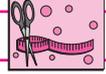




बताओ तो !



- (1) इमारत बनाते समय, दीवारों को बिलकुल सीधी बनाने के लिए कौन-सी युक्ति की जाती है ?
इस चित्र में राजगीर के हाथ में क्या है ?
वह उसका उपयोग किसलिए कर रहा होगा ?
- (2) क्या तुमने सड़क के दोनों ओर खड़े बिजली के खम्भे देखे हैं ? वे किस प्रकार खड़े होते हैं ?

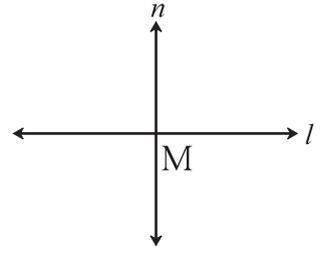


इसे करो और देखो

लंब

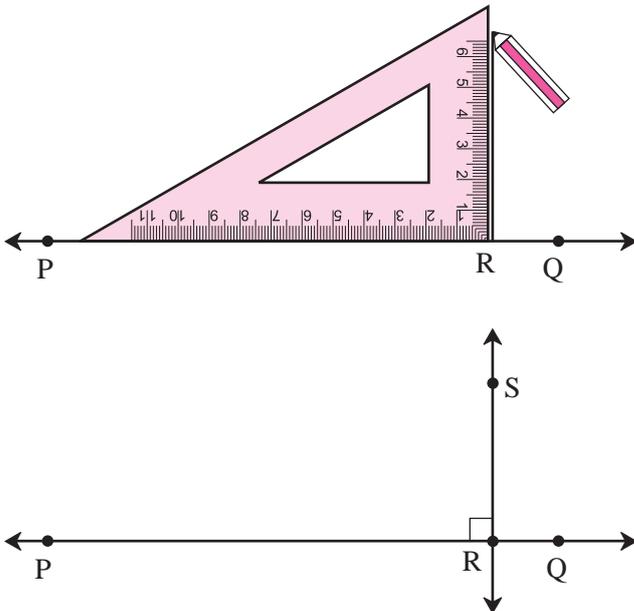
यहाँ दी गई आकृति में रेखा l और रेखा m परस्पर बिंदु M पर प्रतिच्छेदित करती हैं। बिंदु M पर बनने वाले प्रत्येक कोण का मापन करो।

रेखा l और रेखा m के बीच निर्मित कोण समकोण हों, तो हम कहते हैं कि ये परस्पर लंब रेखाएँ हैं। ज्यामिति के संकेत में इसे 'रेखा $l \perp$ रेखा m ' द्वारा दर्शाते हैं। इसका वाचन 'रेखा l लंब है रेखा m ' करते हैं।



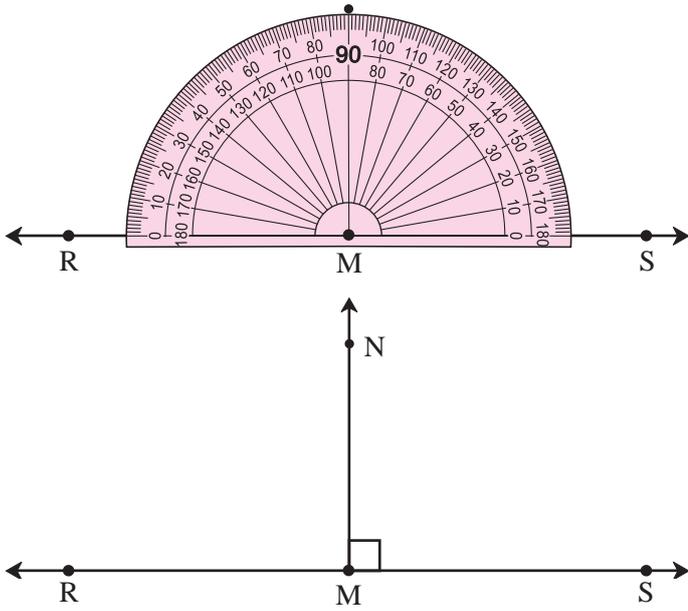
◆ रेखा के किसी बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचना

