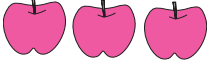
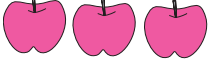
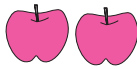
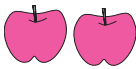
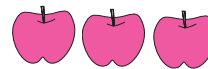




जरा आठवूया.

दिलेली सफरचंदे आपण दोन मुलांमध्ये समान वाटू.

सफरचंद	मुले			
6	2			$6 \div 2 = 3$
4	2			$4 \div 2 = 2$
1	2			$1 \div 2 = \frac{1}{2}$
7	2		 	$7 \div 2 = \frac{7}{2}$



जाणून घेऊया.

अंशाधिक अपूर्णाकाचे पूर्णाकयुक्त अपूर्णाकात रूपांतर

उदा. 7 सफरचंदे 2 जणांत समान वाटल्यावर प्रत्येकाच्या वाट्याला किती सफरचंदे येतील ?

$$\frac{7}{2} = 7 \div 2$$

$$\begin{array}{r} \text{भाजक} \quad 2 \overline{)7} \quad \text{भाज्य} \\ \underline{-6} \\ 1 \text{ बाकी} \end{array}$$

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

प्रत्येकाच्या वाट्याला 3 पूर्ण व $\frac{1}{2}$ सफरचंदे येतील.

सांभाळा बरे !

आपण भागाकार करताना भाजकापेक्षा बाकी कमी येईल अशी काळजी घेतो. त्यामुळे पूर्णाकयुक्त अपूर्णाकांच्या अपूर्णाकी भागात अंश छेदापेक्षा लहान येतो.



जाणून घेऊया.

पूर्णांकयुक्त अपूर्णाकाचे अंशाधिक अपूर्णाकात रूपांतर

उदा. $3\frac{2}{5}$ हा पूर्णांकयुक्त अपूर्णाक आहे. याचे रूपांतर अंश-छेद या रूपात करायचे आहे.

$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

सरावसंच 9

1. अंशाधिक अपूर्णाकात रूपांतर करा.

(i) $7\frac{2}{5}$ (ii) $5\frac{1}{6}$ (iii) $4\frac{3}{4}$ (iv) $2\frac{5}{9}$ (v) $1\frac{5}{7}$

2. पूर्णांकयुक्त अपूर्णाकात रूपांतर करा.

(i) $\frac{30}{7}$ (ii) $\frac{7}{4}$ (iii) $\frac{15}{12}$ (iv) $\frac{11}{8}$ (v) $\frac{21}{4}$ (vi) $\frac{20}{7}$

3. पुढील उदाहरणे अपूर्णाक रूपात लिहा.

(i) 9 किलोग्रॅम तांदूळ 5 जणांत समान वाटले, तर प्रत्येकाला किती किलोग्रॅम तांदूळ मिळतील ?

(ii) 5 सारखे शर्ट शिवण्यासाठी 11 मीटर कापड लागते, तर एका शर्टासाठी किती मीटर कापड लागेल ?



जाणून घेऊया.

पूर्णांकयुक्त अपूर्णाकांची बेरीज व वजाबाकी

उदा. (1) बेरीज करा. $5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$

रीत I

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} &= 5 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \\ &= 7 + \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3}{4} \\ &= 7 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \\ &= 7 + \frac{2+3}{4} = 7 + \frac{5}{4} \\ &= 7 + 1 + \frac{1}{4} = 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

रीत II

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} &= \frac{5 \times 2 + 1}{2} + \frac{2 \times 4 + 3}{4} \\ &= \frac{11}{2} + \frac{11}{4} \\ &= \frac{11 \times 2}{2 \times 2} + \frac{11}{4} \\ &= \frac{22}{4} + \frac{11}{4} = \frac{33}{4} \\ &= 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

