۸ - تقسیم پذیر اور عاد

دادا : میرے پاس 12 پیڑے ہیں۔ کتنے کتنے پیڑوں کے گروہ بنائے جائیں کہ ایک بھی پیڑا باقی نہ رہے؟

ذکا : بانٹنا ہے کا مطلب ہے تقسیم کرنا۔ ایک بھی پیڑا باقی نہ رہے کا مطلب ہے باقی 0 رہے گا۔

ضیا : 2 کے پہاڑے میں 12 آتا ہے۔ اس لیے دو دو پیڑوں کے گروہ بنا سکتے ہیں۔

ندا : 3 کے گنا میں 12 آتے ہیں اس لیے تین تین پیڑوں کے گروہ بنا سکتے ہیں۔

شاہد : چار چار کے بھی گروہ بنا سکتے ہیں۔

زویا : کیا پانچ پانچ کے گروہ بنا سکتے ہیں؟

ندا : نہیں۔ کیوں کہ 5 کے پہاڑے میں 12 نہیں آتا۔

ضیا : چھے سے بارہ پورا تقسیم ہوتا ہے۔ اس لیے چھے چھے پیڑوں کے بھی گروہ بنا سکتے ہیں۔

ندا : 7، 8، 9، 10، 11 کے گروہ نہیں بنا سکتے کیوں کہ ان عددوں کے پہاڑوں میں 12 نہیں آتا۔

ذکا : 12 پیڑوں کا ایک گروہ بنا کر بھی ایک کو دیا جا سکتا ہے۔ ایک ایک پیڑا 12 لوگوں میں بھی بانٹا جا سکتا ہے۔

دادا : بہت اچھی طرح غور کیا تم نے 1، 2، 3، 4، 6، 12 ان سب عددوں سے 12 کو پورا تقسیم کیا جا سکتا ہے اور باقی صفر رہتا ہے۔ اس لیے ان سب کو 12 کے عاد یا جزو ضربی کہتے ہیں۔

اسی طرح 16 کے عاد 1، 2، 4، 8، 16 ہیں۔

مشق 32

ذیل کے عددوں کے عاد لکھیے۔

(1) 8 (2) 5 (3) 14 (4) 10 (5) 7 (6) 22 (7) 25 (8) 32 (9) 33

❑ تقسیم پذیر :

دادا : تمھیں معلوم ہے کہ مقسوم علیہ اور مقسوم کیا ہیں۔ لیکن کیا تمھیں معلوم ہے کہ تقسیم پذیر سے کیا مراد ہے؟

ضیا : یہ نہیں معلوم کہ تقسیم پذیر کیا ہوتا ہے۔ لیکن میرا خیال ہے اس کا تعلق عاد سے ہونا چاہیے۔

دادا : میں مثال کے ذریعے سمجھاتا ہوں۔ تمھیں $5 \div 20$ کی تقسیم تو آتی ہے نا؟

ضیا : ہاں، مقسوم 20 کو مقسوم علیہ 5 سے تقسیم کریں گے تو خارج قسمت 4 آتا ہے اور صفر باقی رہتا ہے۔

دادا : جب مقسوم کو مقسوم علیہ سے تقسیم کرنے پر صفر باقی رہے، اس وقت اس مقسوم کو تقسیم پذیر کہتے ہیں۔ یعنی یہاں عدد 20، عدد 5 سے تقسیم پذیر ہے۔ اب $5 \div 21$ کی تقسیم دیکھو۔ 21 کو 5 سے تقسیم کرنے پر باقی 1 رہتا ہے۔ اس لیے عدد 21، عدد 5 سے تقسیم پذیر نہیں ہے۔

دوسرے الفاظ میں، جب تقسیم میں باقی صفر رہتا ہو، تب مقسوم علیہ کو عاد اور مقسوم کو تقسیم پذیر کہتے ہیں۔

اب بتاؤ۔ 84 کھریا ہیں۔ کیا ان کے چھے چھے کے گروہ بن سکتے ہیں؟

شمس : میں 6 سے تقسیم کرکے دیکھتا ہوں۔ 6 سے 84 پورا تقسیم ہوجاتا ہے اور خارج قسمت 14 آتا ہے۔ اس لیے چھ چھ کے 14 گروہ بنیں گے۔ یہاں 84 تقسیم پذیر اور 6 عاد ہے۔

