकार समान हो । इन भागों को अलग-अलग रंगों में रँगो ।

सोचो और हल ज्ञात करो



संलग्न आकृति में यह दिखाया गया है कि किसी सरकारी वर्गाकार जगह पर चार मकान और उसके ठीक बीच में एक कुआँ है। सरकार उन घरों तथा भूखंडों को चार गरीब व्यक्तियों को नीचे दी गई शर्तों के अनुसार समान रूप में बाँटकर देना चाहती है ।

(1) प्रत्येक व्यक्ति को केवल एक घर मिलना चाहिए ।

(2) जमीन का क्षेत्रफल और उसका आकार भी समान होना चाहिए ।

(3) प्रत्येक व्यक्ति किसी अन्य व्यक्ति की जगह में न जाते हुए, कुएँ का उपयोग कर सकता है ।

यह बँटवारा कैसे किया जा सकेगा, इसे चार अलग-अलग रंगों में रँगकर दिखाओ ।

उपक्रम

आलेख कागज का उपयोग करके अलग-अलग आयतों और वर्गों के क्षेत्रफल ज्ञात करो ।

13. त्रिविम वस्तुएँ और रचनाएँ

❐ त्रिविम वस्तुओं का द्विविम रेखांकन

दीदी : (दीदी ने थोड़ी ऊँची मेज पर रखी एक वस्तु की ओर अँगुली दिखाकर पूछा।) वह क्या है ?

शरद : उस कार्ड पर लड्डुओं का सुंदर-सा चित्र है ।

दीदी : सामने से देखने पर चित्रों का कार्ड अथवा केवल कागज दिखता है । उन्हें मैं थोड़ा घुमाकर जमीन पर रखती हूँ ।

शीला : मुझे तो लड्डुओं का चित्र सुंदर लगता है परंतु वे डिब्बे पर चिपकाए गए हैं ।

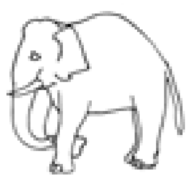
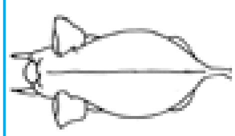
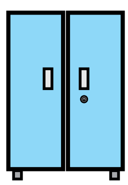
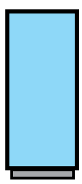
दीदी : पहले केवल सामनेवाला पृष्ठभाग दिखा । अब ऊपर से तथा दूसरी किसी ओर से देखने पर तीन पृष्ठभाग दिखे और ऐसा दिखता है कि यह त्रिविम डिब्बा है ।

शरद : त्रिविम का क्या अर्थ है ?

दीदी : जिन वस्तुओं की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई, ये तीनों भाग नापे जा सकें या दिखाई दें, उन्हें 'त्रिविम वस्तु' कहते हैं । पुस्तक, गिलास, मेज आदि कुछ त्रिविम वस्तुएँ हैं। केवल लंबाई तथा चौड़ाईवाली, मोटाईरहित अथवा नगण्य मोटाईवाली वस्तुओं को 'द्विविम वस्तु' कहा जाता है । कागज, कागज पर बना चित्र, जमीन पर बनने वाली छाया, ये द्विविम आकृतियों के उदाहरण हैं ।

शीला : व्यवहार में सभी वस्तुएँ त्रिविम होती हैं; परंतु कागज पर बने हुए उनके चित्र द्विविम ही होते हैं।

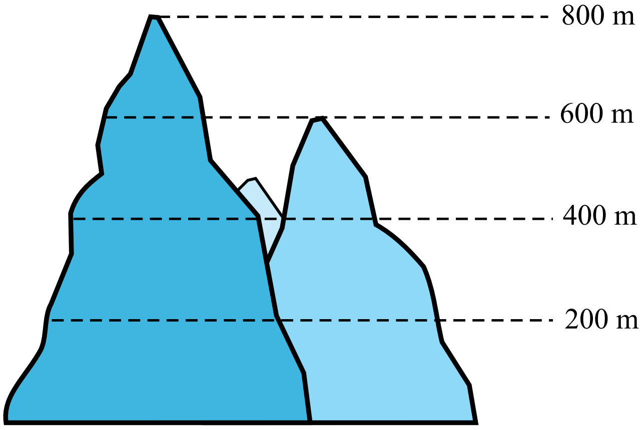
दीदी : मैं तुम्हें एक सारणी दिखाती हूँ । उसमें यह दिखाया गया है कि किसी त्रिविम वस्तु को सामने से, पार्श्व से और ऊपर से देखने पर वह कैसी दिखाई देती है । ऐसी कुछ वस्तुओं का निरीक्षण करो ।

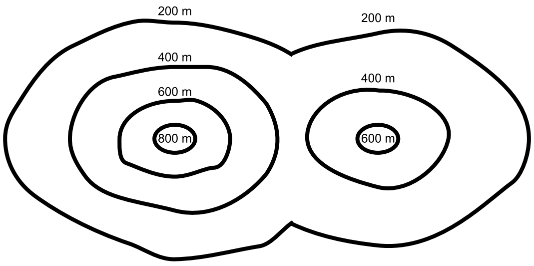
वस्तुएँ	वस्तुओं के चित्र		
	सामने से दिखना	पार्श्व से दिखना	ऊपर से दिखना
हाथी			
कपाट			

पर्याप्त दूरी पर स्थित किसी पहाड़ी को देखते समय हमें उसकी ऊँचाई तथा चौड़ाई की सामान्य जानकारी ही मिलती है। परंतु वह कितनी जमीन पर फैली हुई है, यह ज्ञात नहीं होता। इसके लिए हेलीकॉप्टर में बैठकर, उसके ऊपरी भाग में जाकर देखें तो हमें यह ज्ञात होता है कि वह जमीन के कितने भाग पर फैली हुई है। परंतु उसकी ऊँचाई का सही अनुमान नहीं होता। इसीलिए पहाड़ी के विस्तार और किस भाग में वह कितनी ऊँची है, इसे समझने के लिए निम्नानुसार दो आकृतियाँ खींचते हैं।

