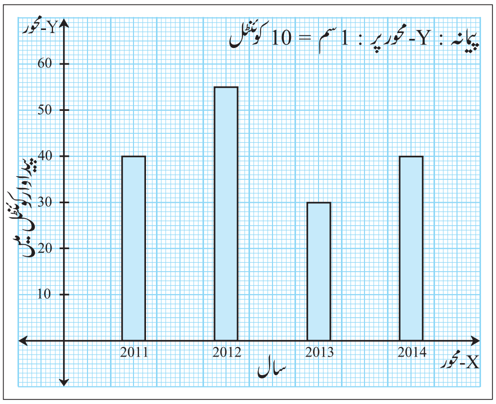
7 متصل ستونی ترسیم

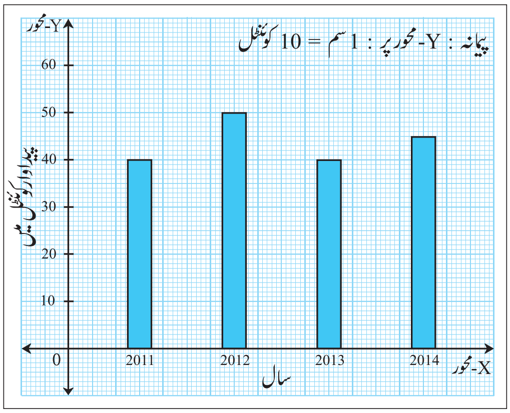
آیئے بحث کریں

اجے اور وجے کے کھیتوں میں گیہوں کی پیداوار کوئنٹل میں کتنی ہوئی ہے اس کی معلومات ذیل میں دی ہوئی ستونی ترسیم میں دکھائی گئی ہے۔ اس کا مشاہدہ کیجیے۔

وجے کی گیہوں کی پیداوار



اجے کی گیہوں کی پیداوار



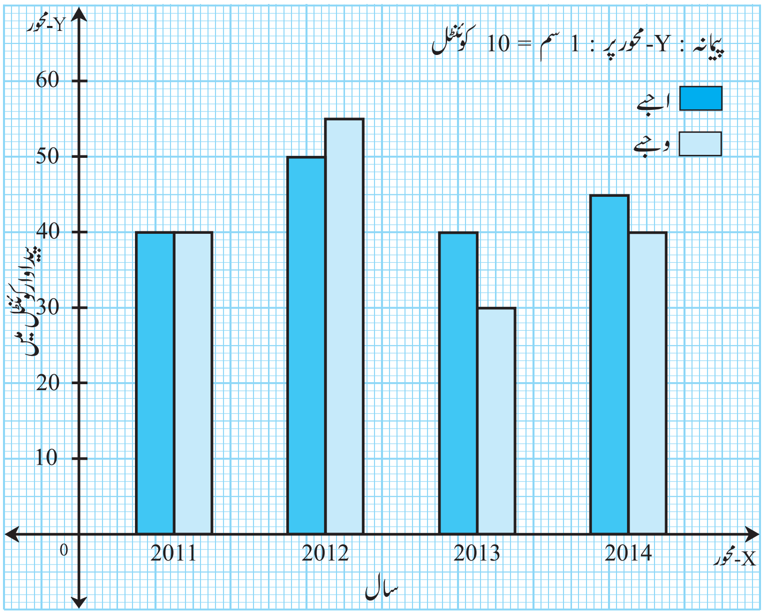
متصل ستونی ترسیم (Joint-Bar Graph)

آیئے دیکھتے ہیں کہ کیا دونوں ترسیم کی معلومات ایک ہی ترسیم میں بتائی جاسکتی ہے۔ اس سے کم جگہ میں زیادہ معلومات دی جاسکے گی، اسی طرح اجے اور وجے کی گیہوں کی پیداوار کے درمیان موازنہ کرنا آسان ہوجائے گا۔ اس قسم کی ترسیم کو متصل ستونی ترسیم کہتے ہیں۔

متصل ستونی ترسیم کا مشاہدہ کرکے نیچے دیے ہوئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

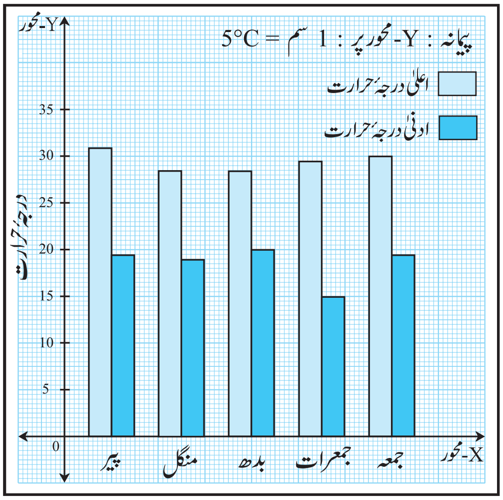
1. کس سال دونوں کی گیہوں کی پیداوار مساوی ہے؟
2. سال 2014 میں گیہوں کی پیداوار کس کی زیادہ تھی؟
3. سال 2013 میں ہر ایک کی گیہوں کی پیداوار کتنی تھی؟

اجے اور وجے کی گیہوں کی پیداوار



متصل ستونی ترسیم کا پڑھنا

پونہ شہر کا پانچ دنوں کا اعلیٰ و ادنیٰ درجۂ حرارت (°C میں) دیا ہوا ہے۔ متصل ستونی ترسیم کا مشاہدہ کر کے نیچے پوچھے ہوئے سوالوں کے جواب دیجیے۔



- X- محور پر کون سی معلومات دکھائی گئی ہے؟
- Y- محور پر کون سی معلومات دکھائی گئی ہے؟
- سب سے زیادہ درجۂ حرارت کس دن ہے؟
- ادنیٰ درجۂ حرارت کس دن سب سے زیادہ ہے؟
- جمعرات کو اعلیٰ اور ادنیٰ درجۂ حرارت کے درمیان کتنا فرق ہے؟
- کس دن اعلیٰ اور ادنیٰ درجۂ حرارت کے درمیان فرق سب سے زیادہ ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

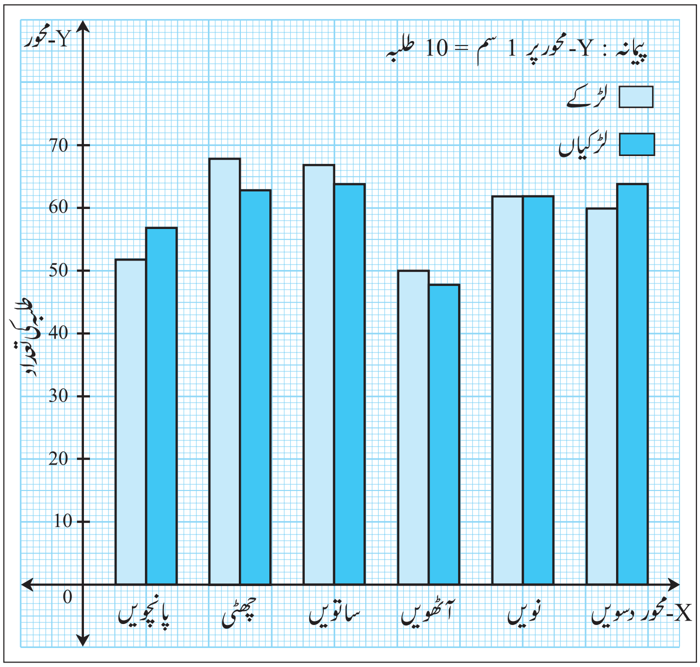
متصل ستونی ترسیم (Joint bar graph) بنانا

ایک اسکول کے لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔ اس معلومات سے متصل ستونی بنایئے۔

جماعت	پانچویں	چھٹی	ساتویں	آٹھویں	نویں	دسویں
لڑکے	52	68	67	50	62	60
لڑکیاں	57	63	64	48	62	64

متصل ستونی ترسیم کے لیے مراحل

1. ترسیم کاغذ پر X- محور، Y- محور اور ان کا نقطہ تقاطع دکھایئے۔
2. دو متصل ستونوں کے درمیان فاصلہ یکساں رکھ کر X- محور پر جماعت دکھایئے۔
3. Y- محور پر پیمانہ طے کیجیے۔
   جیسے : 1 اکائی = 10 لڑکے/لڑکیاں
   Y- محور پر لڑکے/لڑکیوں کی تعداد دکھایئے۔
4. طے کردہ پیمانہ کے لحاظ سے ہر جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد دکھانے والے ستونوں کی اونچائی طے کیجیے اور ستون کھینچیے۔ دو ستونوں کو الگ دکھانے کے لیے مختلف رنگ استعمال کیجیے۔

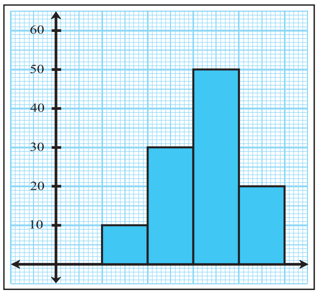


یہ میری سمجھ میں آگیا

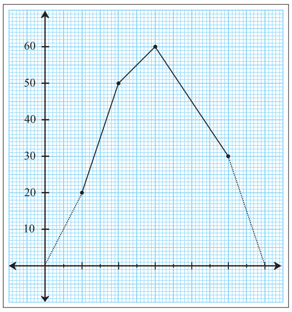
- متصل ستونی ترسیم میں تمام ستونوں کی چوڑائی مساوی ہونا چاہیے۔
- متواتر دو متصل ستونوں کے درمیان فاصلہ یکساں ہونا چاہیے۔
- متصل ستونی ترسیم کا استعمال موازنہ کے مطالعہ کے لیے کرتے ہیں۔

