8 تقسیم پذیری

آیئے ذرا یاد کریں۔

- تقسیم پذیری کی 2 کی کسوٹی، 5 کی کسوٹی اور 10 کی کسوٹی لکھیے۔
- ذیل کے اعداد پڑھیے۔ ان میں سے کون سے اعداد 2 سے، 5 سے یا 10 سے تقسیم پذیر ہیں۔ انھیں پہچان کر خالی چوکونوں میں لکھیے۔

125, 364, 475, 750, 800, 628, 206, 508, 7009, 5345, 8710

10 سے تقسیم پذیر	5 سے تقسیم پذیر	2 سے تقسیم پذیر

آیئے سمجھ لیں۔

تقسیم پذیری کی کسوٹیاں

آیئے مزید کچھ کسوٹیوں کا مطالعہ کریں۔

ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

عدد	عدد کے ہندسوں کی جمع کتنی ہے؟	کیا جمع 3 سے تقسیم ہوتی ہے؟	کیا دیا ہوا عدد 3 سے تقسیم پذیر ہے؟
63	6 + 3 = 9	✓	✓
872	17	×	×
91			
552			
9336			
4527			

اس بناء پر کیا نتیجہ اخذ کیا جائے گا۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

3 سے تقسیم پذیری کی کسوٹی : اگر کسی عدد کے ہندسوں کی جمع 3 سے پورا پورا تقسیم ہوتی ہو، تب وہ عدد 3 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں۔

ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

کیا بننے والا عدد 4 سے تقسیم پذیر ہے؟	دہائی اور اکائی کے مقام کے ہندسوں سے بننے والا عدد	دیے ہوئے عدد کو 4 سے تقسیم کر کے دیکھیے۔ کیا وہ پورا تقسیم ہوتا ہے؟	عدد
✓	92	✓	992
			7314
			6448
			8116
			7773
			3024

اس سے کیا نتیجہ اخذ کیا جاسکتا ہے؟

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

4 سے تقسیم پذیری کی کسوٹی : اگر کسی عدد کے دہائی اور اکائی کے مقام سے بننے والا عدد 4 سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہے، تب وہ عدد 4 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں۔

ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

کیا جمع 9 سے تقسیم پذیر ہے؟	عدد کے ہندسوں کی جمع	دیے ہوئے عدد کو 9 سے تقسیم کر کے دیکھیے کیا وہ پورا تقسیم ہوتا ہے؟	عدد
✓	1 + 9 + 8 + 0 = 18	✓	1980
✗	29	✗	2999
			5004
			13389
			7578
			69993

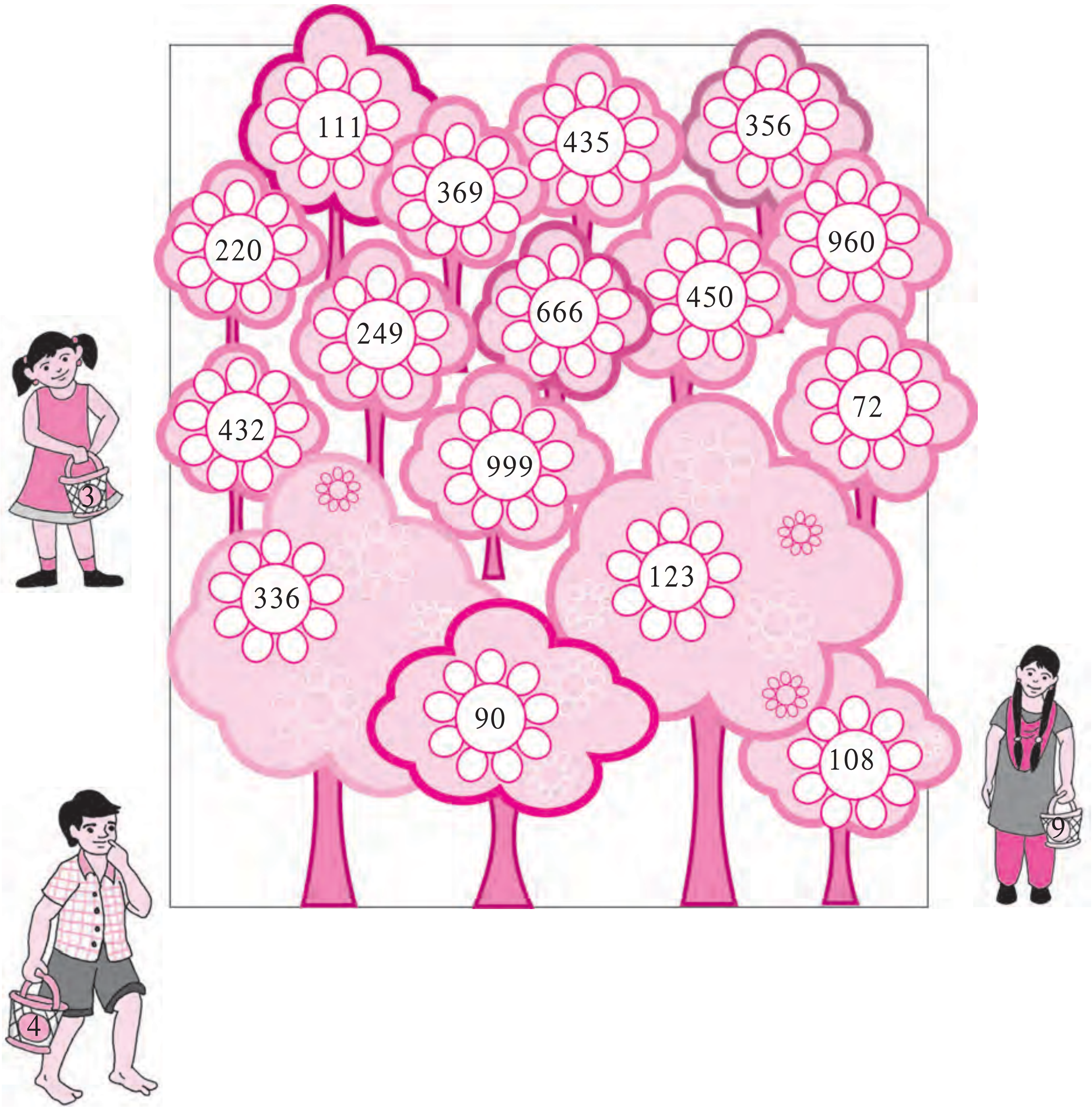
اس سے کیا نتیجہ اخذ کیا جاسکتا ہے؟

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

9 سے تقسیم پذیری کی کسوٹی : اگر کسی عدد کے ہندسوں کی جمع 9 سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہو تب وہ عدد 9 سے تقسیم پذیر ہوتا ہے۔