आकृति क्र. 1 में, दूर से दिखनेवाली पहाड़ी और उसकी सामान्य ऊँचाई की रेखाएँ दिखाई गई हैं। आकृति क्र. 2 में ऊपर से दिखने वाली पहाड़ी का जमीन पर विस्तार तथा विभिन्न ऊँचाईवाले भाग अलग–अलग वक्ररेखाओं द्वारा दिखाए गए हैं।

जैसे, 800 मी दर्शाने वाली रेखा सामान्यत: 800 मीटर ऊँचाई दर्शाती है।

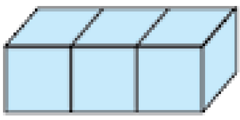
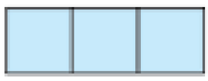
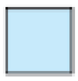
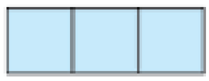
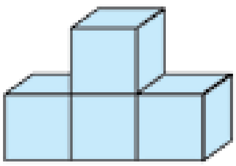
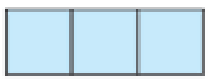
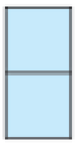
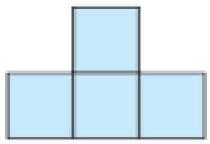
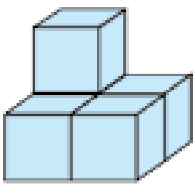
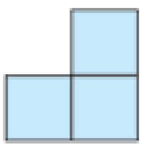
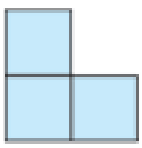
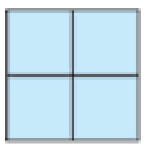




भूगोल में मानचित्र में पहाड़ी दर्शाते समय इसी प्रकार की आकृतियों का उपयोग करते हैं।

प्रश्नसंग्रह 51

1. प्रारंभ में गुटकों की रचनाएँ दी गई हैं । उसके आगे उनकी द्विविम दृश्य दिए गए हैं। पहचानो कि प्रत्येक चित्र, 'सामने से', 'पार्श्व से' अथवा 'ऊपर से' देखने पर किस प्रकार का दिखाई देता है ?

	गुटकों की रचना	दिखने वाला रूप		
(1)				
(2)				
(3)				

2. त्रिविम वस्तुओं मेज, कुर्सी तथा पानी की बोतल के सामने से दिखने वाला, ऊपर से दिखने वाला और बगल से दिखने वाला, प्रत्येक के तीन-तीन चित्र कागज पर खींचो ।

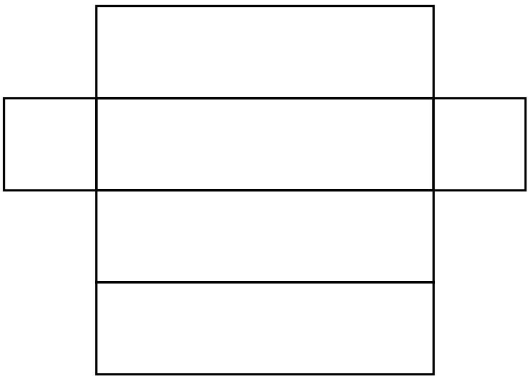
❒ बनावट या गढ़न (रचना) (Nets)

पिछली कक्षा में हम देख चुके हैं कि गत्ते के एक डिब्बे की कुछ कोरों को काटकर उसे समतल करके रखने पर उस डिब्बे की बनावट अथवा गढ़न (रचना) मिलती है ।

त्रिविम आकारवाली वस्तु के द्विविम आकारवाले स्वरूप को उस वस्तु की बनावट या गढ़न कहते हैं ।

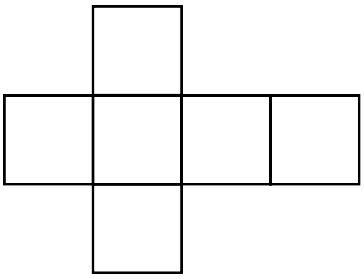
(1) नीचे दिए गए गत्ते के स्वरूपवाली आकृति को विशिष्ट रेखाओं के सापेक्ष मोड़कर त्रिविम आकारवाली वस्तु (डिब्बा) प्राप्त होती है । इस आकृति के सभी पृष्ठ आयताकार हैं ।

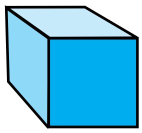
ऐसी आकारवाली वस्तु को 'घनाभ' कहते हैं । (घनाभ का अर्थ है लंबाई, चौड़ाई तथा मोटाईवाला)



(2) नीचे दी गई आकृति में, कागजी गत्ते की एक अलग बनावट दिखाई गई है । इसमें यह दिखाई देगा कि इस बनावट की कोरों (रेखाखंडों) पर उसे मोड़कर परस्पर मिलाने पर त्रिविम आकारवाला डिब्बा तैयार होता है ।

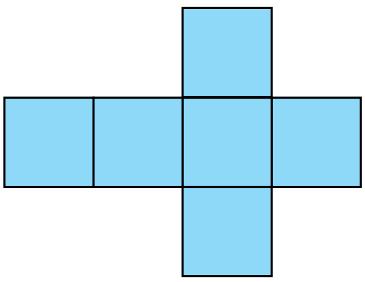
किसी वस्तु के ऐसे आकार को 'घन' कहते हैं ।