(1) गोनिए के उपयोग द्वारा



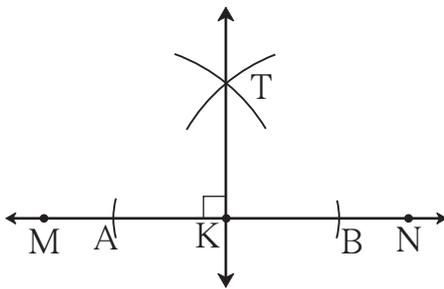
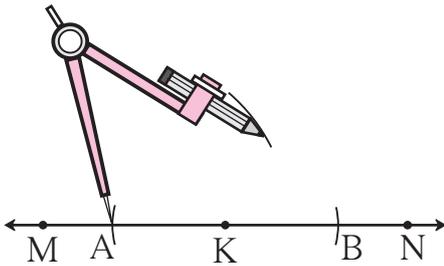
- रेखा PQ खींचो। इस रेखा पर कहीं भी बिंदु R लो।
- अब गोनिए को इस प्रकार रखो कि उसका समकोण बनाने वाला कोना बिंदु R पर हो और समकोण बनाने वाली भुजा, रेखा PQ की दिशा में हो।
- गोनिए की समकोण बनाने वाली दूसरी भुजा की कोर पर रेखा RS खींचो।
- रेखा RS , रेखा PQ के बिंदु R पर लंब रेखा है।

(2) कोणमापक (चाँदा) के उपयोग द्वारा



- एक रेखा RS खींचो । इस रेखा पर कहीं बिंदु M लो ।
- अब कोणमापक के मध्यबिंदु को बिंदु M पर और उसकी क्षैतिज रेखा को रेखा RS पर रखो ।
- कोणमापक के 90° के चिह्न पर पेंसिल से एक बिंदु बनाओ ।
- बिंदु M और पेंसिल से बने बिंदु के चिह्न मिलाने वाली किरण खींचकर उस पर बिंदु N लो ।
- किरण MN, रेखा RS के बिंदु M पर लंब है अर्थात् रेखा $MN \perp$ रेखा RS

(3) परकार के उपयोग द्वारा



- रेखा MN खींचकर उस पर कहीं भी बिंदु K लो ।
- परकार में सही ढंग से पेंसिल लगाकर, उसके नुकीले सिरे को बिंदु K पर रखो । बिंदु K के दोनों ओर समान त्रिज्यावाले दो चाप खींचो जो रेखा MN को बिंदु A तथा बिंदु B पर प्रतिच्छेदित करें ।
- अब परकार की दोनों नोकों के मध्य $l(AB)$ के आधे से अधिक दूरी और बिंदु A को केंद्र मानकर एक चाप खींचो ।
- अब बिंदु B को केंद्र मानकर उतनी ही त्रिज्यावाला एक अन्य चाप खींचो जो पहले चाप को बिंदु T पर प्रतिच्छेदित करे ।
- बिंदु K तथा बिंदु T को मिलाने वाली रेखा KT खींचो । रेखा KT, रेखा MN के बिंदु K पर लंब रेखा है अर्थात् $KT \perp MN$

विचार करो

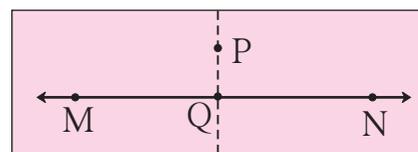
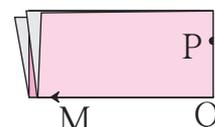
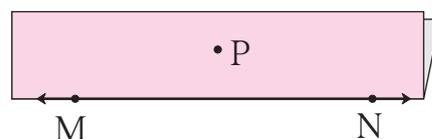
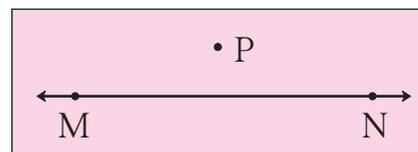
परकार के दोनों सिरों के बीच की दूरी, रेखा AB की लंबाई के आधे से अधिक क्यों लेते हैं । उससे कम दूरी लेने पर क्या होगा ?