مشقی سیٹ 22

- ایک باغ میں پھول کے 16 پودے ہیں۔ ہر پودے پر ایک ہی عدد والے کئی پھول ہیں۔ تین طالب علم بانس کی ٹوکری لے کر پھول توڑنے کے لیے گئے۔ بانس کی ٹوکری پر 3، 4، 9 میں سے کوئی ایک عدد لکھا ہے۔ ہر طالب علم اپنی ٹوکری پر لکھے ہوئے عدد سے تقسیم پذیر عدد (یعنی ضعف عدد) والے پھول توڑتا ہے۔ ایک پودے سے وہ صرف ایک ہی پھول توڑتا ہے۔ ذرا بتایئے تو ہر ٹوکری میں کن عددوں میں پھول ہوں گے؟



آیئے ذرا یاد کریں۔

عاد – تقسیم پذیر

خالی چوکونوں میں مقسوم، مقسوم الیہ، خارج قسمت اور باقی میں سے مناسب لفظ لکھیے۔

```
        7  → [   ]                       9  → [   ]
[   ] ← 9 ) 65 → [   ]           [   ] ← 4 ) 36 → [   ]
        − 63                             − 36
          02 → [   ]                       00 → [   ]
```

36 کو 4 سے تقسیم کرنے پر باقی صفر آیا اس لیے 4، 36 کا عاد ہے اور 36، 4 سے تقسیم پذیر ہے۔

65 کو 9 سے تقسیم کرنے پر باقی صفر نہیں آتا اس لیے یہاں 9، 65 کا مقسوم الیہ ہے، لیکن عاد نہیں ہے۔ اسی طرح 65 تقسیم پذیر نہیں ہے 9 سے۔

36 کے عاد : 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36

48 کے عاد : 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 16، 24، 48

مشترک عاد لکھیے۔ [   ]، [   ]، [   ]، [   ]، [   ]، [   ]

مشقی سیٹ 23

- ذیل کی مثالوں میں اعداد کے تمام عاد لکھیے اور اُن کے مشترک عادوں کی فہرست بنائیے۔

(1) 12, 16 (2) 21, 24 (3) 25, 30 (4) 24, 25 (5) 56, 72

آیئے سمجھ لیں۔

مشترک عاد اعظم : م ع ا

مثال : خالہ 12 میٹر لمبائی کی ایک رنگ کی اور 18 میٹر لمبائی کی دوسرے رنگ کی، کاغذی پٹیاں لائیں۔ ہر رنگ کے کاغذ کی پٹی سے مساوی لمبائی کے ٹکڑے کرنے ہیں۔ زیادہ سے زیادہ کتنی لمبائی کے ٹکڑے بنائے جا سکتے ہیں؟

جس لمبائی کے ٹکڑے کرنے ہیں، وہ 12 اور 18 کا عاد ہونا چاہیے۔

12 کے عاد : 1، 2، 3، 4، [6]، 12

18 کے عاد : 1، 2، 3، [6]، 9، 18

12 اور 18 کے مشترک عادوں میں سے 6 سب سے بڑا عاد ہے، اس لیے زیادہ سے زیادہ 6 میٹر لمبائی کے ٹکڑے بنائے جا سکتے ہیں۔

مثال : دُکان میں 20 کلوگرام جوار اور 50 کلوگرام گیہوں ہے۔ تمام اناج تھیلیوں میں بھرنا ہے۔ ہر تھیلی میں مساوی وزن کا اناج ہی بھرنا ہے تو بتایئے ہر تھیلی میں زیادہ سے زیادہ کتنے وزن کا اناج بھرا جا سکتا ہے؟

تھیلی میں اناج کا وزن کلوگرام 20 اور 50 کا عاد ہونا چاہیے۔ ہر تھیلی میں زیادہ سے زیادہ کتنے وزن کا اناج بھرنا ہے۔

اس لیے اعداد 20 اور 50 کا 'م ع ا' معلوم کریں گے۔

20 کے عاد : 1، 2، 4، 5، 10، 20

50 کے عاد : 1، 2، 5، 10، 25، 50

مشترک عاد : 1، 2، 5، 10

20 اور 50 کے مشترک عادوں میں 10، سب سے بڑا عاد ہے یعنی اعظم عاد ہے۔

یعنی 20 اور 50 اعداد کا 'م ع ا' 10 ہے۔

اس لیے ہر تھیلی میں زیادہ سے زیادہ 10 کلوگرام اناج بھر سکتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

دیے ہوئے اعداد کا 'م ع ا' معلوم کرنا یعنی اعداد کے عادوں کی فہرست بنا کر اُن میں سے سب سے بڑا مشترک عاد تلاش کرنا۔

مشقی سیٹ 24

.1 ذیل کے اعداد کا م ع ا معلوم کیجیے۔

(1) 45, 30 (2) 16, 48 (3) 39, 25 (4) 49, 56 (5) 120, 144

(6) 81, 99 (7) 24, 36 (8) 25, 75 (9) 48. 54 (10) 150, 225

.2 18 میٹر لمبے اور 15 میٹر چوڑے قطعۂ زمین میں سبزی ترکاری اُگانے کے لیے بڑے سے بڑے سائز کی مربع نما یکساں کیاریاں بنانا ہو تو ہر کیاری زیادہ سے زیادہ کتنے میٹر لمبی ہوگی۔

.3 8 میٹر اور 12 میٹر لمبی رسیوں کے یکساں لمبائی کے ٹکڑے کرنے ہیں، تو ہر ٹکڑے کی لمبائی زیادہ سے زیادہ کتنے میٹر ہوگی؟

.4 چندر پور میں تاڑوبا چیتا پروجیکٹ دیکھنے کے لیے چھٹی جماعت اور ساتویں جماعت کے بالترتیب 140 اور 196 طلبہ سیر کے لیے گئے۔ ہر جماعت کے طلبہ کے یکساں تعداد کے گروہ بنانے ہیں۔ ہر گروہ کو معلومات دینے کے لیے ایک رہبر فیس ادا کرنے پر ملتا ہے۔ ہر گروہ میں زیادہ سے زیادہ کتنے طلبہ ہو سکتے ہیں؟ ہر گروہ میں زیادہ سے زیادہ طلبہ لینے کی کیا وجہ ہوگی؟

