



थोड़ा याद करें



चित्र में कितनी बत्तखें, कितने लड़के और कितने फूल हैं, गिनो। कितनी वस्तुएँ हैं, इसका उत्तर प्राप्त करने के लिए वस्तुएँ गिननी पड़ती हैं। प्राकृतिक वस्तुएँ गिनने की आवश्यकता से संख्याओं का जन्म हुआ। वस्तुओं की गिनती हम संख्या के रूप में लिखते हैं।



आओ, चर्चा करें

बड़ा भाई : वस्तुएँ गिनने के लिए उपयोग में लाई जानेवाली 1, 2, 3, 4,... जैसी संख्याओं को **गणन संख्या** कहते हैं। गणन संख्या को **प्राकृत संख्या** भी कहते हैं। परंतु क्या हम आकाश के तारे और समुद्र के किनारे की बालू के कण भी गिन सकते हैं? ऐसी वस्तुएँ असंख्य होती हैं और इसके अनुसार ही प्राकृत संख्याएँ भी असंख्य होती हैं। इनकी सूची देखो।

प्राकृत संख्याएँ : 1, 2, 3, 4, ..., 321, 322, ..., 28573,....

समीर : हम पहले ही इन प्राकृत संख्याओं का जोड़, घटाव सीख चुके हैं। परंतु 5 में से 5 घटाने पर कुछ भी शेष नहीं बचता। इसके लिए हम शून्य लिखते हैं, जो यहाँ दिखाई नहीं दे रहा है।

बड़ा भाई : इसे तो होना ही चाहिए। **शून्य और सभी प्राकृत संख्याएँ मिलाकर जो संख्यासमूह बनता है, उसे पूर्ण संख्या समूह कहते हैं।**

पूर्ण संख्याएँ : 0, 1, 2, 3, 4,, 367, 368,, 237105,...

बड़ा भाई : ऐसी भी संख्याएँ हैं, जो इस पूर्ण संख्यासमूह में नहीं हैं, परंतु व्यवहार में हम उनका उपयोग करते हैं।

सलमा : वे कौन-सी संख्याएँ हैं ?

बड़ा भाई : उदाहरण से जानें। महाराष्ट्र में शीतकाल में तापमान 10 °C (दस अंश सेल्सियस) अथवा 8°C तक नीचे चला जाता है, परंतु यह कभी 0 °C तक नीचे नहीं जाता। कश्मीर में तापमान

कभी-कभी 0°C से भी नीचे चला जाता है। इसका अर्थ है, ऐसी भी संख्याएँ होती हैं, जो शून्य से भी छोटी होती हैं। इन्हें दर्शाने के लिए 0 से छोटे संख्याओं की आवश्यकता प्रतीत होती है।

समीर : जनवरी में समाचारपत्र में आया था कि कश्मीर में बर्फ गिरी और श्रीनगर का तापमान -8°C हो गया। यह तापमान कैसे पढ़ते हैं ?

बड़ा भाई : इसे 'ऋण आठ अंश सेल्सियस' पढ़ते हैं। संख्यांक के पहले (-) चिह्न लगाने पर प्राप्त संख्या 0 से छोटी होती है और इसे ऋणात्मक संख्या कहते हैं। तापमापी पर 0 के ऊपर क्रमशः 1, 2, 3, ... ऐसी बढ़ती जाती संख्याएँ होती हैं। इन्हें धनात्मक संख्या कहते हैं। 0 के नीचे क्रमशः -1, -2, -3, ... ऐसी संख्याएँ होती हैं।

समीर : क्या संख्यारेखा पर ऋणात्मक संख्याएँ दर्शाई जा सकती हैं ?

बड़ा भाई : हाँ, शून्य के दाईं ओर इकाई अंतर पर क्रमशः 1, 2, 3, ... ये धनात्मक संख्याएँ होती हैं। इसी प्रकार शून्य के बाईं ओर इकाई अंतर पर क्रमशः 1, 2, 3, ... ये ऋणात्मक संख्याएँ होती हैं। धनात्मक संख्याएँ इस तरह भी लिखी जा सकती हैं : +1, +2, +3, ...