ریاضی میری ساتھی : اخبار میں، ماہنامے میں، معلومات کو پیش کرنا

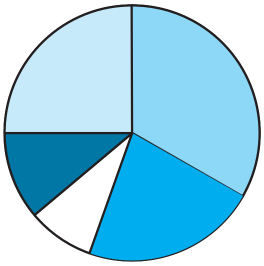
اخبارات سے مختلف قسم کی ترسیموں کا ذخیرہ کرکے اس پر بحث کیجیے۔



1. ستونی ترسیم



2. خطی ترسیم



3. دائروی ترسیم

ICT Tools or Links

معلومات کو پیش کرتے وقت متصل ستونی ترسیم کی بجائے مختلف ترسیموں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

MS-Excell، Graph Matica، Geogebra میں موجود مختلف قسم کی ترسیم اساتذہ کی مدد سے دیکھیے۔

مشق سوالات 31

1. عالمی شجرکاری کے دن اسکول میں لگائے ہوئے پودوں کی تعداد جدول میں دی ہوئی ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

پودوں کی تعداد / اسکول کے نام	گل مہر	اشوک	نیم	کرنج	بادام
نتن ودیالیہ، ملکہ پور	42	15	72	60	40
بھارت ودیالیہ	40	25	60	38	42

2. ایک جوس سینٹر پر سنیچر اور اتوار کو مختلف پھلوں کے رس لینے کے لیے آنے والے گاہکوں کی تعداد جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔اس معلومات سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

پھل / دن	انناس	سیب	سنترہ	موسمبی
سنیچر	40	56	30	43
اتوار	67	78	65	59

3. گرام پنچایت الیکشن میں پانچ پولنگ بوتھوں پر ذیل کے مطابق رائے دہی ہوئی/ ووٹ ڈالے گئے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

افراد \ پولنگ بوتھ	1	2	3	4	5
مرد	200	270	560	820	850
عورتیں	700	240	340	640	470

4. بھارت کے پانچ شہروں کا اعلیٰ اور ادنیٰ درجۂ حرارت °C میں دیا ہوا ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

درجۂ حرارت (°C میں) \ شہر	دہلی	ممبئی	کولکاتا	ناگپور	کپورتھلا
اعلیٰ درجۂ حرارت	35	32	37	41	37
ادنیٰ درجۂ حرارت	26	25	26	29	26

5. جدول میں سولا پور، پونہ کے سرکاری دواخانہ میں ایک مہینہ میں ٹیکہ دیے جانے والے بچوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

شہر \ ٹیکہ کے نام	ڈی۔پی۔ٹی۔ڈوز	پولیوڈوز	چیچک	یرقان
سولا پور	65	60	65	63
پونہ	89	87	88	86

6. مہاراشٹر اور گجرات ریاستوں میں تعلیم یافتہ لوگوں کا تناسب فی صدی میں دیا ہوا ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

ریاست \ سال	1971	1981	1991	2001	2011
مہاراشٹر	46	57	65	77	83
گجرات	40	45	61	69	79

ریاضیاتی پہیلی

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

اس بناء پر کیا، $1 + 3 + \dots\dots\dots (2n - 1) = n^2$ ، کا ضابطہ سمجھ میں آ گیا۔

اس ضابطہ کی مدد سے $n = 6, 7, 8, \dots$ اعداد کے لیے تصدیق کیجیے۔

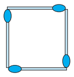
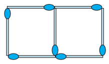
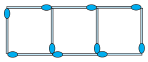
سائنس کے تجربات کے اندراجات سے اندازہ کرنے کے لیے اور اسی طرح جغرافیہ، معاشیات، میں متصل ترسیم کا استعمال ہوتا ہے۔

الجبری عبارتیں اوران پر عمل

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتیں (Algebraic Expressions)

نیچے دی ہوئی جدول میں تیلیوں کی تشکیل کو دیکھیے اور تواتر کا مشاہدہ کیجیے۔

تیلیوں کی تشکیل				....	......	....	......	....
مربع	1	2	3	4	......	10	......	n
تیلیوں کی تعداد	4	7	10	13	......	....	......	....
	$3+1$	$6+1$	$9+1$	$12+1$	......	....	......	....
	$3\times1+1$	$3\times2+1$	$3\times3+1$	$3\times4+1$	......	$3\times10+1$	......	$3\times n+1$

اوپر دیے ہوئے تواتر مشاہدہ کرنے پر یہ سمجھ میں آتا ہے کہ، 1+ مربعوں کی تعداد × 3 = تیلیوں کی تعداد →

یہاں مربعوں کی تعداد تبدیل ہوتی ہے، وہ 2، 3، 4، ...، 10، ... میں سے کوئی بھی ہوسکتی ہے۔

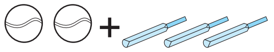
مربعوں کی تعداد معلوم نہیں ہوتو اُسے حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں مربعوں کی تعداد کو n حرف سے ظاہر کیا گیا ہے۔

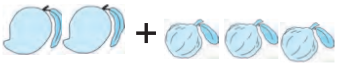
یہاں n متغیر ہے۔ متغیر 'n' کا استعمال کریں تو $3\times n+1$ یعنی $3n+1$ الجبری عبارت حاصل ہوتی ہے۔

= 3 گیند

△ △ △ = 3 مثلث

t t t = $3t$

 = ☐ گیند + ☐ بلّا

 = ☐ آم + ☐ امرود

$x+x+y+y+y=2x+3y$

مستطیل کا احاطہ $= 2l+2b$

$= 2(l+b)$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- $3n+1$، $3t$، $2x+3y$، $2(l+b)$ یہ الجبری عبارتیں ہیں۔

اِن الجبری عبارتوں میں n، t، x، y، l، b متغیر ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

- عبارت $3x$ میں متغیر x کا ضریب (ceofficient) 3 ہے۔
- $-15t$ میں متغیر t کا ضریب -15 ہے۔
- جس عبارت میں ضرب ہی ایک عمل ہوتا ہے، اس عبارت کو رکن (term) کہتے ہیں۔
- الجبری عبارت میں کئی رکن ہوتے ہیں۔

متغیر	ضریب	رکن
m, n	11	$11\,mn$
x, y	-9	$-9x^2y^3$
p	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}p$
a	1	a

مثال : الجبری عبارت $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$ میں

$4x^2$ پہلا رکن ہے۔اس میں 4 ضریب ہے۔

$-2y$ دوسرا رکن ہے۔اس میں -2 ضریب ہے۔

$\frac{5}{6}xz$ تیسرا رکن ہے۔اس میں $\frac{5}{6}$ ضریب ہے۔

یاد رکھیں :

- الجبری عبارت $15 - x$ میں دو ارکان ہیں۔پہلا رکن 15 یہ ایک عدد ہے۔ '$15 - x = 15 + (-x)$' میں دوسرا رکن $-x$ ہے۔ اس رکن میں متغیر x کا ضریب (-1) ہے۔
- جن ارکان میں متغیر اور ان کی قوت مساوی ہوتی ہے، اُن ارکان کو مشابہ ارکان کہتے ہیں۔

مشابہ ارکان (Like terms)

(i) $2x,\ 5x,\ -\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y,\ \frac{6}{7}yx^2$

غیر مشابہ ارکان (Unlike terms)

(i) $7xy,\ 9y^2,\ -2xyz$ (ii) $8mn,\ 8m^2n^2,\ 8m^3n$

الجبری عبارتوں کی قسمیں (Types of algebraic expressions)

عبارت میں موجود ارکان کی تعداد سے عبارت کا نام طے ہوتا ہے۔ایک رکن والی یک رکنی، دو رکن والی دو رکنی، تین رکنی والی سہ رکنی اور تین سے زائد رکن والی کثیر رکنی کہلاتی ہے۔

کثیر رکنی	سہ رکنی	دو رکنی	یک رکنی
• $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	• $a + b + c$	• $2x - 3y$	• $4x$
• $4x^2 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$	• $x^2 - 5x + 6$	• $2l + 2b$	• $\frac{5}{6}m$
• $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$	• $8a^2 + 5a^2b + c$	• $3mn - 5m^2n$	• -7

مشقی سوالات 32

◉ درج ذیل عبارتوں کے ارکان کی تعداد کی بنا پر یک رکنی عبارت، دو رکنی عبارت وغیرہ قسموں میں جماعت بندی کیجیے۔

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کی جمع (Addition of algebraic expressions)

✱ یک رکنیوں کی جمع (Addition of monomials)

مثال : 3 امرود + 4 امرود = 7 امرود

مثال : $3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$

مشابہ ارکان کی جمع ایک ہی قسم کی چیزوں کی طرح کرتے ہیں۔

مثال : جمع کیجیے۔

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{7}\right)ab = \frac{-1}{21}ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> غور کیجیے۔
>
> کتنا $3x + 4y = ?$
>
> 3 امرود + 4 آم = 7 امرود ؟
>
> $7m - 2n = 5m$ ؟

✱ دو رکنیوں کی جمع (Addition of binomial expressions)

مثال : افقی ترتیب

$(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{rr} & 2x + 4y \\ + & 3x + 2y \\ \hline & 5x + 6y \end{array}$$

مشابہ ارکان کی جمع کرتے وقت اُن ارکان کے ضریبوں کی جمع کر کے اس کے آگے متغیر لکھتے ہیں۔

مثال : جمع کیجیے : $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

افقی ترتیب

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2)\ (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{rr} & 9x^2y^2 - 7xy \\ + & 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline & 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

کچھ احتیاط برتیں

$3x + 7y$ میں دونوں ارکان غیر مشابہ ہیں۔اس لیے ان کی جمع $3x + 7y$ یا $7y + 3x$ ہی لکھنا ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 33

◉ جمع کیجیے۔

(i) $9p + 16q$; $13p + 2q$

(ii) $2a + 6b + 8c$; $16a + 13c + 18b$

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کی تفریق (Substraction of algebraic expressions)

صحیح اعداد کی تفریق کرتے وقت ایک صحیح عدد سے دوسرا صحیح عدد تفریق کرنا یعنی پہلے صحیح عدد میں دوسرے صحیح عدد کا متضاد عدد (جمعی معکوس) ملانے کا مطالعہ ہم کر چکے ہیں۔

