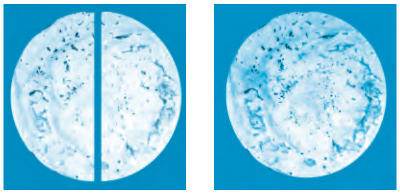
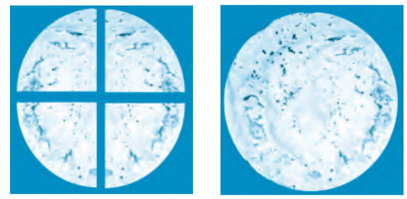
۵ - کسر

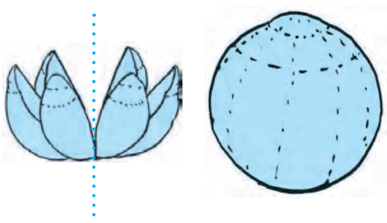
ہم قیمت کسریں



✦ ایک روٹی دو لڑکوں میں برابر بانٹیں، تو ہر ایک کو آدھی روٹی ملے گی۔ آدھے کو کسر $\frac{1}{2}$ لکھتے ہیں۔ یہاں 1 شمار کنندہ اور 2 نسب نما ہے۔

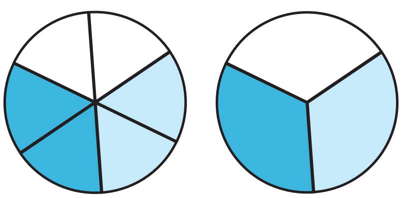


✦ ایک روٹی کے چار برابر حصے کیے۔ ان میں سے دو حصے ایک لڑکے کو دیے۔ اسے $\frac{2}{4}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں 2 شمار کنندہ اور 4 نسب نما ہے۔ اس کا مطلب بھی یہی ہوتا ہے کہ اس لڑکے کو آدھی روٹی دی گئی۔



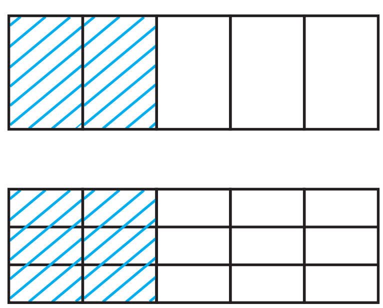
✦ ایک خربوزہ کے 6 برابر حصے کیے اور انھیں دو لڑکوں میں برابر برابر بانٹے، تو ہر ایک کو ملنے والا حصہ $\frac{3}{6}$ ہے۔ یہاں ہر ایک کو خربوزہ کا آدھا ہی حصہ ملا ہے۔ اس کسر $\frac{3}{6}$ کا مطلب بھی آدھا ہی ہوتا ہے۔

اوپر کی تین مثالوں میں کسر 'آدھا' کو بالترتیب $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{6}$ علامتوں سے دکھایا گیا ہے۔ یعنی $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{6}$ ان تینوں کسروں کی قیمت مساوی ہے۔ اسے $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ لکھتے ہیں۔
ایسی مساوی قیمت کی کسروں کو ہم قیمت کسریں کہتے ہیں۔



✦ بازو میں دیے ہوئے مساوی دائروں میں رنگین حصوں کا مشاہدہ کیجیے۔ ایک دائرے میں 3 برابر حصے کرکے 2 حصوں کو رنگین کیا گیا ہے یعنی رنگین حصہ پورے دائرے کا $\frac{2}{3}$ ہے۔
اسی سائز کے دوسرے دائرے کے 6 حصے کرکے ان میں سے 4 حصوں کو رنگین کیا گیا ہے یعنی پورے دائرے کا $\frac{4}{6}$ حصہ رنگین ہے؛ لیکن دونوں دائروں کے رنگین حصے مساوی ہیں یعنی $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ اس لیے $\frac{2}{3}$ اور $\frac{4}{6}$ ہم قیمت کسریں ہیں۔

ہم قیمت کسریں بنانا



✦ مقابل میں دی ہوئی شکل کے 5 مساوی حصوں میں سے 2 حصے رنگین ہیں۔ رنگین حصہ پوری شکل کا $\frac{2}{5}$ ہے۔
اسی شکل میں دو آڑی لکیریں کھینچنے پر اس شکل کے 15 مساوی حصے ہوگئے ہیں۔ اس بنا پر اب رنگین حصہ کو ظاہر کرنے والی کسر $\frac{6}{15}$ ہے؛ لیکن رنگین حصے بدلے نہیں ہیں۔ اس لیے $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

استانی : کیا $\frac{2}{5}$ اور $\frac{6}{15}$ کی کسروں کے شمار کنندوں میں اور نسب نماؤں میں کوئی خاص تعلق نظر آتا ہے؟

روحی : 2 کا تین گنا 6 اور 5 کا تین گنا 15 ہے۔

استانی : ہم نے یہ بھی دیکھا ہے کہ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ اور $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ، اس لیے ہم قیمت کسروں میں سے ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دوسری کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کے مساوی گنا ہوتے ہیں۔

اس بنا پر یاد رکھیے۔

کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی غیر صفر ایک ہی عدد سے ضرب کرنے پر اس کسر کی ہم قیمت کسر حاصل ہوتی ہے۔

ارشد : کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو مساوی عدد سے تقسیم کر کے کیا ہم قیمت کسر حاصل کی جاسکتی ہے؟

استانی : ہاں، اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں مساوی عدد سے تقسیم ہوتے ہوں، تو اس عدد سے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو تقسیم کرنے پر حاصل ہونے والی کسر دی ہوئی کسر کے ہم قیمت ہوتی ہے۔ کسر $\frac{6}{15}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں 3 سے پورا تقسیم ہوتے ہیں۔