सलमा : तापमापी में धनात्मक संख्याएँ शून्य के ऊपर जबकि ऋणात्मक संख्याएँ शून्य के नीचे होती हैं। इसी तरह संख्यारेखा पर धनात्मक संख्याएँ शून्य की दाईं ओर और ऋणात्मक संख्याएँ शून्य की बाईं ओर होती हैं। क्या शून्य के सापेक्ष धनात्मक तथा ऋणात्मक संख्याएँ परस्पर विपरीत दिशाओं में होती हैं ?

बड़ा भाई : बिल्कुल ठीक !

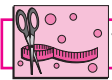
समीर : तब तो समुद्र सतह से पहाड़ की ऊँचाई धनात्मक संख्या द्वारा और समुद्रतल की गहराई ऋणात्मक संख्या द्वारा दर्शाई जानी चाहिए। क्या यह सही है ?

बड़ा भाई : तुम भी ठीक कह रहे हो ! शाबाश !



ध्यान दो !

व्यवहार में धनात्मक संख्या के संख्यांक के पहले '+' चिह्न नहीं लगाया जाता, परंतु ऋणात्मक संख्या में संख्यांक के पहले '-' चिह्न लगाना ही पड़ता है। शून्य न तो धनात्मक है और न ऋणात्मक ; इसलिए इसमें कोई भी चिह्न नहीं होता।



करो और देखो

एक बरतन में गरम पानी, दूसरे बरतन में बर्फ का चूर्ण और तीसरे बरतन में बर्फ के चूर्ण तथा नमक का मिश्रण लो। एक तापमापी लेकर शिक्षक की सहायता से तीनों बरतनों के पदार्थों के तापमान ज्ञात करो और उसे लिख लो।



गरम पानी



बर्फ का चूर्ण



बर्फ का चूर्ण और नमक



आओ, समझें

पूर्णांक संख्याएँ

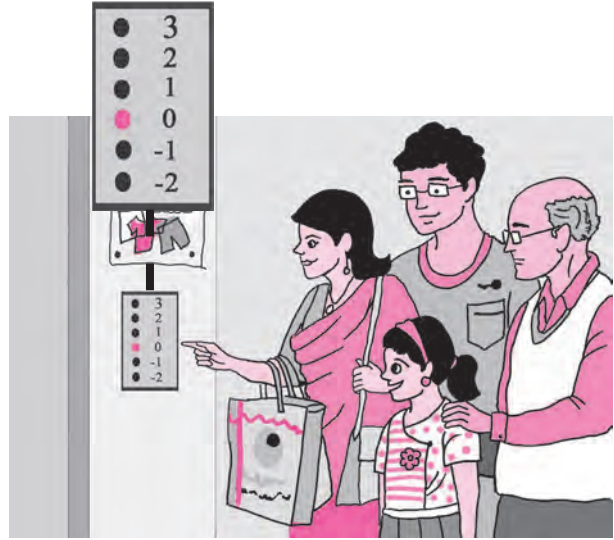
धनात्मक संख्याओं, शून्य तथा ऋणात्मक संख्याओं को मिलाकर संख्याओं का जो समूह बनता है, उसे 'पूर्णांक संख्यासमूह' कहते हैं।



गणित मेरा साथी : मेले में, लिफ्ट में



ऊपर कुल्फीवाले का चित्र देखो।
कुल्फीवाला बर्फ तथा नमक के मिश्रण में कुल्फी का साँचा क्यों रखता है ?