اسی اصول کا استعمال ہم الجبری عبارتوں کی تفریق کرنے کے لیے کرنے والے ہیں۔

مثال : $18 - 7$

$= 18 + (-7) = 11$

مثال : $9x - 4x$

$= [9 + (-4)]x = 5x$

مثال : پہلی عبارت سے دوسری عبارت تفریق کیجیے۔

$16x + 23y + 12z$; $9x - 27y + 14z$

افقی تفریق

$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$

$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$

$(16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$

$= 7x + 50y - 2z$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & +\ 23y & +\ 12z \\ - & \oplus\ 9x & \ominus\ 27y & \oplus\ 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & +\ 50y & -\ 2z \end{array}$$

(جو عبارت تفریق کرنا ہے اس عبارت کے ہر رکن کی علامت تبدیل کر کے جمع کیجیے)

مشقی سوالات 34

◉ پہلی عبارت سے دوسری عبارت تفریق کیجیے۔

(i) $(4xy - 9z)$; $(3xy - 16z)$

(ii) $(5x + 4y + 7z)$; $(x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2)$; $(26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2)$; $(16x^2 - 17xy)$

(v) $(4x + 16z)$; $(19y - 14z + 16x)$

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کا ضرب (Multiplication of algebraic expressions) :

✸ یک رکنیوں کی ضرب

مثال : $3x \times 12y$

$= 3 \times 12 \times x \times y$

$= 36xy$

مثال : $2a^2 \times 3ab^2$

$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$

$= 6a^3b^2$

مثال : $(-12x) \times 3y^2$

$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$

$= -36xy^2$

مثال : $(-3x^2) \times (-4xy)$

$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$

$= 12x^3y$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

دو یک رکنیوں کی ضرب کرتے وقت، سب سے پہلے علامتوں کو ذہن میں رکھتے ہوئے ضریبوں کی ضرب کیجیے۔ بعد میں متغیروں کی ضرب کیجیے۔

دورکنی کو یک رکنی سے ضرب دینا

مثال :

$x(x + y)$

$= x \times x \times x \times y$

$= x^2 + xy$

مثال : $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$

$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$

$= 21xz - 18yz$

دورکنی کی دورکنی سے ضرب

مثال :

$$\begin{array}{r} 3x + 4y \\ \times \quad 5x + 7y \\ \hline 15x^2 + 20xy \\ + 21xy + 28y^2 \\ \hline 15x^2 + 41xy + 28y^2 \end{array}$$

(5x سے ضرب دینا) ...

(7y سے ضرب دینا) ...

(جمع کرنے پر) ...

$(3x + 4y)(5x + 7y)$

$= 3x(5x + 7y) + 4y(5x + 7y)$

$= 3x \times 5x \times 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$

$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$

$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

مثال : ایک مستطیلی کھیت کی لمبائی $(2x + 7)$ میٹر اور چوڑائی $(x + 2)$ میٹر، تو اس کھیت کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : مستطیلی کھیت کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

$= (2x + 7) \times (x + 2)$

$= 2x(x + 2) + 7(x + 2)$

$= 2x^2 + 4x + 7x + 14$

$= 2x^2 + 11x + 14$

اس لیے مستطیلی کھیت کا رقبہ $(2x^2 + 11x + 14)$ مربع میٹر ہے۔

مشقی سوالات 35

1. ضرب کیجیے۔

(i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$ (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. ایک مستطیل کی لمبائی $(8x + 5)$ سم اور چوڑائی $(5x + 3)$ سم ہے، تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔

آیئے ذرا یاد کریں :

یک متغیری مساواتیں (Equations in one variable)

درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

آیئے سمجھ لیں :

مثال $2x + 2 = 8$

$\therefore \quad 2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$\therefore \quad 2x = 6$

$\therefore \quad x = 3$

مثال $3x - 5 = x - 17$

$\therefore \quad 3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$

$\therefore \quad 2x = -12$

$\therefore \quad x = -6$

مثال : ایک مستطیل کی لمبائی، اس کی چوڑائی کے دُگنا سے 1 سم زیادہ ہے۔ اس مستطیل کا احاطہ 50 سم ہو تو اس کی لمبائی کتنی ہے؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی x سم ہے۔

اس لیے مستطیل کی لمبائی $(2x + 1)$ سم ہوگی۔

مستطیل کا احاطہ = $2 \times$ لمبائی $+ 2 \times$ چوڑائی

$\therefore \quad 2\,(2x + 1) + 2x = 50$

$\therefore \quad 4x + 2 + 2x = 50$

$\therefore \quad 6x + 2 = 50$

$\therefore \quad 6x = 50 - 2$

$\therefore \quad 6x = 48$

$\therefore \quad x = 8$

مستطیل کی چوڑائی 8 سم ہے۔

مستطیل کی لمبائی $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

$\therefore$ مستطیل کی لمبائی $= 17$ سم

مثال : ایک طبعی عدد اور اس کے آگے کے متواتر عدد کی جمع 69 ہے، تو وہ عدد کون سا ہے؟

حل : فرض کیجیے x طبعی عدد ہے۔

اس کے آگے کا متواتر عدد $x + 1$ ہے۔

$(x) + (x + 1) = 69$

$\therefore \quad x + x + 1 = 69$

$\therefore \quad 2x + 1 = 69$

$\therefore \quad 2x = 69 - 1$

$\therefore \quad 2x = 68$

$\therefore \quad x = 34$

$\therefore$ طبعی عدد $= 34$

$\therefore$ آگے کا متواتر طبعی عدد $= 34 + 1$

$= 35$

یاد رکھیں : حل شدہ مثالوں سے سمجھ میں آتا ہے کہ، کسی رکن کو مساوات میں '=' علامت کے ایک طرف سے دوسری طرف لے جاتے وقت اُس کی علامت بدلنا ہوتا ہے۔

مشقی سوالات 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ اس تفریق کے حل کے لیے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

(i) $7x - 12y$ (ii) $-14x - 54y$ (iii) $-3\,(5x + 4y)$ (iv) $-2\,(7x + 12y)$

2. $(23x^2y^3z) \times (-15x^3yz^2)$ کا جواب .... آئے گا۔

(i) $-345\,x^5y^4z^3$ (ii) $345\,x^2y^3z^5$ (iii) $145\,x^3y^2z$ (iv) $170x^3y^2z^3$

3. درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$

(iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2\,(x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5(x + 1) = 74$

4. راکیش کی عمر ثانیہ کی عمر سے 5 سال کم ہے۔ اُن کی عمروں کا مجموعہ 27 سال ہے، تو ہر ایک کی عمر کتنی ہے؟

5. ایک جنگل میں اشوکا کے جتنے درخت لگائے گئے ہیں اُس سے جامن کے 60 درخت زیادہ لگائے گئے ہیں۔ وہاں دونوں قسم کے کل درخت 200 ہیں، تو جامن کے درختوں کی تعداد کتنی ہے؟

6. شبھانگی کے پاس 50 روپے کے جتنے نوٹ ہیں۔ اُس سے دُگنا 20 روپے کے نوٹ ہیں۔ اس کے پاس کل 2700 روپے ہیں تو 50 روپے کے نوٹ کتنے ہیں؟

7*. وراٹ کے بنائے گئے رن روہت کے رنوں سے دُگنا تھے۔ دونوں کے رنوں کو ملا کر کل رن دو سیکڑہ سے دو کم تھے۔ تو ہر ایک نے کتنے رن بنائے؟

مجموعہ سوالات 1

.1 درج ذیل مثالیں حل کیجیے۔

(i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times 2$

(iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

.2 مفرد اجزائے ضربی کرکے درج ذیل اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذ ا' معلوم کیجیے۔

(i) 75,135 (ii) 114,76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

*3. مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

.4 درج ذیل اعداد کے جذر المربع معلوم کیجیے۔

(i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

.5 ایک الیکشن (انتخاب) کے لیے چار پولنگ بوتھ دیے ہوئے ہیں۔ ہر بوتھ پر عورتوں اور مردوں کی رائے دہی کی معلومات جدول میں دی ہوئی ہے۔ اس پر سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

پولنگ بوتھ	نوودیہ ودیالیہ	ودیا نکیتن شالا	سٹی ہائی اسکول	ابھینو شالا
عورتیں	500	520	680	800
مرد	440	640	760	600

.6 کثیر رکنی حل کیجیے۔

(i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

(iii) $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2\}$

.7 حل کیجیے۔

(i) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$ *(iv) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

.8 $\triangle ABC$ اس طرح بنائیے کہ $m\angle A = 55°$، $m\angle B = 60°$ اور $l(AB) = 5.9$ سم

.9 $\triangle XYZ$ اس طرح بنائیے کہ $l(XY) = 3.7$ سم، $l(YZ) = 7.7$ سم، $l(XZ) = 6.3$ سم

.10 $\triangle PQR$ اس طرح بنائیے کہ $m\angle P = 80°$، $m\angle Q = 70°$، $l(QR) = 5.7$ سم

.11 دی ہوئی پیمائش کے مطابق $\triangle EFG$ بنائیے، $l(FG) = 5$ سم، $m\angle EFG = 90°$، $l(EG) = 7$ سم

.12 $\triangle LMN$ میں $l(LM) = 6.2$ سم، $m\angle LMN = 60°$، $l(MN) = 4$ سم ہو تو $\triangle LMN$ بنائیے۔

.13 درج ذیل زاویوں کے مکملہ زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 35° (ii) $a°$ (iii) 22° (iv) $(40 - x)°$

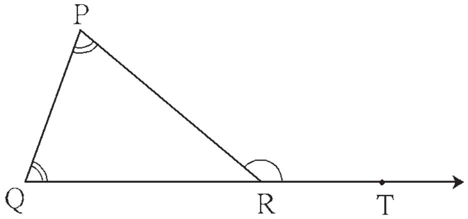
.14 درج ذیل زاویوں کے متمم زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 111° (ii) 47° (iii) 180° (iv) $(90 - x)°$

.15 درج ذیل اشکال بنائیے۔

(1) متصلہ زاویوں کی جوڑی (2) ایسے دو زاویے بنائیے جو متمم زاویے ہیں لیکن متصلہ نہیں۔ (3) دو متصلہ مکملہ زاویوں کی جوڑی

16. $\triangle PQR$ میں $\angle P$ اور $\angle Q$ کی پیمائشیں مساوی ہیں اور $m\angle PRQ = 70°$ ہو تو درج ذیل زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. مختصر کیجیے۔

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right) \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{4}{5}\right)$

18. قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. حل کیجیے۔

(i) $(6a - 5b - 8c) + (15b + 2a - 5c)$ (ii) $(3x + 2y)(7x - 8y)$

(iii) $(7m - 5n) - (-4n - 11m)$ (iv) $(11m - 12n + 13p) - (9m + 7n - 8p)$

20. درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

کثیر متبادل والے سوالات

- درج ذیل سوالوں کے متبادل جواب دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

1. مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ان کے نقطۂ تراکز کو .... کہتے ہیں۔

(i) حائط مرکز (ii) راس (iii) داخلی مرکز (iv) نقطۂ تقاطع

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 =$ ....