.5 'تُمسر' میں چاول کے تحقیقی مرکز میں باسمتی کے 2610 کلوگرام اور اندرائنی کے 1980 کلوگرام چاول کی بوائی کے بیج ہیں۔ فروخت کے لیے ان کو زیادہ سے زیادہ وزن کی یکساں تھیلیاں بنانی ہیں ہر تھیلی کا وزن کتنا ہوگا؟ ہر قسم کے چاول کی کتنی تھیلیاں بنیں گی؟

آ یئے سمجھ لیں۔

مشترک ذواضعاف اقل (م ذا)

3 اور 4 کا پہاڑا لکھیے۔ دھیان میں رکھیے کہ پہاڑے میں اس عدد کے اضعاف اعداد ترتیب وار لکھے ہوتے ہیں۔ 3 اور 4 سے تقسیم پذیر سب سے چھوٹا عدد یعنی سب سے چھوٹا ضعف کون سا ہے؟ کاروبار میں بعض جگہ مشترک ذواضعاف اقل (م ذا) کارآمد ہوتا ہے۔ کیا آپ دیے ہوئے اعداد کا سب سے بڑا مشترکہ ضعف عدد معلوم کرسکتے ہیں؟

ریحانہ اور اِینا پھولوں کے گجرے بناتی ہیں۔ ہر ایک ٹوکری میں پھولوں کی مساوی تعداد دینی ہے۔

آپا : ریحانہ، تم 6 پھولوں والے گجرے بناؤ۔ اِینا تم 8 پھولوں والے گجرے بناؤ۔ میں ہر ایک کی ٹوکری میں کم سے کم کتنے پھول رکھوں؟

ریحانہ : مجھے 6 کے گنا میں پھولوں کی تعداد چاہیے۔

اِینا : مجھے 8 کے گنا میں پھولوں کی تعداد چاہیے۔

6 کے گنا میں یعنی

6 کے گنا اضعاف : 6، 12، 18، 24، 30، 36، 42، 48، 54، 60، 66، 72، 78، ......

8 کے اضعاف : 8، 16، 24، 32، 40، 48، 56، 64، 72، 80، 88، 96، 104، ......

مشترک ضعف اعداد : 24، 48، 72، 96، ......

ریحانہ : آپا، آپ ہر ایک کو 24، 48، 72 یا 96 پھول دیں گی، تو ہم دونوں آپ کے کہنے کے مطابق پھولوں کے گجرے بنا سکتے ہیں۔

اِینا : کم سے کم 24 پھول دینا ہی ہوں گے۔

عدد 24 ہی 6 اور 8 کا مشترک ذواضعاف اقل (م ذا) ہے۔

مثال : 13 اور 6 کا م ذا معلوم کیجیے۔

13 کا پہاڑہ : 13، 26، 39، 52، 65، 78، 91، 104، 117، 130

6 کا پہاڑہ : 6، 12، 18، 24، 30، 36، 42، 48، 54، 60

یہاں مشترک ضعف اعداد دکھائی نہیں دیتے۔ اس لیے دونوں پہاڑے آگے بڑھائیں گے۔

13 کے ضعف : 130، 143، 156، ......

6 کے ضعف : 60، 66، 72، 78، 84، ......

13 اور 6 کے ضعف اعداد کی فہرست پر غور کریں تو ایسا دکھائی دیتا ہے کہ 78 ہی سب سے چھوٹا مشترک ضعف عدد ہے۔

اس لیے 13 اور 6 کا 'م ذا' 78 ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

دو اعداد کا 'م ذا' ان کے حاصلِ ضرب سے بڑا نہیں ہوسکتا۔

غور کیجیے

مثال : پرویز، نسرین اور خسرو ایک ہی گھر کے بچے ہیں۔ پرویز فوج میں آفیسر ہے۔ نسرین دوسرے شہر میں میڈیکل کالج میں پڑھتی ہے۔ خسرو قریب کے قصبے کے ہائی اسکول کے ہاسٹل میں رہتا ہے۔ پرویز ہر 120 ویں دن گھر آسکتا ہے۔ نسرین ہر 45 ویں دن گھر آتی ہے، جب کہ خسرو ہر 30 ویں دن گھر آتا ہے۔ سب لوگ 15/جون 2016 کو ایک ہی وقت گھر سے نکلے۔ تب والدین نے کہا، ''تم سب اکٹھا جب گھر آؤ گے، تب اس دن ہم جشن منائیں گے۔'' ماں نے خسرو سے پوچھا، ''وہ کون سا دن ہوگا؟''

خسرو نے کہا، ''ہم ایک ہی وقت آنے والے ہیں وہ عدد 30، 45 اور 120 کا ضعف ہونا چاہیے۔

یعنی اگلے سال 10 جون کو ہم ایک ساتھ آئیں گے اور جشن منائیں گے۔''

خسرو نے جواب کیسے معلوم کیا؟

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

دیے ہوئے اعداد کا 'م ذ ا' معلوم کرنا یعنی ان اعداد کے تمام اضعاف لکھ کر اُن میں سب سے چھوٹا مشترک ضعف عدد تلاش کرنا۔

مشقی سیٹ 25

.1 ذیل کے اعداد کا م ذ ا معلوم کیجیے۔

(1) 9, 15 (2) 2, 3, 5 (3) 12, 28 (4) 15, 20 (5) 8, 11

.2 ذیل کی مثالیں حل کیجیے۔

(1) پریڈ کے لیے کھیل کے میدان میں بچوں کی ایسی قطاریں بنائی جائیں کہ ہر قطار میں 20 بچے یا 25 بچے ہوں، تو قطاریں پوری ہوتی ہیں اور ایک بھی بچہ نہیں بچتا۔ بتائیے اس اسکول میں کم سے کم کتنے بچے ہیں؟

(2) نسیم کے پاس کچھ موتی ہیں۔ اُسے مساوی موتیوں والا ہار بنانا ہے۔ اُس نے 16، 24 یا 40 موتیوں کا ہار بنایا تو ایک بھی موتی نہیں بچا۔ بتائیے اس کے پاس کم سے کم کتنے موتی ہیں؟

(3) تین مختلف ڈبوں میں مساوی تعداد کے لڈّو رکھے ہیں۔ پہلے ڈبے کے لڈّو 20 بچوں میں، دوسرے ڈبے کے لڈّو 24 بچوں میں اور تیسرے ڈبے کے لڈّو 12 بچوں میں مساوی تعداد میں تقسیم کیے جاتے ہیں تو۔ ایک بھی لڈّو نہیں بچتا تو بتائیے تینوں ڈبوں میں کل ملا کر کم سے کم کتنے لڈّو تھے؟

(4) ایک شہر میں ایک بڑے راستے پر تین مختلف چوک میں سگنل دیکھے۔ وہ ہر 60 سکنڈ، 120 سکنڈ اور 24 سکنڈ میں ہرے ہوجاتے تھے۔ صبح 8 بجے سگنل جاری ہوا۔ تب تینوں سگنل ہرے تھے۔ اس کے بعد کتنے وقت میں تینوں سگنل ایک ہی وقت میں دوبارہ ہرے ہوجائیں گے؟

(5) $\frac{13}{45}$ اور $\frac{22}{75}$ ، کی 'ہم قیمت' ہم نسب کسر معلوم کیجیے اور اُن کی جمع کیجیے۔

ریاضیاتی معمہ!