اس طرح تقسیم کرنے پر کسر $\frac{2}{5}$ حاصل ہوتی ہے۔ اس لیے $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں ایک ہی عدد سے پورا تقسیم ہوتے ہوں تو تقسیم کرنے پر حاصل ہونے والی کسر دی ہوئی کسر کے ہم قیمت ہوتی ہے۔

استانی : اب $\frac{6}{12}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد سے تقسیم کر کے ہم قیمت کسر حاصل کیجیے۔

روحی کی حاصل کی ہوئی کسر : $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 2}{12 \div 2} = \frac{3}{6}$	نوشین کی حاصل کی ہوئی کسر : $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 3}{12 \div 3} = \frac{2}{4}$

ارشد : 6 اور 12 دونوں 6 سے بھی پورا تقسیم ہوتے ہیں۔ کیا 6 سے تقسیم کر سکتے ہیں؟

استانی : ہاں۔ $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}$

یاد رکھیے کہ کسر $\frac{6}{12}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما کو 2 سے تقسیم کرنے پر، 3 سے تقسیم کرنے پر، 6 سے تقسیم کرنے پر حاصل ہونے وال کسر $\frac{6}{12}$ کی ہم قیمت کسریں ہیں۔ یعنی $\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

مثال (1) $\frac{5}{6}$ کی ایسی ہم قیمت کسر لکھیے جس کا نسب نما 30 ہو۔

$\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$ ، ہم اس چوکون کے لیے عدد معلوم کریں گے۔

یہاں نسب نما میں 6 کا 5 گنا 30 ہے اس لیے شمار کنندہ 5 کا 5 گنا کریں گے۔

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{\boxed{25}}{30}$ اس بنا پر 30 نسب نما والی کسر $\frac{25}{30}$ کسر $\frac{5}{6}$ کی ہم قیمت کسر ہے۔

مثال (2) $\frac{15}{40}$ کی ہم قیمت کسر لکھیے جس کا نسب نما 8 ہوگا۔

$\frac{\square}{8} = \frac{15}{40}$ ، کا یہاں $\square$ میں کا عدد معلوم کریں گے۔

40 کو 5 سے تقسیم کریں تو 8 حاصل ہوتا ہے۔ 15 کو 5 سے تقسیم کرنے پر چوکون کا عدد حاصل ہوگا۔ $15 \div 5 = 3$

اس لیے $\frac{\boxed{3}}{8} = \frac{15}{40}$

یعنی کسر $\frac{3}{8}$ کسر $\frac{15}{40}$ کی ہم قیمت کسر ہے۔

مشق 17

.1 چوکونوں میں مناسب عدد لکھیے :

(1) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{20}$ (2) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$ (3) $\frac{9}{11} = \frac{18}{\square}$ (4) $\frac{10}{40} = \frac{\square}{8}$

(5) $\frac{14}{26} = \frac{\square}{13}$ (6) $\frac{\square}{3} = \frac{4}{6}$ (7) $\frac{1}{\square} = \frac{4}{20}$ (8) $\frac{\square}{5} = \frac{10}{25}$

.2 ذیل کی ہر کسر کی ایسی ہم قیمت کسر لکھیے جس کا نسب نما 18 ہو۔

$\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{6}$ ، $\frac{2}{9}$ ، $\frac{7}{9}$ ، $\frac{5}{3}$

.3 ذیل کی ہر کسر کی ایسی ہم قیمت کسر لکھیے جس کا نسب نما 5 ہو۔

$\frac{6}{15}$ ، $\frac{10}{25}$ ، $\frac{12}{30}$ ، $\frac{6}{10}$ ، $\frac{21}{35}$

.4 ذیل کی کسروں میں ہم قیمت کسروں کی جوڑیاں تلاش کیجیے۔

$\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{7}$ ، $\frac{5}{11}$ ، $\frac{7}{9}$ ، $\frac{14}{18}$ ، $\frac{15}{33}$ ، $\frac{18}{27}$ ، $\frac{10}{14}$

.5 ذیل کی ہر کسر کی دو ہم قیمت کسریں تیار کیجیے۔

$\frac{7}{9}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{3}{11}$

❐ ہم نسب کسریں اور مختلف نسب کسریں :

جن کسروں کے نسب نما یکساں ہوتے ہیں انھیں 'ہم نسب کسریں' کہتے ہیں جیسے $\frac{1}{7}$ ، $\frac{4}{7}$ ، $\frac{6}{7}$

جن کسروں کے نسب نما مختلف ہوتے ہیں انھیں 'مختلف نسب کسریں' کہتے ہیں۔ جیسے $\frac{1}{3}$ ، $\frac{4}{8}$ ، $\frac{9}{11}$

❐ مختلف نسب کسروں کو ہم نسب کسروں میں تحویل کرنا :

مثال (1) $\frac{5}{6}$ ، $\frac{7}{9}$ کسروں کے نسب نما مساوی کیجیے یعنی انھیں ہم نسب کسروں میں تحویل کیجیے۔

یہاں 6 اور 9 دونوں کے گنا میں عدد معلوم کرنا ہوگا۔

6 کے گنا میں عدد : 6، 12، 18، 24، 30، 36، ...

9 کے گنا میں عدد : 9، 18، 27، 36، 45، ...

