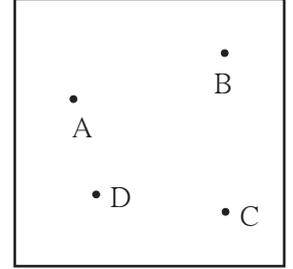




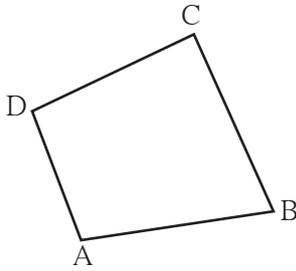
आओ समझें

चतुर्भुज

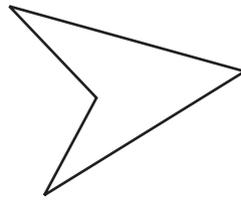
आकृति में दिखाएँ अनुसार, कागज पर चार बिंदु इस प्रकार लो कि इनमें से कोई भी तीन बिंदु सदैव अरेखीय हों। इन बिंदुओं क्रमशः मिलाकर एक बंद आकृति इस प्रकार बनानी है कि कोई भी दो बिंदु मिलाने पर बचे हुए अन्य दो बिंदु उस रेखाखंड को समाविष्ट करनेवाली रेखा की एक ही ओर हों। इस नियम द्वारा निर्मित आकृति को **चतुर्भुज** कहते हैं।



नीचे दी गई आकृतियों में से चतुर्भुज की आकृति कौन-सी है ? प्रेक्षण करके लिखो।



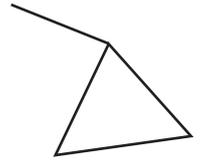
(i)



(ii)



(iii)



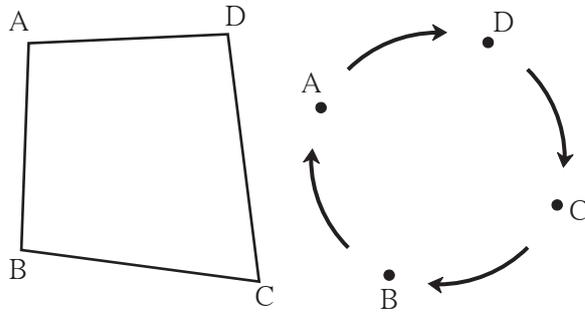
(iv)

ऊपर दी गई आकृति (i) चतुर्भुज है।

त्रिभुज की भाँति चतुर्भुज ABCD भी एक बंद आकृति है। जिन चार रेखाखंडों द्वारा चतुर्भुज बनता है, उन्हें चतुर्भुज की **भुजा** कहते हैं। रेखा AB, रेखा BC, रेखा CD और रेखा AD इस चतुर्भुज की चार भुजाएँ हैं। बिंदु A, B, C तथा D चतुर्भुज ABCD के 'शीर्षबिंदु' हैं।

चतुर्भुज के नाम का वाचन और लेखन

- चतुर्भुज के किसी भी शीर्षबिंदु से प्रारंभ करके, घड़ी की सूई की दिशा में (दक्षिणावर्त) अथवा घड़ी की सूई की विपरीत दिशा में (वामावर्त) क्रमशः शीर्षबिंदुओं के नाम लिखकर चतुर्भुज का नाम दिया जाता है। 'चतुर्भुज' शब्द को संकेत में चिह्न '□' द्वारा दर्शाया जाता है। अतः अब हम 'चतुर्भुज' शब्द के स्थान पर चिह्न '□' का उपयोग करेंगे।



वाचन

लेखन

चतुर्भुज ADCB

□ ADCB

चतुर्भुज DCBA

□ DCBA

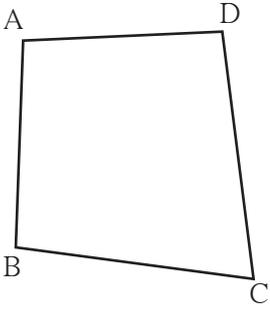
चतुर्भुज CBAD

□ CBAD

चतुर्भुज BADC

□ BADC

किसी भी शीर्षबिंदु से आरंभ करके, घड़ी की सूई की विपरीत दिशा (वामावर्त) के क्रम में इसी चतुर्भुज के नाम लिखो।



चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ

बिंदु A, □ABCD की भुजा AB तथा भुजा AD का सामान्य शीर्षबिंदु है ।

अतः भुजा AB तथा भुजा AD, इसकी संलग्न भुजाएँ हैं ।

यहाँ दी गई आकृति के आधार पर आसन्न भुजाओं की जोड़ियाँ लिखो ।

(1) तथा (2) तथा

(3) तथा (4) तथा

प्रत्येक चतुर्भुज में संलग्न भुजाओं की चार जोड़ियाँ होती हैं ।

चतुर्भुज की संलग्न भुजाओं में एक सामान्य शीर्षबिंदु होता है ।

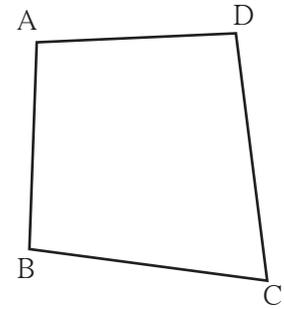
चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ

□ABCD में, भुजा AB तथा भुजा DC का कोई भी शीर्षबिंदु सामान्य नहीं है । अतः भुजा AB और भुजा DC इस चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ हैं । अभिमुख भुजाओं की ऐसी दो जोड़ियाँ होती हैं ।

संलग्न आकृति के चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं की जोड़ियाँ लिखो ।

सम्मुख भुजाओं की जोड़ियाँ

(1) तथा (2) तथा



चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं में सामान्य शीर्षबिंदु नहीं होता ।

चतुर्भुज के क्रमिक कोण (क्रमागत कोण)

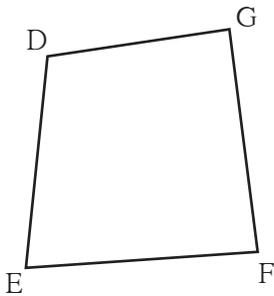
अलग-अलग लंबाईवाले चार स्ट्रॉ, मापनपट्टियों या तीलियों के सिरों को परस्पर जोड़ो । इनसे एक चतुर्भुज बनाओ ।

पेंसिल द्वारा आरेखन करके आकृति बनाओ । मानो आकृति में □DEFG बनता है । ∠DEF और ∠GFE के लिए रेख EF एक सामान्य भुजा है । अतः ∠DEF तथा ∠GFE क्रमिक या क्रमागत कोण हैं ।

संलग्न आकृति के क्रमिक कोणों की सभी जोड़ियों के नाम लिखो ।

(1) तथा (2) तथा

(3) तथा (4) तथा



चतुर्भुज के जिन दो कोणों की एक भुजा सामान्य हो, उन कोणों को चतुर्भुज के क्रमिक (क्रमागत) कोण कहते हैं ।



चतुर्भुज के सम्मुख कोण

□DEFG में, $\angle DEF$ तथा $\angle DGF$ की कोई भी भुजा सामान्य नहीं है। अतः $\angle DEF$ तथा $\angle DGF$ आमने-सामने हैं। इन्हें **सम्मुख कोण** कहते हैं।

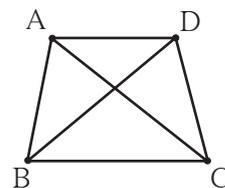
आकृति के सम्मुख कोणों की जोड़ियाँ लिखो।

1. $\angle EFG$ का सम्मुख कोण
2. $\angle FGD$ का सम्मुख कोण

चतुर्भुज के जिन दो कोणों की कोई भी भुजा सामान्य न हो,
उन कोणों को चतुर्भुज के सम्मुख कोण कहते हैं।

