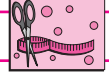




सांगा पाहू !



- (1) इमारत बांधताना भिंत अगदी सरळ उभी राहावी म्हणून काय युक्ती करत असतील ?
या चित्रात गवंड्याच्या हातात काय आहे ?
त्याचा उपयोग तो कशासाठी करत असेल ?
- (2) रस्त्यावरील दिव्याचे खांब पाहिलेत का ? ते कसे उभे असतात ?

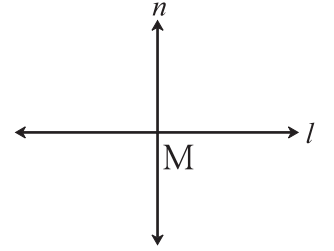


हे करून पाहा.

लंब (Perpendicular)

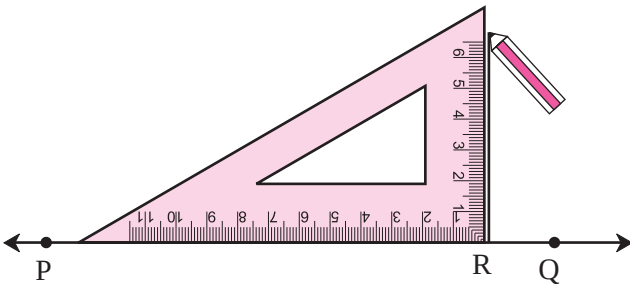
बाजूच्या आकृतीत रेषा l आणि रेषा n या एकमेकींना बिंदू M मध्ये छेदल्या आहेत. बिंदू M जवळ होणारा प्रत्येक कोन मोजा.

रेषा l व रेषा n मधील कोन काटकोन असेल, तर त्या रेषा एकमेकींना लंब आहेत असे म्हणतात. हेच 'रेषा $l \perp$ रेषा n ' असे चिन्हाने दर्शवतात. त्याचे वाचन 'रेषा l लंब रेषा n ' असे करतात.