یہاں 18 دونوں عددوں کے گنا میں واقع ہے۔ اس لیے دونوں کسروں کا نسب نما 18 بنائیں گے۔

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times3}{6\times3}=\frac{15}{18} \quad ، \quad \frac{7}{9}=\frac{7\times2}{9\times2}=\frac{14}{18}$$

$\frac{15}{18}$ اور $\frac{14}{18}$ بالترتیب $\frac{5}{6}$ اور $\frac{7}{9}$ کی ہم نسب کسریں تیار ہوگئیں۔

یہاں 18 دونوں عددوں کے گنا میں واقع عدد ہے، لیکن 18 کی طرح 36، 54 بھی مساوی نسب نما کے طور پر لیے جاسکتے ہیں۔

مثال **(2)** $\frac{3}{8}$ اور $\frac{5}{16}$ کو ہم نسب کسروں میں تحویل کیجیے۔

یہاں 8 کا دگنا 16 ہے۔ دونوں کا نسب نما 16 کرنا آسان ہے۔

$\frac{3}{8}=\frac{3\times2}{8\times2}=\frac{6}{16}$ ، $\frac{6}{16}$ اور $\frac{5}{16}$ ہم نسب کسریں بن گئیں۔

مثال **(3)** $\frac{4}{7}$ اور $\frac{3}{4}$ کے نسب نما مساوی کیجیے۔

7 اور 4 دونوں نسب نماؤں کے گنا میں آنے والا عدد 28 ہے۔ اس لیے دونوں کسروں کا نسب نما 28 کریں گے۔

$$\frac{4}{7}=\frac{4\times4}{7\times4}=\frac{16}{28} \quad ، \quad \frac{3}{4}=\frac{3\times7}{4\times7}=\frac{21}{28}$$

اس لیے $\frac{16}{28}$ اور $\frac{21}{28}$ ، دی ہوئی کسروں کی ہم نسب کسریں بن گئیں۔

مشق 18

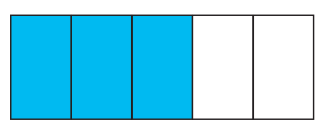
دی ہوئی کسروں کو ہم نسب کسروں میں تحویل کیجیے۔

(1) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ (2) $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}$ (3) $\frac{4}{5}, \frac{3}{10}$ (4) $\frac{2}{9}, \frac{1}{6}$

(5) $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ (6) $\frac{5}{6}, \frac{4}{5}$ (7) $\frac{3}{8}, \frac{1}{6}$ (8) $\frac{1}{6}, \frac{4}{9}$

ہم نسب کسریں : چھوٹا بڑا پن (موازنہ) :

مثال **(1)**

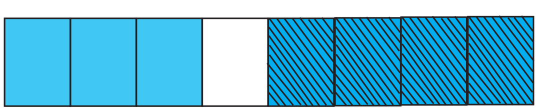


ایک پٹی کے 5 مساوی حصے کیے یعنی ہر حصہ $\frac{1}{5}$ ہے

رنگ بھرا ہوا حصہ $\frac{3}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$ بغیر رنگ والا حصہ $\frac{2}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$ ،

رنگ بھرا ہوا حصہ بغیر رنگ والے حصے سے بڑا ہے۔ اس بنا پر کسر $\frac{3}{5}$ کسر $\frac{2}{5}$ سے بڑی ہے۔ اسے $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ لکھتے ہیں۔

مثال **(2)** اس شکل میں ایک پٹی کے 8 مساوی حصے کیے گئے ہیں۔ ان میں سے 3 حصوں میں ایک رنگ اور 4 حصوں میں دوسرا رنگ بھرا گیا ہے۔



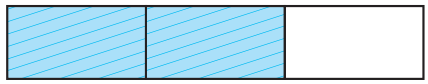
یہاں $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$

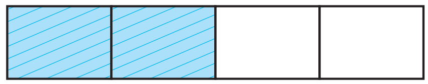
> ہم نسب کسروں میں جس کسر کا شمار کنندہ بڑا ہوتا ہے، وہ کسر بڑی ہوتی ہے۔

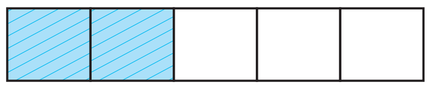
❑ مساوی شمارکنندہ والی کسروں کا چھوٹا، بڑا پن :

آپ جانتے ہیں کہ 1 شمارکنندہ والی کسر کا نسب نما جیسے جیسے بڑا ہوتا جاتا ہے اس کسر کی قیمت ویسے ویسے کم ہوتی جاتی ہے۔

کسروں کے شمارکنندہ 1 کے علاوہ، لیکن مساوی ہوں تب بھی ان کسروں کے لیے یہی اصول ہوتا ہے۔ آگے دی ہوئی شکل سے اسے سمجھنے کی کوشش کیجیے۔شکل میں تمام پٹّیاں ایک جیسی ہیں۔

پٹّی کے 3 مساوی حصّوں میں سے 2 حصّے  $\frac{2}{3}$

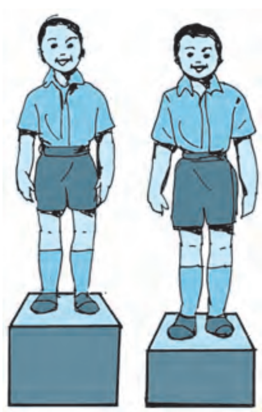
پٹّی کے 4 مساوی حصّوں میں سے 2 حصّے  $\frac{2}{4}$

پٹّی کے 5 مساوی حصّوں میں سے 2 حصّے  $\frac{2}{5}$

شکل کی بنا پر $\frac{2}{5} < \frac{2}{4} < \frac{2}{3}$

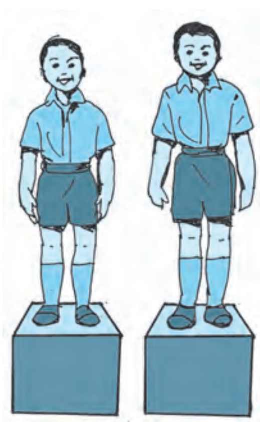
مساوی شمارکنندہ کی کسروں میں جس کسر کا نسب نما بڑا ہوتا ہے، وہ کسر چھوٹی ہوتی ہے۔

❑ مختلف نسب نما والی کسروں کا چھوٹا بڑا پن :