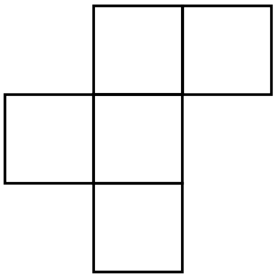
उपक्रम : पोस्टकार्ड जैसा कोई मोटा कागज लेकर उसपर नीचे दिखाए अनुसार रचनाएँ खींचो । उन आकारों को काट लो । अब कोरों के सापेक्ष मोड़कर देखो कि उनसे किस आकारवाले खोखे (डिब्बे) बनते हैं ।

(1)



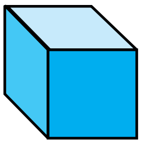
(2)

❒ पाँच वर्गों से निर्मित रचना (पेंटोमिनो)



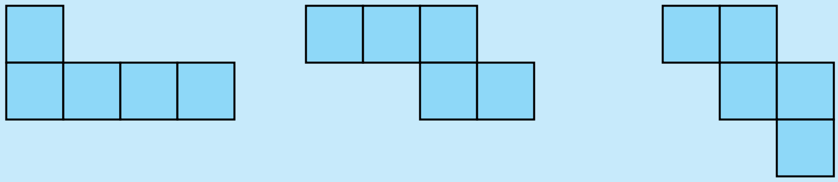
संलग्न आकृति में समान आकारवाले पाँच वर्ग हैं । इन वर्गों की कुछ कोरों को मिलाकर रखा गया है ।

पाँच वर्गों के ऐसे जुड़ाव को 'पाँच वर्गों की रचना' अथवा 'पेंटोमिनो' कहते हैं ।



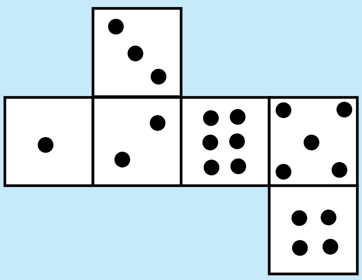
पाँच वर्गोंवाली ऐसी रचना को उसकी कोरों के सापेक्ष मोड़ने पर खुला डिब्बा तैयार होता है ।

उपक्रम : नीचे पाँच वर्गों से निर्मित होने वाली कुछ रचनाएँ दी गई हैं । किसी मोटे कागज पर ऐसी ही रचनाएँ बनाओ । उनके द्वारा खुले डिब्बे तैयार करो ।

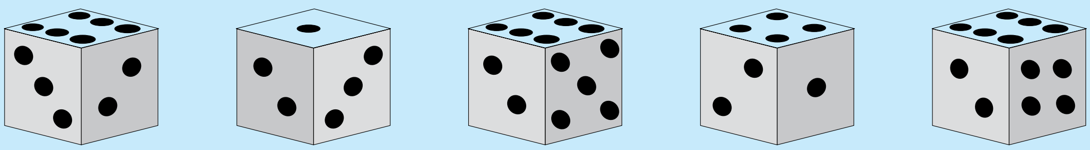


इसी प्रकार खुले डिब्बे तैयार करने के लिए 'पाँच वर्गों की रचना' और कितने प्रकारों से की जा सकती है, उसे प्रत्यक्ष रूप में करके देखो ।

पहेली



यहाँ पास में ही घन के आकारवाले एक पासे की रचना दिखाई गई है । यदि इसे मोड़कर पाँसा तैयार करें, तो उसका आकार निम्नलिखित में से निश्चित रूप से कौन-सा नहीं होगा ?

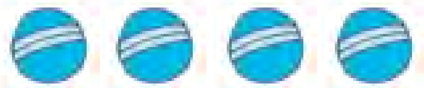
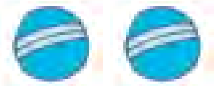
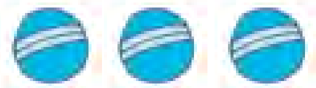


(1) (2) (3) (4) (5)

✦✦✦

14. चित्रालेख

नीचे दी गई तालिका में क्रिकेट की किसी स्पर्धा में तीन गेंदबाजों द्वारा की गई गेंदबाजी में डाले गए ओवरों की संख्या, दिए गए रनों तथा उनके द्वारा आउट किए गए बल्लेबाजों की जानकारी दी गई है ।

गेंदबाज	ओवर	दिए गए रन	आउट खिलाड़ी
चंद्रकांत		18	4
रमाकांत		20	–
अहमद		12	2

पैमाना : गेंद का 1 चित्र = 1 ओवर (6 गेंद)

ऊपर दी गई तालिका के आधार पर नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर लिखो :

(1) कुल कितने गेंदबाजों की जानकारी दी गई है ? (2) सबसे अधिक रन किसने दिए ?

(3) चंद्रकांत ने कितने ओवरों की गेंदबाजी की ? (4) रमाकांत ने कितने बल्लेबाजों को आउट किया ?

(5) अहमद ने कुल कितने गेंदों की गेंदबाजी की ? (6) चंद्रकांत ने कुल कितने रन दिए ?

(7) कुल कितने ओवर गेंद फेंके गए? (8) प्रति ओवर कम-से-कम रन किसने दिए ?

