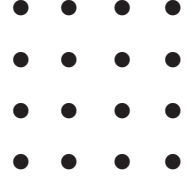




15. प्रतिरूप (आकृतिबंध)

दीदी : अरे बाह ! कितना सुंदर ! रंगोली के लिए समान दूरी पर तुमने तो कितनी सुंदर बिंदियाँ खींची हैं ।

क्या तुम्हें इन बिंदियों में छिपी हुई गणितीय बात दिखाई देती है ?



सुरेखा : बिंदियों में गणितीय बात ? मेरे ध्यान में तो नहीं आ रहा है ।

शबनम : दीदी, मेरे ध्यान में तो आया । इसमें बिंदियों का विन्यास (रचना) वर्गाकार हुआ है ।

दीदी : बिलकुल सही कहा ! अब बताओ, कुल कितनी बिंदियाँ बनाई गई हैं ?

सुरेखा : एक कतार में 4 बिंदियाँ, ऐसी 4 कतारें अतः कुल $4 \times 4 = 16$ बिंदियाँ ।

दीदी : बहुत अच्छा ! अतः हम 16 बिंदियों का वर्गाकार विन्यास कर सकते हैं । हम और कितनी बिंदियों से वर्गाकार विन्यास कर सकेंगे ?

शबनम : वर्गाकार विन्यास के लिए प्रत्येक खड़ी और आड़ी कतारों में समान बिंदियाँ होनी चाहिए ।

सुरेखा : तात्पर्य यह है कि $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$; किसी संख्या में उसी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त संख्या के बराबर बिंदियाँ लेने पर उनका वर्गाकार विन्यास कर सकते हैं ।

दीदी : बिलकुल सटीक उत्तर तुमने दिया है । संख्याओं 4, 9, 16, 25, 36.... के बराबर बिंदियाँ हों, तो इनसे वर्गाकार विन्यास कर सकते हैं । ऐसी संख्याओं को **वर्गीय संख्या** कहते हैं ।

अतः 100 भी क्या वर्गीय संख्या है ?

सुरेखा : दस दहाँ सौ । अतः 100 भी वर्गीय संख्या है ।

दीदी : बिलकुल सही ! और संख्या 40 ?

शबनम : सोचकर बताती हूँ । $6 \times 6 = 36$ तथा $7 \times 7 = 49$ संख्या 40, संख्याओं 36 तथा 49 के मध्य आती है । अतः किसी संख्या में उसी संख्या से गुणा करने पर 40 आए, ऐसी कोई पूर्णांक संख्या नहीं है । अतः 40 वर्गीय संख्या नहीं है ।

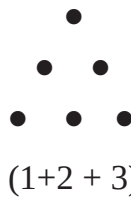
दीदी : अब संख्याओं की एक और रंजकता तुम्हें बताती हूँ । $1 + 2$; $1 + 2 + 3$; ऐसा 1 से 6 तक के योगफल करो ।

सुरेखा : $1 + 2 = 3$, $1 + 2 + 3 = 6$, $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

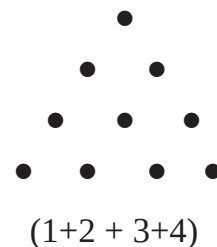
दीदी : संख्याओं 3, 6, 10, 15, 21 के बराबर बिंदियाँ मैं बनाकर दिखाती हूँ । देखो कि क्या इसमें तुम्हें कोई रंजकता दिखाई देती है ।



(1+2)



(1+2 + 3)



(1+2 + 3+4)

शबनम : ध्यान में आया दीदी ! इन बिंदियों के विन्यास से त्रिभुज तैयार होते हैं ।

दीदी : सही कहा परंतु उन त्रिभुजों में क्या कोई विशेष बात तुम्हारे ध्यान में आई ?

सुरेखा : प्रत्येक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ समान हैं ।

दीदी : तुम दोनों ने मिलकर सटीक उत्तर दिया ! अब बताओ, क्या ऐसे विन्यास में 15 बिंदियाँ बनाई जा सकती हैं ?

शबनम : जी हाँ दीदी, मैं अभी आपको 15 बिंदियोंवाली रंगोली बनाकर दिखाती हूँ, जिसमें उनका विन्यास समान भुजावाले त्रिभुज के रूप में होगा।

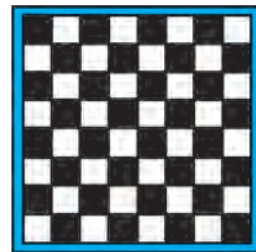
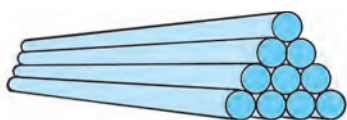
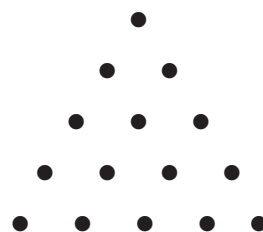
दीदी : अब तुम 21 बिंदियोंवाली रंगोली त्रिभुजीय विन्यास में बनाओ ।

सुरेखा : उसके आगे ऐसी ही 6 और बिंदियाँ बनाना है ।

दीदी : संख्याओं 3, 6, 10, 15, 21 संबंधी रंजकता तुम्हारे ध्यान में आई क्या ? ऐसी संख्याओं को तुम क्या नाम दोगे ?