استانی : فرض کیجیے دو مختلف نسب نما والی کسروں $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{7}$ کا چھوٹا بڑا طے کرنا ہے۔
یہ سمجھنے کے لیے کہ ایسی کسروں کا چھوٹا بڑا پن کیسے طے کرتے ہیں ہم ایک مثال دیکھتے ہیں۔
یہ دونوں لڑکے لکڑی کے دو کندوں پر کھڑے ہیں۔ کیسے معلوم کریں گے کہ ان میں سے کون اونچا ہے؟

رافع : یہاں کندوں کی اونچائی کم زیادہ (غیر مساوی) ہے۔ اگر وہ مساوی ہوتی تو یہ طے کرنا آسان ہو جاتا کہ کس کی اونچائی کم ہے اور کس کی زیادہ ہے۔



ارشد : اب مساوی اونچائی کے کندوں پر کھڑے ہونے کی وجہ سے یہ کہا جاسکتا ہے کہ دائیں طرف کا لڑکا زیادہ اونچا ہے۔

استانی : یہاں جس طرح کندوں کی اونچائی مساوی کرنے پر لڑکوں کی اونچائی میں چھوٹا بڑا پن طے ہو گیا۔ اسی طرح دی ہوئی دونوں کسروں کے نسب نما مساوی کریں تو ان کا چھوٹا بڑا پن، ان کے شمارکنندوں کے چھوٹے بڑے پن کی بنا پر طے کر سکتے ہیں۔

ارشد : سمجھ میں آ گیا! پہلے ہم دونوں $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{7}$ کے نسب نما مساوی کریں گے۔

رافع : 7 × 5 کو دونوں نسب نما 5 اور 7 سے پوری تقسیم ہوتی ہے۔ اس لیے دونوں کسروں کے نسب نما کو 7 × 5 یعنی 35 بنائیں گے۔

$$\frac{3}{5}=\frac{3\times7}{5\times7}=\frac{21}{35} \quad ; \quad \frac{4}{7}=\frac{4\times5}{7\times5}=\frac{20}{35}$$

$$\frac{21}{35}>\frac{20}{35} \quad ; \quad \therefore \frac{3}{5}>\frac{4}{7}$$

کسروں کے نسب نما مختلف ہوں تو ان کی ہم نسب والی ہم قیمت کسریں تیار کرکے ان کے شمار کنندوں کی بنا پر ان کا چھوٹا بڑا پن طے کیا جاسکتا ہے۔

مشق 19

درج ذیل کسروں کی جوڑیوں کے درمیان چوکونوں میں >، < یا = میں سے مناسب علامت لکھیے۔

(1) $\frac{3}{7}\ \square\ \frac{3}{7}$ (2) $\frac{3}{8}\ \square\ \frac{2}{8}$ (3) $\frac{2}{11}\ \square\ \frac{10}{11}$ (4) $\frac{5}{15}\ \square\ \frac{10}{30}$

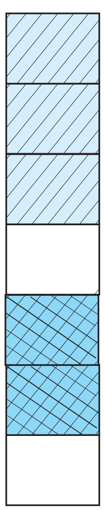
(5) $\frac{5}{8}\ \square\ \frac{5}{9}$ (6) $\frac{4}{7}\ \square\ \frac{4}{11}$ (7) $\frac{10}{11}\ \square\ \frac{10}{13}$ (8) $\frac{1}{5}\ \square\ \frac{1}{9}$

(9) $\frac{5}{6}\ \square\ \frac{1}{8}$ (10) $\frac{5}{12}\ \square\ \frac{1}{6}$ (11) $\frac{7}{8}\ \square\ \frac{14}{16}$ (12) $\frac{4}{9}\ \square\ \frac{4}{9}$

(13) $\frac{5}{18}\ \square\ \frac{1}{9}$ (14) $\frac{2}{3}\ \square\ \frac{4}{7}$ (15) $\frac{3}{7}\ \square\ \frac{5}{9}$ (16) $\frac{4}{11}\ \square\ \frac{1}{5}$

❒ ہم نسب کسروں کی جمع :

$\frac{3}{7}$



$\frac{2}{7}$

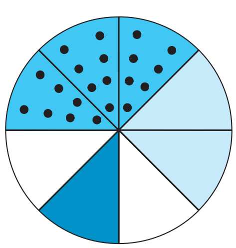
مثال (1) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$ کتنا ?

ایک پٹّی کے 7 مساوی حصّے کریں گے۔ ان میں سے 3 حصّوں میں ایک رنگ اور 2 حصّوں میں دوسرا رنگ بھریں گے۔

ایک رنگ سے رنگ بھرا ہوا حصّہ $\frac{3}{7}$ اور دوسرا رنگ سے رنگ بھرا ہوا حصّہ $\frac{2}{7}$ ہے۔

رنگ بھرا ہوا کل حصّہ دکھانے والی کسر $\frac{5}{7}$ ہے۔ اس بنا پر،

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$$



مثال (2) $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}$ کی جمع کیجیے۔

رنگ بھرا ہوا کل حصّہ

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3+2+1}{8}=\frac{6}{8}$$

ہم نسب کسروں کی جمع کرتے وقت کسروں کے شمار کنندوں کی جمع کرتے ہیں اور ان کسروں کا نسب نما جمع کے نیچے نسب نما کی جگہ پر جیسا کا ویسا لکھتے ہیں۔

مثال (3) جمع کیجیے۔ $\frac{2}{6}+\frac{4}{6}$

$\frac{6}{6}=\frac{2+4}{6}=\frac{2}{6}+\frac{4}{6}$ لیکن $\frac{6}{6}$ کا مطلب ہے شکل کے 6 حصوں میں سے 6 حصے لیے گئے ہیں۔یعنی 1 پوری شکل لی گئی ہے