ہمارے پاس ایسے چار کاغذ ہیں جن کے ایک جانب عدد اور دوسری جانب معلومات لکھی ہوئی ہے۔ کاغذوں پر اعداد 7، 2، 15، 5 لکھے ہوئے ہیں اور کاغذوں پر معلومات ذیل کے مطابق ہے۔ (معلومات کی ترتیب متضاد ہے)

(I) 7 سے تقسیم ہونے والا عدد (II) مفرد عدد

(III) طاق عدد (IV) 100 سے بڑا عدد

اگر ہر کاغذ کا عدد، اس کاغذ کے پیچھے لکھی ہوئی معلومات سے مختلف ہے تو '100 سے بڑا عدد' والی معلومات والے کاغذ کے پیچھے کون سا عدد ہے؟

10 مساواتیں

آیئے بحث کریں۔

استاد : معلوم کیجیے کہ کن دو اعداد اور ریاضیاتی عمل کر کے جواب 15 آتا ہے۔

انوری : 3×5 کرتے ہیں تو جواب 15 حاصل ہوتا ہے اور 45 کو 3 سے تقسیم کرتے ہیں تب بھی جواب 15 آتا ہے۔

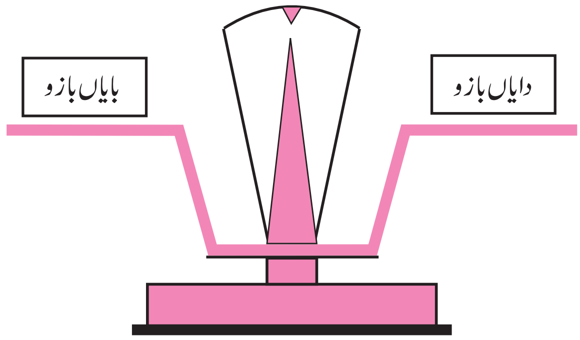
واصف : $17 - 2$ کرتے ہیں تو جواب 15 آتا ہے اور 10 میں 5 ملاتے ہیں تو بھی جواب 15 آتا ہے۔

استاد : شاباش ! یعنی 3×5 یا $2 - 17$ یہ دونوں ہی اعمال سے وہی جواب حاصل ہوتا ہے۔اسے ہم $2 - 17 = 3 \times 5$ لکھتے ہیں۔ ریاضیاتی زبان میں ' = ' (برابر) کی علامت استعمال کر کے یہ دکھایا جاتا ہے کہ بائیں اور دائیں بازو کے ریاضیاتی عمل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد مساوی ہیں۔ایسی مساویت کو 'مساوات' کہتے ہیں۔

انوری : کیا ہم $3 \times 5 = 2 - 17$ مساوات لکھ سکتے ہیں؟

استاد : جی ہاں! یہ بھی صحیح مساوات ہے۔مساوات کے طرفین کی ادلا بدلی کر کے نئی مساوات لکھیں تب بھی وہ برابر یعنی متوازن ہوتی ہے۔

آیئے سمجھ لیں۔



ترازو کے دونوں بازو کا وزن مساوی ہو،

تب وہ متوازن رہتا ہے، ایسا متوازن ترازو مساوات جیسا ہوتا ہے۔

مشقی سیٹ 26

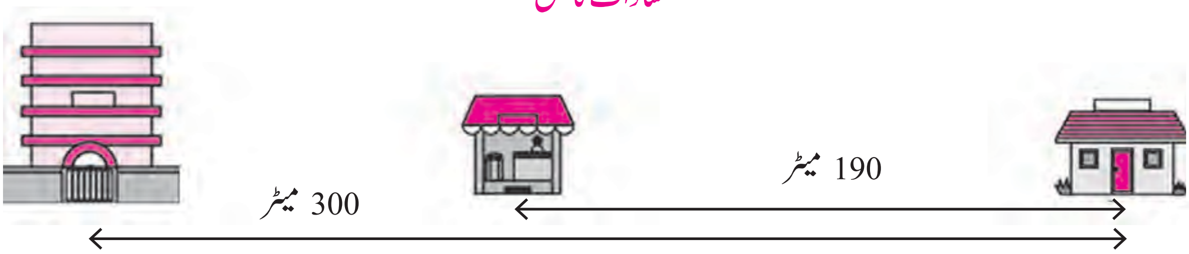
- ذیل کی دو سطروں میں مختلف ریاضیاتی عمل دیے ہوئے ہیں۔ان کی مدد سے حاصل ہونے والا عدد معلوم کر کے مساواتیں بنایئے۔

$16 \div 2$, 5×2, $9 + 4$, $72 \div 3$, $4 + 5$,

8×3, $19 - 10$, $10 - 2$, $37 - 27$, $6 + 7$

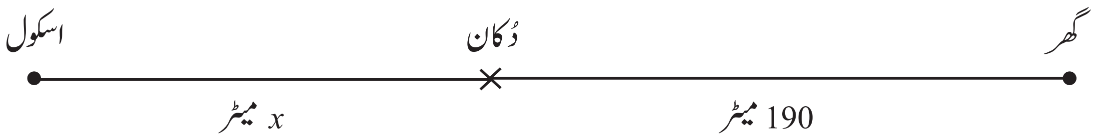
آیئے سمجھ لیں۔

مساوات کا حل



اوپر دی ہوئی تصویر میں اسکول اور گھر کے درمیان کا فاصلہ 300 میٹر دکھائی دیتا ہے۔ اُسی سیدھے راستہ پر اسکول اور گھر کے درمیان دُکان ہے۔ دکان اور گھر کا درمیانی فاصلہ 190 میٹر ہے تو بتایئے اسکول اور دکان کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟

عدد کے لیے حرف کا استعمال



استاد : دیکھیے کہ ہمارے ذریعے دی ہوئی معلومات تصویر میں کس طرح دکھائی گئی ہے۔

صوفیہ : سر، دکان اور اسکول کا درمیانی فاصلہ x سے کیوں ظاہر کیا گیا ہے؟

استاد : وہ فاصلہ عدد کی بجائے x میٹر فرض کیا گیا ہے۔ یہی فاصلہ معلوم کرنا ہے۔ فی الحال اُسے حرف x سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اکرم : یعنی x اور 190 کی جمع 300 ہوگی۔