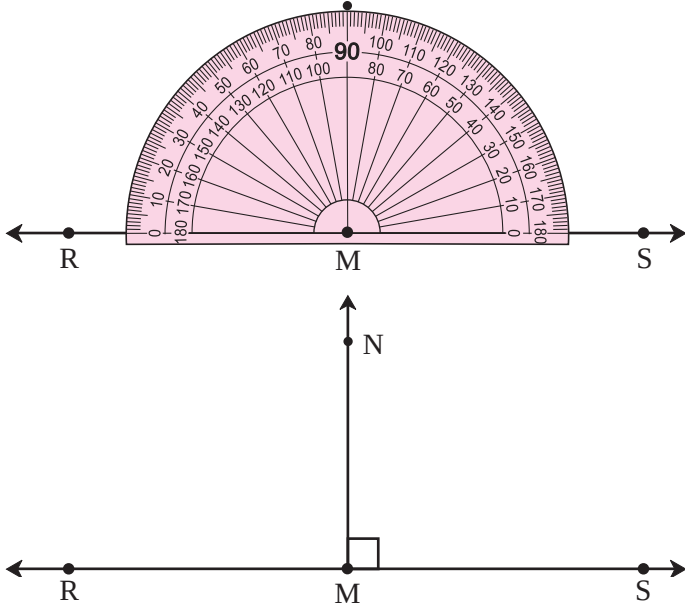
रेषेवरील बिंदूतून त्या रेषेला लंब काढणे

(1) गुण्याचा उपयोग करून



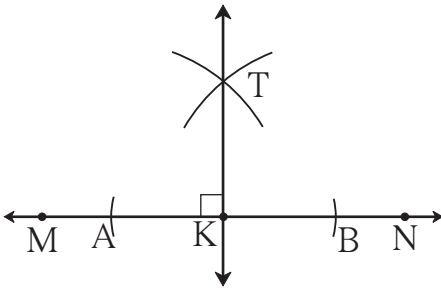
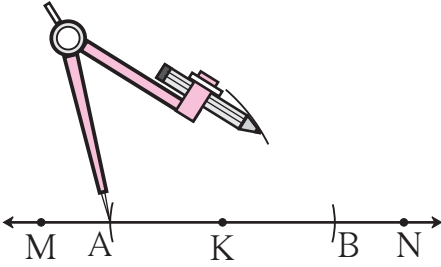
- रेषा PQ काढा. या रेषेवर कोठेही R बिंदू घ्या.
- गुण्या असा ठेवा, की गुण्याचा काटकोन करणारा बिंदू हा R या बिंदूवर येईल आणि काटकोन करणारी एक भुजा रेषा PQ शी जुळेल.
- गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या दुसऱ्या बाजूच्या कडेने रेषा RS काढा.
- रेषा RS ही रेषा PQ ला R बिंदूत लंब आहे.

(2) कोनमापकाचा उपयोग करून



- रेषा RS काढा. रेषेवर कोठेही M बिंदू घ्या.
- M मधून रेषा RS ला लंब काढण्यासाठी आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे कोनमापकाचा केंद्रबिंदू M वर ठेवा.
- कोनमापकाच्या 90° च्या खुणेवर बिंदू N काढा.
- M आणि N बिंदूतून जाणारी रेषा काढा.
- रेषा MN ही रेषा RS ला M बिंदूत लंब आहे हे लक्षात घ्या.
रेषा $MN \perp$ रेषा RS

(3) कंपासचा उपयोग करून



- रेषा MN काढा. रेषेवर कोठेही K बिंदू घ्या.
- कंपासचे लोखंडी टोक K बिंदूवर ठेवा. K बिंदूच्या दोन्ही बाजूंना समान अंतरावर रेषेला छेदणारे दोन कंस काढा. त्यांच्या छेदनबिंदूंना अनुक्रमे A व B ही नावे द्या.
- कंपासमध्ये AB अंतराच्या निम्त्यापेक्षा जास्त व सोईचे अंतर घ्या. कंपासचे टोक A बिंदूवर ठेवा आणि आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे रेषेच्या एका अंगास एक कंस काढा.
- तेच अंतर कायम ठेवून कंपासचे टोक B बिंदूवर ठेवा आणि पूर्वीच्या कंसाला छेदनारा आणखी एक कंस काढा.
- दोन्ही कंसांच्या छेदनबिंदूला T नाव द्या.
- K आणि T बिंदूतून जाणारी रेषा काढा.
रेषा KT ही रेषा MN ला K बिंदूत लंब आहे.
रेषा $KT \perp$ रेषा MN



विचार करा.

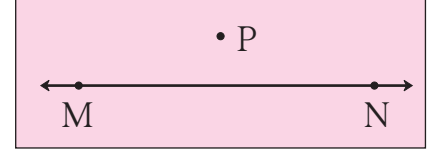
कंपासमध्ये AB च्या निम्त्यापेक्षा जास्त अंतर का घ्यायचे ? कमी अंतर घेतले तर काय होईल ?

1. रेषा l काढा. रेषेवर कोठेही बिंदू P घ्या. गुण्याच्या मदतीने बिंदू P मधून रेषा l वर लंब काढा.
2. रेषा AB काढा. कंपासच्या मदतीने B बिंदूतून रेषा AB वर लंब काढा.
3. रेषा CD काढा. रेषेवर कोठेही बिंदू M घ्या. कोनमापकाच्या साहाय्याने बिंदू M मधून रेषा CD वर लंब काढा.

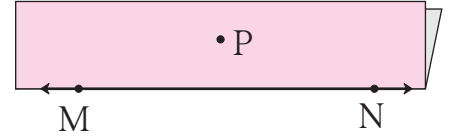
रेषेबाहेरील बिंदूतून रेषेला लंब काढणे

(1) कागदाला घड्या घालून

- कागदावर रेषा MN काढा. रेषेबाहेर कोठेही बिंदू P घ्या.



- रेषा MN आपणांस दिसेल अशा रीतीने कागद उलटून रेषा MN वर घडी घाला.



- कागदाला P बिंदूवर आणखी एक अशी घडी घाला, की घडीच्या एका बाजूस असलेला रेषा MN चा एक भाग हा घडीच्या दुसऱ्या बाजूस असलेल्या रेषा MN च्या भागाशी जुळेल.