1. कोई रेखा l खींचो। इस रेखा पर कहीं भी बिंदु P लो। गोनिए की सहायता से बिंदु P से रेखा l पर लंब रेखा की रचना करो।
2. रेखा AB खींचो। परकार की सहायता से रेखा AB के बिंदु B से होकर जाने वाली लंब रेखा की रचना करो।
3. रेखा CD खींचो। इस रेखा पर कहीं भी बिंदु M लो। कोणमापक (चाँदे) की सहायता से रेखा CD के बिंदु M पर लंब रेखा की रचना करो।

◆ रेखा के बाहरी बिंदु से उस रेखा पर लंब की रचना करना।

(1) कागज को मोड़कर

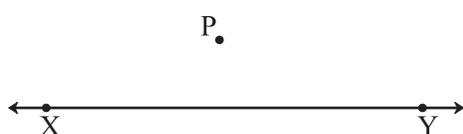
- कोई रेखा MN खींचो। इस रेखा के बाहर कहीं भी कोई बिंदु P लो।
- कागज को उलटकर रेखा MN पर इस प्रकार मोड़ो कि रेखा MN दिखाई देती रहे।
- आकृति में दिखाए अनुसार इस कागज को बिंदु P पर इस प्रकार मोड़ो कि मोड़ के एक भाग वाली रेखा MN , अपने दूसरे वाले भाग को ढँक ले।
- अब कागज के दोनों मोड़ों को खोल दो। दोनों मोड़ों के प्रतिच्छेद बिंदु का नाम Q रखो। रेखा PQ खींचो। यह रेखा दूसरे मोड़ पर होगी।



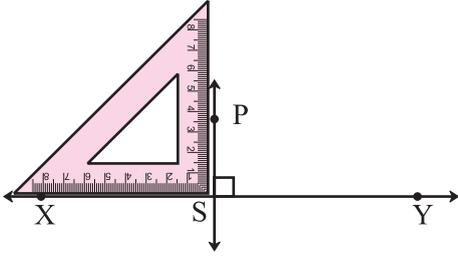
चाँदे की सहायता से बिंदु Q पर बनने वाले प्रत्येक कोण की माप ज्ञात करो।

रेखा $PQ \perp$ रेखा MN

(2) गोनिए का उपयोग करके

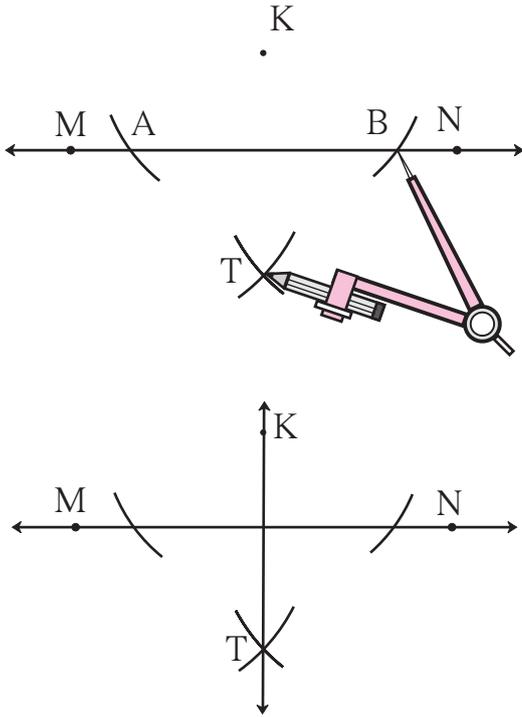


- रेखा XY खींचो। इसके बाहर P कोई बिंदु लो।
- गोनिए की समकोण बनाने वाली भुजाओं में से कोई एक भुजा, रेखा XY से मिलाकर रखो।



- अब गोनिए को बिंदु P की ओर धीरे-धीरे इस प्रकार खिसकाओ कि गोनिया तथा रेखा XY मिली रहे और उसकी दूसरी भुजा बिंदु P तक पहुँच जाए ।
- पेंसिल द्वारा बिंदु P से जाने वाली रेखा खींचो, जो रेखा XY को बिंदु S पर प्रतिच्छेदित करे । रेखा PS, रेखा XY पर लंब रेखा है ।

(3) मापनपट्टी तथा परकार द्वारा



- रेखा MN खींचो और उसके बाहर K बिंदु लो ।
- बिंदु K पर परकार की नोक रखो और उपयुक्त त्रिज्या लेकर एक चाप खींचो जो रेखा MN को बिंदु A तथा बिंदु B पर प्रतिच्छेदित करे ।
- अब परकार के दोनों सिरों के मध्य ऐसी दूरी लो $l(AB)$ के आधे से अधिक हो ।
- अब बिंदु A और बिंदु B को केंद्र मानकर उतनी ही त्रिज्यावाला दो चाप खींचो, जो बिंदु T पर प्रतिच्छेदित करें ।
- रेखा KT खींचो ।
रेखा KT, रेखा MN पर लंब रेखा है ।