اس لیے $\frac{6}{6}=1$

اس بنا پر یاد رکھیے

> کسر کا شمار کنندہ اور نسب نما وہی ہو تو اس کسر کی قیمت 1 ہوتی ہے۔

اس لیے $\frac{7}{7}=1$ ، $\frac{10}{10}=1$ ، $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{2+3}{5}=\frac{5}{5}=1$

یاد رکھیے کہ کسی شکل کے حصّے نہ کر کے اسے پورا رکھا جائے تو اس سے 1 ظاہر ہوتا ہے اس بنا پر،

ہمیں معلوم ہے کہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کا مساوی مقسوم علیہ ہو تو اس مقسوم علیہ سے دونوں کو تقسیم کرنے پر جو کسر حاصل ہوتی ہے وہ دی ہوئی کسر کی ہم قیمت ہوتی ہے۔اس لیے،

$$\rightarrow \frac{5}{5}=\frac{5\div 5}{5\div 5}=\frac{1}{1}=1$$

مشق 20

.1 جمع کیجیے۔

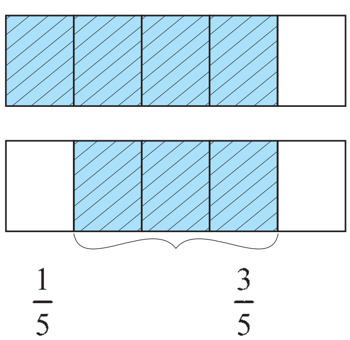
(1) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ (3) $\frac{7}{12}+\frac{2}{12}$ (4) $\frac{2}{9}+\frac{7}{9}$ (5) $\frac{3}{15}+\frac{4}{15}$

(6) $\frac{2}{7}+\frac{1}{7}+\frac{3}{7}$ (7) $\frac{2}{10}+\frac{4}{10}+\frac{3}{10}$ (8) $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}$ (9) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$

.2 اماں ایک امرود لائیں۔اس میں سے $\frac{3}{8}$ حصّہ سندس کو اور $\frac{2}{8}$ حصّہ نوشین کو دیا، تو انھوں نے دونوں کو مل کر کتنا حصّہ دیا؟

.3 ایک میدان کا $\frac{3}{4}$ حصّہ پانچویں کے طلبہ نے اور $\frac{1}{4}$ حصّہ چوتھی کے طلبہ نے صاف کیا، تب اس میدان کا کتنا حصّہ صاف ہو گیا؟

❏ ہم نسب کسروں کی تفریق :



ایک شکل کے 5 مساوی حصّے کر کے ان میں سے 4 حصّوں میں رنگ بھرا، یعنی شکل کے $\frac{4}{5}$ حصہ میں رنگ بھرا گیا۔

رنگ بھرے ہوئے حصّوں میں سے ایک حصّے کا رنگ صاف کر دیا گیا یعنی $\frac{4}{5}$ میں سے $\frac{1}{5}$ تفریق کیے۔

اب رنگ بھرا ہوا حصّہ $\frac{3}{5}$ باقی رہا۔اس لیے،

$$\rightarrow \frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4-1}{5}=\frac{3}{5}$$

> دو ہم نسب کسروں کی تفریق کرتے وقت ان کسروں کے شمار کنندوں کا فرق شمار کنندہ کے مقام پر اور نسب نما کے مقام پر دی ہوئی کسروں کا نسب نما ویسے کے ویسا ہی لکھتے ہیں۔

مثال (1) تفریق کیجیے۔ $\frac{7}{13}-\frac{5}{13}$

ان دونوں کسروں کا نسب نما وہی ہے، اس لیے ان کسروں کی تفریق کرتے وقت شمار کنندوں کی تفریق کریں گے اور نسب نما ویسے کے ویسا ہی لکھیں گے۔ $\frac{7}{13}-\frac{5}{13}=\frac{7-5}{13}=\frac{2}{13}$

مثال (2) ایک گنّے کا $\frac{5}{12}$ حصّہ ریاض کو اور $\frac{3}{12}$ حصّہ سجاد کو دیا گیا۔ تب ریاض کو کتنا زیادہ حصّہ ملا؟

یہ معلوم کرنے کے لیے کہ کتنا زیادہ حصّہ ملا ہمیں تفریق کرنی ہوگی۔

$$\frac{5}{12}-\frac{3}{12}=\frac{5-3}{12}=\frac{2}{12}$$

ریاض کو $\frac{2}{12}$ حصّہ زیادہ ملا۔

مشق 21

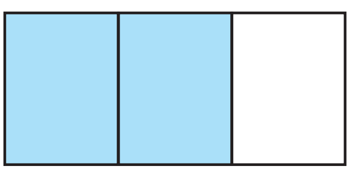
.1 تفریق کیجیے۔

(1) $\frac{5}{7}-\frac{1}{7}$	(2) $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$	(3) $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$	(4) $\frac{8}{11}-\frac{5}{11}$
(5) $\frac{9}{13}-\frac{4}{13}$	(6) $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$	(7) $\frac{9}{12}-\frac{2}{12}$	(8) $\frac{10}{15}-\frac{3}{15}$

.2 ایک دیوار کے $\frac{7}{10}$ حصّے پر رنگ لگانا ہے۔ اس میں سے $\frac{4}{10}$ حصّے پر رشید نے رنگ لگایا۔ اب کتنے حصّے پر رنگ لگانا باقی ہے؟

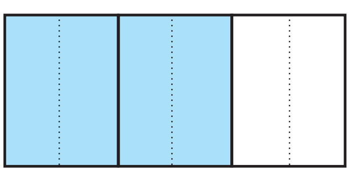
مختلف، نسب نما والی، کسروں کی جمع اور تفریق :

مثال (1) جمع کیجیے۔ $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$


$\frac{2}{3}$

پہلے ہم ایک پٹّی کے تین مساوی حصّوں میں سے دو حصّوں میں رنگ بھر کر $\frac{2}{3}$ کسر بتائیں گے۔