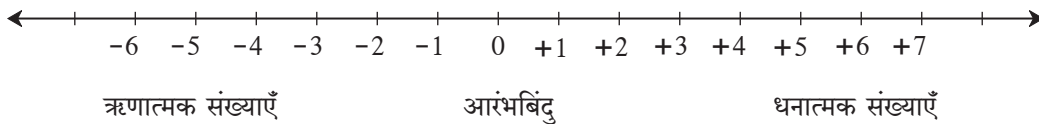
लिफ्ट में लगी बटनों को इस प्रकार क्रमांक दिए होते हैं - तल मंजिल के लिए 0 (शून्य), और तल मंजिल के नीचे की मंजिलों के लिए -1, -2



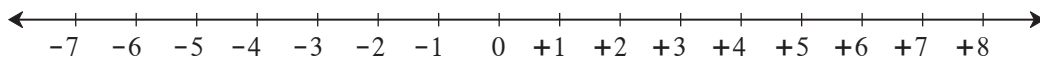
आओ, समझें

संख्यारेखा पर पूर्णांक संख्याएँ दर्शाना

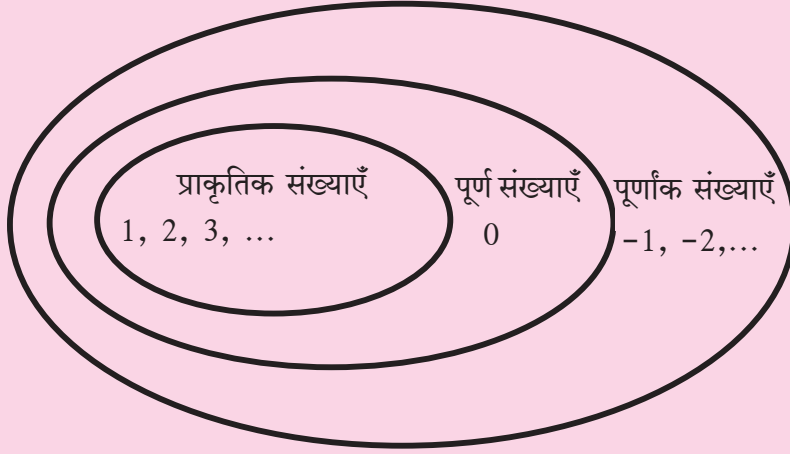
संख्यारेखा पर जिस बिंदु के साथ संख्या 0 दर्शाई जाती है, उस बिंदु को आरंभबिंदु कहते हैं। 0 की दाईं ओर समान दूरी पर बिंदु दर्शाए जाते हैं। दाईं ओर के बिंदुओं द्वारा दर्शाई गई संख्याएँ धनात्मक तथा बाईं ओर के बिंदुओं द्वारा दर्शाई गई संख्याएँ ऋणात्मक मानी जाती हैं।



उदा. संख्यारेखा पर -7 तथा +8 संख्याएँ दर्शाओ।



यह मैंने समझा !



मेरी छठी कक्षा मेरे विद्यालय का भाग है। मेरा विद्यालय मेरे गाँव में है। मेरा गाँव तहसील का एक भाग है। इसी प्रकार तहसील जिले का और जिला महाराष्ट्र राज्य का एक भाग है।

इसी तरह इन संख्यासमूहों के विषय में क्या कहा जा सकता है ?

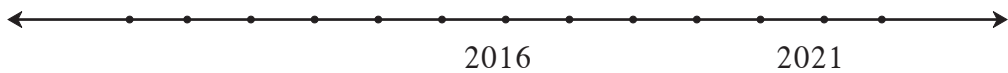
प्रश्नसंग्रह 4

- निम्नलिखित संख्याओं का ऋणात्मक तथा धनात्मक संख्याओं में वर्गीकरण करो।
-5, +4, -2, 7, +26, -49, -37, 19, -25, +8, 5, -4, -12, 27
- नीचे कुछ शहरों के तापमान दिए गए हैं। चिहनों का उपयोग करके उनका लेखन करो।

स्थान	शिमला	लेह	दिल्ली	नागपुर
तापमान	0° के नीचे 7 °C	0° के नीचे 12 °C	0° के ऊपर 22 °C	0° के ऊपर 31 °C

- निम्नलिखित उदाहरणों (कथनों) की संख्याएँ चिहनों का उपयोग करके लिखो।
 - एक पनडुब्बी समुद्रसतह से 512 मीटर की गहराई पर है।
 - हिमालय की सबसे ऊँची चोटी माउंट एवरेस्ट की ऊँचाई समुद्रसतह से 8848 मीटर है।
 - जमीन से 120 मीटर की दूरी पर उड़ने वाली पतंग।
 - एक सुरंग जमीन के नीचे 2 मीटर की गहराई पर है।