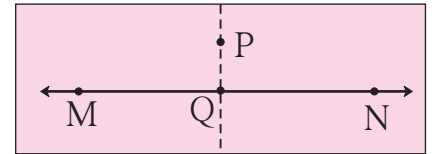


- कागदाच्या घड्या उलगडा. दोन्ही घड्यांच्या छेदनबिंदूला Q हे नाव द्या. रेषा PQ काढा. ही रेषा घडीवरच येते.

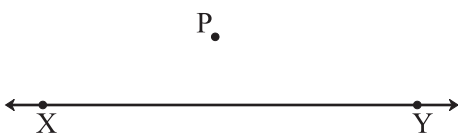
Q बिंदूजवळील प्रत्येक कोन कोनमापकाने तपासा.

रेषा PQ ही रेषा MN ला लंब आहे.

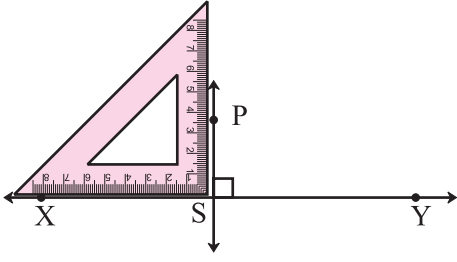
रेषा $PQ \perp$ रेषा MN



(2) गुण्याचा उपयोग करून

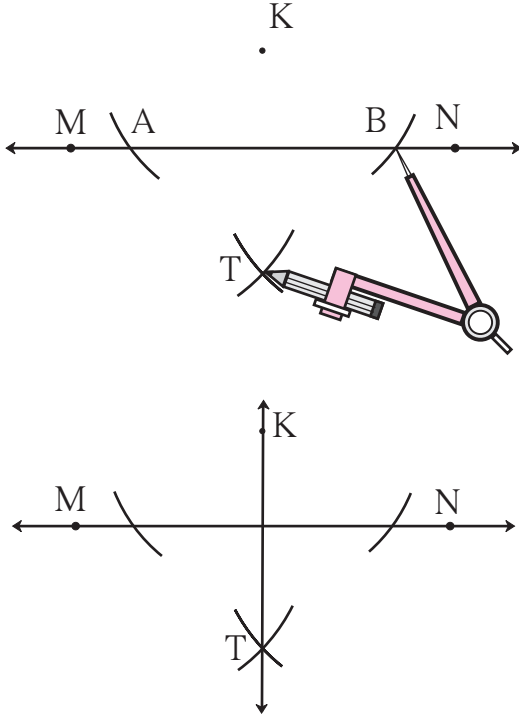


- रेषा XY काढा. या रेषेबाहेर कोठेही P बिंदू घ्या.
- गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या बाजूंपैकी एक बाजू रेषा XY ला जुळवून ठेवा.



- गुण्या रेषेवर असा सरकवा, की गुण्याची काटकोन करणारी दुसरी बाजू P बिंदूला चिकटेल. या बाजूलगत P बिंदूतून जाणारी रेषा PS काढा.
- कोन मोजा व रेषा लंब आहेत का हे तपासा.

(3) कंपास व पट्टी यांचा उपयोग करून



- रेषा MN काढा. रेषेबाहेर कोठेही K बिंदू घ्या.
- कंपासचे टोक K बिंदूवर ठेवून कंपासमध्ये सोईस्कर अंतर घ्या. रेषा MN ला A व B या दोन बिंदूंत छेदणारे कंस काढा.
- कंपासमध्ये AB अंतराच्या निम्म्यापेक्षा जास्त अंतर घ्या. कंपासचे टोक A बिंदूवर ठेवा आणि रेषेच्या खालील अंगास एक कंस काढा.
- कंपासमध्ये तेच अंतर कायम ठेवून कंपासचे टोक B बिंदूवर ठेवा. पूर्वीच्या कंसाला छेदणारा आणखी एक कंस काढा.
- दोन्ही कंसांच्या छेदनबिंदूला T नाव द्या.
- रेषा KT काढा.
- रेषा KT ही रेषा MN ला लंब आहे.



विचार करा.

