

16. बीजगणित की पूर्वतैयारी

विदुला : सर, भाई साहब कह रहे थे कि वे बीजगणित का अध्ययन करते हैं। बीजगणित का क्या अर्थ है ?

सर : केवल तुम्हें बताना हो, तो बीजगणित का अर्थ है, 'संख्याओं और अक्षरों का उपयोग करके विन्यासित (रची गई) गणित'।

रवि : इसका अर्थ यह है कि अक्षरों द्वारा जोड़ने-घटाने की क्रियाएँ करना ? वह कैसे किया जाएगा ?

सर : उसे सीखने-समझने के लिए, आओ हम पूर्वतैयारी के रूप में संख्याओं की सहायता से कुछ सीखें।

□ समता या समानता

यदि हम कोई दो संख्याएँ लेकर जोड़, घटाव, गुणन तथा भाजन में से कोई भी संक्रिया करें, तो प्राप्त उत्तर कोई संख्या ही होता है। जैसे, 5 तथा 3 को जोड़े, तो संख्या 8 मिलती है। इसे ही हम संक्षेप में ' $5 + 3 = 8$ ' लिखते हैं। इसी प्रकार $13 - 6 = 7$, $12 \div 4 = 3$ तथा $9 \times 1 = 9$

अब हम थोड़ा अलग ढंग से विचार करेंगे।

दो संख्याओं पर कोई संक्रिया करने पर संख्या 12 मिलती है। संख्याओं की ऐसी जोड़ी प्राप्त करें, तो हम $(6 + 6)$, $(15 - 3)$, (6×2) तथा $(24 \div 2)$ इत्यादि लिख सकते हैं।

जब हमें 'छह और छह को जोड़कर आने वाली संख्या' ऐसा कहना हो, तो उसे कोष्ठक में $(6 + 6)$ के रूप में लिखना सुविधाजनक होता है।

जैसे, $(15 - 3)$ का अर्थ है, 'पंद्रह में से तीन घटाने पर आने वाली संख्या'।

(6×2) का अर्थ है, 'छह में दो से गुणा करने पर आने वाली संख्या'।

$(24 \div 2)$ का अर्थ है, 'चौबीस में दो से भाग देने पर आने वाली संख्या'।

$(6 + 6)$, $(15 - 3)$, (6×2) , $(24 \div 2)$ जैसे विन्यासों को व्यंजक कहते हैं। इनमें से प्रत्येक व्यंजक का मान 12, अर्थात् समान है। ये सभी व्यंजक परस्पर समान हैं।

इसे ही हम $(6 + 6) = (15 - 3)$, $(6 + 6) = (24 \div 2)$ तथा $(6 \times 2) = (15 - 3)$ लिख सकते हैं।

$(6 + 6) = (15 - 3)$, $(6 + 6) = (24 \div 2)$ जैसे स्वरूपवाले विन्यासों को **समता** कहते हैं।

$5 + 3 = 8$ तथा $9 \times 1 = 9$ भी **समता** हैं। समता दर्शाने के लिए ही चिह्न '=' का उपयोग करते हैं।

प्रश्नसंग्रह 54

- कोष्ठकों का उपयोग करके संख्याओं की ऐसी तीन जोड़ियाँ लिखो, जिनका योगफल (जोड़) 13 आए। उसके आधार पर और तीन अलग-अलग समताएँ लिखो।
- संख्याओं की ऐसी चार अलग-अलग जोड़ियाँ लिखो, जिनका जोड़, घटाव, गुणनफल तथा भागफल संख्या 18 ही हो। उनके आधार पर और चार अलग-अलग समताएँ लिखो।

□ असमता

व्यंजकों $(7 + 5)$ तथा (7×5) के मान क्रमशः 12 तथा 35 हैं। अतः ये समान नहीं हैं।

'समान नहीं हैं'। यह बताने के लिए चिह्न ' $\neq$ ' का उपयोग करते हैं।

व्यंजक $(7 + 5)$ और (7×5) समान नहीं हैं संक्षेप में इसे $(7 + 5) \neq (7 \times 5)$ लिखते हैं। ऐसे विन्यास को **असमता** कहते हैं।