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)$ کی مختصر صورت .... ہے۔

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. مساوات $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ کا حل .... ہے۔

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. درج ذیل میں سے کس کثیر رکنی کی قیمت 37 ہے۔

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$ (iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$

9 مستقیم تناسب اور معکوس تناسب

دوسرا حصّہ

آیئے بحث کریں

مستقیم تناسب (Direct proportion)

ہم نے گذشتہ سال دو اعداد کا موازنہ کرتے ہوئے انھیں نسبت میں لکھنا سیکھ چکے ہیں۔

مثال : اب ذیل کی شکلیں دیکھیے۔ یہاں دائرے میں بنائے ہوئے قطر کی وجہ سے دائرے کے حصے دکھائے ہوئے ہیں۔

کیا یہاں قطروں کی تعداد اور بنے ہوئے دائرے کے حصوں کی تعداد میں کچھ تعلق نظر آتا ہے؟

- شکل (A) میں ایک قطر کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔
- شکل (B) میں دو قطروں کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔
- شکل (D) میں چار قطروں کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔

یہاں پر قطر کی تعداد اور ان سے بنے ہوئے حصوں کی تعداد کی نسبت مستقل ہے ... $\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\text{قطر کی تعداد}}{\text{حصوں کی تعداد}}$

مثال : نگر پریشد کے اسکول میں طلبہ کو ملی ہوئی بیاضوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔

طلبہ	15	12	10	5
بیاضیں	90	72	60	30

$\frac{1}{6} = \frac{5}{30} = \frac{10}{60} = \frac{12}{72} = \frac{15}{90} = \frac{\text{طلبہ کی تعداد}}{\text{بیاضوں کی تعداد}}$

یعنی یہاں نسبت 1 : 6 مستقل (Constant) ہے۔

اوپر کے دونوں مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ قطروں کی تعداد بڑھانے پر دائرے کے حصوں کی تعداد بڑھتی ہے۔ طلبہ کی تعداد کم ہونے پر بیاضوں کی تعداد بھی کم ہو جاتی ہے۔ قطر کی تعداد اور دائرے کے حصوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں اسی طرح طلبہ کی تعداد اور بیاضوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں۔

سرگرمی :

- ✸ کیا موٹر سائیکل میں بھرا ہوا پیٹرول اور اس کے ذریعے طے کردہ فاصلہ مستقیم تناسب میں ہوتا ہے؟ غور کیجیے۔
- ✸ کیا ہم سائنسی معاملات اور روزمرہ کے لین دین میں مستقیم تناسب میں بدلنے والے اعداد کی مثالیں دے سکتے ہیں؟ اس تعلق سے بحث کریں۔

مثال : 10 قلم کی قیمت 60 روپے ہو تو، ایسے 13 قلم کی قیمت کتنے روپے ہوگی؟

حل : 13 قلم کی قیمت معلوم کرنا ہے۔فرض کیجیے وہ x روپے ہے۔

قلم کی تعداد اور اس کی قیمت مستقیم تناسب میں ہے۔اس لیے انھیں نسبت میں لکھ کر مساوات حاصل کریں۔

$$\therefore \frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$\therefore 10x = 780$ (طرفین کو $60x$ سے ضرب کرنے پر)

$\therefore x = 78$

13 قلم کی قیمت 78 روپے ہے۔

مشقی سوالات 37

1. 7 کلوگرام پیاز 140 روپے میں ہو تو 12 کلوگرام پیاز کتنے روپے میں ملے گی؟
2. 600 روپے میں 15 گھاس کے گٹھے ہوں تو، 1280 روپیوں میں کتنے گھاس کے گٹھے ملیں گے؟
3. روزانہ 13 کلوگرام 500 گرام اضافی خوراک 9 گائے کو درکار ہو تو اس تناسب سے 12 گائے کو کتنی خوراک درکار ہوگی؟
4. 12 کوئنٹل سویابین 36000 روپے میں ملتا ہو تو 8 کوئنٹل سویابین کی قیمت کتنی ہوگی؟
5. اگر دو موبائیل کی قیمت 16,000 روپے ہو تو 13 موبائیل خریدنے کے لیے کتنے روپے درکار ہوں گے؟

آیئے سمجھ لیں :

معکوس تناسب (Inverse proportion)

شجرکاری کے لیے 90 گڑھے کھودنے کے لیے کچھ رضاکار جمع ہوئے ہیں۔ایک رضاکار روزانہ ایک گڑھا کھودتا ہے۔

15 رضاکاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن $= \frac{90}{15} = 6$ دن

10 رضاکاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن $= \frac{90}{10} = 9$ دن

کیا رضاکاروں کی تعداد اور گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن مستقیم تناسب میں ہیں؟

رضاکاروں کی تعداد کم ہونے پر درکار دنوں کی تعداد بڑھتی ہے یا اس کے برعکس۔رضاکاروں کی تعداد بڑھنے پر درکار دن کم ہو جاتے ہیں۔رضاکار اور دنوں کی تعداد کا حاصل ضرب مستقل ہے۔لہٰذا ہم کہتے ہیں کہ یہ اعداد معکوس تناسب میں ہیں۔

فرض کیجیے سُدھا کو ایک مجموعہ سوالات سے 48 مثالیں حل کرنا ہے۔اگر وہ روزانہ ایک مثال حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے 48 دن لگتے ہیں۔اس نے روزانہ 8 مثالیں حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے $6 = \frac{48}{8}$ دن درکار ہوں گے۔

وہ اگر روزانہ 12 مثالیں حل کرتی ہو تو اسے $4 = \frac{48}{12}$ دن درکار ہوں گے۔

روزانہ حل کی ہوئے مثالیں اور درکار دن معکوس تناسب میں ہیں۔ان کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اس بات کو ذہن نشین رکھیے کہ '$8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$'

مثال : ایک بڑی دیوار تعمیر کرنے کے لیے 15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہوں تو 12 مزدوروں کو وہی کام مکمل کرنے کے لیے کتنے گھنٹے درکار ہوں گے؟

حل : مزدوروں کی تعداد بڑھتی ہے تو کام کے لیے درکار وقت کم لگتا ہے۔مزدوروں کی تعداد اور انھیں لگنے والا وقت معکوس تناسب میں ہے۔

مزدوروں کی تعداد اور دیوار کی تعمیر کے لئے درکار گھنٹوں کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اب ہم x متغیر کا استعمال کرتے ہوئے مثال حل کریں گے۔فرض کیجیے کہ 12 مزدوروں کو x گھنٹے لگتے ہیں۔

15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہیں :

12 مزدوروں کو x گھنٹے لگتے ہیں۔

$\therefore \quad 12 \times x = 15 \times 8$

$\therefore \quad 12x = 120$

$\therefore \quad x = 10$

اس لیے 12 مزدوروں کو دیوار تعمیر کرنے کے لیے 10 گھنٹے لگیں گے۔

مثال : کلاس روم میں 40 صفحوں والا دستی شمارہ بنانے کا کام شروع کیا گیا ہے۔ایک طالب علم کو یہ شمارہ بنانے کے لیے 80 دن لگتے ہیں۔تو 4 طلبہ کو وہی شمارہ بنانے کے لیے صفحوں والا کتنے دن لگیں گے؟

حل : ایک ہی کام زیادہ طلبہ کرتے ہوں تو درکار دن کم ہوتے ہیں۔یعنی طلبہ کی تعداد اور درکار دن کی تعداد میں معکوس تناسب ہے۔ فرض کیجئے 4 طلبہ کو x دن لگتے ہیں۔

دن	طلبہ
80	1
x	4

$\therefore \quad 4x = 80 \times 1$

$\therefore \quad x = \frac{80}{4}$

$\therefore \quad x = 20$

$\therefore$ 4 طلبہ کو 20 دن درکار ہوں گے۔

مثال : ایک اسکول کے ساتویں جماعت کے طلبہ سیر کے لیے بس کے ذریعے فارم ہاؤس گئے۔اس وقت انھیں کچھ تجربات حاصل ہوئے ان کا مطالعہ کیجیے اور ہر تجربہ کے اعداد مستقیم تناسب میں ہیں یا معکوس تناسب میں لکھیے۔

- سیر کے خرچ کے لیے ہر طالب علم سے 60 روپے جمع کیے گئے۔

کل 45 طلبہ تھے۔اس لیے کل ☐ روپے جمع ہوئے۔ اگر 50 طلبہ ہوتے تو ☐ روپے جمع ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور جمع ہونے والی رقم .... تناسب میں ہیں۔