विचार करो

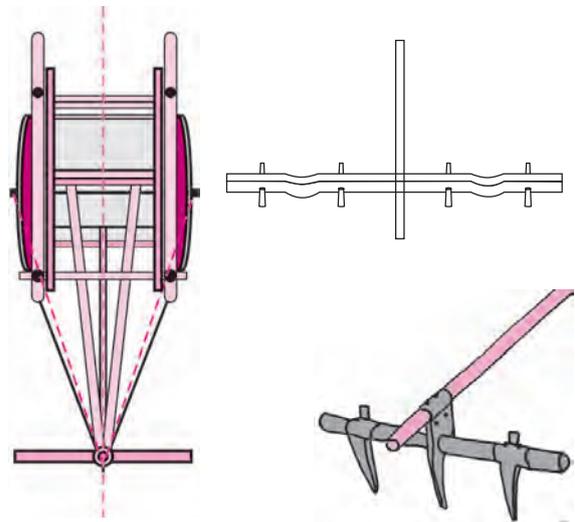
ऊपर दी गई कृति करते समय परकार के दोनों सिरों के बीच की दूरी समान क्यों रखी जाती है ?

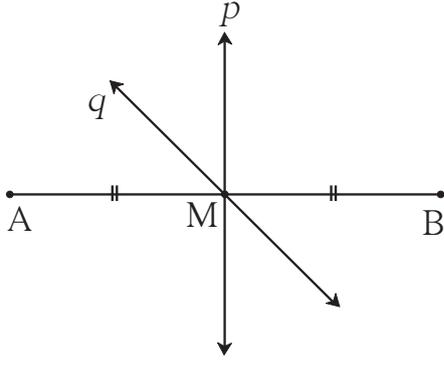
लंब समद्विभाजक

बैलों द्वारा बैलगाड़ी खींचते समय, बैलों के कंधे पर लकड़ी से बने 'जुए' का उपयोग करते हैं ।

बैलगाड़ी से 'जुए' की दूरी (स्थान) कैसे निश्चित करते हैं ?

'जुए' का स्थान निश्चित करते समय, बैलगाड़ी के दोनों अगले कोनों से समान दूरी ली जाती है, जिसे एक पतली रस्सी द्वारा नापकर ज्ञात करते हैं । इसके लिए ज्यामिति के कौन-से गुणधर्म का उपयोग करोगे ? किसी कारीगर अथवा अनुभवी व्यक्ति से जानकारी प्राप्त करो कि ऐसा क्यों किया जाता है ।

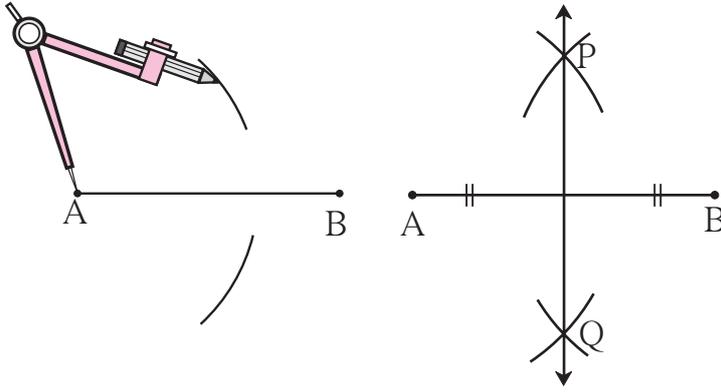




रेखाखंड का लंब समद्विभाजक

आकृति में बिंदु M, रेखाखंड AB का मध्यबिंदु है। रेखा p तथा रेखा q, मध्यबिंदु M से होकर जानेवाली रेखाएँ हैं। रेखा p और रेखा AB द्वारा बने कोणों की माप ज्ञात करो। रेखा p, रेखा AB के मध्यबिंदु से होकर जानेवाली तथा उस पर लंब भी है। रेखा p को रेखा AB की लंब समद्विभाजक रेखा अथवा केवल 'लंब समद्विभाजक' कहते हैं।

◆ परकार की सहायता से रेखाखंड के लंब समद्विभाजक की रचना करना



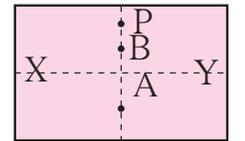
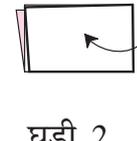
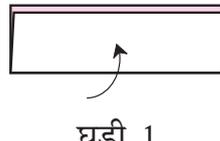
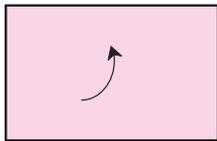
- रेखाखंड AB खींचो।
- परकार में पेंसिल लगाकर उसके नुकीले सिरे को बिंदु A पर रखो।
- परकार के दोनों सिरों के मध्य रेखा AB की लंबाई के आधे से अधिक दूरी लेकर रेखा AB के दोनों ओर समान त्रिज्यावाले एक-एक चाप खींचो।