गणित मेरा साथी : मैदान में



- मैदान में सन् 2000 ई. से 2024 ई. तक के वर्ष दर्शाने वाली कालरेखा तैयार करो। एक विद्यार्थी को वर्तमान वर्ष पर खड़ा करके निम्नलिखित प्रश्न पूछो।
 - खेलते समय उसकी आयु कितनी है ?
 - 5 वर्ष पहले कौन-सा वर्ष था तथा उसकी आयु कितनी थी ?
 - विद्यार्थी दसवीं में किस वर्ष जाएगा और उस समय उसकी आयु कितनी होगी ?

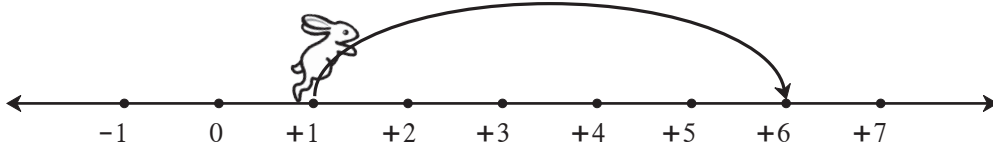
ऐसे प्रश्नों के उत्तर विद्यार्थियों को कालरेखा पर उचित दिशा तथा उचित इकाई द्वारा प्राप्त करना चाहिए।

- मैदान में कालरेखा बनाते समय 100 वर्षों की इकाई लो। इस रेखा पर वर्षों का अंकन इस प्रकार करो कि 0 वर्ष से लेकर सन् 2100 ई तक कालमापन किया जा सके। इतिहास की महत्वपूर्ण घटनाएँ संबंधित शताब्दियों में दर्शाओ।

पूर्णांक संख्याओं का जोड़

संख्यारेखा पर दाईं ओर खरगोश की कूद को धनात्मक संख्याओं द्वारा और बाईं ओर की कूद को ऋणात्मक संख्याओं द्वारा दर्शाओ।

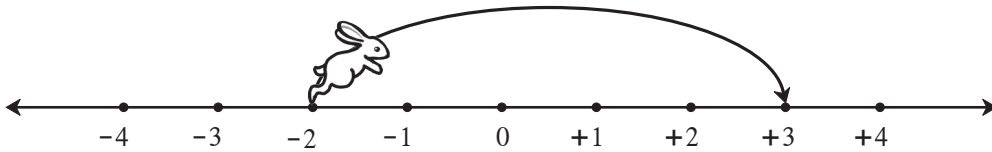
कृति :



- आरंभ में खरगोश संख्या पर था।
- वह इकाई दाईं ओर कूदा।
- अब वह संख्या पर पहुँच गया।

$$1 + 5 = (+1) + (+5) = +6$$

कृति :



- आरंभ में खरगोश संख्या पर था।
- वह इकाई दाईं ओर कूदा।
- अब वह संख्या पर पहुँच गया।

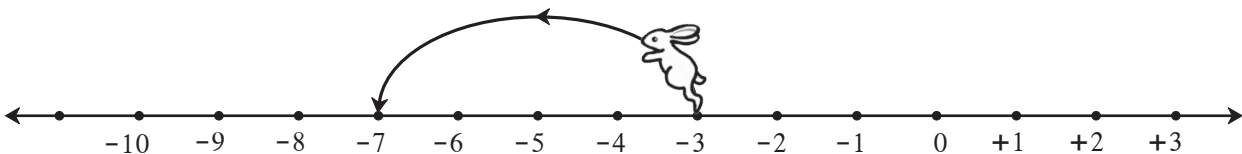
$$(-2) + (+5) = +3$$



यह मैंने समझा

किसी भी संख्या में कोई धनात्मक संख्या जोड़ने का अर्थ है, संख्यारेखा पर उस संख्या से उतनी इकाई दाईं ओर जाना अथवा उतनी इकाई आगे जाना।