- اسکول کے پڑوس کے حلوائی نے سیر کے لیے 90 لڈو دیے۔

45 طلبہ سیر کے لیے آئیں گے تو ہر ایک کو ☐ لڈو ملیں گے۔ اگر 30 طلبہ سیر کو آتے تو ہر ایک کو ☐ لڈو ملتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے لڈو .... تناسب میں ہیں۔

- اسکول سے سیر کا مقام 120 کلومیٹر تھا۔

فارم ہاؤس کو جاتے وقت بس کی رفتار 40 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے کل ☐ گھنٹے لگے۔

واپس آتے وقت بس کی رفتار 60 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے ☐ گھنٹے لگے۔

بس کی رفتار اور درکار وقت .... تناسب میں ہیں۔

- کسان نے اس کے درخت کے بیر جمع کیے وہ کل 180 تھے۔

اس نے وہ تمام بیر 45 طلبہ کو مساوی تقسیم کیا، ہر ایک کو ____ بیر ملے۔

اگر 60 طلبہ ہوتے تو ہر ایک کو ____ بیر ملے ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے بیر کی تعداد ____ تناسب میں ہیں۔

مشقی سوالات 38

1. ایک کھیت کی کھرپی (صفائی) مکمل کرنے کے لئے 5 مزدوروں کو 12 دن لگتے ہیں، تو 6 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟ 15 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟

2. موہن راؤ نے روزانہ 40 صفحات کے حساب سے ایک کتاب کا مطالعہ کیا، تو اس کتاب کی پڑھائی 10 دن میں مکمل ہوتی ہے۔ وہی کتاب 8 دن میں مکمل پڑھنا ہو تو ہر روز کتنے صفحے پڑھنا ہوگا؟

3. 'مریم' کی سائیکل چلانے کی رفتار فی گھنٹہ 6 کلومیٹر ہے۔ اسے 12 کلومیٹر فاصلہ پر واقع خالہ کے گھر جانا ہے، تو اسے کتنا وقت لگے گا؟ اگر سائیکل کی رفتار فی گھنٹہ 4 کلومیٹر ہو تو کتنا وقت لگے گا؟

4. ایک سرکاری گودام میں اناج کا ذخیرہ 4000 لوگوں کو 30 دن کے لئے کافی ہوتا ہے، تو وہ اناج کا ذخیرہ 6000 لوگوں کے لئے کتنے دنوں تک کافی ہوگا؟

آیئے سمجھ لیں :

شراکت (Partnership)

کوئی بھی کاروبار شروع کرتے وقت جگہ، خام مال وغیرہ کے لیے پیسوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس رقم کو سرمایہ کہتے ہیں۔ اکثر دو یا زائد افراد مل کر سرمایہ جمع کرتے ہیں۔ یعنی وہ افراد شراکت کے ذریعے سرمایہ کاری کرتے ہوئے کاروبار شروع کرتے ہیں۔ شراکت کے کاروبار میں بینک میں شراکت دار کے مخلوط کھاتہ ہوتے ہیں۔ اس کاروبار کے لئے سرمایہ کی جس تناسب میں سرمایہ کاری ہوتی ہے اس تناسب سے کاروبار میں حاصل ہونے والے نفع یا نقصان کی تقسیم ہوتی ہے۔

مثال : سلیم اور عقیل نے بالترتیب 2100 اور 2800 روپے سرمایہ لگا کر کاروبار شروع کیا۔ انھیں 3500 روپے نفع ہوا، تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟

حل : سرمایہ کی نسبت معلوم کریں گے۔ $2100 : 2800 = \frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$ (یعنی سرمایہ کی نسبت $3 : 4$ ہے)

نفع کی تقسیم سرمایہ کے تناسب میں کرنا ہے۔ فرض کیجیے سلیم کا نفع $3x$ اور عقیل کا نفع $4x$ ہے۔

$\therefore\ 3x + 4x = 3500$ ... (کل نفع 3500 روپے ہے)

$\therefore\ 7x = 3500 \qquad \therefore\ x = 500$

$\therefore$ سلیم کا نفع $= 3x = 1500$ روپے اور عقیل کا نفع $= 4x = 2000$ روپے

مثال : ایک کاروبار میں پرکاش اور سیام نے 130000 روپے سرمایہ $2 : 3$ کی نسبت میں سرمایہ کاری کی تو ہر ایک کی سرمایہ کاری کتنی ہے؟ اس کاروبار میں انھیں 36000 روپے نفع حاصل ہوا، تو ہر ایک کا نفع کتنا ہوگا؟

حل : پرکاش اور سیام ان کے سرمایہ کاری کا تناسب $2 : 3$ ہے۔

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع کی تقسیم ہوتی ہے اس لئے نفع کا تناسب $2 : 3$ ہوگا۔

فرض کیجیے پرکاش کی سرمایہ کاری $3y$ اور سیام کی سرمایہ کاری $2y$ ہے۔

کل سرمایہ کاری $= 3y + 2y$

$\therefore \quad 5y = 130000$

$\therefore \quad \frac{5y}{5} = \frac{130000}{5}$ (5 سے تقسیم کرنے پر)

$\therefore \quad y = 26000$

$\therefore$ پرکاش کی سرمایہ کاری $= 3y$

$= 3 \times 26000$

$= ₹\ 78000$

سیام کی سرمایہ کاری $= 2y$

$= 2 \times 26000$

$= ₹\ 52000$

فرض کیجیے پرکاش کا نفع $3x$ اور سیام کا نفع $2x$ ہے۔

$\therefore$ کل نفع $= 3x + 2x$

$5x = 36000$

$\therefore \quad \frac{5x}{5} = \frac{36000}{5}$ (5 سے تقسیم کرنے پر)

$\therefore \quad x = 7200$

$\therefore$ پرکاش کا نفع $= 3x$

$= 3 \times 72000$

$= ₹\ 21600$

سیام کا نفع $= 2x$

$= 2 \times 72000$

$= ₹\ 14400$

مثال : عبدل، ساجد اور جوزف نے نیتا کو 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے دیئے۔ نیتا نے اس میں 150 روپے ملا کر کاغذ اور رنگ خریدا۔ سب نے ان چیزوں سے تحفہ کے کارڈ بنائے اور فروخت کیے۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملے گا؟

حل : چاروں کا سرمایہ ملا کر کل سرمایہ 300 روپے تھا۔ اس میں سے نیتا کے 150 روپے یعنی نصف سرمایہ اُسی کا تھا۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ سائیلی کا منافع 420 کا نصف یعنی 210 روپے ہوگا۔ بقیہ منافع عبدل، ساجد اور جوزف کو تقسیم کرنا ہوگا۔ عبدل، ساجد اور جوزف ان کا سرمایہ بالترتیب 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے ہے۔ سرمایہ کا تناسب 30 : 70 : 50 کی نسبت میں ہے۔ یعنی 3:7:5 کی نسبت میں ہے۔ تینوں کا منافع 210 روپے ہے۔

فرض کیجیے ان کا منافع بالترتیب $3k, 7k, 5k$ ہے۔

$\therefore \quad 3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore \quad 15k = 210$

$\therefore \quad k = 14$

عبدل کا نفع $= 3k = 3 \times 14 = 42$ روپے ، ساجد کا نفع $= 7k = 7 \times 14 = 98$ روپے

جوزف کا نفع $= 5k = 5 \times 14 = 70$ روپے

مثال : سریتا بین، عائشہ اور مینا کشی ہر ایک نے 2400، 5200 اور 3400 روپے سرمایہ کاری کر کے کاروبار شروع کیا۔ انھیں 50% منافع حاصل ہوا۔ تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟ وہ اس منافع کو نہ لیتے ہوئے آئندہ سال کے کاروبار کے لیے سرمایہ میں ملا لیا جائے تو ہر ایک کی اگلے سال کی شراکت داری کتنی ہوگی؟

حل : کل سرمایہ $= 2400 + 5200 + 3400 = 11000$ روپے $\rightarrow$

اس سرمایہ پر 50% نفع حاصل ہوا۔

$\therefore$ کل نفع $= \frac{11000 \times 50}{100} = 5500$

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع تقسیم کرنا ہے۔

ہم دو اعداد کا تناسب دونوں اعداد کو مشترک عاد سے تقسیم کرکے آسان بناتے ہیں۔ اسی طرح دو سے زائد اعداد کا تناسب آسان بنا سکتے ہیں۔

شراکت کا تناسب $= 2400 : 5200 : 3400$

$= 24 : 52 : 34$ ... (100 سے تقسیم کرنے پر)

$= 12 : 26 : 17$ ... (2 سے تقسیم کرنے پر)

فرض کیجیے۔ سریتا بین کا نفع $= 12p$، عائشہ کا نفع $= 26p$، میناکشی کا نفع $= 17p$

$\therefore\ 12p + 26p + 17p = 55p = 5500, \qquad \therefore\ p = \frac{5500}{55} = 100$

$\therefore$ سریتا بین کا نفع $= 12 \times 100 = 1200$، عائشہ کا نفع $= 26 \times 100 = 2600$

میناکشی کا نفع $= 17 \times 100 = 1700$

نفع نہ لیتے ہوئے وہ سرمایہ میں ملایا جائے تو ہر ایک کی نئی سرمایہ کاری معلوم کریں گے۔

اگلے سال کے لئے سریتا بین کی سرمایہ کاری $= 2400 + 1200 = 3600$ روپے

اگلے سال کے لئے عائشہ کی سرمایہ کاری $= 5200 + 2600 = 7800$ روپے

اگلے سال کے لئے میناکشی کی سرمایہ کاری $= 3400 + 1700 = 5100$ روپے

آیئے بحث کریں

- مذکورہ بالا مثال میں سریتا بین، میناکشی اور عائشہ ان میں سے ہر ایک نے نفع نہ نکالتے ہوئے اپنے سرمایہ میں اضافہ کیا تو اگلے سال کے لیے ان کی سرمایہ کاری کا تناسب معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 39