استاد : بالکل صحیح ! یہ معلومات مساوات کی صورت میں لکھیں گے۔ ذہن میں رکھیے کہ x ایک عدد ہے لیکن ابھی تک x کی قیمت معلوم نہیں ہوئی ہے۔

یہاں x کی قیمت کتنی ہوگی؟ $x + 190 = 300$

شبانہ نے ' x ' کے لیے الگ الگ عدد استعمال کرکے دیکھا۔

اس نے پہلے x کی قیمت 70 فرض کی، تب بائیں جانب $70 + 190 = 260$ ہوا۔ یہ جمع دائیں جانب کے عدد سے چھوٹی ہے۔ اس نے پھر x کے لیے عدد 150 لیا، تب بائیں جانب کی جمع $150 + 190 = 340$ ہوئی۔ اس دائیں جانب کے عدد سے بڑی ہے۔ بعد میں اس نے x کی قیمت 110 فرض کیا، تب بائیں جانب، دائیں جانب کے برابر ہوگئی اور مساوات متوازن ہوگئی اس سے یہ طے ہوگیا کہ x کی قیمت یا دُکان اور اسکول کا درمیانی فاصلہ 110 میٹر ہے۔

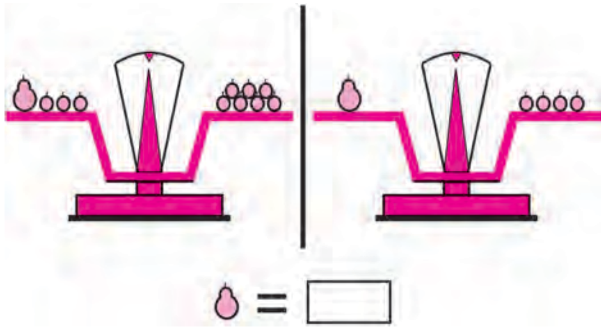
مساوات میں کبھی کبھی کسی عدد کے لیے حرف استعمال کیا جاتا ہے۔ اُس حرف کی ایسی قیمت معلوم کرتے ہیں جس سے مساوات متوازن ہوجائے ایسے حرف کو 'متغیر' کہتے ہیں۔ متغیر کی جس قیمت سے مساوات متوازن ہوتی ہے اس قیمت کو مساوات کا 'حل' کہتے ہیں۔

مساوات حل کرنا یعنی مساوات میں متغیر کی قیمت معلوم کرنا یعنی اس کا 'حل' معلوم کرنا۔

اوپر کی مثال میں مساوات $x + 190 = 300$ کا حل 110 ہے۔

آیئے سمجھ لیں۔

مساوات حل کرنا



استاد : کیسے معلوم کریں گے کہ ایک امرؤد کا وزن کتنے بیر کے برابر ہے۔

جانی : ترازو کے ہر پلّے سے تین بیر نکالیں۔ ترازو متوازن رہے گا اور یہ ہماری سمجھ میں آجائے گا کہ امرؤد کا وزن 4 بیر کے برابر ہے۔

استاد : شاباش! آپ نے عمل صحیح طور پر پہچان لیا ہے۔ ایک متغیری مساوات حل کرتے وقت، ہم دونوں طرف یکساں عمل کرکے متوازن مساواتیں حاصل کرتے ہیں۔ کیوں کہ پہلی مساوات متوازن ہو تو ایسے عمل سے حاصل ہونے والی نئی مساواتیں بھی متوازن ہوتی ہیں۔ آخر تک مساوات آسان ہوتے جاتی ہے اور متغیر کی قیمت یعنی مساوات کا حل مل جاتا ہے۔

$x + 3 = 7$

$\therefore \quad x + 3 - 3 = 7 - 3$ ... (دونوں طرف سے 3 تفریق کیا)

$\therefore \quad x + 0 = 4$

$\therefore \quad x = 4$

پہلے حل کی ہوئی مساوات پر ہم دوبارہ غور کریں گے۔

$x + 190 = 300$

$\therefore \quad x + 190 - 190 = 300 - 190$ ... (دونوں طرف سے 190 تفریق کیے)

$\therefore \quad x + 0 = 110$

$\therefore \quad x = 110$

اندازے سے کئی قیمتوں کی جانچ کرنے کی بجائے مساوات کا حل معلوم کرتے وقت ایسے آسان اور صحیح طریقہ کا استعمال کرنا چاہیے جس کی وجہ سے متغیر کی قیمت ملتی ہے یعنی مساوات کا حل ملتا ہے۔

آیئے مساوات کا استعمال کرکے کچھ مثالیں حل کریں۔

مثال : نوشاد کی 4 سال قبل کی عمر 8 سال تھی تو بتایئے اس کی موجودہ عمر کتنی ہے؟

فرض کیجیے نوشاد کی موجودہ عمر a سال ہے۔ (دی ہوئی معلومات a کی زبان میں لکھیں گے)

$a - 4 = 8$

$\therefore \quad a - 4 + 4 = 8 + 4$ ... (طرفین میں 4 جمع کیا)

$\therefore \quad a + 0 = 12$

$\therefore \quad a = 12$

$\therefore$ نوشاد کی موجودہ عمر 12 سال ہے۔

مثال : یاسمین کے پاس کچھ روپے تھے۔ اس کی ماں نے اُسے 7 روپے دیے تو اس کے پاس 10 روپے ہو گئے۔ بتائیے پہلے اس کے پاس کتنے روپے تھے؟

فرض کیجیے یاسمین کے پاس پہلے y روپے تھے۔

$y + 7 = 10$

$\therefore \quad y + 7 - 7 = 10 - 7$ ... (طرفین سے 7 تفریق کیا)

$\therefore \quad y + 0 = 3 \quad , \quad \therefore \quad y = 3$

یعنی یاسمین کے پاس پہلے 3 روپے تھے۔

مثال : ایک بکس میں کچھ پیڑے ہیں۔ ہر ایک کو 2 پیڑے کے حساب سے بانٹیں تو وہ 20 بچوں کو کافی ہو جاتے ہیں۔ بتائیے بکس میں کل کتنے پیڑے ہیں؟