دادا : کھریا کی تعداد 6، 12، 18، 36، 84 ہو تو 6 - 6 کے گروہ بنانے پر کھریا ختم ہوجائیں گے۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ عدد 6، 12، 18، 36، 84 عدد 6 سے تقسیم پذیر ہیں یا یہ اعداد 6 سے پورا تقسیم ہوتے ہیں۔ یہ جاننے کے لیے کہ کھریا کی تعداد 6 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں، اس عدد کو 6 سے تقسیم کرکے دیکھنا ہوگا۔ اگر باقی صفر ہو تو وہ عدد 6 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔

3 کے پہاڑے میں آنے والا ہر عدد 3 سے پورا تقسیم ہوتا ہے یا وہ عدد 3 سے تقسیم پذیر ہے۔ اسی طرح 7 کے پہاڑے میں آنے والے اعداد 7 سے تقسیم پذیر ہوتے ہیں۔ 9 کے پہاڑے میں آنے والے اعداد 9 سے تقسیم پذیر ہوتے ہیں۔

تقسیم پذیری کے تصور کو ہم روزمرہ زندگی میں بھی استعمال کرتے ہیں۔ میں کچھ سوال پوچھتا ہوں۔ ان کی روشنی میں یہ بات تمہاری سمجھ میں آ جائے گی۔

میرے پاس 200 ملی لِٹر کا ناپ ہے۔ اس کے ذریعے کیا میں 1 لِٹر کا دودھ ناپ سکتا ہوں؟

شمس : 1 لِٹر کا مطلب ہے 1000 ملی لِٹر۔ $5 \times 200 = 1000$ یعنی 1000 کا عدد 200 سے تقسیم پذیر ہے۔ لہٰذا 200 ملی میٹر کے ناپ سے 1 لِٹر دودھ ناپا جاسکتا ہے۔ 200 ملی لِٹر کے 5 ناپ 1 لِٹر ہوتے ہیں۔

دادا : کیا ہم 200 ملی لِٹر کے ناپ سے ڈیڑھ لِٹر دودھ ناپ سکتے ہیں؟

ضیا : ڈیڑھ لِٹر کا مطلب ہے 1500 ملی لِٹر۔ عدد 200 کے گنا میں 1500 نہیں ہے۔ اس لیے 200 سے 1500 تقسیم پذیر نہیں ہے۔ لہٰذا 200 ملی لِٹر کے ناپ سے ہم ڈیڑھ لِٹر دودھ نہیں ناپ سکتے۔

دادا : میرے پاس 400 گرام چنے ہیں۔ مجھے 60-60 گرام چنوں کی پڑیاں بنانی ہیں۔ کیا میں ایسا کرسکتا ہوں؟

ضیا : نہیں۔ کیوں کہ 400 کا عدد 60 سے تقسیم پذیر نہیں ہے۔

دادا : کم سے کم کتنے چنے اور لائے جائیں تو 60 گرام کی پڑیاں بنائی جاسکیں گی؟

ضیا : 400 کے آگے 60 سے تقسیم ہونے والا پہلا عدد ہمیں معلوم کرنا ہوگا۔ $60 \times 6 = 360$، $60 \times 7 = 420$، اس لیے مزید 20 گرام چنے لانے ہوں گے۔

❑ تقسیم پذیری کی کسوٹیاں :

2 کے پہاڑے کا مشاہدہ کیجیے کہ اکائی کے مقام میں کون سے ہندسے آتے ہیں۔ اسی طرح باقاعدہ تقسیم کرکے دیکھیے کہ 52، 74، 80، 96،98 اعداد کو 2 سے پوری تقسیم ہوتی ہے یا نہیں۔ اس کی بنا پر ہمیں کون سا اصول حاصل ہوتا ہے کہ کوئی عدد 2 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں۔

اب 5 اور 10 کے پہاڑوں کا مشاہدہ کیجیے۔ یہ معلوم کیجیے کہ 5 سے اور 10 سے تقسیم پذیری کے کون سے اصول نظر آتے ہیں۔