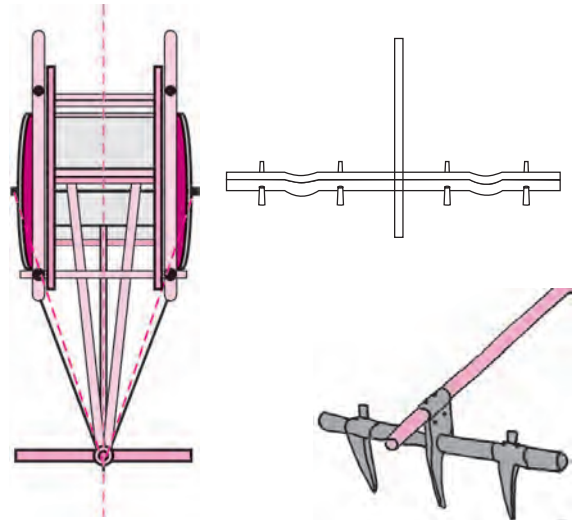
वरील कृती करताना कंपासमधील अंतर कायम का ठेवायचे ?

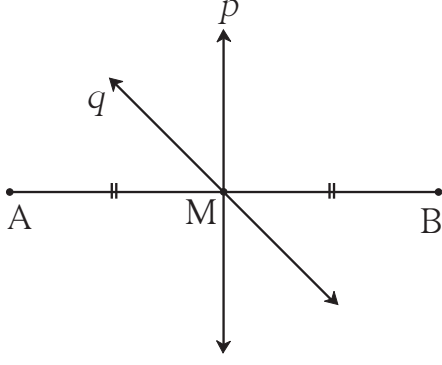
लंबदुभाजक (Perpendicular Bisector)

बैलगाडी ओढण्यासाठी 'जू' या लाकडी भागाचा वापर करतात.

'जू' चे स्थान कसे निश्चित करतात ?

'जू' चे स्थान निश्चित करताना बैलगाडीच्या कण्याच्या दोन्ही टोकांपासून दोरीने समान अंतर घेतले जाते. यासाठी कोणता भौमितिक गुणधर्म वापरला, हे असे का केले जाते याची माहिती कारागिरांकडून किंवा अनुभवी लोकांकडून मिळवा.

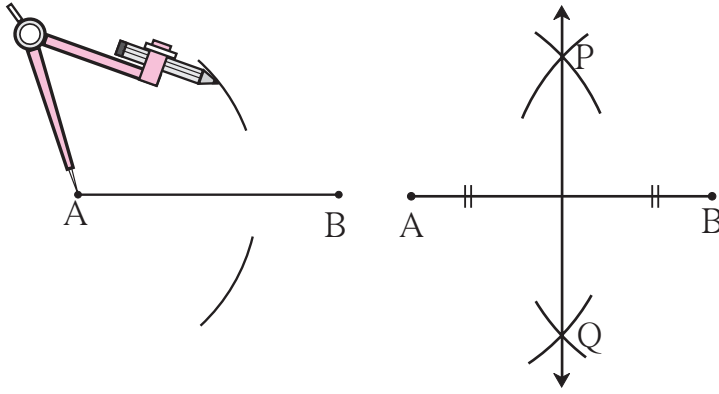




रेषाखंडाचा लंबदुभाजक

रेषा p आणि रेषा q , रेषा AB च्या M या बिंदूतून जातात. रेषा p आणि रेषा q या रेषा AB च्या दुभाजक रेषा आहेत. रेषा p आणि रेषा AB यांच्यातील कोन मोजा. या दोन रेषांपैकी रेषा p ही रेषा AB ला लंबसुद्धा आहे. म्हणून रेषा p ला रेषा AB ची लंबदुभाजक रेषा किंवा लंबदुभाजक म्हणतात. रेषा q ही रेषा AB ची लंबदुभाजक का नाही ?