$(9 - 5) \neq (15 \div 3)$ इसका अर्थ है कि व्यंजक $(9 - 5)$ तथा $(15 \div 3)$ के मान समान नहीं हैं।

दो व्यंजकों के मान समान नहीं हैं, इसका अर्थ है कि दोनों व्यंजकों के मान छोटे-बड़े हैं। छोटा-बड़ा बताने के लिए हम क्रमशः चिह्नों ' $<$ ' तथा ' $>$ ' का उपयोग करते हैं। अतः इन चिह्नों का उपयोग करके भी असमताएँ लिखी जा सकती हैं।

$(9 - 5)$ का मान 4 और $(15 \div 3)$ का मान 5 है। $4 < 5$ अतः हम व्यंजकों $(9 - 5)$ तथा $(15 \div 3)$ के संबंध को $(9 - 5) < (15 \div 3)$ जैसा अथवा $(15 \div 3) > (9 - 5)$ जैसा लिख सकते हैं।

♦ व्यंजकों को जोड़ियों के बीचवाले चौखटों में $<$, $=$ या $>$ में से सही चिह्न बनाओ।

(1) $(9 + 8) \square (30 \div 2)$
 $9 + 8 = 17, 30 \div 2 = 15$
 $17 > 15$
 अतः $(9 + 8) \square > (30 \div 2)$

(2) $(16 \times 3) \square (4 \times 12)$
 $16 \times 3 = 48, 4 \times 12 = 48, 48 = 48$
 अतः $(16 \times 3) \square = (4 \times 12)$

(3) $(16 - 5) \square (2 \times 7)$
 $16 - 5 = 11, 2 \times 7 = 14,$
 $11 < 14$
 अतः $(16 - 5) \square < (2 \times 7)$

♦ व्यंजकों की जोड़ियों के बीचवाले चौखट में ऐसी संख्या लिखो कि उसके द्वारा कथन समान हो जाए।

(1) $(7 \times 2) = (\square - 6)$

व्यंजक 7×2 का मान 14 है। अतः चौखट में ऐसी संख्या होनी चाहिए, जिसमें से 6 घटाने पर अंतर 14 आए। 20 में से 6 घटाने पर अंतर 14 आता है।

इसलिए $(7 \times 2) = (\square 20 - 6)$

(2) $(24 \div 3) < (5 + \square)$

व्यंजक $24 \div 3$ का मान 8 है। अतः चौखट में ऐसी संख्या होनी चाहिए, जिसमें 5 जोड़ने पर योगफल (जोड़) 8 से अधिक हो।

परंतु $5 + 1 = 6, 5 + 2 = 7, 5 + 3 = 8$, अतः चौखट में 3 से बड़ी संख्या अर्थात् चौखट में 4, 5, 6, ..., जैसी कोई भी संख्या लिखी जा सकती है। इसका अर्थ यह है कि इस प्रश्न के कई उत्तर हैं। इन कई उत्तरों में से एक उत्तर $(24 \div 3) < (5 + \square 4)$ है। ऐसा होने पर भी इस प्रश्न का केवल एक उत्तर लिखना पर्याप्त है। ऐसे प्रश्नों को मुक्तोत्तरी प्रश्न कहते हैं।

प्रश्नसंग्रह 55

1. सही हैं या गलत, सोचकर लिखो :