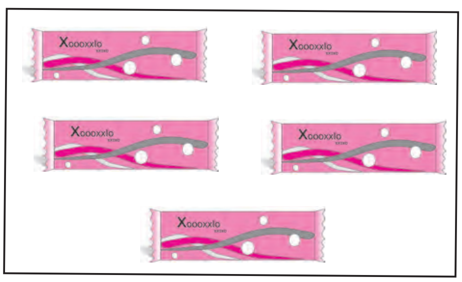
فرض کیجیے بکس میں پیڑوں کی تعداد p ہے۔

$\frac{p}{2} = 20$

$\frac{p}{2} \times 2 = 20 \times 2$ ... (طرفین کو 2 سے ضرب کیا)

$\therefore \quad p = 40$

اس لیے بکس میں 40 پیڑے ہیں۔



₹ 25

مثال : 5 چاکلیٹ کی قیمت 25 روپے ہے تو بتائیے ایک چاکلیٹ کی قیمت کتنی ہے؟

فرض کیجیے ایک چاکلیٹ کی قیمت k روپے ہے۔

$5k = 25$

$\therefore \quad \frac{5k}{5} = \frac{25}{5}$ ... (طرفین کو 5 سے تقسیم کیا)

$\therefore \quad 1k = 5 \quad ; \quad \therefore \quad k = 5$

اس لیے ایک چاکلیٹ کی قیمت 5 روپے ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

ہر مرتبہ مساوات کی طرفین پر یکساں عمل کریں تو حاصل ہونے والی مساواتیں متوازن رہتی ہیں۔ متوازن مساواتوں پر ذیل میں سے کوئی عمل کریں تو حاصل ہونے والی مساوات متوازن ہوتی ہے۔

- طرفین میں یکساں عدد جمع کرنا۔
- طرفین سے یکساں عدد تفریق کرنا۔
- طرفین کو یکساں عدد سے ضرب کرنا۔
- طرفین کو غیر صفر مساوی عدد سے تقسیم کرنا۔
- طرفین کی ادل بدل کرنا۔

مشقی سیٹ 27

.1 حرف کا استعمال کر کے ذیل کی معلومات لکھیے۔

(1) ایک عدد اور 3 کی جمع۔

(2) ایک عدد میں سے 11 تفریق کیا تو آنے والا فرق۔

(3) 15 اور ایک کا حاصل ضرب۔

(4) ایک عدد کا چار گنا 24 ہے۔

.2 بتائیے کہ ذیل کی مساوات کا حل معلوم کرنے کے لیے مساوات کی طرفین پر کون سا عمل کرنا ہوگا؟

(1) $x + 9 = 11$ (2) $x - 4 = 9$ (3) $8x = 24$ (4) $\frac{x}{6} = 3$

.3 ذیل میں کچھ مساواتیں اور اُن کے متغیر کی قیمتیں دی ہوئی ہیں۔ طے کیجیے کہ وہ قیمتیں مساوات کا حل ہیں یا نہیں؟

نمبر	مساوات	متغیر کی قیمت	مساوات کا حل (ہے/نہیں)
1	$y - 3 = 11$	$y = 3$	نہیں
2	$17 = n + 7$	$n = 10$	
3	$30 = 5x$	$x = 6$	
4	$\frac{m}{2} = 14$	$m = 7$	

.4 ذیل کی مساواتیں حل کیجیے۔

(1) $y - 5 = 1$ (2) $8 = t + 5$ (3) $4x = 52$ (4) $19 = m - 4$

(5) $\frac{p}{4} = 9$ (6) $x + 10 = 5$ (7) $m - 5 = -12$ (8) $p + 4 = -1$

.5 ذیل کی مثالوں میں دی ہوئی معلومات کی مدد سے مساوات بنائیے اور اسے حل کیجیے۔

(1) ممّو کے پاس کچھ بھیڑیں تھیں۔ اُن میں سے 34 بھیڑیں فروخت کرنے کے بعد اس کے پاس 176 بھیڑیں بچ گئیں۔ تو بتائیے ممّو کے پاس کل کتنی بھیڑیں تھیں؟

(2) نوری نے گھر پر گڑمبا بنایا اور بوتلوں میں بھرا۔ اُن بوتلوں میں سے 7 بوتلیں سہیلیوں کو بانٹ دیں۔ اس کے بعد گھر پر 12 بوتلیں بچ رہیں۔ بتائیے اُس نے کل کتنی بوتلیں بھر کر گڑمبا بنایا؟ گڑمبے کی ایک بوتل کا وزن 250 گرام ہو تو بتائیے اس نے کل کتنے وزن کا گڑمبا بنایا؟

(3) شبانہ نے بازار سے کچھ کلوگرام گیہوں خریدا۔ اس میں سے ہر مہینے کے لیے 12 کلوگرام گیہوں کے حساب سے 3 مہینے کے لیے گیہوں پیسنے کے لیے نکالے تو 14 کلوگرام گیہوں بچ گیا۔ بتائیے شبانہ نے کل کتنا گیہوں خریدا تھا؟

11 نسبت - تناسب

آیئے بحث کریں۔

پچھلی جماعت میں ہم دو اعداد کا موازنہ کرنا سیکھا ہے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ کچھ اور طرح سے موازنہ کیسے کرتے ہیں؟

مثلاً نبیلہ 12 سال کی ہے اور ثاقب 6 سال کا ہے۔

نبیلہ اور ثاقب کی عمروں کا موازنہ کس طرح کریں گے؟

ثاقب نے عمر کا موازنہ تفریق سے کیا، جب کہ نبیلہ نے عمر کا موازنہ گنا کے ذریعے کیا۔

آیئے سمجھ لیں۔

نبیلہ کی عمر ثاقب کی عمر کا دُگنا ہے۔ اس معلومات کو نبیلہ اور ثاقب کی عمروں کی نسبت 1 : 2 لکھتے ہیں۔ 1 : 2 کو 2 نسبت 1 پڑھتے ہیں۔

ریاضیاتی زبان میں دو اعداد کی نسبت کو کسر کی صورت میں لکھتے ہیں۔ 1 : 2 کو کسر کی صورت میں $\frac{2}{1}$ لکھتے ہیں۔

روزمرّہ میں نسبت کی مثالیں

مثال 1 : جانکی اماں کا بنایا ہوا اِڈلی اور ڈوسا مزیدار ہوتا ہے۔ وہ اڈلی کے آٹے کے لیے 1 پیالی اُڑد دال اور 2 پیالی چاول کی نسبت کا استعمال کرتی ہیں۔ جب کہ ڈوسا بنانے کے لیے 1 پیالی اُڑد دال اور 3 پیالی چاول لیتی ہیں یعنی اِڈلی کے لیے دال اور چاول کی نسبت 2 : 1 یا $\frac{1}{2}$ ہے، جب کہ ڈوسا کے لیے نسبت 3 : 1 یعنی $\frac{1}{3}$ ہے۔

مثال 2 : مارگریٹ کے بسکٹ بہت اچھے ہوتے ہیں۔ وہ بسکٹوں کے لیے 2 پیالی شکر کے ساتھ 3 پیالی گیہوں کا آٹا استعمال کرتی ہے۔ یعنی بسکٹوں میں شکر اور آٹے کی نسبت 3 : 2 یا $\frac{2}{3}$ ہے۔

مثال 3 : لڑکیوں کو یکساں نسبت میں پھول تقسیم کیے۔ خالی چوکوں میں مناسب عدد لکھیے۔

لڑکیوں کی تعداد	3	5	....	1
پھولوں کی تعداد	12	....	32	....