इन प्रश्नों के उत्तरों से यह ज्ञात होता है कि तालिका के आधार पर चित्रों के माध्यम से हमें बहुत-सी जानकारी मिलती है ।

इस प्रकार की तालिकाओं में दी गई जानकारियों को 'चित्रालेख' अथवा उनका 'चित्ररूप' कहते हैं ।

❒ सांख्यिक जानकारी का चित्रालेख (चित्ररूप)

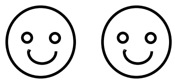
उदा. (1) किसी सर्वेक्षण में अलग-अलग प्रकार के घरों में रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या निम्नानुसार प्राप्त हुई ।

घर का प्रकार	विद्यार्थियों की संख्या
बँगला	4
फ्लैट	20
सामान्य घर	08

हम इस तालिका में दी गई जानकारी का चित्रालेख तैयार करेंगे । क्रिकेट में ओवरों के लिए हमने गेंद के चित्र का उपयोग किया है । विद्यार्थियों के लिए हम जैसे रूप का उपयोग करेंगे ।

क्या 20 विद्यार्थियों के लिए 20 रूप बनाएँगे ? बिल्कुल नहीं ।

यह आवश्यक नहीं है । दी गई जानकारी में आने वाली संख्याएँ देखकर एक सही पैमाना निर्धारित करना सुविधाजनक होता है, जैसे – दी गई जानकारी की तीनों संख्याएँ 4 से विभाज्य हैं । अत: 4 विद्यार्थियों के लिए एक चित्र दिखाएँ, तो बँगले के विद्यार्थियों को 1 चित्र द्वारा, फ्लैट में रहने वाले विद्यार्थियों को 5 चित्रों द्वारा और सामान्य घरों में रहने वाले विद्यार्थियों को 2 चित्रों द्वारा दिखा सकते हैं। चित्र खींचने पर अपना चित्रालेख निम्नानुसार होगा ।

घर का प्रकार	विद्यार्थियों की संख्या
बँगला	
फ्लैट	
सामान्य घर	

पैमाना : 1 चित्र = 4 विद्यार्थी

चित्रालेख का मुख्य उद्देश्य है, सांख्यिक जानकारी को तुरंत समझाना । ध्यान दो कि प्रश्न में आने वाली तीनों संख्याओं में 2 से भी नि:शेष भाग जाता है । अत: हम 1 चित्र द्वारा 2 विद्यार्थी भी पैमाना मान सकते हैं । यह पैमाना लेने पर चित्रों की संख्या बढ़ जाएगी । इसके द्वारा चित्रालेख के आधार पर जानकारी को तुरंत समझना सुविधाजनक नहीं होगा ।

चित्रालेख खींचने के लिए हमें निम्नानुसार कार्य करने पड़ते हैं :

- सांख्यिक जानकारीवाली संख्याओं को ध्यान से देखना पड़ता है ।
- यह देखना पड़ता है कि वे संख्याएँ कौन-कौन-सी संख्याओं के पहाड़े में आती हैं ।
- इसके आधार पर सही पैमाने का निर्धारण करना पड़ता है ।
- चिह्न के रूप में उपयुक्त चित्र का चयन करना पड़ता है ।
- सही खाने बनाकर चित्रालेख खींचना पड़ता है ।
- अंत में चित्रालेख के नीचे पैमाना लिखना पड़ता है ।

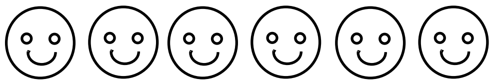
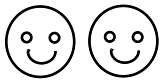
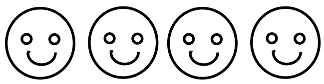
उदा. (2) विद्यालय के 150 विद्यार्थियों के अभिभावक कौन-सा मुख्य व्यवसाय करते हैं, विद्यार्थियों द्वारा बताए अनुसार इसे संकलित किया गया । उसके आधार पर इस जानकारी का चित्रालेख तैयार करो ।

विद्यार्थियों के अभिभावकों का व्यवसाय	विद्यार्थियों की संख्या
खेती	60
निजी नौकरी	20
सरकारी नौकरी	30
अन्य व्यवसाय	40

तालिका में दी गई सभी संख्याएँ 2, 5 तथा 10 से विभाज्य हैं । '10 विद्‌यार्थियों के लिए 1 चित्र' का पैमाना सुविधाजनक होगा । अत: 60 विद्‌यार्थियों के लिए 6 चित्र, 20 विद्‌यार्थियों के लिए 2 चित्र, 30 विद्‌यार्थियों के लिए 3 चित्र और 40 विद्‌यार्थियों के लिए 4 चित्र खींचने पड़ेंगे ।

जानकारी के स्वरूप को ध्यान में रखकर 10 विद्‌यार्थियों के लिए ' ' ऐसा एक चित्र खींचेंगे ।

हमारा चित्रालेख निम्नानुसार होगा ।

विद्‌यार्थियों के अभिभावकों का व्यवसाय	विद्‌यार्थियों की संख्या
खेती	
निजी नौकरी	
सरकारी नौकरी	
अन्य व्यवसाय	

पैमाना : 1 चित्र = 10 विद्‌यार्थी

प्रश्नसंग्रह 52

1. किसी गोदाम में विभिन्न प्रकार के अनाजों का भंडार निम्नानुसार है । इस सांख्यिक जानकारी के आधार पर चित्रालेख तैयार करो ।

अनाज	बोरे
चावल	40
गेहूँ	56
ज्वार	8
बाजरा	32

2. नीचे दी गई तालिका में वड़गाँव में पाए गए वाहनों की संख्या दी गई है । इस जानकारी के आधार पर चित्रालेख बनाओ :

वाहन का प्रकार	**संख्या**
साइकिल	84
दुपहिया	60
चौपहिया (कार या जीप)	24
बड़े वाहन (ट्रक या बस इ.)	12
ट्रैक्टर	24

3. विद्यालय के पुस्तकालय की एक अलमारी में रखी गई विभिन्न पुस्तकों की संख्या निम्नानुसार है । इस सांख्यिक जानकारी के लिए चित्रालेख तैयार करो :

विषय	**पुस्तकें**
विज्ञान	28
क्रीड़ा (खेल)	14
कविता	21
कहानी	35
इतिहास	7

उपक्रम

नीचे दिए गए बिंदुओं के आधार पर जानकारियाँ एकत्र करो और उसका चित्रालेख तैयार करो ।

