16. बीजगणिताची पूर्वतयारी

विदुला : सर, दादा म्हणत होता, की तो बीजगणिताचा अभ्यास करतोय. बीजगणित म्हणजे काय हो ?

सर : तुमच्यापुरतं सांगायचं झालं, तर बीजगणित म्हणजे संख्या आणि अक्षरं यांचा वापर करून मांडलेलं गणित.

रवी : म्हणजे अक्षरांमधे बेरीज-वजाबाकी अशा क्रिया करायच्या ? त्या कशा करायच्या ?

सर : ते शिकण्यासाठी पूर्वतयारी म्हणून संख्यांच्या मदतीनं काही गोष्टी शिकूया.

❒ समानता

दोन संख्यांवर बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार यांपैकी कोणतीही क्रिया केली, की आलेलं उत्तर म्हणजे एक संख्याच असते. जसं, 5 आणि 3 यांची बेरीज केली, की 8 ही संख्या मिळते. हेच आपण थोडक्यात '$5 + 3 = 8$' असं लिहितो. तसंच $13 - 6 = 7$, $12 \div 4 = 3$, $9 \times 1 = 9$.

आता आपण उलट विचार करू.

दोन संख्यांत क्रिया करून 12 ही संख्या मिळेल. अशा संख्यांच्या जोड्या मिळवू. जसं, $(6 + 6)$, $(15 - 3)$, (6×2), $(24 \div 2)$ इत्यादी.

जेव्हा आपल्याला 'सहा आणि सहा यांची बेरीज करून येणारी संख्या' असं म्हणायचे असतं, तेव्हा ते $(6 + 6)$ असे कंस वापरून दाखवणे सोईचं होतं.

जसे, $(15 - 3)$ म्हणजे 'पंधरातून तीन वजा करून येणारी संख्या'.

(6×2) म्हणजे 'सहाला दोननं गुणून येणारी संख्या'.

$(24 \div 2)$ म्हणजे 'चोवीसला दोननं भागून येणारी संख्या'.

$(6 + 6)$, $(15 - 3)$, (6×2), $(24 \div 2)$ अशा प्रत्येक मांडणीला पदावली असं म्हणतात. या प्रत्येक पदावलीची किंमत 12, म्हणजे समान आहे. या सर्व पदावली एकमेकींशी समान आहेत.

हेच आपण $(6 + 6) = (15 - 3)$, $(6 + 6) = (24 \div 2)$, $(6 \times 2) = (15 - 3)$ असं लिहू शकतो.

$(6 + 6) = (15 - 3)$, $(6 + 6) = (24 \div 2)$ अशा स्वरूपाच्या मांडण्यांना **समानता** म्हणतात.

$5 + 3 = 8$, $9 \times 1 = 9$ याही समानता आहेत.

उदाहरणसंग्रह 54

1. बेरीज 13 येईल अशा संख्यांच्या तीन जोड्या, कंसांचा उपयोग करून लिहा. त्यावरून तीन वेगवेगळ्या समानता लिहा.
2. बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार यांपैकी प्रत्येक क्रिया करून 18 ही संख्या मिळेल, अशा संख्यांच्या चार जोड्या लिहा. त्यांवरून चार वेगवेगळ्या समानता लिहा.

❒ असमानता

$7 + 5$ आणि 7×5 या पदावलींच्या किमती अनुक्रमे 12 आणि 35 आहेत, म्हणजे त्या समान नाहीत. 'समान नाहीत' हे सांगण्यासाठी '$\neq$' हे चिन्ह वापरतात.

$(7 + 5)$ आणि (7×5) या पदावली समान नाहीत, हे थोडक्यात $(7 + 5) \neq (7 \times 5)$ असे लिहितात. अशा मांडणीला **असमानता** म्हणतात.

$(9 - 5) \neq (15 \div 3)$ याचा अर्थ $(9 - 5)$ आणि $(15 \div 3)$ या पदावलींच्या किमती समान नाहीत.