(1) $(23 + 4) = (4 + 23)$

(2) $(9 + 4) > 12$

(3) $(9 + 4) < 12$

(4) $138 > 138$

- (5) $138 < 138$ (6) $138 = 138$ (7) $(4 \times 7) = 30 - 2$ (8) $\frac{25}{5} > 5$
 (9) $(5 \times 8) = (8 \times 5)$ (10) $(16 + 0) = 0$ (11) $(16 + 0) = 16$ (12) $(9 + 4) = 12$
2. व्यंजकों की जोड़ियों के बीचवाले चौखटों में $=$, $<$, $>$ में से सही चिह्न (प्रतीक) बनाओ ।
 (1) $(45 \div 9) \square (9 - 4)$ (2) $(6 + 1) \square (3 \times 2)$ (3) $(12 \times 2) \square (25 + 10)$
3. नीचे दिए गए कथन सत्य (सही) होने के लिए व्यंजकों के कोष्ठकों में सही संख्या लिखो ।
 (1) $(1 \times 7) = (\square \times 1)$ (2) $(5 \times 4) > (7 \times \square)$ (3) $(48 \div 3) < (\square \times 5)$
 (4) $(0 + 1) > (5 \times \square)$ (5) $(35 \div 7) = (\square + \square)$ (6) $(6 - \square) < (2 + 3)$

□ अक्षरों का उपयोग

गणित ऐसा विषय है, जिसके लेखन में चिह्नों का अत्यधिक उपयोग किया जाता है। चिह्नों के उपयोग द्वारा लेखन पर्याप्त कम (संक्षिप्त) हो जाता है। जैसे, संख्या पचहत्तर में संख्या पंद्रह से भाग देने पर भागफल पाँच आता है, इसी कथन को चिह्नों का उपयोग करके हम संक्षेप में ' $75 \div 15 = 5$ ' लिख सकते हैं। इसे समझना भी आसान होता है।

चिह्नों की भाँति ही अक्षरों का उपयोग करने पर भी लेखन आसान तथा संक्षिप्त हो जाता है।

संख्याओं का जोड़, घटाव इत्यादि क्रियाएँ करते समय तुम्हारे ध्यान में इन क्रियाओं के गुणधर्म आए होंगे। जैसे, $(4 + 9)$, $(9 + 4)$ जैसे, स्वरूपवाले जोड़ से तुम्हारे ध्यान में कौन-सा गुणधर्म आता है ?

- किन्हीं संख्याओं का जोड़ और उन संख्याओं का क्रम बदलकर आने वाला जोड़ समान होता है।
अक्षरों का उपयोग करके यही गुणधर्म लिखें, तो वह कैसा सरल और अपने आप में पूर्ण होता है। इसे देखो।
- किन्हीं दो संख्याओं के लिए हम अक्षरों a तथा b का उपयोग करेंगे। उनका जोड़ ' $a + b$ ' होगा।
क्रम बदलकर उन्हीं संख्याओं का जोड़ ' $b + a$ ' होगा। अतः नियम इस प्रकार होगा।
यदि a तथा b दो संख्याएँ हों, तो $(a + b) = (b + a)$
दो उदाहरण और देखो।
- किसी भी संख्या में संख्या 1 का गुणा करने पर गुणनफल वही संख्या होता है। संक्षेप में, $a \times 1 = a$
- किन्हीं दो शून्येतर तथा असमान संख्याओं का भागफल और उन संख्याओं का क्रम बदलकर प्राप्त भागफल समान नहीं होते। संक्षेप में, यदि a तथा b असमान संख्याएँ हों, तो $(a \div b) \neq (b \div a)$
 a का मान 8 तथा b का मान 4 लेकर इस गुणधर्म का सत्यापन करो।

प्रश्नसंग्रह 56

1. 'किसी भी संख्या' के लिए अक्षर का उपयोग करके नीचे दिए गए गुणधर्मों को संक्षेप में लिखो :
 (1) किसी भी संख्या में संख्या शून्य मिलाने पर आने वाला जोड़ (योग) वह संख्या ही होता है।
 (2) किन्हीं दो संख्याओं का गुणनफल और क्रम बदलकर उनका गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल दोनों समान होते हैं।
 (3) किसी भी संख्या और शून्य का गुणनफल शून्य होता है।
2. अक्षरों का उपयोग करके नीचे लिखे गए गुणधर्मों को शब्दों (कथन के रूप) में लिखो
 (1) $m - 0 = m$ (2) $n \div 1 = n$



पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीय शब्द	अंग्रेजी प्रतिशब्द	उच्चारण
1	भिन्न	Fraction	फ्रैक्शन
2	आधा	Half	हाफ्
3	असमता	Inequality	इनइक्वैलिटी
4	अंक	Digit	डिजिट्
5	आंतरिक भाग	Interior	इंटीरियर
6	अंश	Numerator	न्यूमेरेटर्
7	प्रतिरूप	Pattern	पैटर्न्
8	आयत	Rectangle	रेक्टॅगल्
9	आलेख	Graph	ग्राफ्
10	आलेख कागज	Graph-paper	ग्राफ् पेपर्
11	अंतरराष्ट्रीय अंक	International digit	इंटरनैशनल् डिजिट्
12	इकाई	Unit	यूनिट्
13	इकाई के स्थान पर	Unit's place	यूनिट्स प्लेस्
14	समकोण	Right angle	राइट् एंगल्
15	केंद्र	Centre	सेंटर्
16	करोड़	Crore	क्रोडर्
17	कोण	Angle	एंगल्
18	कोणमापक (चाँदा)	Protractor	प्रोट्रैक्टर्
19	चाप	Arc	आर्क्
20	क्रमसंबंध	Order relation	ऑर्डर् रिलेशन
21	क्रिया	Operation	ऑपरेशन
22	क्षेत्रफल	Area	एरिया
23	गुणन (क्रिया)	Multiplication	मल्टिप्लिकेशन
24	गुणनफल	Product	प्रॉडक्ट्
25	घटक	Components	कांपोनेंटस्
26	बनावट(रचना)	Net	नेट्
27	घनफल	Volume	वॉल्यूम्
28	चित्रालेख	Pictograph	पिक्टोग्राफ्

पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीय शब्द	अंग्रेजी प्रतिशब्द	उच्चारण
29	24 घंटोवाली समयमापन प्रणाली	24 Hour clock	ट्वेंटी फोर ऑवर् क्लॉक
30	वर्ग	Square	स्क्वेयर
31	वर्गीय संख्या	Square number	स्क्वेयर नंबर
32	जीवा	Chord	कॉर्ड
33	हर	Denominator	डिनॉमिनेटर
34	घंटे की सूई	Hour hand	ऑवर् हैन्ड
35	त्रिभुजीय संख्या	Triangular number	ट्राइएंग्युलर नंबर
36	त्रिज्या	Radius	रेडियस्
37	त्रिविम	Three dimensional	थ्री डाइमेंशनल्
38	दाशमिक संख्यालेखन प्रणाली	Decimal system of writing numbers	डेसिमल् सिस्टिम् ऑफ राइटिंग् नंबरस्
39	दहाई के स्थान पर	Ten's place	टेन् प्लेस
40	दसलाख	Ten lakh (lac)	टेन् लाख (लैक)
41	दशमलव	Decimal	डेसिमल्
42	दशमलव भिन्न	Decimal fraction	डेसिमल् फ्रैक्शन्
43	दशमलव चिह्न	Decimal point	डेसिमल पॉइंट
44	देवनागरी संख्यांक	Devanagari numeral	देवनागरी न्यूमरल्
45	द्विविम	Two dimensional	टू डाइमेंशनल्
46	धारिता	Capacity	कैपेसिटी
47	गुना	Multiple	मल्टिपल्
48	परिमिति	Perimeter	पेरिमीटर
49	परिधि	Circumference	सर्कफरन्स
50	पौन	Three quarters	थ्री क्वार्टर्स्
51	पाँच वर्गों से निर्मित रचना	Pentomino	पेंटोमिनो
52	पाव	Quarter	क्वार्टर्
53	पृष्ठ	Face	फेस्
54	पृष्ठभाग	Surface	सरफेस्
55	पासा	Die	डाय्