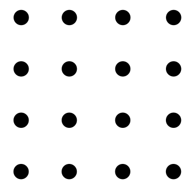
(1) कक्षा के विद्यार्थियों के खेतों में कौन-सी फसलें उगाई जाती हैं ? (सब्जियाँ, अनाज, दालें, फल इत्यादि ।)

(2) कक्षा के विद्यार्थियों को कहानी की किस प्रकार की पुस्तकें पसंद हैं ? (परीकथा, राजा-रानी की कहानी, ऐतिहासिक कहानी, संतों की बातें, चित्रात्मक कहानी इत्यादि ।)

(3) बड़ा होने पर वर्ग के विद्यार्थी क्या बनना चाहते हैं ? (डॉक्टर, शिक्षक, किसान, अभियंता, अधिकारी इत्यादि ।)

✦✦✦

15. प्रतिरूप (आकृतिबंध)



दीदी : अरे वाह ! कितना सुंदर । रंगोली के लिए समान दूरी पर तुमने तो कितनी सुंदर बिंदियाँ खींची हैं ।
क्या तुम्हें इन बिंदियों में छिपी हुई गणितीय बात दिखाई देती है ?

सुरेखा : बिंदियों में गणितीय बात ? मेरे ध्यान में तो नहीं आ रहा है ।

शबनम : दीदी, मेरे ध्यान में तो आया । बिंदियों का विन्यास **वर्गाकार** हुआ है ।

दीदी : बिलकुल सही कहा ! अब बताओ, कुल कितनी बिंदियाँ बनाई गई हैं ?

सुरेखा : एक कतार में 4 बिंदियाँ, ऐसी 4 कतारें अत: कुल $4 \times 4 = 16$ बिंदियाँ ।

दीदी : बहुत अच्छा ! अत: हम 16 बिंदियों का वर्गाकार विन्यास कर सकते हैं । हम और कितनी बिंदियों से वर्गाकार विन्यास कर सकेंगे ?

शबनम : वर्गाकार विन्यास के लिए प्रत्येक खड़ी और आड़ी कतारों में समान बिंदियाँ होनी चाहिए ।

सुरेखा : तात्पर्य यह है कि $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$; किसी संख्या में उसी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त संख्या के बराबर बिंदियाँ लेने पर उनका वर्गाकार विन्यास कर सकते हैं ।

दीदी : बिलकुल सटीक उत्तर तुमने दिया है । संख्याओं 4, 9, 16, 25, 36.... के बराबर बिंदियाँ हों, तो इनसे वर्गाकार विन्यास कर सकते हैं । ऐसी संख्याओं को **वर्गीय संख्या** कहते हैं ।
अत: 100 भी क्या वर्गीय संख्या है ?

सुरेखा : दस दहाँ सौ । अत: 100 भी वर्गीय संख्या है ।

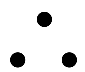
दीदी : बिलकुल सही ! और संख्या 40 ?

शबनम : सोचकर बताती हूँ । $6 \times 6 = 36$ तथा $7 \times 7 = 49$ संख्या 40, संख्याओं 36 तथा 49 के मध्य आती है । अत: किसी संख्या में उसी संख्या से गुणा करने पर 40 आए, ऐसी कोई पूर्णांक संख्या नहीं है । अत: 40 वर्गीय संख्या नहीं है ।

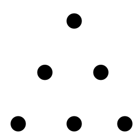
दीदी : अब संख्याओं की एक और रंजकता तुम्हें बताती हूँ । $1 + 2$; $1 + 2 + 3$; ऐसा 1 से 6 तक के योगफल करो ।

सुरेखा : $1 + 2 = 3$, $1 + 2 + 3 = 6$, $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$,
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

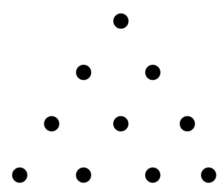
दीदी : संख्याओं 3, 6, 10, 15, 21 के बराबर बिंदियाँ मैं बनाकर दिखाती हूँ । देखो कि क्या इसमें तुम्हें कोई रंजकता दिखाई देती है ।



(1+2)



(1+2 + 3)



(1+2 + 3+4)

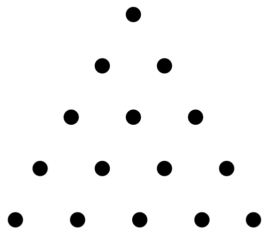
शबनम : ध्यान में आया दीदी ! इन बिंदियों के विन्यास से त्रिभुज तैयार होते हैं ।

दीदी : सही कहा परंतु उन त्रिभुजों में क्या कोई विशेष बात तुम्हारे ध्यान में आई ?

सुरेखा : प्रत्येक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ समान हैं ।

दीदी : तुम दोनों ने मिलकर सटीक उत्तर दिया ! अब बताओ, क्या ऐसे विन्यास में 15 बिंदियाँ बनाई जा सकती हैं ?

शबनम : जी हाँ दीदी, मैं अभी आपको 15 बिंदियोंवाली रंगोली बनाकर दिखाती हूँ , जिसमें उनका विन्यास समान भुजावाले त्रिभुज के रूप में होगा ।



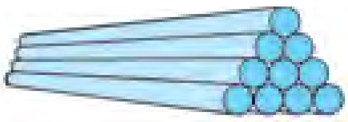
दीदी : अब तुम 21 बिंदियोंवाली रंगोली त्रिभुजीय विन्यास में बनाओ ।

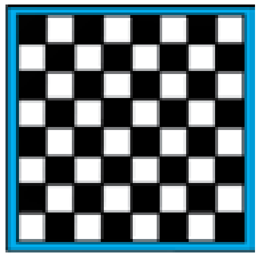
सुरेखा : उसके आगे ऐसी ही 6 और बिंदियाँ बनाना है ।

दीदी : संख्याओं 3, 6, 10, 15, 21 संबंधी रंजकता तुम्हारे ध्यान में आई क्या ? ऐसी संख्याओं को तुम क्या नाम दोगे ?