उदा. (2) वजाबाकी करा. $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7}$

रीत I

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} &= (3-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{7}\right) \\ &= 1 + \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{1 \times 5}{7 \times 5} \\ &= 1 + \frac{14}{35} - \frac{5}{35} \\ &= 1 + \frac{9}{35} = 1\frac{9}{35} \end{aligned}$$

रीत II

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} &= \frac{17}{5} - \frac{15}{7} \\ &= \frac{17 \times 7}{5 \times 7} - \frac{15 \times 5}{7 \times 5} \\ &= \frac{119}{35} - \frac{75}{35} = \frac{119-75}{35} \\ &= \frac{44}{35} = 1\frac{9}{35} \end{aligned}$$



विचार करा.

$4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}$ ही वजाबाकी कशी करावी ? ती वजाबाकी $[4 - 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}]$ अशी आहे का ?

सरावसंच 10

1. बेरीज करा.

(i) $6\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$ (ii) $1\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}$ (iii) $5\frac{1}{5} + 2\frac{1}{7}$ (iv) $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3}$

2. वजाबाकी करा.

(i) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$ (ii) $5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$ (iii) $7\frac{1}{8} - 6\frac{1}{10}$ (iv) $7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{5}$

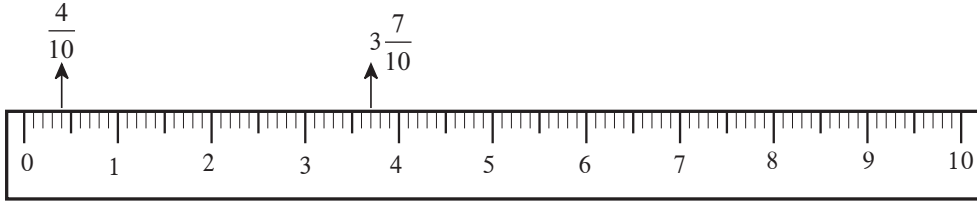
3. सोडवा.

- (1) सुयशने $2\frac{1}{2}$ किलोग्रॅम आणि आशिषने $3\frac{1}{2}$ किलोग्रॅम साखर आणली, तर दोघांनी मिळून किती साखर आणली ? साखरेचा भाव 32 रुपये प्रतिकिलो असेल, तर साखरेची एकूण किंमत किती ?
- (2) आराधनाने आपल्या परसबागेतील $\frac{2}{5}$ भागात बटाट्याची लागवड केली. $\frac{1}{3}$ भागात पालेभाज्यांची लागवड केली. उरलेल्या भागात वांग्याची लागवड केली, तर किती भागात वांग्याची लागवड केली ?
- (3)* संदीपने एका रिकाम्या हौदात $\frac{4}{7}$ भाग इतके पाणी भरले. त्यानंतर त्या हौदात रमाकांतने $\frac{1}{4}$ भाग इतके पाणी भरले. उमेशने त्याच हौदाचा $\frac{3}{14}$ भाग पाणी बागेतील झाडांना दिले. हौदाची पूर्ण क्षमता 560 लीटरची असेल, तर हौदात किती लीटर पाणी शिल्लक असेल ?



जाणून घेऊया.

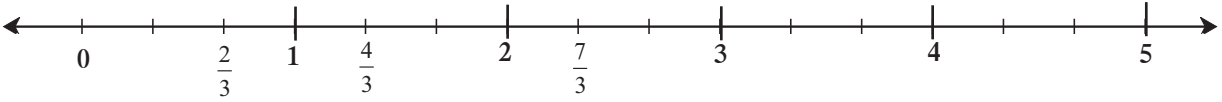
संख्यारेषेवर अपूर्णांक दाखवणे



$\frac{4}{10}$ व $3\frac{7}{10}$ हे अपूर्णांक संख्यापट्टीवर दाखवणे सोपे आहे कारण मोजपट्टीवर प्रत्येक सेंटिमीटरचे दहा समान भाग असतात. एककात शून्यापासून चौथा भाग $\frac{4}{10}$ हा अपूर्णांक दाखवतो. 3 व 4 यांच्यामधील दहा समान भागांपैकी 3 च्या पुढील 7 वी खूण ही $3\frac{7}{10}$ हा पूर्णांकयुक्त अपूर्णांक दाखवते.