2 سے تقسیم پذیری کی کسوٹی : کسی عدد کے اکائی کے مقام پر 0، 2، 4، 6، 8 میں سے کوئی ہندسہ ہو، تو وہ عدد 2 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔ یعنی وہ عدد 2 سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہے۔

5 سے تقسیم پذیری کی کسوٹی : کسی عدد کے اکائی کے مقام پر 0، 5 میں سے کوئی ہندسہ ہو تو وہ عدد 5 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔

10 سے تقسیم پذیری کی کسوٹی : کسی عدد کے اکائی کے مقام پر 0 ہو تو وہ عدد 10 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔

1. (1) 2 سے تقسیم پذیر تین ہندسی پانچ اعداد لکھیے۔
(2) 5 سے تقسیم پذیر تین ہندسی پانچ اعداد لکھیے۔
(3) 10 سے تقسیم پذیر تین ہندسی پانچ اعداد لکھیے۔
2. ایسے پانچ اعداد لکھیے جو 2 اور 3 دونوں سے تقسیم پذیر ہوں۔
3. 3 میٹر لمبائی کا ایک فیتہ ہے۔کیا اس کے ایسے ٹکڑے کیے جاسکتے ہیں کہ ہر ٹکڑے کی لمبائی 50 سم ہو؟ وجہ لکھیے۔
4. 3 میٹر لمبائی کا ایک فیتہ ہے۔اس فیتے کے 40-40 سم لمبائی کے 8 ٹکڑے کرنے ہیں تو کتنی لمبائی کا فیتہ کم پڑے گا؟
5. ذیل کی جدول میں اگر دیا ہوا عدد دیے ہوئے مقسوم علیہ سے پورا تقسیم ہوتا ہو تو ایسا '✓' نشان اور پورا تقسیم نہ ہوتا ہو تو ایسا '✗' نشان لگائیے۔

عدد \ مقسوم علیہ	2	5	10
15	✗	✓	✗
30			
34			
46			

عدد \ مقسوم علیہ	2	5	10
55			
63			
70			
84			

❑ مفرد عدد، مرکب عدد

ذیل کی جدولوں میں چند اعداد دیے ہوئے ہیں۔ان کے تمام عاد لکھیے۔

عدد	عاد
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	
6	

عدد	عاد
11	
12	
16	
19	
25	

دادا : جدول کے مشاہدے سے کیا نظر آتا ہے؟

عزیز : 1 ہر عدد کا عاد ہے۔کچھ عددوں کے 1 اور خود وہ عدد صرف دو ہی عاد ہوتے ہیں۔ مثلاً 3 کے عاد 1 اور 3 ہی ہیں۔اسی طرح 2 کے عاد 1 اور 2 اور 19 کے عاد 1 اور 19 ہی ہیں۔بعض اعداد کے عاد دو سے زیادہ ہوتے ہیں۔

دادا : 2، 3، 19 جیسے صرف دو ہی عاد والے اعداد کو مفرد اعداد کہتے ہیں۔

> جن عددوں کے 1 اور وہ عدد اس طرح صرف دو ہی عاد ہوتے ہیں، وہ مفرد اعداد ہوتے ہیں۔