शबनम : त्रिभुजीय संख्याएँ !

दीदी : बिलकुल सही । इन संख्याओं को **त्रिभुजीय संख्या** ही कहते हैं । हमारे दैनिक व्यवहार में भी त्रिभुजीय तथा वर्गीय संख्याएँ आती हैं । अपने रसोईघर में कटोरियों का विन्यास, सड़क के किनारे पर, एक पर एक रखी नलियों का विन्यास तथा शतरंज की पट्टी इत्यादि ।





प्रश्नसंग्रह 53

1. नीचे दी गई संख्याओं में से वर्गीय संख्याएँ अलग करो ।
   5, 9, 12, 16, 50, 60, 64, 72, 80, 81

2. निम्नलिखित में से त्रिभुजीय संख्याएँ कौन-सी हैं ?
   3, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 20, 21, 42

3. एक ऐसी संख्या ज्ञात करो, जो त्रिभुजीय तथा वर्गीय दोनों प्रकार की संख्या हो ।

4. यदि 4 को हम पहली वर्गीय संख्या माने, तो क्रम से आने वाली दसवीं वर्गीय संख्या कौन-सी होगी ?

5. यदि 3 को पहली त्रिभुजीय संख्या मानें, तो क्रम से आने वाली दसवीं त्रिभुजीय संख्या कौन-सी होगी ?

थोड़ा सोचो :

(1) हम कैसे निर्धारित करेंगे कि दी गई संख्या, वर्गीय संख्या है ।

(2) हम कैसे निर्धारित करेंगे कि दी गई संख्या, त्रिभुजीय संख्या है ।

(3) वर्गीय संख्याओं की कुल संख्या कितनी होगी ?

(4) त्रिभुजीय संख्याओं की कुल संख्या कितनी होगी ?

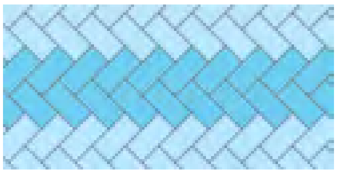
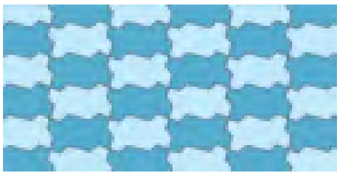
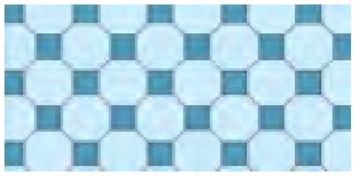
उपक्रम

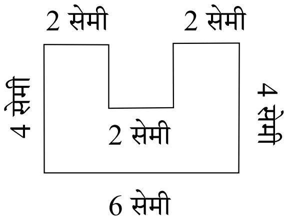
जिन चित्रों में त्रिभुजीय अथवा वर्गीय संख्याएँ दिखती हों, ऐसे चित्रों का संग्रह करो ।

✦✦✦

❒ टाइलों के मेल से निर्मित प्रतिरूप

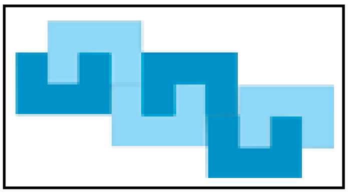
नीचे टाइलों का एक विशिष्ट प्रकार से मेल किया गया है । ध्यान दो कि किन्हीं दो टाइलों के मध्य खुली जमीन नहीं है अथवा जमीन का कोई भाग उघड़ा नहीं है । टाइलों के प्रत्येक मेल में एक विशिष्ट प्रतिरूप भी दिखाई देता है ।

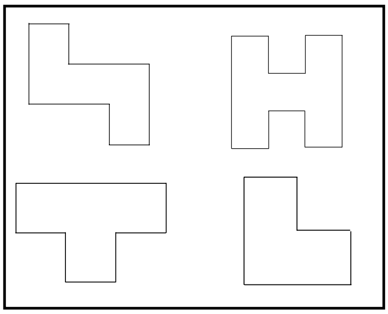






✤ गत्ते की पूरी शीट लो । यहाँ दिखाए अनुसार उसपर कई आकृतियाँ बनाओ । इनको गत्ते में से काटकर अलग करो । उनमें से आधे टुकड़ों को शीट के रंग से अलग रंग में रँगो ।

इन्हीं टुकड़ों द्‌वारा बनाया गया एक प्रतिरूप, यहाँ नीचे दिखाया गया है । इसी प्रकार के कुछ अन्य प्रतिरूप तुम स्वयं तैयार करो ।





✤ यहाँ दिखाए अनुसार, अलग-अलग मापवाले कार्डशीट के टुकड़े काटकर, टाइलों की भाँति उनको रखकर, एक सुंदर प्रतिरूप तैयार करो ।

✤ नीचे दी गई प्रत्येक नक्काशी के प्रतिरूप पर सोचो । उसी प्रतिरूप का उपयोग करके चौखट पूर्ण करो :

✤ अपने मन से कोई एक आकार (आकृति) तैयार करो । उस आकार के आधार पर साड़ी, शाल जैसे वस्त्रों की किनारी (बार्डर) के लिए एक प्रतिरूप तैयार करो । ✦✦✦

16. बीजगणित की पूर्वतैयारी

विदुला : सर, भाई साहब कह रहे थे कि वे बीजगणित का अध्ययन करते हैं । बीजगणित का क्या अर्थ है ?

सर : केवल तुम्हें बताना हो, तो बीजगणित का अर्थ है, 'संख्याओं और अक्षरों का उपयोग करके विन्यासित गणित' ।

रवि : इसका अर्थ यह है कि अक्षरों द्वारा जोड़ने-घटाने की क्रियाएँ करना ? वह कैसे किया जाएगा ?