दोन पदावलींच्या किमती समान नाहीत, म्हणजेच दोन पदावलींच्या किमती लहान-मोठ्या आहेत. लहान-मोठेपणा सांगण्यासाठी आपण '$<$ ' आणि '$>$ ' ही चिन्हे वापरतो, म्हणून ही चिन्हे वापरूनही असमानता लिहिता येते.

$(9 - 5)$ ची किंमत 4 आणि $(15 \div 3)$ ची किंमत 5 आहे. $4 < 5$ म्हणून $(9 - 5)$ आणि $(15 \div 3)$ या पदावलींतील संबंध $(9 - 5) < (15 \div 3)$ असा किंवा $(15 \div 3) > (9 - 5)$ असा लिहिता येतो.

✦ पदावलींच्या जोड्यांमधील चौकटींत $<$, $=$, $>$ यांपैकी योग्य चिन्ह लिहा.

(1) $(9 + 8)\ \boxed{}\ (30 \div 2)$

$9 + 8 = 17, \quad 30 \div 2 = 15$

$17 > 15$

म्हणून $(9 + 8)\ \boxed{>}\ (30 \div 2)$

(2) $(16 \times 3)\ \boxed{}\ (4 \times 12)$

$16 \times 3 = 48, \quad 4 \times 12 = 48, \quad 48 = 48$

म्हणून $(16 \times 3)\ \boxed{=}\ (4 \times 12)$

(3) $(16 - 5)\ \boxed{}\ (2 \times 7)$

$16 - 5 = 11, \quad 2 \times 7 = 14,$

$11 < 14$

म्हणून $(16 - 5)\ \boxed{<}\ (2 \times 7)$

✦ पदावलींच्या जोड्यांमधील चौकटींत अशी संख्या लिहा, की त्यामुळे होणारे विधान बरोबर असेल.

(1) $(7 \times 2) = (\ \boxed{} - 6)$

7×2 या पदावलीची किंमत 14 आहे, म्हणून चौकटीत अशी संख्या हवी, की ज्या संख्येतून 6 वजा केल्यावर वजाबाकी 14 येईल. 20 मधून 6 वजा केल्यावर वजाबाकी 14 येते.

म्हणून $(7 \times 2) = (\ \boxed{20} - 6\ )$

(2) $(24 \div 3) < (5 + \boxed{}\ )$

$24 \div 3$ या पदावलीची किंमत 8 आहे, म्हणजे चौकटीत अशी संख्या हवी, की ती 5 मध्ये मिळवल्यावर बेरीज 8 पेक्षा जास्त असेल.

आता $5 + 1 = 6, \quad 5 + 2 = 7, \quad 5 + 3 = 8,$ म्हणून चौकटीतील संख्या 3 पेक्षा मोठी हवी, म्हणजे चौकटीत 4, 5, 6, ..., अशी कोणतीही संख्या लिहिली तरी चालेल. याचा अर्थ या प्रश्नाची उत्तरे अनेक आहेत. $(24 \div 3) < (5 + \boxed{4}\ )$ हे अनेक उत्तरांपैकी एक आहे. असे असले तरी अशा प्रश्नाचे एकच उत्तर लिहिणे पुरेसे असते.

उदाहरणसंग्रह 55

1. चूक की बरोबर हे सांगा.

(1) $(23 + 4) = (4 + 23)$ (2) $(9 + 4) > 12$ (3) $(9 + 4) < 12$ (4) $138 > 138$

(5) 138 < 138 (6) 138 = 138 (7) (4 × 7) = 30 – 2 (8) $\frac{25}{5} > 5$

(9) (5 × 8) = (8 × 5) (10) (16 + 0) = 0 (11) (16 + 0) = 16 (12) (9 + 4) = 12

2. पदावलींच्या जोड्यांतील चौकटींत = , < , > यांपैकी योग्य चिन्ह लिहा.

(1) (45 ÷ 9) ☐ (9 – 4) (2) (6 + 1) ☐ (3 × 2) (3) (12 × 2) ☐ (25 + 10)

3. दिलेली विधाने बरोबर होण्यासाठी पदावल्यांमधील चौकटींत योग्य संख्या लिहा.