یعنی ایک لڑکی کو 4 پھول ملے ... $\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{\text{لڑکیوں کی تعداد}}{\text{پھولوں کی تعداد}}$

لڑکیوں اور پھولوں کی نسبت 'ایک سے چار' ہے۔ اُسے 1 : 4 یا $\frac{1}{4}$ لکھتے ہیں۔

مثال 4 : جماعت کا ہر طالب علم اپنی عمر اور اپنی دادی کی عمر میں پایا جانے والا تعلق معلوم کرے۔ نوید کی عمر 10 سال ہے اور اُس کی دادی کی عمر 65 سال ہے۔ نوید نے کہا کہ اس کے لیے یہ نسبت $\frac{10}{65}$ ہے۔

$$\frac{10}{65} = \frac{10 \div 5}{65 \div 5} = \frac{2}{13}$$

'ہم قیمت کسر' کا استعمال کر کے نسبت کو مختصر صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مثال 5 : نسیم نے 12 امرود اور 16 چیکو خریدے۔

(1) امرود کی چیکو سے پائی جانے والی نسبت معلوم کیجیے۔

امرود کی چیکو سے نسبت

$$\frac{\text{امرود کی تعداد}}{\text{چیکو کی تعداد}} = \frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$$

∴ امرود کی چیکو سے نسبت $\frac{3}{4}$ ہے۔

(2) چیکو کی امرود سے پائی جانے والی نسبت معلوم کیجیے۔

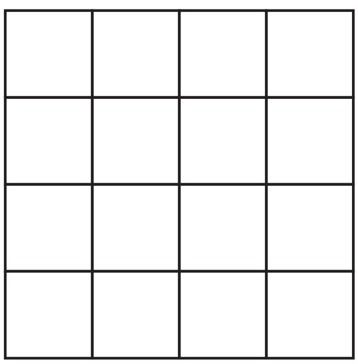
چیکو کی امرود سے نسبت

$$\frac{\text{چیکو کی تعداد}}{\text{امرود کی تعداد}} = \frac{16}{12} = \frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{4}{3}$$

∴ چیکو کی امرود سے نسبت $\frac{4}{3}$ ہے۔

عمل کر کے دیکھیں۔

بازو کی شکل میں کچھ چوکونوں کو اپنی پسند کے رنگ سے رنگیے اور کچھ چوکون خالی رکھیے۔



(1) بازو شکل میں کل چوکون گنیے اور لکھیے۔

(2) رنگین چوکون گنیے اور لکھیے۔

(3) خالی چوکون گنیے اور لکھیے۔

(4) رنگین چوکونوں کا خالی چوکونوں سے نسبت معلوم کیجیے۔

(5) رنگین چوکونوں کا کل چوکونوں سے نسبت معلوم کیجیے۔

(6) خالی چوکونوں کا کل چوکونوں سے نسبت معلوم کیجیے۔

آ یئے سمجھ لیں۔

تناسب سے متعلق اہم امور

مثال : گڑ کی ایک چھوٹی بھیلی کا وزن 1 کلوگرام ہے اور گڑ کا ایک ڈلا 200 گرام وزن کا ہے تو گڑ کے ڈلے کے وزن کی گڑ کی بھیلی کے وزن سے نسبت معلوم کیجیے۔

ایسا لکھا گیا ... اگر $\frac{200}{1} = \frac{\text{گڑ کے ڈلے کا وزن}}{\text{گڑ کی بھیلی کا وزن}}$ لکھیں تو

کیا یہ صحیح ہے کہ گڑ کے ڈلے کا وزن، گڑ کی بھیلی کے وزن کا 200 گنا ہے؟

یہاں کیا غلطی ہوئی؟

پہلے دونوں رقمیں یکساں اکائی میں ناپیں گے۔ اس کے لیے گرام کا استعمال کرنا سہولت بخش ہوگا۔

1 کلوگرام = 1000 گرام

$\therefore$ بھیلی کا وزن 1000 گرام اور گڑ کے ڈلے کا وزن 200 گرام ہے۔

$$\frac{\text{گڑ کے ڈلے کا وزن}}{\text{گڑ کی بھیلی کا وزن}} = \frac{200}{1000} = \frac{2\times 100}{10\times 100} = \frac{2}{10} = \frac{1\times 2}{5\times 2} = \frac{1}{5}$$

$\therefore$ گڑ کے ڈلے کے وزن کا گڑ کی بھیلی کے وزن سے نسبت $\frac{1}{5}$ ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا۔

ایک قسم کی رقموں کا تناسب معلوم کرتے وقت ان کی پیمائشوں کی اکائی یکساں ہونا چاہیے۔

نسبت کا استعمال کر کے ہم مساوات لکھ سکتے ہیں۔ اس کی وجہ سے مثال حل کرنا آسان ہوجاتا ہے۔

مثال : اسکول میں لڑکیوں کا ہاسٹل تعمیر کرنا ہے۔ ایسا طے کیا گیا کہ ہر پندرہ لڑکیوں کے لیے دو طہارت خانے ہونا چاہیے۔ 75 لڑکیاں ہاسٹل میں رہیں گی، تو بتایئے اس حساب سے کتنے طہارت خانے تعمیر کرنا ہوں گے؟

طہارت خانے اور لڑکیوں کی تعداد کا تعلق یعنی نسبت دیکھیں گے۔

فرض کیجیے 75 لڑکیوں کے لیے x طہارت خانے لگیں گے۔

طہارت خانوں اور لڑکیوں کی تعداد کی نسبت $\frac{2}{15}$ ہے۔ ان دونسبتوں کو لکھیں گے اور مساوات بنائیں گے۔

$$\frac{x}{75} = \frac{2}{15}$$

$\therefore \quad \frac{x}{75}\times 75 = \frac{2}{15}\times 75$ ... (طرفین کو 75 سے ضرب دیا)