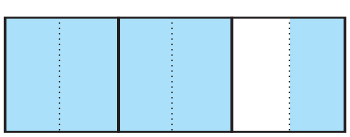
ہمیں معلوم ہے کہ کسروں کے نسب نما مساوی ہوں تو ان کی جمع، تفریق کیسے کرتے ہیں۔ اس لیے دی ہوئی کسروں کے نسب نما مساوی کریں گے۔


$\frac{1}{6}$

کسر $\frac{2}{3}$ میں کسر $\frac{1}{6}$ ملانا ہے۔

اس لیے اس پٹّی کے ہر حصے کے دو مساوی حصّے کر کے $\frac{2}{3}$ کی $\frac{4}{6}$ ہم قیمت کسر حاصل کریں گے۔

$\frac{2}{3}$ میں یعنی $\frac{4}{6}$ میں $\frac{1}{6}$ کسر ملانا ہے۔ اس لیے پٹّی کے 6 حصّوں میں سے مزید ایک اور حصّے کو رنگ دیں گے۔



اب پٹّی کا کل رنگا ہوا حصّہ $\frac{5}{6}$ ہے۔ اس بنا پر، $\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4+1}{6}=\frac{5}{6}$

اس لیے، $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

اس بنا پر، $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4+1}{6}=\frac{5}{6}$

مثال (2) جمع کیجیے۔ $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$

یہاں دونوں نسب نماؤں کا سب سے چھوٹا مساوی گنا (ضعف) 10 ہے۔اس لیے دونوں کسروں کے نسب نما 10 بنائیں گے۔

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{1\times5}{2\times5}+\frac{2\times2}{5\times2}$$
$$=\frac{5}{10}+\frac{4}{10}$$
$$=\frac{5+4}{10}=\frac{9}{10}$$

مثال (3) جمع کیجیے۔ $\frac{3}{8}+\frac{1}{16}$

یہاں 16، 8 کا دگنا ہے اس لیے دونوں کسروں کے نسب نما 16 بنائیں گے۔

$$\frac{3}{8}+\frac{1}{16}=\frac{3\times2}{8\times2}+\frac{1}{16}$$
$$=\frac{6}{16}+\frac{1}{16}$$
$$=\frac{6+1}{16}=\frac{7}{16}$$

مثال (4) تفریق کیجیے۔ $\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$

دونوں کسروں کے نسب نما 8 بنائیں گے۔

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{8}=\frac{3\times2}{4\times2}=\frac{5}{8}$$
$$=\frac{6}{8}-\frac{5}{8}$$
$$=\frac{6-5}{8}$$
$$=\frac{1}{8}$$

مثال (5) تفریق کیجیے۔ $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$

دونوں نسب نماؤں کا سب سے چھوٹا مساوی گنا (ضعف) 15 ہے۔ اس لیے دونوں کسروں کے نسب نماؤں کو 15 بنائیں گے۔

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{4\times3}{5\times3}-\frac{2\times5}{3\times5}$$
$$=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}$$
$$=\frac{12-10}{15}$$
$$=\frac{2}{15}$$

مشق 22

.1 جمع کیجیے۔

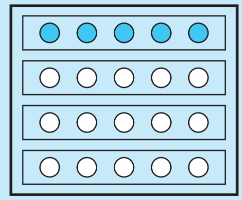
(1) $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ (2) $\frac{2}{21}+\frac{3}{7}$ (3) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{7}+\frac{1}{2}$ (5) $\frac{3}{9}+\frac{3}{5}$

.2 تفریق کیجیے۔

(1) $\frac{3}{10}-\frac{1}{20}$ (2) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{6}{14}-\frac{2}{7}$ (4) $\frac{4}{6}-\frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{7}-\frac{1}{4}$

❐ گروہ کے لحاظ سے کسر اور کسروں کا گنا (ضعف) : تصویری معطیات کی مدد سے تجربات :

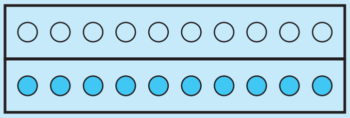
✦ 20 نقطوں کے گروہ کا $\frac{1}{4}$



$\frac{1}{4}$ کا $20 = 5$

$20 \div 4 = 5$

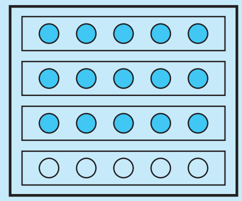
✦ 20 نقطوں کے گروہ کا $\frac{1}{2}$



20 کا $\frac{1}{2}$ یعنی 10

$20 \div 2 = 10$

✦ 20 نقطوں کے گروہ کا $\frac{3}{4}$

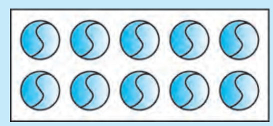


$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

20 کا $\frac{3}{4}$ یعنی 20 کا $\frac{1}{4}$ حصّہ 3 مرتبہ یعنی 15 نقطے

$20 \div 4 = 5, \quad 5 \times 3 = 15$

✦ 5 کا دگنا 10

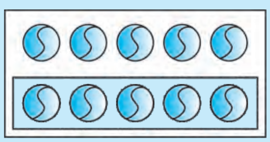


5 گیندوں کی 2 قطاریں

$5 \times 2 = 10$

5 کا دگنا 10

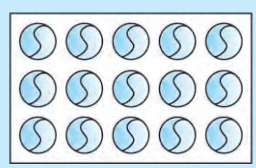
✦ 10 کا $\frac{1}{2}$ گنا



$\frac{1}{2}$ کا $10 = 5$

$\frac{1}{2}$ گنا کا $10 = 5$

✦ 5 کا 3 گنا

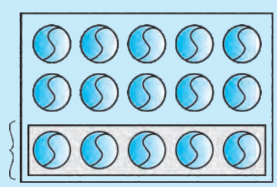


کل گیندیں 15

5 کا 3 گنا 15

$\therefore 5 \times 3 = 15$

✦ 15 کا $\frac{1}{3}$ گنا

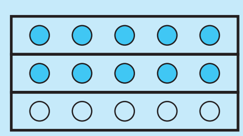


15 کا $\frac{1}{3}$ گنا

یعنی ، $15 \times \frac{1}{3} = 5$

$15 \div 3 = 5$

✦ 15 کا $\frac{2}{3}$ گنا



15 کا $\frac{2}{3}$ گنا کرنے کا مطلب 15 کا $\frac{1}{3}$ گنا کر کے اس کا دگنا کرنا۔

