11 अनुपात – भिन्नात्मक रूप

आओ, चर्चा करें

पिछली कक्षा में हम दो संख्याओं की तुलना करना सीख चुके हैं । अब हम यह सीखेंगे कि एक अन्य प्रकार से भी तुलना कैसे की जाती है। जैसे, इस समय वर्तमान नीलिमा 12 वर्ष की है और रमेश 6 वर्ष का है ।

नीलिमा तथा रमेश, दोनों की वर्तमान आयु की तुलना कैसे की जा सकेगी ?

रमेश द्वारा घटाव करके आयु की तुलना की गई, जबकि नीलिमा ने गुना द्वारा आयु की तुलना की ।

आओ समझें

नीलिमा की वर्तमान आयु, रमेश की वर्तमान आयु की दुगुनी है । इसी जानकारी को 2:1 का वाचन '**दो अनुपात एक**' करते हैं । दो भिन्न संख्याओं के अनुपात को हम गणित की भाषा में भिन्न के रूप में भी लिखते हैं । अनुपात 2:1 को हम भिन्न के रूप में $\frac{2}{1}$ भी लिखते हैं ।

अनुपात के व्यावहारिक उदाहरण

उदा. जानकी अम्मा द्वारा तैयार की गई इडलियाँ और डोसे स्वादिष्ट होते हैं । वे इडली के आटे के लिए 1 कटोरी उड़द दाल के साथ 2 कटोरी चावल का अनुपात रखती हैं, जबकि डोसा तैयार करते समय 1 कटोरी उड़द दाल के साथ 3 कटोरी चावल लेती हैं । इसका अर्थ यह है कि इडली में दाल तथा चावल का अनुपात 1:2 अथवा $\frac{1}{2}$ है, जबकि डोसे में दाल तथा चावल का अनुपात 1:3 अथवा $\frac{1}{3}$ है ।

उदा. मार्गरिट द्वारा तैयार किए गए बिस्कुट पौष्टिक होते हैं । वे बिस्कुट तैयार करने के लिए 2 कटोरी शक्कर के साथ 3 कटोरी गेहूँ के आटे का उपयोग करती हैं । अत: बिस्कुटों में शक्कर तथा आटे का अनुपात 2:3 अथवा $\frac{2}{3}$ है ।

उदा. सभी लड़कियों को समान अनुपात में फूल बाँटे गए । खाली चौखटों में सही संख्या लिखो ।

लड़कियाँ	3	5	.....	1
फूल	12	.....	32	.....

$\frac{\text{लड़कियों की संख्या}}{\text{फूलों की संख्या}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ अर्थात प्रत्येक लड़की को 4 फूल मिले ।

लड़कियों और दिए गए फूलों का अनुपात 'एक अनुपात चार' है । इसे अनुपात के संकेत में 1:4 अथवा $\frac{1}{4}$ के स्वरूप में भी लिखते हैं ।

उदा. वर्ग के प्रत्येक विद्यार्थी ने अपनी वर्तमान आयु और दादी की वर्तमान आयु का अनुपात ज्ञात किया । गया । जॉन की वर्तमान आयु 10 वर्ष और उसकी दादी की वर्तमान आयु 65 वर्ष है । जॉन ने कहा कि यह अनुपात $\frac{10}{65}$ है ।

$\frac{10}{65} = \frac{10 \div 5}{65 \div 5} = \frac{2}{13}$ 'तुल्य अनुपात' का उपयोग करके अनुपात को सरलतम रूप में लिखा जा सकता है।

उदा. निखिल 12 अमरूद और 16 चीकू लाता है ।

(1) अमरूदों और चीकुओं की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

अमरूदों और चीकुओं की संख्या का अनुपात

$\frac{\text{अमरूदों की संख्या}}{\text{चीकुओं की संख्या}} = \frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ अमरूदों तथा चीकुओं की संख्या का अनुपात $\frac{3}{4}$ (या 3:4) है ।

(2) चीकुओं और अमरूदों की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

चीकुओं तथा अमरूदों की संख्या का अनुपात

$\frac{\text{चीकुओं की संख्या}}{\text{अमरूदों की संख्या}} = \frac{16}{12} = \frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ चीकुओं तथा अमरूदों की संख्या का अनुपात $\frac{4}{3}$ (या 4:3) है ।

इसे करो और देखो

दी गई आकृति के कुछ वर्गों में अपने पासवाले रंग भरो और कुछ खाली रखो ।

(1) इस आकृति में कुल कितनी चौखटें है ? गिनकर लिखो ।

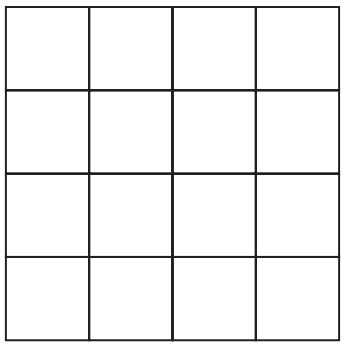
(2) रंग भरी गई चौखटें गिनो और उनकी संख्या लिखो ।