- अब बिंदु B को केंद्र मानकर उसी त्रिज्यावाले दो चाप और खींचो, जो पहले वाले चापों को बिंदु P और बिंदु Q पर प्रतिच्छेदित करें।
- रेखा PQ खींचो। रेखा PQ, रेखा AB की लंब समद्विभाजक रेखा है।



इसे करो और देखो

कृति : एक आयताकार कागज लो। इस कागज को नीचे से एक बार मोड़ो। बाद में दाएँ तथा बाएँ भागों को भी मोड़ दो। (आकृतियाँ देखो।) कागज पर बने दोनों मोड़ों के चिह्नों को ध्यान से देखो। जाँचकर देखो कि क्या खड़ा मोड़, आड़े वाले मोड़ का लंब समद्विभाजक है या नहीं। इसके बाद दूरियाँ नापकर निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।



$$l(XP) = \dots\dots\dots \text{सेमी}$$

$$l(XA) = \dots\dots\dots \text{सेमी}$$

$$l(XB) = \dots\dots\dots \text{सेमी}$$

$$l(YP) = \dots\dots\dots \text{सेमी}$$

$$l(YA) = \dots\dots\dots \text{सेमी}$$

$$l(YB) = \dots\dots\dots \text{सेमी}$$

तुम्हें ज्ञात होगा कि खड़े अर्थात् ऊर्ध्वाधर मोड़ पर स्थित प्रत्येक बिंदु, आड़े अर्थात् क्षैतिज मोड़ के सिरों अर्थात् अंतबिंदुओं से समान दूरी पर है।

1. रेखा l खींचो। इसके बाहर कहीं भी बिंदु P लो। गोणिए की सहायता से बिंदु P से रेखा l पर लंब रेखा PQ की रचना करो।
2. रेखा AB खींचो। उसके बाहर कहीं भी बिंदु M लो। मापनपट्टी तथा परकार की सहायता से बिंदु M से रेखा AB पर लंब रेखा MN की रचना करो।
3. रेखा AB खींचो, जिसकी लंबाई 5.5 सेमी हो। मापनपट्टी तथा परकार की सहायता से रेखा AB को समद्विभाजित करो।
4. रेखा XY पर कोई बिंदु R लो। गोणिए की सहायता से रेखा XY के बिंदु R पर लंब रेखा की रचना करो।



कार्ल गाऊस की युक्ति

यह कार्ल फ्रेडरिक गाऊस नामक विख्यात गणितज्ञ के बचपन की कहानी है। कार्ल के वर्ग के बच्चे अत्यधिक धमाचौकड़ी कर रहे थे। उन बच्चों को काम पर लगाने के उद्देश्य से शिक्षक महोदय ने बच्चों से 1 से 100 की प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात करने के लिए कहा। कार्ल ने केवल दो-तीन मिनट में वह योगफल ज्ञात कर लिया और दोनों हाथों को मोड़कर बैठ गए। अन्य बच्चे शिक्षक के भय के कारण खूब गणनाएँ कर रहे थे।

शिक्षक ने डाँटकर कहा, 'बेकार में क्यों बैठे हो ? जोड़कर उत्तर बताओ।'

कार्ल ने अपने द्वारा ज्ञात किए गए योगफल को शिक्षक को दिखाया। सही उत्तर देखकर शिक्षक महोदय आश्चर्यचकित हो गए।

कार्ल ने यह योगफल कैसे ज्ञात किया था ?

1	2	3	99	100	(सौ संख्याएँ)	
+	100	99	98	2	1	(सौ संख्याएँ)
101 + 101 + 101 +			+ 101 + 101		(सौ बार)	

अतः यह योगफल 101×100 होगा।

परंतु यह 1 से 100 तक की प्राकृत संख्याओं का योगफल दो बार हो गया।

इसलिए 1 से 100 तक की प्राकृत संख्याओं का योगफल = $\frac{101 \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5050$

कार्ल की इसी युक्ति का उपयोग करके तुम 1 से 50 तक की प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात करो।