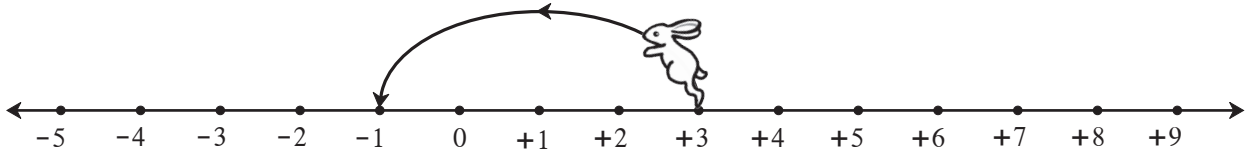
कृति :



- आरंभ में खरगोश संख्या पर था।
- वह इकाई बाईं ओर कूदा।
- अब वह संख्या पर पहुँच गया।

$$(-3) + (-4) = -7$$

कृति :



- आरंभ में खरगोश संख्या पर था ।
- वह इकाई बाईं ओर कूदा ।
- अब वह संख्या पर पहुँच गया ।

$$(+3) + (-4) = -1$$



यह मैंने समझा

किसी भी संख्या में कोई ऋणात्मक संख्या जोड़ने का अर्थ है, संख्यारेखा पर उस संख्या से उतनी इकाई बाईं ओर जाना अथवा उतनी इकाई पीछे जाना अर्थात् घटाना ।



आओ, समझें

आओ, इस पूर्णांक संख्याओं का जोड़ तथा घटाव प्राप्त धनराशि तथा खर्च की गई धनराशि की सहायता से समझें ।

बड़ा भाई : जो धनराशि हमारे पास है अथवा जो धनराशि हमें प्राप्त हुई है, उसे धनात्मक संख्या द्वारा दर्शाना चाहिए । कर्ज ली गई अथवा खर्च की गई धनराशि को ऋणात्मक संख्या द्वारा दर्शाना चाहिए ।

अनिल : मेरे पास 5 रुपये हैं, अर्थात् +5 की संख्या है । माँ ने मुझे 3 रुपये और दिए । यह संख्या +3 है । अब मेरे पास कुल 8 रुपये हुए ।

$$5 + 3 = (+5) + (+3) = +8$$

बड़ा भाई : धनात्मक संख्याओं का जोड़ तुम जानते हो । अब हम ऋणात्मक संख्याओं पर भी विचार करें । सुनीता, तुम्हें मैंने कलम खरीदने के लिए 5 रुपये उधार दिए, तो तुम इसे कैसे दर्शाओगी ?

सुनीता : कर्ज ली गई यह धनराशि मैं ऋण पाँच अर्थात् - 5 लिखकर दर्शाऊँगी ।

बड़ा भाई : मैंने तुम्हें और 3 रुपये उधार दिए, तो अब तुम्हारे ऊपर कुल कितना कर्ज (ऋण) हो गया ?

सुनीता : $(-5) + (-3) = -8$ अर्थात् कुल आठ रुपये कर्ज (ऋण) हो गया ।

बड़ा भाई : तुम्हारे ऊपर 8 रुपये का कर्ज है । तुम्हें माँ ने 2 रुपये खर्च के लिए दिए, अर्थात् तुम्हें + 2 रुपये प्राप्त हुए । अब तुमने पहले जो कर्ज लिए थे, उसमें से 2 रुपये का कर्ज वापस किए, तो अब तुम्हारे ऊपर कितने रुपये का कर्ज रह गया है ?

सुनीता : $(-8) + (+2) = -6$ अर्थात् मुझे अभी भी 6 रुपये का कर्ज लौटाना है ।

बड़ा भाई : अनिल, तुम्हारे पास अपने 8 रुपये हैं, अर्थात् +8 रुपये हैं । इनमें से तुमने 3 रुपये पेंसिल खरीदने में खर्च कर दिए, तो अब तुम्हारे पास कितने रुपये बचे हैं ?