عزیز : 4، 6، 16 جیسے اعداد کے دو سے زیادہ عاد ہوتے ہیں۔ان اعداد کو کیا کہتے ہیں؟

دادا : 4، 6، 16 جیسے اعداد کو مرکب اعداد کہتے ہیں۔

جن عددوں کے دو سے زیادہ عاد ہوتے ہیں، وہ مرکب عدد ہوتے ہیں۔

دادا : ذرا غور کر کے بتاؤ کہ عدد 1 مفرد عدد ہے یا مرکب عدد ہے۔

عزیز : عدد 1 کا صرف ایک ہی عاد '1' ہے اس لیے میں نہیں بتا سکتا۔

دادا : بالکل صحیح۔ عدد 1 کو مفرد عدد نہیں مانتے اور مرکب عدد بھی نہیں مانتے۔

عدد 1 نہ تو مرکب عدد ہے اور نہ ہی مفرد عدد ہے۔

مشق 34

(1) 1 سے 20 تک اعداد میں سے تمام مفرد اعداد لکھیے۔

(2) 21 سے 50 تک اعداد میں سے تمام مرکب اعداد لکھیے۔

(3) ذیل کے اعداد میں سے مفرد اعداد کے گرد '◯' کا نشان لگائیے۔

22، 37، 43، 48، 53، 60، 91، 57، 59، 77، 79، 97، 100

(4) مفرد اعداد میں سے جفت عدد کون سا ہے؟

باہم مفرد اعداد

دادا : 12 اور 18 کے تمام عاد بتائیے۔

حنا : میں 12 کے عاد بتاتی ہوں : 1، 2، 3، 4، 6، 12

زویا : میں 18 کے عاد بتاتی ہوں : 1، 2، 3، 6، 9، 18

دادا : اب 12 اور 18 اِن دونوں عددوں کے مشترک عاد معلوم کیجیے۔

حنا : مشترک عاد سے کیا مراد ہے؟

دادا : عاد 1، 2، 3، 6 دونوں گروہوں میں ہیں۔اس لیے 1، 2، 3، 6، اعداد 12 اور 18 کے مشترک عاد ہیں۔اب 10 اور 21 کے عاد بتائیے۔

ندیم : 10 کے عاد : 1، 2، 5، 10

زویا : 21 کے عاد : 1، 3، 7، 21

دادا : عادوں کے ان دونوں گروہوں میں کون سے عاد مشترک ہیں۔

ندیم : صرف 1 ہی واحد مشترک عاد ہے۔

دادا : صرف 1 ہی واحد مشترک عاد والے دو اعداد کو باہم مفرد اعداد کہتے ہیں۔اس لیے 10 اور 21 باہم مفرد اعداد ہیں۔ 12 اور 18 کے مشترک عاد 1، 2، 3، 6 ہیں یعنی عدد 1 کے علاوہ دوسرے مشترک عاد بھی ہیں اس لیے 12 اور 18 باہم مفرد اعداد نہیں ہیں۔
اب ذرا بتائیے کہ 8 اور 10 باہم مفرد اعداد ہیں یا نہیں۔

زویا : 8 کے عاد 1، 2، 4، 8 اور 10 کے عاد 1، 2، 5، 10 ہیں۔ان دونوں عددوں میں دو عاد 1 اور 2 مشترک ہیں۔اس لیے 8 اور 10 باہم مفرد اعداد نہیں ہیں۔

مشق 35

طے کیجیے کہ ذیل کی جوڑیوں میں دیے ہوئے اعداد باہم مفرد اعداد ہیں یا نہیں۔

(1) 22، 24 (2) 14، 21 (3) 10، 33 (4) 11، 30

(5) 5، 7 (6) 15، 16 (7) 50، 52 (8) 17، 18

سرگرمی 1 :

- 1 سے 60 تک اعداد لکھیے۔
- 2 سے تقسیم پذیر اعداد کے گرد نیلی روشنائی سے دائرہ بنائیے۔
- 4 سے تقسیم پذیر اعداد کے گرد سرخ روشنائی سے دائرہ بنائیے۔
- جن اعداد کے گرد نیلے رنگ کا دائرہ ہے کیا ان تمام اعداد کے گرد سرخ رنگ کا دائرہ بھی ہے؟
- جن اعداد کے گرد سرخ رنگ کا دائرہ ہے کیا ان تمام اعداد کے گرد نیلے رنگ کا دائرہ بھی ہے؟
- کیا 2 سے تقسیم پذیر تمام اعداد 4 سے بھی تقسیم پذیر ہیں؟
- کیا 4 سے تقسیم پذیر تمام اعداد 2 سے بھی تقسیم پذیر ہیں؟

سرگرمی 2 :

- 1 سے 60 تک اعداد لکھیے۔
- 2 سے تقسیم پذیر تمام اعداد کے گرد مثلث بنائیے۔
- 3 سے تقسیم پذیر اعداد کے گرد دائرہ بنائیے۔
- اب 6 سے تقسیم پذیر اعداد معلوم کیجیے۔ ان کا مشاہدہ کیجیے۔ کیا اس کی بنا پر کوئی خصوصیت دکھائی دیتی ہے؟ بتائیے۔