चतुर्भुज के विकर्ण

□ABCD में बिंदु A तथा बिंदु C और बिंदु B तथा बिंदु D क्रमशः $\angle A$ तथा $\angle C$ और $\angle B$ तथा $\angle D$ के शीर्षबिंदु हैं। इन शीर्षबिंदुओं को मिलाने वाले क्रमशः रेख AC और रेख BD खींचे गए हैं। रेख AC तथा रेख BD को □ABCD के विकर्ण कहते हैं। प्रत्येक चतुर्भुज में दो विकर्ण होते हैं, जो उस चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के शीर्षबिंदुओं को मिलाने हैं।

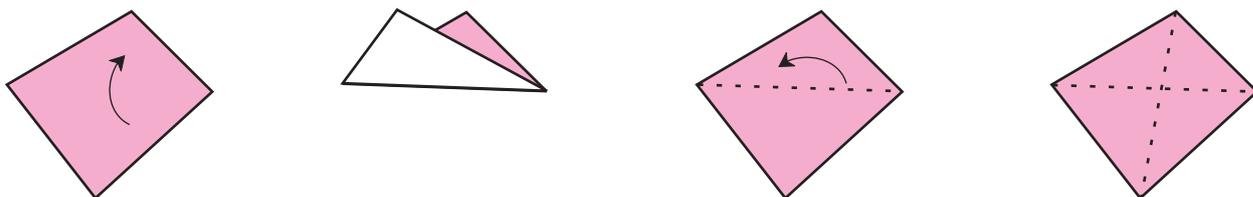


चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के शीर्षबिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंडों को उसका विकर्ण कहते हैं।

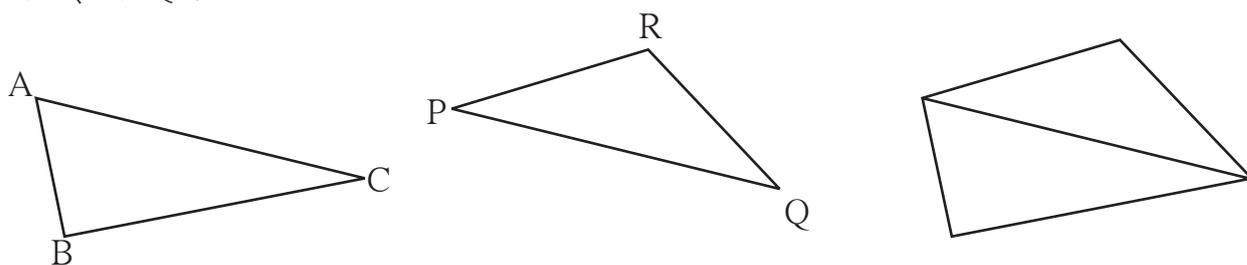
ऊपर दी गई आकृति में विकर्ण BD कौन-से दो सम्मुख शीर्षबिंदुओं को मिलाता है ?

इसे करो और देखो

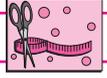
- एक चतुर्भुजाकार कागज लो। आकृति में दिखाए अनुसार, उसे इस प्रकार मोड़ो कि मोड़ द्वारा अभिमुख शीर्षबिंदु जुड़ जाएँ। इस प्रकार बनने वाले दोनों मोड़ों को क्या कहा जाएगा ?



- त्रिभुज के आकारवाले कागज के दो ऐसे टुकड़े लो, जिनकी किसी एक कोर (भुजा) की लंबाई समान हो। मानो ये टुकड़े क्रमशः $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ जैसे हैं और इनमें कोर AC तथा कोर PQ समान लंबाईवाली हैं।



आकृति में दिखाए अनुसार इन दोनों टुकड़ों को मिलाकर इस प्रकार रखो कि समान लंबाईवाली कोरें परस्पर जुड़ी हों और अन्य भाग इसकी विपरीत ओर हों। तुम्हें कौन-सी आकृति मिलती है ?
चतुर्भुज बनाने के लिए इस कृति में हमने दो त्रिभुजों का उपयोग किया है। त्रिभुज के तीनों कोणों की मापों का योगफल 180° होता है, तो चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल कितना होगा ?