सर : उसे सीखने-समझने के लिए, आओ हम पूर्वतैयारी के रूप में संख्याओं की सहायता से कुछ सीखें ।

❒ समता या समानता

यदि हम कोई दो संख्याएँ लेकर जोड़, घटाव, गुणन तथा भाजन में से कोई भी संक्रिया करें, तो प्राप्त उत्तर कोई संख्या ही होता है । जैसे, 5 तथा 3 को जोड़े, तो संख्या 8 मिलती है । इसे ही हम संक्षेप में '$5 + 3 = 8$' लिखते हैं । इसी प्रकार $13 - 6 = 7$, $12 \div 4 = 3$ तथा $9 \times 1 = 9$

अब हम थोड़ा अलग ढंग से विचार करेंगे ।

दो संख्याओं पर कोई संक्रिया करने पर संख्या 12 मिलती है । संख्याओं की ऐसी जोड़ी प्राप्त करें, तो हम $(6 + 6)$, $(15 - 3)$, (6×2) तथा $(24 \div 2)$ इत्यादि लिख सकते हैं ।

जब हमें 'छह और छह को जोड़कर आने वाली संख्या' ऐसा कहना हो, तो उसे कोष्ठक में $(6 + 6)$ के रूप में लिखना सुविधाजनक होता है ।

जैसे, $(15 - 3)$ का अर्थ है, 'पंद्रह में से तीन घटाने पर आने वाली संख्या' ।

(6×2) का अर्थ है, 'छह में दो से गुणा करने पर आने वाली संख्या' ।

$(24 \div 2)$ का अर्थ है, 'चौबीस में दो से भाग देने पर आने वाली संख्या' ।

$(6 + 6)$, $(15 - 3)$, (6×2), $(24 \div 2)$ जैसे विन्यासों को व्यंजक कहते हैं । इनमें से प्रत्येक व्यंजक का मान 12, अर्थात समान है । ये सभी व्यंजक परस्पर समान हैं ।

इसे ही हम $(6 + 6) = (15 - 3)$, $(6 + 6) = (24 \div 2)$ तथा $(6 \times 2) = (15 - 3)$ लिख सकते हैं ।

$(6 + 6) = (15 - 3)$, $(6 + 6) = (24 \div 2)$ जैसे स्वरूपवाले विन्यासों को **समता** कहते हैं ।

$5 + 3 = 8$ तथा $9 \times 1 = 9$ भी **समता** हैं । समता दर्शाने के लिए ही चिह्न '=' का उपयोग करते हैं ।

प्रश्नसंग्रह 54

1. कोष्ठकों का उपयोग करके ऐसी तीन जोड़ियाँ लिखो, जिनका योगफल (जोड़) 13 आए । उसके आधार पर तीन अलग-अलग समताएँ लिखो ।
2. संख्याओं की ऐसी चार अलग-अलग जोड़ियाँ लिखो, जिनका जोड़, घटाव, गुणनफल तथा भागफल संख्या 18 ही हो । उनके आधार पर चार अलग-अलग समताएँ लिखो ।

❒ असमता

व्यंजकों $(7 + 5)$ तथा (7×5) के मान क्रमश: 12 तथा 35 हैं । अत: ये समान नहीं हैं ।

'समान नहीं हैं' । यह बताने के लिए चिह्न '$\neq$' का उपयोग करते हैं ।

व्यंजक $(7 + 5)$ और (7×5) समान नहीं हैं संक्षेप में इसे $(7 + 5) \neq (7 \times 5)$ लिखते हैं । ऐसे विन्यास को **असमता** कहते हैं ।

$(9 - 5) \neq (15 \div 3)$ इसका अर्थ है कि व्यंजक $(9 - 5)$ तथा $(15 \div 3)$ के मान समान नहीं हैं ।

दो व्यंजकों के मान समान नहीं हैं, इसका अर्थ है कि दोनों व्यंजकों के मान छोटे-बड़े हैं । छोटा-बड़ा बताने के लिए हम क्रमश: चिह्नों '$<$' तथा '$>$' का उपयोग करते हैं । अत: इन चिह्नों का उपयोग करके भी असमताएँ लिखी जा सकती हैं ।

$(9 - 5)$ का मान 4 और $(15 \div 3)$ का मान 5 है । $4 < 5$ अत: हम व्यंजकों $(9 - 5)$ तथा $(15 \div 3)$ के संबंध को $(9 - 5) < (15 \div 3)$ जैसा अथवा $(15 \div 3) > (9 - 5)$ जैसा लिख सकते हैं ।

✦ व्यंजकों को जोड़ियों के बीचवाले चौखटों में $<$, $=$ या $>$ में से सही चिह्न बनाओ ।

(1) $(9 + 8)$ ☐ $(30 \div 2)$

$9 + 8 = 17, \quad 30 \div 2 = 15$

$17 > 15$

अत: $(9 + 8)$ $\boxed{>}$ $(30 \div 2)$

(2) (16×3) ☐ (4×12)

$16 \times 3 = 48, \quad 4 \times 12 = 48, \quad 48 = 48$

अत: (16×3) $\boxed{=}$ (4×12)

(3) $(16 - 5)$ ☐ (2×7)

$16 - 5 = 11, \quad 2 \times 7 = 14,$

$11 < 14$

अत: $(16 - 5)$ $\boxed{<}$ (2×7)

✦ व्यंजकों की जोड़ियों के बीचवाले चौखट में ऐसी संख्या लिखो कि उसके द्‌वारा कथन समान हो जाए ।

(1) $(7 \times 2) = (\ \square - 6)$

व्यंजक 7×2 का मान 14 है । अत: चौखट में ऐसी संख्या होनी चाहिए, जिसमें से 6 घटाने पर अंतर 14 आए । 20 में से 6 घटाने पर अंतर 14 आता है ।