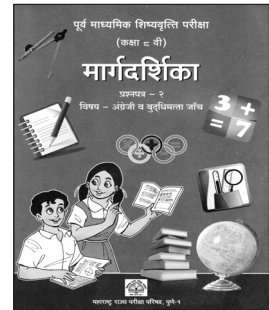
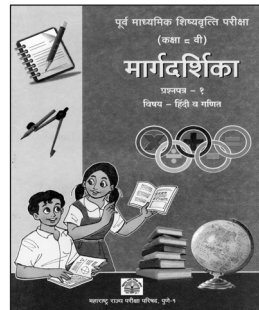
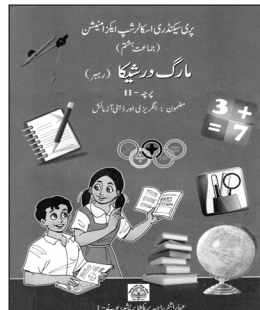
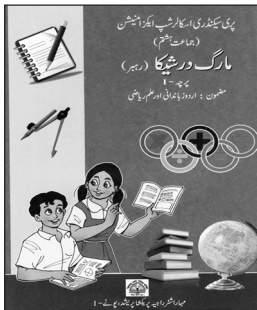
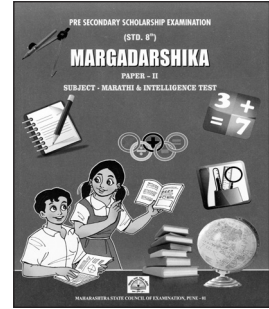
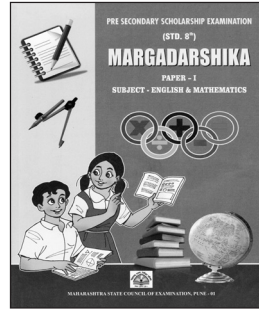
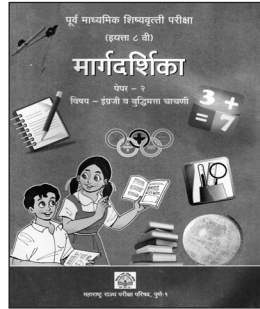
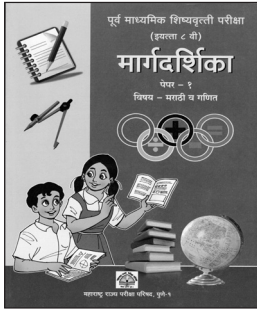
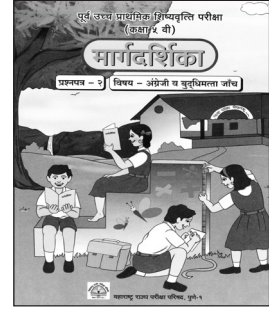
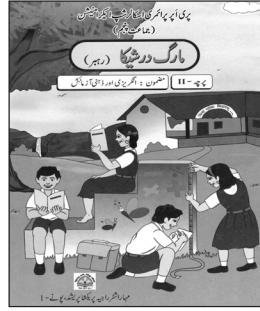
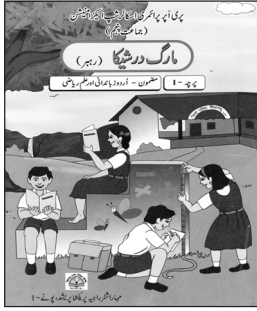
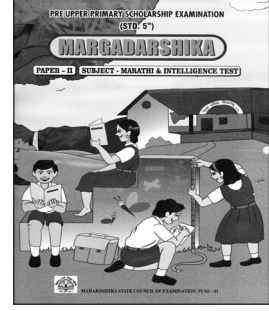
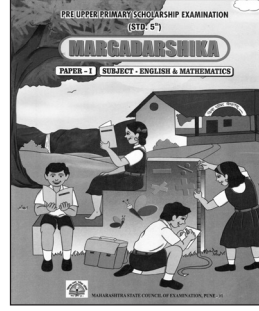
पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीय शब्द	अंग्रेजी प्रतिशब्द	उच्चारण
56	फासे	Dice	डायस्
57	शेषफल	Remainder	रिमेन्डर्
58	भुजा	Side	साइड्
59	बाह्यभाग	Exterior	एक्स्टेरियर्
60	12 घंटोंवाला कालमापन	Twelve hour clock	ट्वेल्व ऑवर क्लॉक्
61	बीजगणित	Algebra	अल्जिब्रा
62	जोड़ (क्रिया)	Addition	ऐडिशन
63	भागफल	Sum	सम्
64	भाजन(क्रिया)	Division	डिविजन्
65	भाजन	Quotient	क्वोशंट्
66	भाजक	Divisor	डिवाइजर्
67	भाज्य	Dividend	डिविडेंड्
68	असमहर भिन्न	Unlike fractions	अनलाइक् फ्रैक्शन्स्
69	भुजा	Side	साइड्
70	मध्याह्न (दोपहर)	Mid-day	मिड्-डे
71	मध्याह्नोत्तर	Post meridian (p.m.)	पोस्ट् मेरिडियन् (पी. एम.)
72	मध्याह्नपूर्व	Ante meridian (a.m.)	ऐंटी मेरिडियन् (ए.एम.)
73	मापन	Measurement	मेजरमेंट्
74	जानकारी (सांख्यिक)	Data	डाटा/डेऽटा
75	मिति	Measure	मेजर्
76	मिनट	Minute	मिनिट्
77	मिनट की सूई	Minute hand	मिनिट् हैंड्
78	अभाज्य संख्याएँ	Prime number	प्राइम् नंबर
79	विधि	Method	मेथड्
80	रेखा	Line	लाइन्
81	लाख	Lakh (lac)	लाख् (लैक्)
82	न्यूनकोण	Acute angle	एक्यूट् एंगल्
83	लंब	Perpendicular	पर्पेंडिक्युलर्