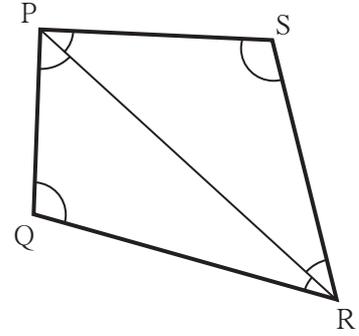


इसे करो और देखो

एक चतुर्भुज खींचो। उसका कोई एक विकर्ण खींचकर उसे दो त्रिभुजों में विभक्त करो। सभी कोणों की मापें ज्ञात करो। क्या मूल चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल दोनों त्रिभुजों के छह कोणों की मापों के योगफल के बराबर है ?

इस तथ्य को समझो कि चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल दोनों त्रिभुजों के छह कोणों की मापों के योगफल के बराबर है।

\therefore चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल = $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$



यह मैंने समझा

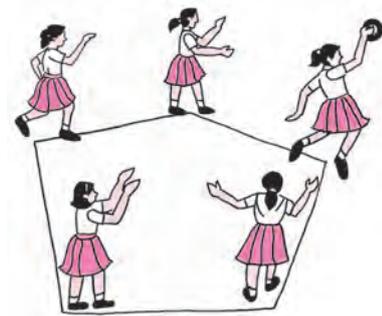
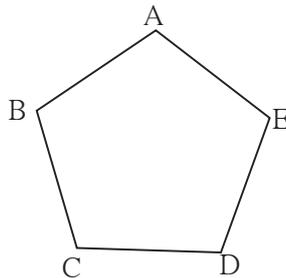
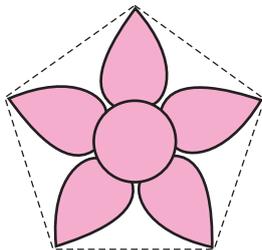
चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल 360° होता है।



आओ समझें

बहुभुज की आकृति

- क्या तुमने मदनवृक्ष (तगर), कुंद अथवा सदाबहार के पाँच पंखुड़ियोंवाले फूल देखे हैं ?
उनमें से किसी एक फूल का चित्र बनाओ। चित्र की पंखुड़ियों के सिरो को क्रम से मिलाते जाओ। कौन-सी आकृति बनती है ? इस प्रकार पाँच बिंदुओं से प्राप्त होने वाले पाँच रेखाखंडों को मिलाने से बनी जो बंद आकृति मिलती है, उसे 'पंचभुज' कहते हैं।



- पंचभुज के शीर्षबिंदुओं के नाम लिखो।
- पंचभुज की भुजाओं के नाम लिखो।
- पंचभुज के सभी कोणों के नाम लिखो।
- ध्यान से देखो कि कोई खेल खेलने वाले खिलाड़ियों के स्थानों की रचना क्या पंचभुज के आकार की है।

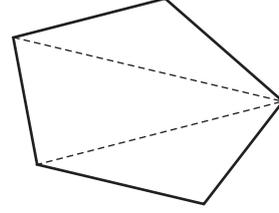
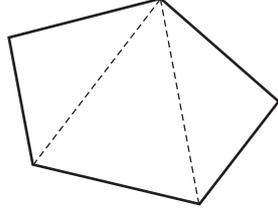
त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज और पाँच से अधिक भुजाओंवाली बंद आकृति को 'बहुभुज' कहते हैं।



इसे करो और देखो

पंचभुज के आकारवाला एक कागज लो । आकृति में दिखाए अनुसार, उसे खंडित रेखाखंडों के सापेक्ष मोड़ने पर अथवा काटने पर कितने त्रिभुज बनते हैं । अच्छा होगा कि तुम स्वयं इस पंचभुज के पाँचों कोणों की मापों का योगफल ज्ञात करो ।

- कुछ अन्य तथा भिन्न प्रकार से मोड़कर त्रिभुज प्राप्त करो । प्रेक्षणों को लिखो ।



प्रश्नसंग्रह 37

- * नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखो और उनके नाम लिखो :