✦ حورا کے پاس 5 روپے ہیں۔ اس کے پاس کے روپیوں کا دگنا روپے نورا کے پاس ہیں یعنی نورا کے پاس $5 \times 2 = 10$ روپے ہیں۔ حورا کے پاس نورا سے آدھے یعنی 10 کا $\frac{1}{2}$ روپے ہیں یعنی 5 روپے ہیں۔

✦ اختر کو 20 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنا تھا۔ اس میں سے $\frac{4}{5}$ فاصلہ اس نے موٹر سے طے کیا، یعنی اس نے کتنے کلومیٹر کا فاصلہ طے کیا؟

20 کلومیٹر کا $\frac{4}{5}$ گنا یعنی $20 \times \frac{4}{5}$ یعنی 20 کا $\frac{1}{5}$ گنا کر کے اس کا 4 گنا کرنا۔

20 کا $\frac{1}{5} = 4$ اور اس کا 4 گنا یعنی $4 \times 4 = 16$

اس بنا پر، $20 \times \frac{4}{5} = 16$

اختر نے 16 کلومیٹر کا فاصلہ موٹر سے طے کیا۔

مشق 23

.1 ذیل کے ہر گروہ کا $\frac{1}{3}$ کتنا ہے؟

(1) 15 پنسلیں (2) 21 غبارے (3) 9 لڑکے (4) 18 کتابیں

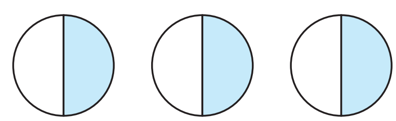
.2 درج ذیل ہر ایک کا $\frac{1}{5}$ کتنا ہے؟

(1) 20 روپے (2) 30 کلومیٹر (3) 15 لٹر (4) 25 سم

.3 ذیل کے عددوں کا دی ہوئی کسر کے برابر حصّہ معلوم کیجیے۔

(1) 30 کا $\frac{2}{3}$ (2) 22 کا $\frac{7}{11}$ (3) 64 کا $\frac{3}{8}$ (4) 65 کا $\frac{5}{13}$

❐ مرکب کسر :



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

تین دائروں میں سے ہر دائرے کے آدھے حصّے میں رنگ بھرا گیا۔ یعنی ہر دائرے کا $\frac{1}{2}$ حصّہ اس طرح 3 حصّوں میں رنگ بھرا گیا ہے۔ رنگ بھرا ہوا حصّہ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ یعنی $1 + \frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$

$1 + \frac{1}{2}$ کو مختصراً $1\frac{1}{2}$ لکھتے ہیں۔ $1\frac{1}{2}$ کو 'ایک صحیح ایک بٹا دو' پڑھتے ہیں۔

$1\frac{1}{2}$ میں 1 صحیح عددی حصّہ ہے اور $\frac{1}{2}$ کسری حصّہ ہے، اس لیے اس طرح کی کسر کو **مرکب کسر** کہتے ہیں۔

$2\frac{1}{4}$ ، $3\frac{2}{5}$ ، $7\frac{4}{9}$ مرکب کسریں ہیں۔

جس کسر کا شمارکنندہ اس کے نسب نما سے بڑا ہوتا ہے اسے **غیر واجب کسر** کہتے ہیں۔ $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{3}$ غیر واجب کسریں ہیں۔

غیر واجب کسر کو مرکب کسر میں تحویل کر سکتے ہیں۔ مثلاً

$$\frac{3}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

پروجیکٹ

.1 ٹوپیوں میں رنگ بھریے :

سامنے کی تصویر میں

$\frac{1}{3}$ ٹوپیوں میں لال رنگ بھریے۔

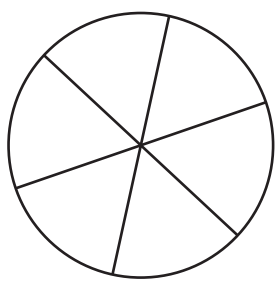
$\frac{3}{5}$ ٹوپیوں میں نیلا رنگ بھریے۔

لال رنگ بھری ہوئی ٹوپیاں کتنی ہیں؟

نیلا رنگ بھری ہوئی ٹوپیاں کتنی ہیں؟

کتنی ٹوپیوں میں رنگ نہیں بھرا گیا؟

.2 جادو کی پھرکی تیار کرنا :



سفید رنگ کی دفتی (پٹھّے) کا ایک دائرہ نما (گول) ٹکیہ لیجیے۔

شکل میں دکھائے ہوئے طریقے سے اس ٹکیے پر چھ حصّے بنائیے۔

ان حصوں میں بالترتیب لال، زعفرانی، پیلا، ہرا، نیلا اور جامنی رنگ بھریے۔ گول ٹکیے کے مرکز پر ایک سوراخ کرکے اس میں نوک دار تیلی بٹھائیے۔ آپ کی پھرکی تیار ہے۔