अनिल : $(+8) + (-3) = +5$ ।

बड़ा भाई : यहाँ हमने यह देखा कि प्राप्त की गई और खर्च की गई धनराशियों पर विचार करके पूर्णांक संख्याओं को कैसे जोड़ना है ।

उदाहरणार्थ, $(+5) + (+3) = +8$ और $(-5) + (-3) = -8$
 $(-8) + (+2) = -6$ और $(+8) + (-3) = +5$



यह मैंने समझा

- समान चिह्नवाली पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय चिह्न पर विचार न करते हुए संख्याओं का योग करना चाहिए तथा प्राप्त योगफल के पहले वही समान चिह्न लगाना चाहिए ।
- असमान चिह्नवाली दो पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय चिह्न पर विचार न करते हुए प्राप्त बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटानी चाहिए तथा आनेवाले शेषफल के पहले इस बड़ी संख्या के पहले लगा चिह्न लगाना चाहिए ।

प्रश्नसंग्रह 5

1. जोड़ो ।

- (1) $8 + 6$
- (2) $9 + (-3)$
- (3) $5 + (-6)$
- (4) $-7 + 2$
- (5) $-8 + 0$
- (6) $-5 + (-2)$

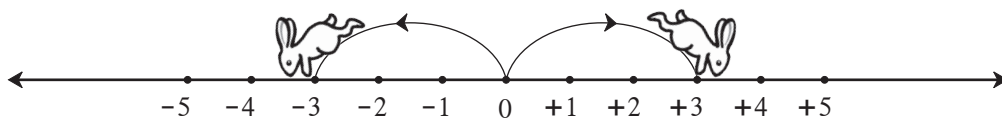
2. नीचे दी गई सारणी पूर्ण करो ।

+	8	4	-3	-5
-2	$-2 + 8 = +6$			
6				
0				
-4				



आओ, समझें

विपरीत संख्याएँ



खरगोश जब 0 से दाईं ओर 3 इकाई फुदकता है, तब वह संख्या +3 पर जाता है और जब वह 0 से बाईं ओर 3 इकाई फुदकता है, तब वह संख्या -3 पर जाता है ।

0 से दोनों दूरियाँ समान हैं । केवल फुदकने की दिशाएँ एक-दूसरे की विपरीत हैं । अर्थात् +3 और -3 परस्पर विपरीत संख्याएँ हैं ।

संख्यारेखा पर विपरीत संख्याएँ शून्य से समान दूरी पर और विपरीत दिशाओं में होती हैं ।

चित्र में यदि खरगोश 0 से बाईं ओर 5 इकाई फुदके, तो वह कहाँ पहुँचेगा ?

अब यदि खरगोश -5 से दाईं ओर 5 इकाई फुदके, तो वह कहाँ पहुँचेगा ?

$(-5) + (+5) = 0$ अब $(+5) + (-5) = ?$

दो विपरीत संख्याओं का योगफल शून्य होता है ।

प्रश्नसंग्रह 6

* निम्नलिखित संख्याओं की विपरीत संख्याएँ लिखो ।

संख्याएँ	47	+52	-33	-84	-21	+16	-26	80
विपरीत संख्याएँ								

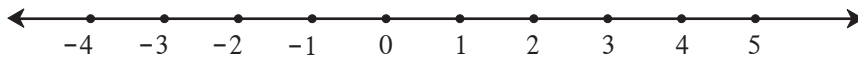


आओ, समझें

पूर्णांक संख्याओं का छोटा-बड़ा होना

संख्यारेखा पर किसी भी संख्या में 1 मिलाने पर उसके ठीक बाद आने वाली दाईं ओर की संख्या प्राप्त होती है । इसकी जानकारी हमें पहले हो चुकी है । ऋणात्मक संख्याओं के विषय में भी यह अनुभव करो ।

जैसे, $-4 + 1 = -3$



$$-4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5.$$

अब हम धनात्मक संख्याओं, शून्य तथा ऋणात्मक संख्याओं पर विचार करते हुए उनका परस्पर छोटा-बड़ा होना निर्धारित कर सकते हैं ।