आकृति	नाम	आकृति	नाम
(1)		(3)	
(2)		(4)	



इसे करो और देखो

अपने वर्ग के चार सहपाठियों के कंपासबॉक्स की समान आकारवाली गोलिए लो । उन्हें अलग-अलग ढंग से एक-दूसरे से मिलाओ । कौन-सी आकृतियाँ बनती हैं उनके नाम लिखो ।

- (a) दो गोणियों से (b) तीन गोणियों से (c) चार गोणियों से

प्रश्नसंग्रह 38

1. $\square XYZW$ खींचो और उसके आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखो ।
 - (1) सम्मुख कोणों की जोड़ियों के नाम लिखो ।
 - (2) सम्मुख भुजाओं की जोड़ियों के नाम लिखो ।
 - (3) संलग्न भुजाओं की जोड़ियों के नाम लिखो ।
 - (4) क्रमिक कोणों की जोड़ियों के नाम लिखो ।
 - (5) इस चतुर्भुज के विकर्णों के नाम लिखो ।
 - (6) चतुर्भुज के नाम अलग-अलग प्रकार से लिखो ।

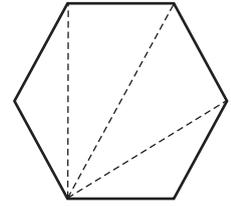
2. खाली चौखटों में बहुभुजों की भुजाओं की संख्या लिखो ।

नाम	चतुर्भुज	अष्टभुज	पंचभुज	सप्तभुज	षट्भुज
भुजाओं की संख्या					

3. अपने परिसर में पाए जानेवाले बहुभुजों के उदाहरण खोजो । उनकी आकृतियाँ खींचो ।

4. विभिन्न प्रकार के फूलों की पंखुड़ियों के सिरो को रेखाखंडों द्वारा क्रम से मिलाओ । इस प्रकार निर्मित आकृतियों में बहुभुज दिखते हैं । उनकी आकृतियाँ खींचो और भुजाओं की संख्या लिखो ।

5. कोई बहुभुज खींचो । संलग्न आकृति में दिखाए अनुसार उसका त्रिभुज जैसी आकृतियों में विभाजन करो । इस आधार पर निर्धारित करो कि उस बहुभुज के सभी कोणों की मापों का योगफल कितना होता है ।



ICT Tools or Links

संगणक के Paint प्रोग्राम की सहायता से विभिन्न प्रकार के बहुभुज खींचो और उन्हें रँगो ।
Geogebra नामक सॉफ्टवेअर की सहायता से समबहुभुजों की आकृतियाँ खींचो ।

कापरेकर संख्या

चार अंकवाली एक ऐसी संख्या लो जिसके अंक समान न हों ।

उन अंकों को घटते हुए क्रम में लिखकर चार अंकवाली नई संख्या प्राप्त करो ।

इस नई संख्या के अंकों को बढ़ते हुए क्रम में लिखकर एक अन्य नई संख्या प्राप्त करो ।

दोनों नवीन संख्याओं में से बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाओ । घटाव के रूप में प्राप्त संख्या भी चार अंकवाली ही होगी । यदि घटाव के रूप में मिली संख्या तीन अंक वाली हो, तो हजार के स्थान पर अंक शून्य (0) लिखो ।

घटाव के रूप में प्राप्त संख्या पर भी ऊपर की भाँति ही बार-बार क्रिया करते रहो ।

कुछ बार क्रिया करने पर, तुम्हें संख्या 6174 मिलेगी । इसके बाद भी क्रिया करते रहने पर तुम्हें बार-बार यही संख्या 6174 मिलेगी । हम संख्या 8531 से प्रारंभ करते हैं ।

8531 → 7173 → 6354 → 3087 → 8352 → 6174 → 6174

यह खोज दत्तात्रय रामचंद्र कापरेकर नाम गणितज्ञ ने की थी । इसलिए से 6174 को **कापरेकर संख्या** के रूप में जाना जाता है ।