رنگ بھرا ہوا ہر حصّہ دائرہ نما ٹکیے کا کتنا حصہ ہے؟

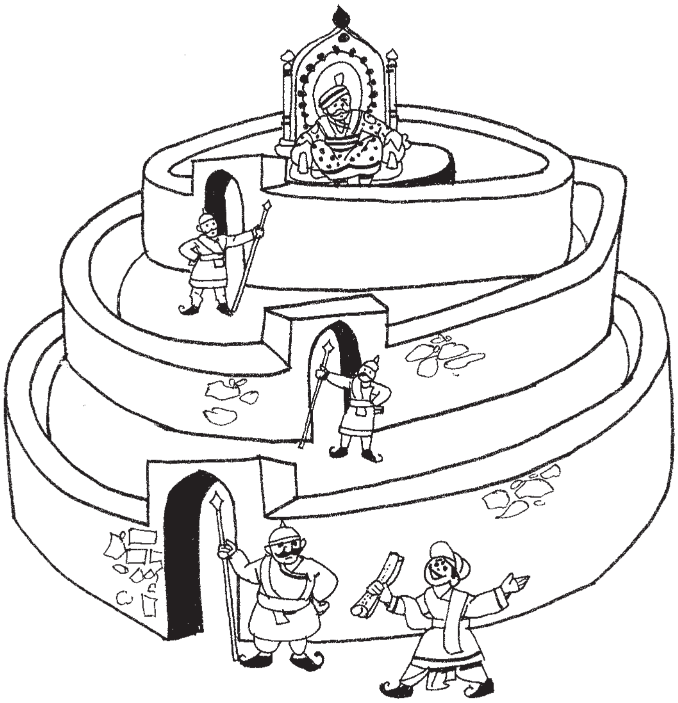
پھرکی کو زور سے گھمائیے۔ آپ کو کون سا رنگ دکھائی دیتا ہے؟

ذرا مسکرائیے :

ناہید : دادا کہتے ہیں کہ میں اور آپا ڈیڑھ عقل مند ہیں، لہٰذا ہم دونوں مل کر تین ہوئے نا؟ پھر ہم دونوں کو ملا کر تین چاکلیٹ چاہیے۔

ماں : دونوں کو مل کر عقل مندی تین آدمیوں کے مساوی ہوئی، پھر بھی آپ لوگ صرف دو ہی ہیں۔ ٹھیک ہے نا!

چالاک شاعر :



ایک بادشاہ بڑا ادب نواز تھا۔ وہ اچھی نظم یا اچھے شعر پر خوش ہو کر انعام دیتا تھا۔ ایک شاعر کو معلوم ہوا۔ اس نے ایک عمدہ غزل لکھی اور بادشاہ کو سنانے اور انعام حاصل کرنے کے لیے روانہ ہوا۔ لیکن بادشاہ کے پاس پہنچنا آسان نہیں تھا۔ محل میں جگہ جگہ مختلف دربان روکتے تھے۔ پہلے دربان نے پوچھا، بادشاہ کے پاس کیوں جانا چاہتے ہو؟ شاعر نے وجہ بتائی۔ بادشاہ سے انعام پانے کا امکان سن کر پہلا دربان بولا، ''مجھے انعام کا $\frac{1}{10}$ حصّہ منظور کرو تو میں اندر جانے دوں گا۔'' شاعر کو قبول کرنا پڑا۔ آگے دوسرے دربان نے روکا۔ اس نے کہا، ''مجھے انعام کا $\frac{2}{5}$ حصّہ دو گے تو میں اندر جانے دوں گا۔'' تیسرا دربان بھی لالچی تھا۔ اس نے کہا، ''اگر انعام کا $\frac{1}{4}$ حصّہ مجھے دو گے تو میں اندر جانے کی اجازت دوں گا۔'' اب بادشاہ کا دربار سامنے ہی تھا۔ شاعر نے دربان سے کہا، ''پاؤ کے بدلے میں تمھیں آدھا حصّہ دیتا ہوں۔ دربان خوش ہو گیا اور اسے دربار کے دروازے تک چھوڑ آیا۔ بادشاہ کو شاعر کی غزل بہت پسند آئی۔ بادشاہ نے پوچھا، ''کہو تمھیں کیا انعام دیا جائے۔'' شاعر نے آداب بجا لایا اور عاجزی سے کہا، ''حضور عالی، آپ کی بڑی مہربانی ہوگی۔ آپ انعام میں مجھے سو کوڑے مارنے کا حکم صادر کریں۔'' بادشاہ کو تعجب ہوا، اس نے پوچھا، ''کیا تم پاگل ہو؟ کوڑے مانگنے والا ہم نے آج تک نہیں دیکھا۔'' شاعر نے عرض کیا، ''اگر آپ اس کی وجہ جاننا چاہتے ہیں تو آپ کے تینوں دربانوں کو یہاں طلب فرمائیے۔'' دربانوں کے آنے پر شاعر نے کہا، ''آپ مجھے انعام میں 100 کوڑے دینے والے ہیں۔ اس میں یہ لوگ بھی حصّہ دار ہیں۔ ہر ایک نے پہلے ہی اپنے اپنے انعام کا حصّہ طے کر لیا ہے۔ اس حساب سے پہلے دربان کو انعام کا $\frac{1}{10}$ یعنی ☐ کوڑے، دوسرے دربان کو انعام کا $\frac{2}{5}$ حصّہ یعنی ☐ کوڑے اور تیسرے کو آدھا انعام یعنی ☐ کوڑے مقرر ہوئے ہیں۔

دربانوں کی لالچ اور شاعر کی چالاکی بادشاہ کی سمجھ میں آ گئی۔ بادشاہ نے دربانوں کو مقررہ کوڑے مارنے کا حکم دیا۔ عمدہ غزل کے لیے شاعر کو انعام دیا۔ اس کے علاوہ شاعر نے دربانوں کے لالچ کو ظاہر کیا اس لیے اسے مزید سو اشرفیاں انعام دیا۔

غور کر کے بتائیے کہ شاعر کی کون سی چالاکی بادشاہ سمجھ گیا۔

✦✦✦