❑ مفرد اعداد معلوم کرنے کا اراٹوستھینس کا طریقہ

تقریباً 250 سال قبل مسیح میں اراٹوستھینس نام کا ایک ریاضی داں یونان میں رہتا تھا۔ اس نے مفرد اعداد معلوم کرنے کا ایک طریقہ دریافت کیا تھا۔ اسے اراٹوستھینس کی چھلنی کہتے ہیں۔ آیئے ہم دیکھتے ہیں کہ اس طریقے سے 1 سے 100 تک کے مفرد اعداد کس طرح معلوم کرتے ہیں۔

- چوں کہ 1 نہ مفرد ہے اور نہ مرکب عدد ہے۔ اس لیے اس کے گرد ایسا ☐ نشان لگائیے۔
- 2 مفرد عدد ہے اس لیے اس کے گرد دائرہ بنائیے۔
- اس کے بعد 2 سے تقسیم پذیر تمام اعداد پر لکیر کھینچ کر کاٹ دیجیے۔ اس طرح سمجھ میں آجائے گا کہ 100 میں سے تقریباً نصف اعداد مفرد اعداد نہیں ہیں۔

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- 2 کے بعد آنے والا ایسا عدد جسے کاٹا نہیں گیا ہے 3 ہے۔ یہ مفرد عدد ہے۔
- 3 کے گرد دائرہ بنائیے۔ 3 سے تقسیم پذیر تمام اعداد کو کاٹ دیجیے۔
- 3 کے بعد ایسا پہلا عدد جسے کاٹا نہیں گیا ہے 5 ہے۔ یہ مفرد عدد ہے۔
- 5 کے گرد دائرہ بنائیے۔ 5 سے تقسیم پذیر تمام اعداد کو کاٹ دیجیے۔
- 5 کے بعد ایسا پہلا عدد جسے کاٹا نہیں گیا ہے 7 ہے۔ یہ مفرد عدد ہے۔
- 7 کے گرد دائرہ بنائیے۔ 7 سے تقسیم پذیر تمام اعداد کو کاٹ دیجیے۔

اس طرح عمل کرتے ہوئے آخر میں آپ دیکھیں گے کہ 1 سے 100 میں سے ہر عدد کے گرد یا تو دائرہ ہے یا اسے کاٹ دیا گیا ہے۔ جن اعداد کے گرد دائرہ بنایا گیا ہے وہ تمام اعداد مفرد اعداد ہیں۔ کاٹے ہوئے تمام اعداد مرکب اعداد ہیں۔

مفرد اعداد معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ :

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
–	–	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–

- مقابل کی جدول میں دیکھیے کہ 1 سے 36 تک اعداد 6 ستونوں میں کس طرح لکھے گئے ہیں۔ اسی طرح 102 تک اعداد 6 ستونوں میں لکھیے۔
- اب 2، 3، 4 اور 6 کے ستونوں میں دیکھیے کہ 2 اور 3 مفرد اعداد کو چھوڑ کر باقی تمام اعداد مرکب اعداد ہیں۔ 1 اور 5 کے ستونوں میں 1 کو چھوڑ کر تمام اعداد مفرد اعداد ہیں۔ انھیں معلوم کرنا اب آسان ہو گیا۔ انھیں معلوم کیجیے۔

مزید معلومات کے لیے :

- جن مفرد اعداد میں 2 کا فرق ہوتا ہے ان اعداد کو جوڑ مفرد اعداد کہتے ہیں۔ 3 اور 5، 5 اور 7، 29 اور 31، 71 اور 73 جوڑ مفرد اعداد کی کچھ جوڑیاں ہیں۔

  5347421 اور 5347423 بھی جوڑ مفرد اعداد کی ایک جوڑی ہے۔
- 1 سے 100 تک اعداد میں جوڑ مفرد اعداد کی 8 جوڑیاں ہیں۔ جانچ کر کے دیکھیے۔
- مشہور ریاضی داں اقلیدس تقریباً 300 سال قبل مسیح یونان میں ہو گزرے ہیں۔ انھوں نے یہ ثابت کیا کہ ...، 7، 5، 3، 2 کی طرح ترتیب وار مفرد اعداد کو لکھتے جائیں تو ان کی فہرست کبھی ختم نہیں ہوگی۔ اس لیے مفرد اعداد لامحدود ہیں۔

✦✦✦