1. سریش اور رمیش نے 144000 روپے 5 : 4 کی نسبت میں سرمایہ کاری کرکے ایک قطعۂ اراضی خریدا۔ کچھ سال بعد فروخت کرنے پر انھیں 20% نفع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟

2. ویراٹ اور سمراٹ نے بالترتیب 50000 روپے اور 120000 روپے سرمایہ کاری کرکے ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں انھیں 20% نقصان ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نقصان ہوا؟

3. سویتا، پیوش اور نچیتا ان تینوں نے مل کر سولا پوری چادر اور تولیہ فروخت کرنے کا کاروبار 80000 روپے سرمایہ کاری کرکے شروع کیا۔ اس میں سے سویتا کی سرمایہ کاری 30000 روپے تھی اور پیوش کی سرمایا کاری 12000 روپے تھی۔ انھیں سال کے آخر میں 24% نفع ہوا، تو نچیتا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ نچیتا کو کتنا نفع حاصل ہوا؟

4. الف اور ب نے اپنے حاصل ہونے والے نفع 24500 روپے کو 7 : 3 تناسب میں تقسیم کرلیا۔ ہر ایک نے ملنے والے اپنے منافع میں سے 2% رقم فوجی فلاح فنڈ (سینک کلیان فنڈ) میں جمع کیا، تو ہر ایک نے کتنی رقم فنڈ میں جمع کی؟

*5. جیا، سیما، نکھل اور نلیش چاروں نے ایک کاروبار کے لیے 6 : 7 : 4 : 3 تناسب سے 360000 روپے کی سرمایہ کاری کی، تو جیا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ انھیں اس کاروبار میں 12% نفع ہوا تو نکھل کے حصے میں کتنے روپے ملیں گے؟

❑❑❑

بینک اور مفرد سود

آیئے ذرا یاد کریں :

بینک پیسوں کا کاروبار کرنے والا سرکار سے منظور شدہ ادارہ ہوتا ہے۔ بینک سے پیسوں کی منصوبہ بندی یعنی معاشی منصوبہ بندی کرنا آسان ہوجاتا ہے۔ بینک میں نقد رقم جمع کرنے یا نکالنے کا لین دین کر سکتے ہیں۔اس کے لیے بینک میں کھاتا کھولنا ضروری ہوتا ہے۔ بینک میں مختلف قسم کے کھاتے ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

مختلف کھاتے

✸ چالو کھاتا (رواں کھاتا) (Current account)

چالو (رواں) کھاتا زیادہ تر بیوپاریوں اور روزانہ پیسوں کا لین دین کرنے والوں کے لیے ہوتا ہے۔اس میں کھاتا دار ایک دن میں کتنی بھی مرتبہ لین دین کرسکتا ہے۔ بینک اس کھاتے کے لیے پاس بک اور مانگنے پر چیک بک دیتی ہے۔اس قسم کے کھاتا میں جمع رقم پر بینک سود نہیں دیتی۔ چیک کے ذریعے بینک میں پیسے جمع کرسکتے ہیں یا بینک سے پیسے نکال سکتے ہیں۔

✸ بچت کھاتا (Saving account)

کھاتے دار مخصوص رقم بینک میں جمع کر کے بچت کھاتا کھول سکتا ہے۔ کچھ بینکوں میں بغیر رقم جمع کرتے ہوئے بھی بچت کھاتا کھولا جاسکتا ہے۔اس کھاتے پر بینک روزانہ جمع توازن پر کچھ سود دیتی ہے۔اکثر طے شدہ مدت میں کتنی مرتبہ پیسہ نکالا جائے اس پر پابندی ہوتی ہے۔اس کھاتے کے لیے بینک پاس بک اور مانگنے پر چیک بک دیتی ہے۔

✸ متوالی امانت کھاتا (Recurring deposit account)

اس کھاتے میں ہر مہینہ کھاتے دار طے شدہ رقم جمع کرتا ہے۔اس قسم کے ڈپازٹ پر بینک سود دیتی ہے۔ یہ سود بچت کھاتے سے زیادہ ہوتا ہے۔اس طرح کے کھاتے سے کھاتے دار کی لازمی بچت ہوتی ہے۔

مذکورہ بالا کھاتے کے لیے اکثر بینک میں کبھی کبھی مخلوط کھاتا رہنا سہولت بخش ہوتا ہے۔مثلاً میاں - بیوی، سرپرست و طالب علم وغیرہ۔اسی طرح کاروبار میں شراکت داری، ہاؤسنگ سوسائٹی، خیراتی ادارے وغیرہ کے لئے بینک کا کھاتا ایک سے زیادہ لوگوں کو استعمال کرنا ضروری ہوتا ہے۔

✸ معیادی امانت کھاتا (Fixed diposit)

امانت دار مخصوص رقم مخصوص میعاد (وقت) کے لئے بینک میں جمع کرتا ہے اس طرح کے ڈپازٹ پر بینک بچت کھاتے سے زیادہ شرح سود دیتا ہے۔ میعادی امانت پر سود کی شرح ہر بینک میں مختلف ہوسکتی ہے۔ بزرگ شہریوں کو عام شرح سے کچھ زیادہ سود دیا جاتا ہے۔

کریڈٹ کارڈ، اے ٹی ایم (ATM) / ڈیبیٹ کارڈ :

بینک میں نہ جاتے ہوئے نقد رقم حاصل کرنے کے لئے ATM (Automated teller machine) کارڈ کا استعمال ہوتا ہے۔نقد رقم کے بغیر لین دین کے لیے کریڈٹ کارڈ، ڈیبیٹ کارڈ کا استعمال ہوتا ہے۔اس طرح کے کارڈ درخواست کرنے پر بینک سے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

آیئے بحث کریں

کیا آپ نے بینک پاس بک دیکھا ہے؟

یہاں پر بینک پاس بک کا ایک صفحہ دیا ہوا ہے۔اس کے اندراجات کا معائنہ کیجیے۔

ओळ क्र. पंक्ति क्र. LINE.No. No.	तारीख दिनांक DATE	तपशील ब्योरा PARTIVULARS	चेक क्रमांक चेक क्रमांक CHEQUE No.	रक्कम काढली निकाली गई रकम AMOUNT WITHDRAWN	रक्कम ठेवली जमा की गई रकम AMOUNT DEPOSITED	शिल्लक बाकी जमा BALANCE
1.	2.2.2016	cash			1500.00	7000.00
2.	8.2.2016	cheque	232069		5000.00	12000.00
3.	12.2.2016	cheque	243965	3000.00		9000.00
4.	15.2.2016	self		1500.00		7500.00
5.	26.2.2016	interest			135.00	7635.00

مورخہ 16 – 2 – 2 کو بینک میں جمع کی گئی رقم ____ روپے۔میزان رقم ____ روپے۔

مورخہ 16 – 2 – 12 کو چیک نمبر 243965 سے ____ رقم نکالی گئی۔میزان رقم ____ روپے۔

مورخہ 16 – 2 – 26 کو بینک سے سود (Intrest) ملا۔وہ رقم ____ روپے۔

بچت کھاتا اور متوالی امانت کھاتے کے لیے پاس بک دیا جاتا ہے۔اس پاس بک میں تاریخ کے لحاظ سے جمع کی گئی رقم نکالی گئی رقم اور میزان رقم ان تمام باتوں کا ریکارڈ ہوتا ہے۔

سرگرمی : آپ کے گھر کے سرپرست کی اجازت سے ان کے بینک کے پاس بک کے اندراجات کا مطلب سمجھ لیجیے۔

آیئے ذرا یاد کریں :

راحل نے اپنے آفس کے کمپیوٹر کو خریدنے کے لیے 8 فی صدی فی سال کی شرح سے 30000 روپے بینک سے ایک سال کے لیے قرض لیا۔
مدت پوری ہونے پر اسے لی ہوئی قرض کی رقم سے زیادہ 2400 روپے ادا کرنا پڑا۔

اس معلومات کی بنا پر درج ذیل خاکہ مکمل کیجیے۔

اصل زر = ____ روپے ، شرح سود = ____ ، سود = ____ روپے ، مدت = ____ سال

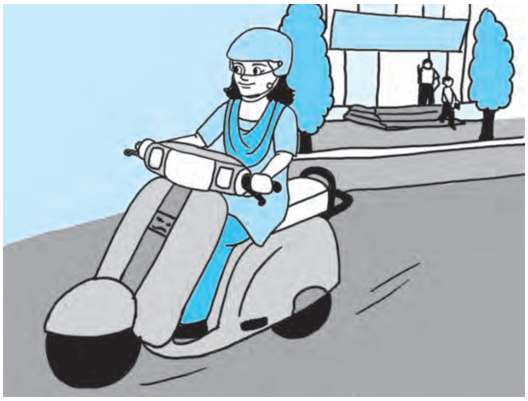
بینک کو ادا کی گئی کل رقم = 30000 + 2400 = ____

آیئے سمجھ لیں :

اوپر کی مثال میں راحل نے بینک میں کل کتنی رقم جمع کی اُسے معلوم کرنے کے لیے اصل زر اور سود کی جمع کی گئی۔اس رقم کو کل زر کہتے ہیں۔

سود + اصل زر = کل زر

مثال : نیہا نے دو پہیہ گاڑی خریدنے کے لیے 12 فی صدی فی سال کی شرح سے 50000 روپے بینک سے قرض لیا۔ ایک سال بعد وہ بینک کو کتنے روپے واپس لوٹائے گی؟



حل : اوپر کی مثال میں مدت ختم ہونے پر بینک کو واپس کی جانے والی کل رقم معلوم کرنا ہے۔ یعنی کل زر معلوم کرنا ہے۔ یہاں اصل زر 50000 روپے ہے۔ 12 فی صدی فی سال شرح یعنی 100 روپے اصل زر کا ایک سال کے لیے 12 روپے سود ہے۔ سود کی اصل زر سے نسبت دو طریقوں سے لکھ کر مساوات حاصل کریں گے۔