(3) खाली चौखटें गिनो और उनकी संख्या लिखो ।

(4) रंगी गई तथा खाली चौखटों की संख्या का अनुपात ज्ञात करो ।

(5) रंग भरी गईं और कुल चौखटों की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

(6) खाली चौखटों और कुल चौखटों की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।



आओ समझें

अनुपातसंबंधी महत्त्वपूर्ण बातें

उदा. गुड़ की एक बड़ी भेली का द्रव्यमान 1 किग्रा और 1 छोटी भेली का द्रव्यमान 200 ग्राम हो, तो छोटी भेली और बड़ी के गुड़ के द्रव्यमानों का अनुपात ज्ञात करो ।

यदि इसे $\dfrac{\text{गुड़ की छोटी भेली का द्रव्यमान}}{\text{गुड़ की बड़ी भेली का द्रव्यमान}} = \dfrac{200}{1}$ के स्वरूप

में लिखें, तो यह सही है क्या ?

क्या गुड़ की छोटी भेली का द्रव्यमान, बड़ी भेली के द्रव्यमान का 200 गुना है ?

इसमें क्या गलत हो गया ? गलत यह है कि दोनों के द्रव्यमान की इकाइयाँ (मात्रक) समान नहीं हैं ।

हम सर्वप्रथम गुड़ की भेलियों के द्रव्यमानों की इकाइयाँ समान करेंगे ।

इसे ग्राम में लिखने में सुविधा होगी । 1 किग्रा = 1000 ग्राम

$\therefore$ बड़ी भेली का द्रव्यमान 1000 ग्राम तथा छोटी भेली का द्रव्यमान 200 ग्राम है ।

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{\text{छोटी भेली का द्रव्यमान}}{\text{छोटी भेली का द्रव्यमान}} = \frac{200}{1000} = \frac{2\times100}{10\times100} = \frac{2}{10} = \frac{1\times2}{5\times2} = \frac{1}{5}$$

$\therefore$ गुड़ की छोटी तथा बड़ी भेली के द्रव्यमानों का अनुपात $\frac{1}{5}$ (या 1:5) है ।

यह मैंने समझा

एक ही प्रकार की राशियों का अनुपात ज्ञात करते समय उनकी भापों की इकाइयाँ समान होनी ही चाहिए ।

अनुपात का उपयोग करके समीकरण तैयार कर सकते हैं और उसके द्वारा प्रश्न हल करने में आसानी होती है ।

उदा. विद्यालय की लड़कियों के लिए शौचालय बनाना है । यह निर्धारित किया गया है कि प्रत्येक 15 लड़कियों के लिए 2 शौचालय हों । यदि छात्रावास में रहने वाली कुल 75 लड़कियाँ हों, तो उसी अनुपात में कितने शौचालय बनाने पड़ेंगे ?

शौचालय तथा लड़कियों की संख्या का परिमाण अर्थात अनुपात ज्ञात करना । मानो कि 75 लड़कियों के लिए कुल x शौचालय बनाए जाएँगे । शौचालयों की संख्या तथा लड़कियों की संख्या का अनुपात $\frac{2}{15}$ है । इसे हम दो प्रकार से लिखकर समीकरण का स्वरूप दे सकते हैं ।

$$\frac{x}{75} = \frac{2}{15}$$

$$\therefore \frac{x}{75} \times 75 = \frac{2}{15} \times 75 \qquad \text{...(दोनों पक्षों में 75 से गुणा किया)}$$

$$\therefore x = 2 \times 5$$

$$= 10$$

$\therefore$ 75 लड़कियों के लिए 10 शौचालय बनाने पड़ेंगे ।

प्रश्नसंग्रह 28

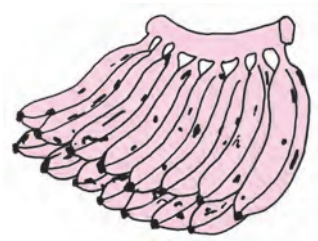
1. नीचे दिए गए प्रत्येक प्रश्न की पहली संख्या का दूसरी संख्या के साथ अनुपात ज्ञात करो :
   (1) 24, 56 (2) 63, 49 (3) 52, 65 (4) 84, 60 (5) 35, 65 (6) 121, 99
2. पहली राशि का दूसरी राशि के साथ भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
   (1) 25 मनके, 40 मनके (2) 40 रुपये, 120 रुपये (3) 15 मिनट, 1 घंटा
   (4) 30 लीटर, 24 लीटर (5) 99 किग्रा, 44000 ग्राम (6) 1 लीटर, 250 मिली
   (7) 60 पैसे, 1 रुपया (8) 750 ग्राम, $\frac{1}{2}$ किग्रा (9) 125 सेमी, 1 मीटर
3. रीमा के पास 24 कापियाँ तथा 18 पुस्तकें हैं । कापियों तथा पुस्तकों की संख्या का भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
4. खेल के मैदान में क्रिकेट के 30 खिलाड़ी और खो-खो के 20 खिलाड़ी प्रशिक्षण ले रहे हैं । क्रिकेट के खिलाड़ियों और कुल खिलाड़ियों की संख्या का भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
5. स्नेहल के पास 80 सेमी लंबाईवाला लाल फीता तथा 2.20 मीटर लंबाईवाला नीला फीता है । लाल तथा नीले रंगवाले फीतों की लंबाइयों का भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
6. शुभम् की वर्तमान आयु 12 वर्ष है । शुभम के पिता की वर्तमान आयु 42 वर्ष और उसकी माँ की वर्तमान आयु, पिता की आये से 6 वर्ष कम है । निम्नलिखित अनुपात का भिन्न के रूप में ज्ञात करो ।
   (1) शुभम् और उसकी माँ की वर्तमान आयु का अनुपात ।
   (2) शुभम् की माँ और उसके पिता की वर्तमान आयु का अनुपात ।
   (3) जब शुभम् की आयु 10 वर्ष थी, तब शुभम और उसकी माँ दोनों की आयु का अनुपात ।