उदा. संख्यारेषेवर $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$ हे अपूर्णांक दाखवू.

खालील पट्टीवर प्रत्येक एककाचे 3 समान भाग केले आहेत.



हे मला समजले.

एखादा अपूर्णांक संख्यारेषेवर दाखवायचा असेल, तर संख्यारेषेवर प्रत्येक एककाचे अपूर्णांकाच्या छेदाइतके समान भाग करावे लागतात.

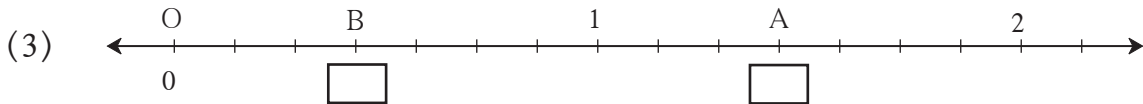
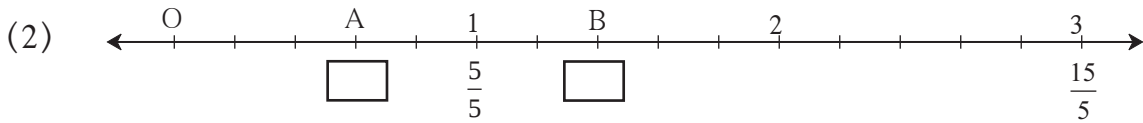
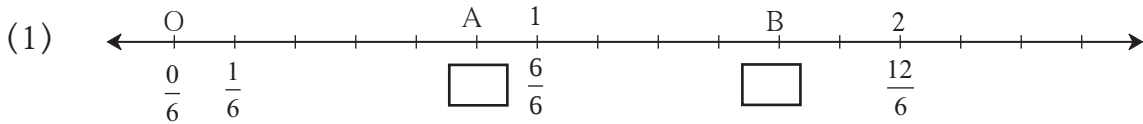


विचार करा.

संख्यारेषेवर $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{19}{40}$ हे अपूर्णांक दाखवण्यासाठी किती मोठा एकक घ्यावा ?

सरावसंच 11

1. खालील रेषांवर A व B बिंदू कोणते अपूर्णांक दर्शवतात ते रिकाम्या चौकटीत लिहा.



2. संख्यारेषेवर पुढील अपूर्णांक दाखवा.

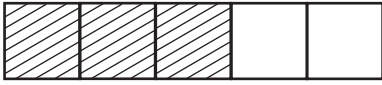
(1) $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{5}$, $2\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $2\frac{1}{4}$



जाणून घेऊया.

अपूर्णाकांचा गुणाकार (Multiplication of Fractions)

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ हा गुणाकार आयताकृती पट्टीच्या साहाय्याने कसा केला आहे ते पाहा.



- एक आयताकृती पट्टी घेऊन तिचे उभ्या रेषा काढून 5 समान भाग करा.
- $\frac{3}{5}$ हा अपूर्णांक दर्शवणारा भाग रेखांकित करा.
- $\frac{3}{5}$ चा $\frac{1}{2}$ एवढा भाग दाखवायचा आहे म्हणून त्याच पट्टीचे 2 समान भाग करण्यासाठी मधोमध आडवी रेष काढा.

- त्या आडव्या 2 भागांपैकी 1 भाग वेगळ्या प्रकारे रेखांकित करा.

आपण पूर्ण पट्टीचे 2 समान भाग केले. त्या वेळी $\frac{3}{5}$ भागाचेही 2 समान भाग केले. त्यांतील 1 भाग घेण्यासाठी दोनदा रेखांकित केलेला भाग विचारात घ्या.