فرض کیجیے 50000 روپے اصل زر پر حاصل ہونے والا سود x روپے ہے۔

100 روپے اصل زر پر حاصل ہونے والا سود 12 روپے ہے۔

$$\therefore \quad \frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000$$ (طرفین کو 50000 سے ضرب کرنے پر) ...

$$\therefore \quad x = 6000$$

$\therefore$ (بینک کو واپس کی جانے والی رقم) کل زر = اصل زر + سود

$= 50000 + 6000$

$\therefore$ بینک کو واپس کی جانے والی رقم = ₹ 56000

مثال : آکاش نے 8 فی صدی فی سال کی شرح سے بینک میں 25000 روپے 3 سال کے لیے امانت کے طور پر رکھا۔ تو اسے ہر سال کتنے روپے سود ملے گا؟ کل کتنا سود ملے گا؟

حل : اس مثال میں اصل زر 25000 روپے، مدت 3 سال، شرح سود 8 فی صدی فی سال ہے۔ 100 روپے اصل زر پر 8 روپے سود ہے، اس لیے فرض کیجیے 25000 روپے اصل زر پر ایک سال کے لیے سود x روپے ہے۔ سود کی اصل زر سے دو طریقوں سے نسبت لکھ کر مساوات بنائیں گے۔

$$\therefore \quad \frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000$$ (طرفین کو 25000 سے ضرب کرنے پر) ...

$$\therefore \quad x = 2000$$

آکاش کو ایک سال کے لیے 2000 روپے سود ملے گا۔

$\therefore$ آکاش کو 3 سال کا کل سود $= 2000 \times 3 = 6000$

اس لیے آکاش کو 3 سال کا 6000 روپے سود ملے گا۔

آیئے سمجھ لیں :

مفرد سود کی مثالیں حل کرتے وقت ایک ضابطے کا استعمال ہوتا ہے آیئے اس ضابطے کو دیکھتے ہیں۔

ہر سال اصل زر وہی رکھ کر ایک ہی شرح سے سود کا حساب لگایا جاتا ہے۔اس حساب کو مفرد سود کا حساب کہتے ہیں۔

اصل زر 'ا' ، مدت 'م' سال کے لیے امانت رکھنے پر شرح سود 'ش' فی صدی فی سال ہو تو کتنا سود ملے گا وہ معلوم کریں۔

فرض کیجیے اصل زر 'ا' پر ایک سال کا سود 'س' ہے۔

ایک سال کا سود اور اصل زر کے تناسب کو دیکھیں

$$\therefore \frac{\text{س}}{\text{ا}} = \frac{\text{ش}}{100} \qquad \therefore \text{س} = \frac{\text{ش} \times \text{ا}}{100}$$

$$\text{'م' سال کا سود} = \text{م} \times \text{س} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100}$$

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

پہلے کی مثال ضابطہ سے حل کریں گے۔

اوپر کی مثال میں م = 3 ، ش = 8 ، ا = 25000

$$\text{کل سود} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100}$$

$$= \frac{25000 \times 8 \times 3}{100}$$

$$= 6000$$

اس لیے کل سود 6000 روپے ہوگا۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

یہاں، ا = اصل زر، م = مدت (سال میں)، ش = شرح سود، $\text{کل سود} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100}$ ←

مثال : سندیپ بھاؤ نے اپنے بیٹے کی تعلیم کے لیے بینک سے $8\frac{1}{2}$ فی صدی فی سال کی شرح سے 120000 روپے، 4 سال کی مدت کے لیے تعلیمی قرض لیا تو اسے مدت ختم ہونے پر کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگی؟

حل : یہاں اصل زر 120000 روپے ہے۔ضابطے کا استعمال کر کے سود معلوم کریں گے۔ یہاں پر 'ا' = 120000 روپے،

'م' = 4 سال، 'ش' = 8.5

$$\therefore \text{کل سود} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100} = \frac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$$

$$= \frac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$$

$$= 120 \times 85 \times 4$$

$$= 40800$$

کل زر = اصل زر + کل سود

کل زر = 120000 + 40800 = 160800 روپے (بینک کو واپس کی گئی کل رقم یعنی کل زر)

مشقی سوالات 40

1. ریحانہ نے اسکول کی سنچائیکا میں 1500 روپے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے 2 سال کے لیے رکھے تو اس مدت کے بعد اسے کل کتنی رقم ملے گی؟
2. جیٹھالال نے بینک سے 10 فی صدی فی سال کی شرح سے 2,50,000 روپے 5 سال کی مدت کے لیے بطور گھر قرض لیا تو انھیں ہر سال کتنا سود دینا ہوگا؟ اسی طرح انھیں بینک کو کل کتنی رقم دینی ہوگی؟
3. شری کانت نے 85000 روپے 7 فی صدی فی سال کی شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کے لئے 'بچت' بینک میں جمع کیے۔ تو اسے مدت پوری ہونے پر کتنا مفرد سود ملے گا؟
4. سود کی کسی شرح سے 5000 روپے اصل زر کا 4 سال مدت پر 1200 روپے سود ہوتا ہے۔ تو اسی شرح سے اسی مدت کے لیے 15000 روپے اصل زر کا سود کتنا ہوگا؟
5. پنکج نے 1,50,000 روپے 10 فی صدی فی سال کی شرح سے دو سال کے لیے بینک میں امانت رکھے۔ تو انھیں اس مدت کے بعد کتنی رقم ملے گی؟

آئیے سمجھ لیں :

اصل زر، مدت، شرح اور کل زر، ان میں سے کوئی تین دیا ہو تو چوتھا معلوم کرنا۔

ضابطے میں معلوم کیے جانے والے عدد کے لیے حرف فرض کر کے مساوات بنا کر مثال حل کر سکتے ہیں۔

مثال : اصل زر = 25000 روپے، کل زر = 31000 روپے، مدت = 4 سال ہو تو شرح سود معلوم کیجیے؟

حل : یہاں اصل زر − کل زر = کل سود

31000 − 25000 = 6000 روپے

اصل زر = 25000 روپے، مدت = 4 سال، سود = 6000 روپے

اب ہم ضابطے کی مدد سے شرح سود معلوم کریں گے۔

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

$$6000 = \frac{25000 \times \text{ش} \times 4}{100}$$

$$\text{ش} = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$$\text{ش} = 6$$

∴ سود کی شرح فی صدی فی سال 6 روپے ہے۔

مثال : انمیش نے 5 سال کے لئے مفرد سود کے حساب سے کچھ رقم قرض لی۔ سود کی شرح 9 فی صدی فی سال ہے۔ اس نے مدت ختم ہونے پر کل 17400 روپے واپس کیے، تو اس نے کل کتنے روپے قرض لیا تھا؟

حل :

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

یہاں اس ضابطہ کا استعمال کرنا مشکل ہوتا ہے۔

کیونکہ سود اور اصل زر دونوں معلوم نہیں ہیں، لیکن 100 روپے اصل زر کے لیے 5 سال میں 45 روپے سود ہوتے ہیں۔

اس لیے 145 = (100 + 45) روپے کل زر ہوتے ہیں۔ اب اصل زر اور کل زر کی نسبت دو طریقوں سے لکھ کر مساوات حاصل کریں گے۔

اگر انمیش کا اصل زر 'ا' ہو تو

$$\frac{\text{ا}}{17400} = \frac{100}{145}$$

$$\therefore \quad \text{'ا'} = \frac{100 \times 17400}{145} = ₹12000$$

∴ انمیش نے 12000 روپے قرض لیا تھا۔

آیئے بحث کریں

کیا ہم ضابطہ کا استعمال کرتے ہوئے نئے قسم کی مساوات ترتیب دے کر مثال حل کر سکتے ہیں؟

مشقی سوالات 41

.1 1700 روپے کا، کچھ فی صدی فی سال کی شرح سے 2 سال کا سود 340 روپے ہو تو سود کی شرح فی صدی .... ہوگی۔

(1) 12%　　(2) 15%　　(3) 4%　　(4) 10%

.2 30000 روپے کا مخصوص شرح سے کچھ سال کا سود 600 روپے ہوتا ہے، تو 1500 روپے کا اسی شرح اور اتنے ہی سال کا سود کتنا ہوگا؟

(1) 300 روپے　　(2) 1000 روپے　　(3) 700 روپے　　(4) 500 روپے

.3 جاوید نے 12000 روپے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں امانت رکھے۔ وہ ہر سال سود کی رقم نکال لیتا ہو تو اسے مدت ختم ہونے پر سود کے ساتھ کل 17400 روپے ملے۔ تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم امانت رکھی؟

.4* لتا بین نے گھریلو صنعت شروع کرنے کے لیے بینک سے کچھ رقم 10 فی صدی فی سال کی شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کے لیے قرض لیا۔ اس نے قرض ادا کرنے کے لیے کل 10250 روپے بطور سود ادا کیا، تو انھوں نے کل کتنی رقم قرض لی تھی؟

.5 درج ذیل جدول میں خالی جگہ مکمل کیجیے۔

	اصل زر	شرح سود (فی صدی فی سال)	مدت	سود	کل زر
(i)	4200	7 %	3 سال	....	....
(ii)	....	6 %	4 سال	1200	....
(iii)	8000	5 %	....	800	....
(iv)	....	5 %	....	6000	18000
(v)	....	$2\frac{1}{2}$ %	5 سال	2400	....