इसलिए $(7 \times 2) = (\boxed{20} - 6)$

(2) $(24 \div 3) < (5 + \square)$

व्यंजक $24 \div 3$ का मान 8 है । अत: चौखट में ऐसी संख्या होनी चाहिए, जिसमें 5 जोड़ने पर योगफल (जोड़) 8 से अधिक हो ।

परंतु $5 + 1 = 6, \quad 5 + 2 = 7, \quad 5 + 3 = 8,$ अत: चौखट में 3 से बड़ी संख्या अर्थात चौखट में 4, 5, 6, ..., जैसी कोई भी संख्या लिखी जा सकती है । इसका अर्थ यह है कि इस प्रश्न के कई उत्तर हैं । इन कई उत्तरों में से एक उत्तर $(24 \div 3) < (5 + \boxed{4})$ है । ऐसा होने पर भी इस प्रश्न का केवल एक उत्तर लिखना पर्याप्त है । ऐसे प्रश्नों को मुक्तोत्तरी प्रश्न कहते हैं ।

प्रश्नसंग्रह 55

1. सही है या गलत, सोचकर लिखो :

(1) $(23 + 4) = (4 + 23)$ (2) $(9 + 4) > 12$ (3) $(9 + 4) < 12$ (4) $138 > 138$

(5) $138 < 138$ (6) $138 = 138$ (7) $(4 \times 7) = 30 - 2$ (8) $\frac{25}{5} > 5$

(9) $(5 \times 8) = (8 \times 5)$ (10) $(16 + 0) = 0$ (11) $(16 + 0) = 16$ (12) $(9 + 4) = 12$

2. व्यंजकों की जोड़ियों के बीचवाले चौखटों में $=, <, >$ में से सही चिह्न (प्रतीक) बनाओ ।

(1) $(45 \div 9)$ ☐ $(9 - 4)$ (2) $(6 + 1)$ ☐ (3×2) (3) (12×2) ☐ $(25 + 10)$

3. नीचे दिए गए कथन सत्य (सही) होने के लिए व्यंजकों के कोष्ठकों में सही संख्या लिखो ।

(1) $(1 \times 7) = (\square \times 1)$ (2) $(5 \times 4) > (7 \times \square)$ (3) $(48 \div 3) < (\square \times 5)$

(4) $(0 + 1) > (5 \times \square)$ (5) $(35 \div 7) = (\square + \square)$ (6) $(6 - \square) < (2 + 3)$

❒ अक्षरों का उपयोग

गणित ऐसा विषय है, जिसके लेखन में चिह्नों का अत्यधिक उपयोग किया जाता है । चिह्नों के उपयोग द्‌वारा लेखन पर्याप्त कम (संक्षिप्त) हो जाता है । जैसे, संख्या पचहत्तर में संख्या पंद्रह से भाग देने पर भागफल पाँच आता है, इसी कथन को चिह्नों का उपयोग करके हम संक्षेप में '$75 \div 15 = 5$' लिख सकते हैं । इसे समझना भी आसान होता है ।

चिह्नों की भाँति ही अक्षरों का उपयोग करने पर भी लेखन आसान तथा संक्षिप्त हो जाता है ।

संख्याओं का जोड़, घटाव इत्यादि क्रियाएँ करते समय तुम्हारे ध्यान में इन क्रियाओं के गुणधर्म आए होंगे। जैसे, $(4 + 9)$, $(9 + 4)$ जैसे, स्वरूपवाले जोड़ से तुम्हारे ध्यान में कौन-सा गुणधर्म आता है ?

- किन्हीं संख्याओं का जोड़ और उन संख्याओं का क्रम बदलकर आने वाला जोड़ समान होता है ।
  अक्षरों का उपयोग करके यही गुणधर्म लिखें, तो वह कैसा सरल और अपने आप में पूर्ण होता है। इसे देखो ।
- किन्हीं दो संख्याओं के लिए हम अक्षरों a तथा b का उपयोग करेंगे । उनका जोड़ '$a + b$' होगा ।
  क्रम बदलकर उन्हीं संख्याओं का जोड़ '$b + a$' होगा । अत: नियम इस प्रकार होगा ।
  यदि a तथा b दो संख्याएँ हों, तो $(a + b) = (b + a)$
  दो उदाहरण और देखो ।
- किसी भी संख्या में संख्या 1 का गुणा करने पर गुणनफल वही संख्या होता है । संक्षेप में, $a \times 1 = a$
- किन्हीं दो शून्येतर तथा असमान संख्याओं का भागफल और उन संख्याओं का क्रम बदलकर प्राप्त भागफल समान नहीं होते । संक्षेप में, यदि a तथा b असमान संख्याएँ हों, तो $(a \div b) \neq (b \div a)$
  a का मान 8 तथा b का मान 4 लेकर इस गुणधर्म का सत्यापन करो ।

प्रश्नसंग्रह 56

1. 'किसी भी संख्या' के लिए अक्षर का उपयोग करके नीचे दिए गए गुणधर्मों को संक्षेप में लिखो :

(1) किसी भी संख्या में संख्या शून्य मिलाने पर आने वाला जोड़ (योग) वह संख्या ही होता है ।

(2) किन्हीं दो संख्याओं का गुणनफल और क्रम बदलकर उनका गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल दोनों समान होते हैं ।

(3) किसी भी संख्या और शून्य का गुणनफल शून्य होता है ।

2. अक्षरों का उपयोग करके लिखे गए गुणधर्मों को शब्दों (कथन के रूप) में लिखो ।

(1) $m - 0 = m$ (2) $n \div 1 = n$

✦✦✦

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे–४११ ००४

हिंदी गणित इ.५वी

₹ 36.00