एकूण समान चौकटी 10 झाल्या. त्यांपैकी 3 चौकटी दोनदा रेखांकित केलेल्या आहेत. या चौकटी म्हणजे दोनदा रेखांकित केलेला भाग अपूर्णांक रूपात $\frac{3}{10}$ आहे. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

आपण वरील गुणाकार पुढीलप्रमाणे करू शकतो. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$



हे मला समजले.

दोन अपूर्णाकांचा गुणाकार करताना अंशांचा गुणाकार अंशस्थानी व छेदांचा गुणाकार छेदस्थानी लिहितात.

उदा. सुलोचनाबाईंची 42 एकर शेती आहे. त्यांनी त्या शेताच्या $\frac{2}{7}$ भागात गहू लावला, तर त्यांनी किती एकर जागेत गहू लावला?

42 चा $\frac{2}{7}$ काढायचा आहे. $\therefore \frac{42}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{42 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6 \times 7 \times 2}{7} = 12$

सुलोचनाबाईंनी 12 एकर जागेत गहू लावला.



1. गुणाकार करा.

$$(i) \frac{7}{5} \times \frac{1}{4} \quad (ii) \frac{6}{7} \times \frac{2}{5} \quad (iii) \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} \quad (iv) \frac{4}{11} \times \frac{2}{7}$$

$$(v) \frac{1}{5} \times \frac{7}{2} \quad (vi) \frac{9}{7} \times \frac{7}{8} \quad (vii) \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \quad (viii) \frac{6}{17} \times \frac{3}{2}$$

2. अशोकरावांनी आपल्या 21 एकर शेताच्या $\frac{2}{7}$ भागात केळीची लागवड केली, तर एकूण केळी लागवडीचे क्षेत्र किती ?

3* लष्करातील एकूण सैनिकांपैकी $\frac{4}{9}$ भाग सैनिक उत्तर सीमेवर संरक्षण करत आहेत. या सैनिकांच्या संख्येच्या तिसऱ्या भागाएवढे सैनिक ईशान्येकडील भागात संरक्षणासाठी कार्यरत आहे. जर उत्तर सीमेवर कार्यरत असणाऱ्या सैनिकांची संख्या 540000 असेल, तर ईशान्येकडील सैनिकांची संख्या किती असेल ?



जाणून घेऊया.

गुणाकार व्यस्त (Reciprocal)

हे गुणाकार पाहा.

$$(1) \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1$$

$$(2) 4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$(3) \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = 1$$

$$(4) \frac{71}{3} \times \frac{3}{71} = 1$$

या सर्व गुणाकारांत काय विशेष दिसते ?

दिलेला अपूर्णाक आणि त्याचा अंश व छेद यांची अदलाबदल करून मिळणारा अपूर्णाक यांचा गुणाकार 1 आहे. अशा अपूर्णाकांच्या जोडीला नाव आहे. ही गुणाकार व्यस्तांची जोडी आहे.

उदा. $\frac{5}{6}$ या अपूर्णाकाचा गुणाकार व्यस्त $\frac{6}{5}$ आहे. 4 चा म्हणजेच $\frac{4}{1}$ चा गुणाकार व्यस्त $\frac{1}{4}$ आहे.



हे मला समजले.

जेव्हा दोन संख्यांचा गुणाकार 1 असतो तेव्हा त्या संख्या एकमेकींच्या गुणाकार व्यस्त असतात.



विचार करा.

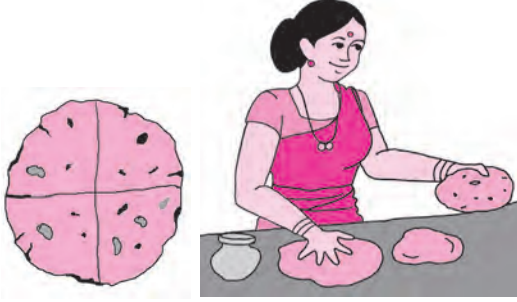
(1) 1 चा गुणाकार व्यस्त कोणता ? (2) 0 चा गुणाकार व्यस्त आहे का ?