शबनम : त्रिभुजीय संख्याएँ !

दीदी : बिलकुल सही । इन संख्याओं को **त्रिभुजीय संख्या** ही कहते हैं । हमारे दैनिक व्यवहार में भी त्रिभुजीय तथा वर्गीय संख्याएँ आती हैं । अपने रसोईघर में कटोरियों का विन्यास, सड़क के किनारे पर, एक पर एक रखी नलियों का विन्यास तथा शतरंज की पट्टी इत्यादि ।



प्रश्नसंग्रह 53

- नीचे दी गई संख्याओं में से वर्गीय संख्याएँ अलग करो ।
5, 9, 12, 16, 50, 60, 64, 72, 80, 81
- निम्नलिखित संख्याओं में से त्रिभुजीय संख्याएँ कौन-सी हैं ?
3, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 20, 21, 42
- एक ऐसी संख्या ज्ञात करो, जो त्रिभुजीय तथा वर्गीय दोनों प्रकार की संख्या हो ।
- यदि 4 को हम पहली वर्गीय संख्या माने, तो क्रम से आने वाली दसवीं वर्गीय संख्या कौन-सी होगी ?
- यदि 3 को पहली त्रिभुजीय संख्या मानें, तो क्रम से आने वाली दसवीं त्रिभुजीय संख्या कौन-सी होगी ?

थोडा सोचो :

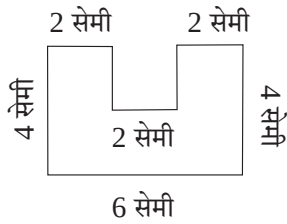
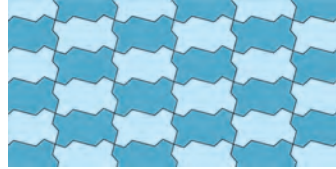
- (1) हम कैसे निर्धारित करेंगे कि दी गई संख्या, वर्गीय संख्या है ।
- (2) हम कैसे निर्धारित करेंगे कि दी गई संख्या, त्रिभुजीय संख्या है ।
- (3) वर्गीय संख्याओं की कुल संख्या कितनी होगी ?
- (4) त्रिभुजीय संख्याओं की कुल संख्या कितनी होगी ?

उपक्रम

जिन चित्रों में त्रिभुजीय अथवा वर्गीय संख्याएँ दिखती हों, ऐसे चित्रों का संग्रह करो।

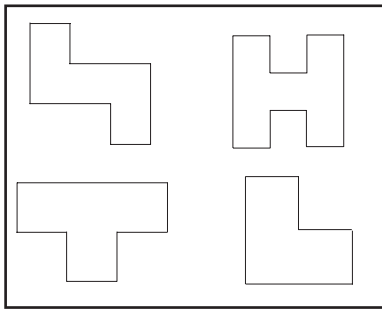
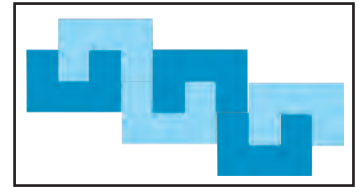
❑ टाइलों के मेल से निर्मित प्रतिरूप

नीचे टाइलों का एक विशिष्ट प्रकार से मेल किया गया है। ध्यान दो कि किन्हीं दो टाइलों के मध्य खुली जमीन नहीं है अथवा जमीन का कोई भाग उघड़ा नहीं है। टाइलों के प्रत्येक मेल में एक विशिष्ट प्रतिरूप भी दिखाई देता है।



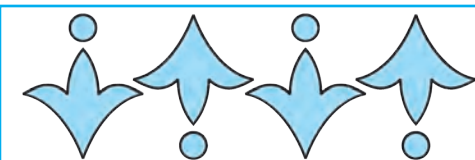
- ❖ गत्ते की एक पूरी शीट लो। यहाँ दिखाए अनुसार उसपर कई आकृतियाँ बनाओ। इनको गत्ते में से काटकर अलग करो। उनमें से आधे टुकड़ों को शीट के रंग से अलग रंग में रँगो।

इन्हीं टुकड़ों द्वारा बनाया गया एक प्रतिरूप, यहाँ नीचे दिखाया गया है। इसी प्रकार के कुछ अन्य प्रतिरूप तुम स्वयं तैयार करो।



- ❖ यहाँ दिखाए अनुसार, अलग-अलग मापवाले कार्डशीट के टुकड़े काटकर, टाइलों की भाँति उनको रखकर, एक सुंदर प्रतिरूप तैयार करो।

- ❖ नीचे दी गई प्रत्येक नक्काशी के प्रतिरूप पर सोचो। उसी प्रतिरूप का उपयोग करके चौखट पूर्ण करो :



- ❖ अपने मन से कोई एक आकार (आकृति) तैयार करो। उस आकार के आधार पर साड़ी, शाल जैसे वस्त्रों की किनारी (बार्डर) के लिए एक प्रतिरूप तैयार करो।