(1) (1 × 7) = (☐ × 1) (2) (5 × 4) > (7 × ☐) (3) (48 ÷ 3) < (☐ × 5)

(4) (0 + 1) > (5 × ☐) (5) (35 ÷ 7) = (☐ + ☐) (6) (6 – ☐) < (2 + 3)

❒ अक्षरांचा उपयोग

गणित विषयाच्या लेखनात चिन्हांचा वापर खूपच केला जातो. चिन्हांचा वापर केल्यामुळे लेखन अतिशय थोडक्यात करता येते. जसे, 'पंचाहत्तर या संख्येला पंधरा या संख्येने भागल्यावर भागाकार पाच येतो.' हेच वाक्य, चिन्हे वापरून, '75 ÷ 15 = 5' असे थोडक्यात करता येते. ते समजण्यासही सोपे आहे.

चिन्हांप्रमाणेच अक्षरांचा वापर करूनही लेखन सोपे, सुटसुटीत करता येते.

संख्यांवर बेरीज, वजाबाकी वगैरे क्रिया करताना, क्रियांचे अनेक गुणधर्म तुमच्या लक्षात आले असतील. जसे, (4 + 9) , (9 + 4) अशा बेरजांमधून कोणता गुणधर्म लक्षात आला ?

कोणत्याही दोन संख्यांची बेरीज आणि त्याच दोन संख्यांचा क्रम बदलून येणारी बेरीज समानच असते.

आता हा गुणधर्म अक्षरांचा उपयोग करून लिहिला, तर कसा सोपा, आटोपशीर होतो पाहा.

- कोणत्याही दोन संख्यांसाठी आपण a आणि b ही अक्षरे वापरू. त्यांची बेरीज '$a + b$' अशी येईल. त्याच संख्यांचा क्रम बदलून बेरीज '$b + a$' ही येईल. म्हणजे नियम असा होईल –

  a आणि b या कोणत्याही दोन संख्या असतील, तर $(a + b) = (b + a)$.

  आणखी दोन उदाहरणे पाहा.
- कोणत्याही संख्येला 1 या संख्येने गुणले असता गुणाकार त्या संख्येएवढाच येतो. थोडक्यात, $a \times 1 = a$.
- दोन वेगवेगळ्या संख्यांचा भागाकार आणि त्या संख्यांचा क्रम बदलून केलेला भागाकार हे समान नसतात. थोडक्यात, a आणि b या वेगवेगळ्या संख्या असतील, तर $(a \div b) \neq (b \div a)$.

  a ची किंमत 8 आणि b ची किंमत 4 घेऊन हा गुणधर्म तुम्ही पडताळून पाहा.

उदाहरणसंग्रह 56

1. 'कोणतीही संख्या' यासाठी अक्षर वापरून पुढील गुणधर्म थोडक्यात लिहा.

(1) कोणत्याही संख्येत शून्य ही संख्या मिळवून येणारी बेरीज त्या संख्येएवढीच असते.

(2) कोणत्याही दोन संख्यांचा गुणाकार आणि त्या संख्यांचा क्रम बदलून केलेला गुणाकार हे समान असतात.

(3) कोणतीही संख्या आणि शून्य यांचा गुणाकार शून्य असतो.

2. अक्षर वापरून लिहिलेले गुणधर्म शब्दांत लिहा.