जाणून घेऊया.

अपूर्णाकांचा भागाकार (Division of Fractions)

उदा. एक भाकरी आहे. प्रत्येकाला चतकोर भाकरी द्यायची आहे. तर ती किती जणांना पुरेल ?



चतकोर (पाव) म्हणजे $\frac{1}{4}$

चित्रात दाखवल्याप्रमाणे एका पूर्ण भाकरीचे चार चतकोर होतील व ती भाकरी 4 जणांना पुरेल.

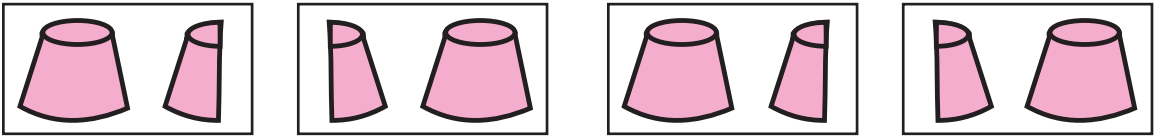
हेच आपण $4 \times \frac{1}{4} = 1$ असे लिहू शकतो.

आता अपूर्णाकांच्या भागाकाराचे रूपांतर गुणाकारात करू.

$$1 \div \frac{1}{4} = 4 = 1 \times \frac{4}{1}$$

उदा. गुळाची प्रत्येक ढेप एक किलोग्रॅमची अशा सहा ढेपा आहेत. एका कुटुंबाला महिन्याला दीड किलो गूळ लागत असेल, तर या ढेपा किती कुटुंबांना पुरतील ?

दीड किलोग्रॅम म्हणजे एक पूर्ण व अर्धा $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$



दिलेला गूळ किती कुटुंबांना पुरेल हे काढण्यासाठी भागाकार करू.

$$6 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = 4 \text{ म्हणून 6 ढेपा चार कुटुंबांना पुरतील.}$$

उदा. $12 \div 4 = \frac{12}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3$

उदा. $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{7 \times 2} = \frac{15}{14} = 1 \frac{1}{14}$



हे मला समजले.

एखाद्या संख्येला अपूर्णाकाने भागणे म्हणजे त्या संख्येला त्या अपूर्णाकाच्या गुणाकार व्यस्ताने गुणणे.

1. खालील संख्यांचे गुणाकार व्यस्त लिहा.

(i) 7 (ii) $\frac{11}{3}$ (iii) $\frac{5}{13}$ (iv) 2 (v) $\frac{6}{7}$

2. खालील अपूर्णाकांचा भागाकार करा.

(i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{2}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{5}{11}$ (iv) $\frac{11}{12} \div \frac{4}{7}$

3.* 'स्वच्छ भारत' अभियानामध्ये 420 विद्यार्थ्यांनी सहभाग घेतला. त्यांनी सेवाग्राम या गावाचा $\frac{42}{75}$ भाग स्वच्छ केला, तर प्रत्येक विद्यार्थ्याने सेवाग्रामचा किती भाग स्वच्छ केला ?



रामानुजन चौरस

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

- या चौरसातील आडव्या, उभ्या व तिरक्या ओळीतील चार-चार संख्यांची बेरीज करा.
- बेरीज किती येते ते पाहा.
- कशीही बेरीज केली तरी तेवढीच येते का ?
- काय वैशिष्ट्य जाणवले ?
- चौरसातील पहिल्या ओळीतील संख्या पाहा.
22 - 12 - 1887
या तारखेबद्दल माहिती मिळवा.

श्रेष्ठ भारतीय गणिती श्रीनिवास रामानुजन यांचे चरित्र मिळवा व वाचा.