आओ समझें

ऐकिक नियम की विधि

जन्मदिवस के अवसर पर विजया अपनी सात सहेलियों को उपहार के रूप में एक-एक कलम देने वाली थी। कलम खरीदने के लिए वह दुकान में गई । दुकानदार ने उसे दर्जन का भाव बताया ।

- क्या सात कलमों का मूल्य ज्ञात करने में विजया की सहायता कर सकते हो ?
- यदि एक कलम का मूल्य ज्ञात हो जाए, तो सात कलमों का मूल्य ज्ञात हो जाएगा।



उदा. 15 केलोंवाले किसी झोंपे का मूल्य 45 रुपये हो, तो 8 केलों का मूल्य कितना होगा ?

15 केलों का मूल्य 45 रुपये

$\therefore$ 1 केले का मूल्य = 45 ÷ 15 = 3 रुपये

इस आधार पर, 8 केलों का मूल्य 8 × 3 = 24 रुपये

उदा. 10 फूलोंवाले किसी गुच्छे का मूल्य 25 रुपये हो, तो 4 फूलों का मूल्य कितना होगा ?

10 फूलों का मूल्य 25 रुपये

$\therefore$ 1 फूल का मूल्य = $\frac{25}{10}$ रुपये

इस आधार पर, 4 फूलों का मूल्य = $\frac{25}{10} \times 4 = 10$ रुपये

यह मैने समझा

कई वस्तुओं के मूल्य के आधार पर भाग देने की संक्रिया द्वारा एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करना और एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करके गुणन संक्रिया करके कई वस्तुओं का मूल्य ज्ञात करना । प्रश्न हल करने की इस विधि को 'ऐकिक नियम की विधि कहते हैं ।

प्रश्नसंग्रह 29

✱. निम्नलिखित प्रश्नों को हल करो ।

(1) 20 मीटर कपड़े का मूल्य ₹ 3600 हो, तो 16 मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात करो ।

(2) 10 किग्रा चावल का मूल्य ₹ 325 हो, तो 8 किग्रा चावल का मूल्य ज्ञात करो ।

(3) 14 कुर्सियों का मूल्य ₹ 5992 हो, तो 12 कुर्सियों के लिए कितने रुपये चुकाने पड़ेंगे ?

(4) 30 खाली डिब्बों का द्रव्यमान 6 किग्रा हो, तो ऐसे 1080 डिब्बों का द्रव्यमान कितना होगा ?

(5) समान चाल से चलकर कोई कार 3 घंटे में 165 किमी दूरी तय करती है । उसी चाल से वह कार (अ) 330 किमी दूरी कितने घंटों में तय करेगी ? (ब) 8 घंटों में कितनी दूरी तय करेगी ?

(6) खेती की जमीन तैयार करने वाला एक ट्रैक्टर 3 एकड़ जमीन तैयार करने में 12 लीटर डीजल खर्च करता है । 19 एकड़ जमीन तैयार करने में वही ट्रैक्टर कितने लीटर डीजल खर्च करेगा ?

(7) शक्कर के किसी कारखाने में 48 टन गन्ने से 5376 किग्रा शक्कर मिलती है । सविता दीदी के खेत में तैयार गन्ना 50 टन है, तो इन गन्नों से उन्हें कितनी शक्कर मिलेगी ?

(8) आमों के किसी बाग की 8 कतारों में कुल 128 वृक्ष हैं । यदि प्रत्येक कतार में वृक्षों की संख्या समान हो, तो ऐसी 13 कतारों में कुल कितने वृक्ष होंगे ?

(9) 120000 लीटर पानी का संग्रह करने वाले एक ताल के निर्माण में कुल 18000 रुपये खर्च करने पड़ते हैं । 480000 लीटर पानी का संग्रह करने वाला ऐसा ताल निर्मित करवाने में कुल कितने रुपये खर्च करने पड़ेंगे ?