पारिभाषिक शब्द सूची

	गणितीय शब्द	अंग्रेजी प्रतिशब्द	उच्चारण
84	लाख	Lakh (lac)	लाख् (लैक्)
85	लंबाई	Length	लेंग्थ
86	घटाव (क्रिया)	Subtraction	सबट्रैक्शन्
87	शेषफल (घटाव)	Remainder	रिमेंडर
88	वृत्त	Circle	सर्कल्
89	वृत्त का चाप	Arc of a circle	आर्ट ऑफ ए सर्कल्
90	द्रव्यमान	Mass	मास्
91	विभाजक	Divisor	डिवाइजर्
92	विभाज्य	Dividend	डिविडेंड
93	विभाज्यता	Divisibility	डिविजीबीलीटी
94	अधिककोण	Obtuse angle	अबट्यूस् एंगल्
95	विस्तारित रूप	Expanded form	एक्सपांडेड् फॉर्म
96	व्याज	Interest	इंटरेस्ट
97	सैकड़े के स्थान पर	Hundreds place	हंड्रेड्स प्लेस्
98	शतांश	Hundredth	हंड्रेड्थ्
99	समहर भिन्न	Like fractions	लाइक् फ्रैक्शन्स्
100	तुल्य भिन्न	Equivalent fractions	इक्वीलेंट् फ्रैक्शन्स्
101	समता या समानता	Equality	इक्वैलिटी
102	समांतर	Parallel	पैरेलल्
103	सहअभाज्य संख्याएँ	Co-prime numbers	को प्राइम् नंबर्स
104	सेकंड	Second	सेकंड्
105	संख्या	Number	नंबर्
106	संख्याक	Numeral	न्यूमरल्
107	भाज्य संख्याएँ	Composite numbers	कॉम्पोजिट् नंबर्स
108	स्थान	Place	प्लेस्
109	स्थानीय मान	Place value	प्लेस् वैल्यू
110	सांख्यिक जानकारी	Numerical data	न्यूमरिकल् डाटा/डेटा
111	हजार	Thousand	थाऊजंड्

इयत्ता ५ वी, ८ वी शिष्यवृत्ती परीक्षा मार्गदर्शिका



- मराठी, इंग्रजी, उर्दू, हिंदी माध्यमामध्ये उपलब्ध
- सरावासाठी विविध प्रश्न प्रकारांचा समावेश

- घटकनिहाय प्रश्नांचा समावेश
- नमुन्यादाखल उदाहरणांचे स्पष्टीकरण



पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.



ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर - ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७९८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९७५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२९७९, नागपूर - ☎ २५४७७९६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५