$\therefore \quad x = 2 \times 5$

$\therefore \quad x = 10$

$\therefore$ 75 لڑکیوں کے لیے 10 طہارت خانے لگیں گے۔

مشقی سیٹ 28

.1 ذیل کی ہر مثال میں پہلے عدد کی دوسرے عدد سے نسبت معلوم کیجیے۔

(1) 24, 56 (2) 63, 49 (3) 52, 65 (4) 84, 60 (5) 35, 65 (6) 121, 99

.2 پہلی مد کی دوسری مد سے نسبت معلوم کیجیے۔

(1) 25 موتی، 40 موتی (2) 40 روپے، 120 روپے (3) 15 منٹ، 1 گھنٹہ

(4) 30 لٹر، 24 لٹر (5) 99 کلوگرام، 44000 گرام (6) 1 لٹر، 250 ملی لٹر

(7) 60 پیسے، 1 روپیہ (8) 750 گرام، $\frac{1}{2}$ کلوگرام (9) 125 سم، 1 میٹر

.3 سعیدہ کے پاس 24 بیاضیں اور 18 کتابیں ہیں تو بیاضوں کا کتابوں سے نسبت معلوم کیجیے۔

.4 میدان میں کرکٹ کے 30 کھلاڑی اور کھوکھو کے 20 کھلاڑی تربیت حاصل کر رہے ہیں۔ کرکٹ کے کھلاڑیوں کی کل کھلاڑیوں سے نسبت لکھیے۔

.5 ثمینہ کے پاس 80 سم لمبائی کی لال رِبن ہے اور 2.20 میٹر لمبائی کی نیلی ربن ہے۔ تو لال ربن کی لمبائی کی نیلی ربن کی لمبائی سے نسبت معلوم کیجیے۔

.6 سُمیہ کی موجودہ عمر 12 سال ہے۔ سمیہ کے والد کی موجودہ عمر 42 سال ہے۔ سمیہ کی والدہ، اُس کے والد سے 6 سال چھوٹی ہیں۔ تو ذیل کی نسبت معلوم کیجیے۔

(1) سُمیہ کی موجودہ عمر کی والدہ کی موجودہ عمر سے نسبت۔

(2) سُمیہ کی والدہ کی موجودہ عمر کی، والد کی موجودہ عمر سے نسبت۔

(3) جب سُمیہ کی عمر 10 سال تھی تب سمیہ کی عمر کی اس کی والدہ کی اس وقت کی عمر سے نسبت۔

آیئے سمجھ لیں۔

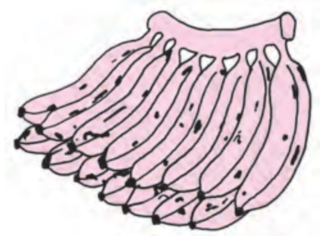
وحدانی طریقہ

زویا کو اپنی سالگرہ کے دن، سات سہیلیوں کو قلم دینا تھا۔ قلم خریدنے کے لیے وہ دکان میں گئی۔ دکان دار نے اسے ایک درجن کا نرخ بتایا۔

- کیا آپ زویا 7 قلم کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مدد کریں گے؟
- کیا ایک قلم کی قیمت معلوم ہوجانے پر 7 قلم کی قیمت معلوم کرسکتے ہیں؟

مثال 1 : 15 کیلے 45 روپے میں ملتے ہیں۔

8 کیلوں کی قیمت کیا ہوگی؟



15 کیلوں کی قیمت 45 روپے

∴ ایک کیلے کی قیمت = 45 ÷ 15 = 3 روپے

∴ 8 کیلوں کی قیمت = 8 × 3 = 24 روپے

مثال 2 : 10 پھولوں کا گلدستہ 25 روپیوں کا ہے تو 4 پھولوں کی قیمت کتنی ہوگی؟

10 پھولوں کی قیمت 25 روپے

∴ ایک پھول کی قیمت $= \frac{25}{10}$ روپے

∴ 4 پھولوں کی قیمت $= \frac{25}{10} \times 4 = 10$ روپے

یہ میری سمجھ میں آگیا۔

کئی چیزوں کی قیمت سے تقسیم کر کے ایک چیز کی قیمت معلوم کرنا اور ایک چیز کی قیمت سے ضرب کر کے کئی چیزوں کی قیمت معلوم کرنا۔ مثال حل کرنے کے اس طریقہ کو وحدانی طریقہ کہتے ہیں۔

مشقی سیٹ 29

.1 حل کیجیے۔

(1) 20 میٹر کپڑے کی قیمت ₹3600 ہے تو 16 میٹر کپڑے کی قیمت معلوم کیجیے۔

(2) 10 کلوگرام چاول کی قیمت ₹325 ہے تو 8 کلوگرام چاول کی قیمت معلوم کیجیے۔

(3) 14 کرسیوں کی قیمت ₹5992 ہے تو 12 کرسیوں کے لیے کتنے روپے دینے ہوں گے؟

(4) 30 ڈبوں کا وزن 6 کلوگرام ہے تو 1080 ڈبوں کا وزن کتنے کلوگرام ہوگا؟

(5) یکساں رفتار سے ایک کار 165 کلومیٹر کا فاصلہ 3 گھنٹے میں طے کرتی ہے۔ اُسی رفتار سے :

(A) 330 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے کار کو کتنے گھنٹے لگیں گے؟ (B) 8 گھنٹوں میں کار کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

(6) تین ایکڑ کھیت کی مشاگت کرنے کے لیے ٹریکٹر کو 12 لٹر ڈیزل درکار ہوتا ہے تو 19 ایکڑ کھیت کی مشاگت کرنے کے لیے کتنے لٹر ڈیزل درکار ہوگا؟

(7) ایک شکر کے کارخانے میں 48 ٹن گنے سے 5376 کلوگرام شکر حاصل ہوتی ہے۔ سویتا تائی کے ایک کھیت میں 50 ٹن گنے کی فصل ہوئی تو اس گنے سے کتنی شکر حاصل ہوگی؟

(8) آم کے ایک باغ میں 8 قطاروں میں 128 درخت ہیں۔ ہر قطار میں درختوں کی تعداد مساوی ہو تو ایسی 13 قطاروں میں کتنے درخت ہوں گے؟

(9) ایک کھیت کے تالاب میں 120000 لٹر پانی کا ذخیرہ ہوتا ہے۔ اس کھیت کے تالاب کو بنانے کے لیے 18000 روپے خرچ ہوتا ہے۔ 480000 لٹر پانی کا ذخیرہ کرنے کے لیے ایسے کتنے کھیت کے تالاب بنیں گے؟ اور ان کے لیے کتنے روپے خرچ آئیں گے؟