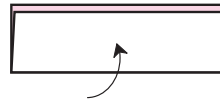
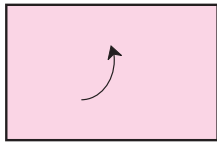
कंपासच्या साहाय्याने रेषाखंडाचा लंबदुभाजक काढणे



- रेषाखंड AB काढा.
- कंपासचे टोक A बिंदूवर ठेवा. कंपासमध्ये A आणि B या दोन बिंदूंमधील अंतराच्या निम्यापेक्षा जास्त अंतर घेऊन रेषाखंडाच्या वरच्या व खालच्या बाजूंना एक-एक कंस काढा.
- कंपासमध्ये तेच अंतर कायम ठेवा आणि कंपासचे टोक B बिंदूवर ठेवून पूर्वीच्या कंसांना छेदणारे कंस काढा.
- कंसांच्या छेदनबिंदूंना P आणि Q अशी नावे द्या. रेषा PQ काढा.
- रेषा PQ ही रेषा AB ची लंबदुभाजक रेषा आहे.

हे करून पाहा.

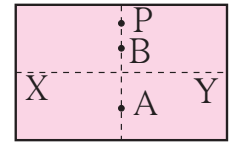
कृती : एक आयताकृती कागद घ्या. कागदाला खालून वर अशी एक घडी व उजवीकडून डावीकडे अशी दुसरी घडी घाला. कागदावर तयार झालेल्या दोन्ही घड्यांचे निरीक्षण करा. उभी घडी ही आडव्या घडीची लंबदुभाजक आहे, याची खात्री करून घ्या. त्यानंतर अंतरे मोजून खालील रिकाम्या जागा भरा.



घडी 1



घडी 2



$l(XP) = \dots\dots\dots$ सेमी

$l(XA) = \dots\dots\dots$ सेमी

$l(XB) = \dots\dots\dots$ सेमी

$l(YP) = \dots\dots\dots$ सेमी

$l(YA) = \dots\dots\dots$ सेमी

$l(YB) = \dots\dots\dots$ सेमी

उभ्या घडीवरील सर्व बिंदू आडव्या घडीवरील टोकांपासून (अंत्यबिंदूपासून) समान अंतरावर आहेत, असे दिसून येईल.

1. रेषा l काढा. रेषेबाहेर कोठेही P बिंदू घ्या. गुण्याच्या मदतीने रेषा PQ ही रेषा l ला लंब रेषा काढा.
2. रेषा AB काढा. रेषेबाहेर कोठेही बिंदू M घ्या. कंपास व पट्टीचा वापर करून रेषा MN ही रेषा AB वर लंब रेषा काढा.
3. 5.5 सेमी लांबीचा रेषा AB काढून तो कंपास व पट्टीच्या साहाय्याने दुभागा.
4. XY रेषेवर R बिंदू घ्या. गुण्याच्या साहाय्याने बिंदू R मधून जाणारी लंब रेषा काढा.



कार्ल गाऊसची युक्ती

कार्ल फ्रेडरिक गाऊस या प्रख्यात गणितीच्या बालपणची गोष्ट. कार्लच्या वर्गातील मुले खूप गडबड करत होती. त्यांना कामात गुंतवावे म्हणून शिक्षकांनी त्यांना 1 पासून 100 पर्यंतच्या संख्यांची बेरीज करायला सांगितले. कार्लने ती बेरीज दोन-तीन मिनिटांत केली आणि तो हातांची घडी घालून बसला. इतर मुले मात्र शिक्षकांच्या धाकाने खूप आकडेमोड करत बसली.

‘नुसताच काय बसलायंस, बेरीज कर !’ शिक्षक रागावले.

कार्लने केलेली बेरीज शिक्षकांना दाखवली. शिक्षक बरोबर उत्तर पाहून अचंबित झाले.

कशी केली होती कार्लने बेरीज ?

	1	2	3		99	100	(शंभर संख्या)
+	100	99	98		2	1	(शंभर संख्या)
	101	+	101	+	101	+	(शंभर वेळा)

ही बेरीज होईल 101×100

पण ही 1 ते 100 या संख्यांची दोनदा बेरीज झाली.

$$\text{म्हणून 1 ते 100 या संख्यांची बेरीज} = \frac{101 \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5050$$

कार्लची हीच युक्ती वापरून तुम्ही 1 ते 50 या संख्यांची बेरीज करा.