जैसे, $4 > -3$ $4 > 3$ $0 > -1$ $-2 > -3$ $-12 < 7$



यह मैंने समझा

संख्यारेखा पर प्रत्येक संख्या अपने ठीक पहले आने वाली बाईं ओर की संख्या 1 से बड़ी होती है ।

प्रश्नसंग्रह 7

* नीचे की चौखटों में $>$, $<$, $=$ में से सही चिह्न लगाओ ।

(1) $-4 \square 5$	(2) $8 \square -10$	(3) $+9 \square +9$	(4) $-6 \square 0$
(5) $7 \square 4$	(6) $3 \square 0$	(7) $-7 \square 7$	(8) $-12 \square 5$
(9) $-2 \square -8$	(10) $-1 \square -2$	(11) $6 \square -3$	(12) $-14 \square -14$



आओ, समझें

पूर्णांक संख्याओं का घटाव

दीदी : अनिल, मान लो तुम्हारे ऊपर 8 रुपये का कर्ज है । यदि तुम कहीं से कमाई के तौर पर 5 रुपये प्राप्त करते हो, तो तुम्हारा कर्ज उतना कम हो जाता है । 5 रुपये प्राप्त हुए अर्थात् 5 रुपये का कर्ज कम हो गया अथवा घट गया ।

इसे गणित की भाषा में इस तरह लिखते हैं : $-(-5) = (+5)$

अब तुम्हारा कर्ज (ऋण) 5 रुपये कम होने से केवल 3 रुपये कर्ज (ऋण) रह गया ।

$$(-8) - (-5) = (-8) + 5 = -3$$

$8 + (-5) = 8 - 5 = 3$ यह तो हम जानते ही हैं ।

नीचे दिए गए उदाहरणों के आधार पर पूर्णांक संख्याओं का घटाव समझो ।

$(-9) - (-4)$	$(-4) - (-9)$	$(+9) - (+4)$	$(+9) - (-4)$
$= (-9) + 4$	$= (-4) + 9$	$= (+9) + (-4)$	$= (+9) + 4$
$= -9 + 4$	$= -4 + 9$	$= +9 - 4$	$= +9 + 4$
$= -5$	$= +5$	$= +5$	$= +13$



यह मैंने समझा

एक संख्या में से दूसरी संख्या घटाने का अर्थ है दूसरी संख्या की विपरीत संख्या पहली संख्या में जोड़ना; जैसे : $8 - (-6) = 8 + (+6)$

प्रश्नसंग्रह 8

* ऊर्ध्वाधर स्तंभ की संख्या में से क्षैतिज स्तंभ की संख्या घटाओ । खाली चौखटों में सही संख्याएँ लिखो।

-	6	9	-4	-5	0	+7	-8	-3
3	$3 - 6 = -3$							
8				$8 - (-5) = 13$				
-3								
-2								



पूर्णाकों का खेल

अपनी गोटी 'प्रारंभ' वाली चौखट पर रखो । पासा फेंको । पासे पर आया हुआ दाँव देखो । यदि पासे पर आए हुए दाँव की संख्या धनात्मक संख्या होती है । दाँव की जो संख्या हो, उतनी चौखटें गिनकर गोटी आगे खिसकाओ । उस चौखट में यदि कोई उदाहरण दिया गया हो, तो उसे हल करो । यदि प्राप्त उत्तर धनात्मक संख्या हो, तो गोटी की उतनी चौखटें आगे की ओर खिसकाओ । यदि प्राप्त उत्तर ऋणात्मक संख्या हो, तो गोटी को उतनी चौखटें पीछे की ओर खिसकाओ ।

माना, हम 18 वीं चौखट में आए और उस चौखट के प्रश्न का उत्तर $(-4 + 2 = -2)$ अर्थात् -2 आया, तो अब गोटी को 2 चौखट पीछे अर्थात् 16 वीं चौखट पर खिसकाओ । जो खिलाड़ी सबसे पहले 100 की चौखट पर पहुँचेगा वह जीतेगा ।

इस खेल के लिए बनाई गई चौखट आवरण पृष्ठ क्र. 3 पर दी गई है ।