(1) $m - 0 = m$ (2) $n \div 1 = n$

✦✦✦

पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीशब्द	इंग्रजीप्रतिशब्द	उच्चार
1	अपूर्णांक	Fraction	फ्रॅक्शन्
2	अर्धा	Half	हाफ्
3	असमानता	Inequality	इनइकवॉलिटि
4	अंक	Digit	डिजिट्
5	अंतर्भाग	Interior	इंटीरियर्
6	अंश	Numerator	न्यूमरेटर्
7	आकृतिबंध	Pattern	पॅटर्न्
8	आयत	Rectangle	रेक्टँगल्
9	आलेख	Graph	ग्राफ्
10	आलेखकागद	Graph-paper	ग्राफ् पेपर्
11	आंतरराष्ट्रीय अंक	International digit	इंटरनॅशनल् डिजिट्
12	एकक	Unit	युनिट्
13	एककस्थान	Unit's place	युनिट्स प्लेस्
14	काटकोन	Right angle	राइट् अँगल्
15	केंद्र	Centre	सेंटर्
16	कोटी (संख्या)	Crore	क्रोऽर
17	कोन	Angle	अँगल्
18	कोनमापक	Protractor	प्रोट्रॅक्टर्
19	कंस (वर्तुळ)	Arc	आर्क्
20	क्रमसंबंध	Order relation	ऑर्डर् रिलेशन्
21	क्रिया	Operation	ऑपरेशन्
22	क्षेत्रफळ	Area	एरिया
23	गुणाकार (क्रिया)	Multiplication	मल्टिप्लिकेशन्
24	गुणाकार	Product	प्रॉडक्ट्
25	घटक	Components	काँपोनंटस्
26	घडण	Net	नेट्
27	घनफळ	Volume	व्हॉल्यूम्
28	चित्रालेख	Pictograph	पिक्टोग्राफ्
29	चोवीस ताशी कालमापन	24 Hour clock	ट्वेंटि फोर् अवर् क्लॉक्

पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीशब्द	इंग्रजीप्रतिशब्द	उच्चार
30	चौरस	Square	स्क्वेअर्
31	चौरस संख्या	Square number	स्क्वेअर् नंबर्
32	जीवा	Chord	कॉऽर्ड्
33	छेद	Denominator	डिनॉमिनेटर्
34	तासकाटा	Hour hand	अवर् हॅन्ड्
35	त्रिकोणी संख्या	Triangular number	ट्रायअँग्युलर् नंबर्
36	त्रिज्या	Radius	रेडियस्
37	त्रिमितीय	Three dimensional	थ्री डायमेन्शनल्
38	दशमान संख्यालेखन पद्धत	Decimal system of writing numbers	डेसिमल् सिस्टिम् ऑव्ह राइटिंग् नंबर्स्
39	दशकस्थान	Ten's place	टेन्स् प्लेस्
40	दशलक्ष	Ten lakh (lac)	टेन् लाख् (लॅक्)
41	दशांश	Decimal	डेसिमल्
42	दशांश अपूर्णांक	Decimal fraction	डेसिमल् फ्रॅक्शन्
43	दशांश चिन्ह	Decimal point	डेसिमल् पॉइंट्
44	देवनागरी संख्याचिन्ह	Devanagari numeral	देवनागरी न्यूमरल्
45	द्विमितीय	Two dimensional	टू डायमेन्शनल्
46	धारकता	Capacity	कपॅसिटि
47	पट	Multiple	मल्टिपल्
48	परिमिती	Perimeter	पेरिमीटर्
49	परीघ	Circumference	सर्कफरन्स्
50	पाऊण	Three quarters	थ्री क्वार्टर्स्
51	पाच चौरसांची घडण	Pentomino	पेन्टोमिनो
52	पाव	Quarter	क्वार्टर्
53	पृष्ठ	Face	फेस्
54	पृष्ठभाग	Surface	सरफेस्
55	फासा	Die	डाय्
56	फासे	Dice	डाइस्
57	बाकी	Remainder	रिमेऽन्डर्

पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीशब्द	इंग्रजीप्रतिशब्द	उच्चार
58	बाजू	Side	साइड्
59	बाह्यभाग	Exterior	एक्स्टीरियर्
60	बारा ताशी कालमापन	Twelve hour clock	ट्वेल्व्ह अवर् क्लॉक्
61	बीजगणित	Algebra	ॲल्जिब्रा
62	बेरीज (क्रिया)	Addition	ॲडिशन्
63	बेरीज	Sum	सम्
64	भागाकार (क्रिया)	Division	डिव्हिजन्
65	भागाकार	Quotient	क्वोऽशंट्
66	भाजक	Divisor	डिव्हायझर्
67	भाज्य	Dividend	डिव्हिडंड्
68	भिन्नछेद अपूर्णांक	Unlike fractions	अनलाइक् फ्रॅक्शन्स्
69	भुजा	Side	साइड्
70	मध्यान्ह (माध्यान्ह)	Mid-day	मिड् डेऽ
71	मध्यान्होत्तर	Post meridian (p.m.)	पोस्ट् मेरिडियन् (पी. एम.)
72	मध्यान्हपूर्व	Ante meridian (a.m.)	अँटि मेरिडियन् (ए.एम.)
73	मापन	Measurement	मेझरमेंट्
74	माहिती (सांख्यिक)	Data	डाटा/डेटा
75	मिती	Measure	मेझर्
76	मिनिट	Minute	मिनिट्
77	मिनिट काटा	Minute hand	मिनिट् हॅण्ड्
78	मूळ संख्या	Prime number	प्राइम् नंबर्
79	रीत	Method	मेथड्
80	रेषा	Line	लाइन्
81	लक्ष	Lakh (lac)	लाख् (लॅक्)
82	लघुकोन	Acute angle	अक्यूट् अँगल्
83	लंब	Perpendicular	पर्पेंडिक्युलर्
84	लाख	Lakh (lac)	लाख् (लॅक्)
85	लांबी	Length	लेंऽग्थ्
86	वजाबाकी (क्रिया)	Subtraction	सबट्रॅक्शन्

पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीशब्द	इंग्रजीप्रतिशब्द	उच्चार
87	वजाबाकी	Remainder	रिमेंऽडर्
88	वर्तुळ	Circle	सर्कल्
89	वर्तुळकंस	Arc of a circle	आर्क् ऑव्ह् अ सर्कल्
90	वस्तुमान	Mass	मॅस्
91	विभाजक	Divisor	डिव्हायझर्
92	विभाज्य	Dividend	डिव्हिडंड्
93	विभाज्यता	Divisibility	डिव्हिजिबिलिटि
94	विशालकोन	Obtuse angle	अबट्यूस ॲंगल्
95	विस्तारित रूप	Expanded form	एक्सपांडेड् फॉर्म्
96	व्याज	Interest	इंटरेस्ट्
97	शतकस्थान	Hundred's place	हंड्रेड्स् प्लेस्
98	शतांश	Hundredth	हंड्रेड्थ्
99	समच्छेद अपूर्णांक	Like fractions	लाइक् फ्रॅक्शन्स्
100	सममूल्य अपूर्णांक	Equivalent fractions	इक्विव्हॅलंट् फ्रॅक्शन्स्
101	समानता	Equality	इक्वॉऽलिटि
102	समांतर	Parallel	पॅरॅलल्
103	सहमूळ संख्या	Co-prime numbers	को प्राइम् नंबर्स्
104	सेकंद	Second	सेकंड्
105	संख्या	Number	नंबर्
106	संख्याचिन्ह	Numeral	न्यूमरल्
107	संयुक्त संख्या	Composite number	कॉम्पोझिट् नंबर्
108	स्थान	Place	प्लेस्
109	स्थानिक किंमत	Place value	प्लेस् व्हॅल्यू
110	सांख्यिक माहिती	Numerical data	न्यूमरिकल् डाटा/डेऽटा
111	हजार	Thousand	थाउजंड्

इयत्ता ५ वी, ८ वी शिष्यवृत्ती परीक्षा मार्गदर्शिका

- मराठी, इंग्रजी, उर्दू, हिंदी माध्यमामध्ये उपलब्ध
- सरावासाठी विविध प्रश्न प्रकारांचा समावेश
- घटकनिहाय प्रश्नांचा समावेश
- नमुन्यादाखल उदाहरणांचे स्पष्टीकरण

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे–४११००४.

₹३६.००