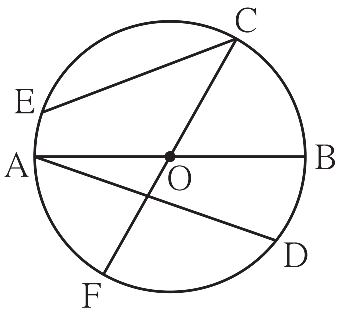
سرگرمی :

- مختلف بینکوں میں براہ راست ملاقات کے لیے جایئے اور ان کے مختلف کھاتوں پر دیئے جانے والے سود کی معلومات حاصل کیجیے۔
- اسکول میں استاد کی مدد سے سنچایکا (بچت بینک) شروع کرکے اس میں کھاتا کھول کر معاشی بچت کیجیے۔

❑❑❑

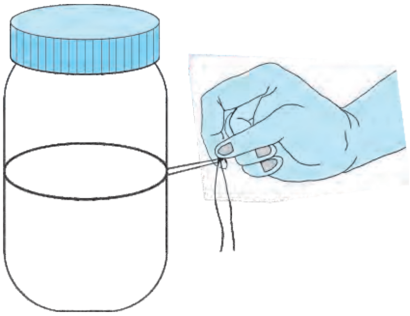
آیئے ذرا یاد کریں :

بازو کی شکل میں دائرہ کے نصف قطر، وتر اور قطر پہچانیے اور ان کے نام ذیل کے جدول میں لکھیے۔



نصف قطر				
وتر				
قطر				

دائرے کا محیط (Circumference of circle)



عملی کام I پانی کی مدور استوانہ نما بوتل کو کاغذ پر رکھ کر پیندہ یا نچلی سطح کے گرد پینسل سے دائرہ بنائیے۔ دھاگے کی مدد سے دائرہ کا محیط ناپیے۔

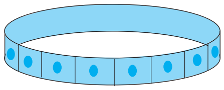
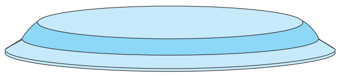
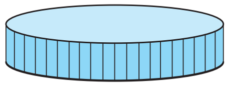
عملی کام II چوڑی کا محیط دھاگے کی مدد سے ناپیے۔

عملی کام III کوئی بھی ایک دائروی چیز کا محیط دھاگے کی مدد سے ناپیے۔

آیئے سمجھ لیں :

محیط اور قطر میں تعلق

عملی کام I نیچے دی ہوئی چیزوں کے محیط اور قطر ناپ کر محیط کی قطر سے نسبت جدول میں لکھیے۔

نمبر شمار	چیز	محیط	قطر	محیط کی قطر سے نسبت
1	 چوڑی / کنگن	19 سم	6 سم	$\frac{19}{6} = 3.16$
2	 دائروی اوندھا برتن	....	....	....
3	 برنی کا ڈھکن	....	....	....

جدول کا مشاہدہ کیجیے اور محیط کی قطر سے نسبت کو جانچیے۔ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

کسی بھی دائرے کے محیط کی اس کے قطر سے نسبت تین گنا سے تھوڑی زیادہ ہوتی ہے اور وہ مستقل ہوتی ہے۔ اس مستقل عدد کو یونانی حروف تہجی کے حرف π (پائ) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ عدد ناطق عدد نہیں ہے۔ اس بات کو عظیم ریاضی دانوں نے بڑی محنت سے ثابت کیا۔ عام طور پر π کی قیمت $\frac{22}{7}$ یا 3.14 لیتے ہیں مثال میں اگر π کی قیمت نہ دی جائے تو اسے $\frac{22}{7}$ تسلیم کرتے ہیں۔

نصف قطر 'r'، قطر 'd' اور محیط 'c' ہو تو $\frac{(c)}{(d)} = \pi$ یعنی $\boxed{c = \pi d}$ لیکن $d = 2r$، $\therefore\ c = \pi \times 2r$ یعنی $\boxed{c = 2\pi r}$

مثال : ایک دائرے کا قطر 14 سم ہے، تو اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا قطر $= d = 14$ سم

دائرے کا محیط $= c = \pi d$

$$c = \frac{22}{7} \times 14$$

دائرے کا محیط $= 44$ سم

مثال : ایک دائرے کا نصف قطر 35 سم ہے، اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا نصف قطر $= r = 35$ سم

دائرے کا محیط $= c = 2\pi r$

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$\therefore$ دائرے کا محیط $= 220$ سم

مثال : ایک دائرے کا محیط 198 سم ہے، تو اس کا نصف قطر اور قطر معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا محیط $= c = 2\pi r$

$$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

نصف قطر $= 31.5$ سم

$\therefore$ قطر $= 2 \times 31.5 = 63$ سم

مثال : ایک دائرے کا محیط 62.80 سم ہے۔ $\pi = 3.14$ رکھ کر دائرے کا قطر معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا محیط $= c = \pi d$

$$62.80 = 3.14 \times d$$

$$\frac{62.80}{3.14} = d$$

$$20 = d$$

$\therefore$ قطر $= 20$ سم

مثال : ایک دائرہ نما میدان کا نصف قطر 7.7 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد تین پھیروں والی تار کی باڑھ لگانے کے لیے 50 روپے فی میٹر کے حساب سے کتنا خرچ آئے گا؟

حل : دائرہ نما میدان کا محیط $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$ میٹر

باڑھ کے ایک پھیرے کے لیے درکار تار $= 48.4$ میٹر

باڑھ کے ایک پھیرے کے لیے خرچ $= 48.4 \times 50$

$= 2420$ روپے

باڑھ کے تین پھیروں کے لیے خرچ $= 3 \times 2420 = 7260$ روپے

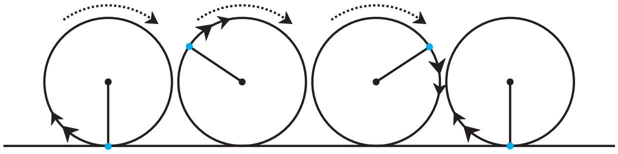
مثال : ایک بس کے پہیہ کا قطر 0.7 میٹر ہے۔ دوگاؤں کے درمیان 22 کلومیٹر کا فاصلہ ہے۔ اس فاصلے کو طے کرنے کے لیے پہیہ کتنے چکر لگائے گا؟

حل :

پہیے کا محیط $= \pi d$

$= \dfrac{22}{7} \times 0.7$

$= 2.2$ میٹر



مشابہ ارکان کا تناسب معلوم کرتے وقت ان کی اکائیاں یکساں رہنا ضروری ہے۔

22 کلومیٹر $= 22 \times 1000 = 22000$ میٹر

اس لیے پہیہ کی ایک گردش مکمل ہونے پر 2.2 کلومیٹر کا فاصلہ طے ہوتا ہے۔ (1 محیط = 1 چکر)

پہیے کے کل چکر $= \dfrac{\text{فاصلہ}}{\text{محیط}} = \dfrac{22000}{2.2} = \dfrac{220000}{22} = 10000$

22 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے بس کے پہیے کو 10000 چکر لگانے ہوں گے۔

مشقی سوالات 42

1. مندرجہ ذیل جدول کو مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	نصف قطر (r)	قطر (d)	محیط (c)
(i)	7 سم	....	....
(ii)	....	28 سم	....
(iii)	....	....	616 سم
(iv)	....	....	72.6 سم

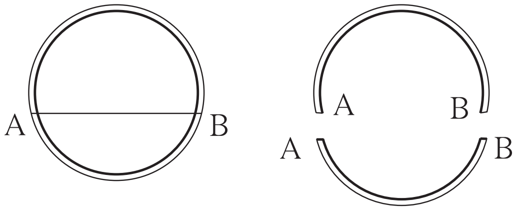
2. ایک دائرے کا محیط 176 سم ہے، اس کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

3. ایک دائرہ نما باغ کا نصف قطر 56 میٹر ہے۔ باغ کے اردگرد چار پھیروں والی تار کی باڑھ لگانے کے لیے 40 روپے فی میٹر کے حساب سے کتنا خرچ آئے گا؟

4. ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.4 میٹر ہے۔ بیل گاڑی کو 1.1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لئے پہیے کے کتنے چکر ہوں گے؟

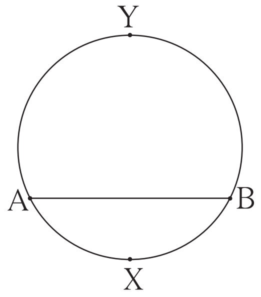
آیئے ذرا یاد کریں :

دائرے کا قوس (Arc of the circle)



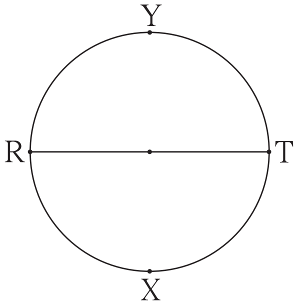
مقابل کی شکل میں ایک پلاسٹک کی دائرہ نما چوڑی دکھائی گئی ہے۔ فرض کیجیے یہ چوڑی نقطہ A اور نقطہ B پر ٹوٹی ہوئی ہے تو تصویر میں دکھائے گئے چوڑی کے ہر ٹکڑے کو دائرہ کے تعلق سے کیا کہتے ہیں؟

آیئے سمجھ لیں :



مقابل کی شکل میں وتر AB کی وجہ سے دائرے کے دو حصے ہوگئے ہیں۔ان میں سے قوس AXB چھوٹا قوس ہے،اسے اصغرقوس کہتے ہیں۔اورقوس AYB بڑا قوس ہے،اسے اکبرقوس کہتے ہیں۔

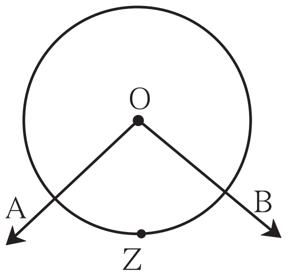
اصغرقوس AXB کوقوس AB بھی لکھتے ہیں۔



جن دو قوسوں کے اختتامی نقاط مشترک ہوتے ہیں اور دونوں قوس سے مل کر دائرہ مکمل ہوجاتا ہے تو وہ قوس ایک دوسرے کے نظیری قوس ہوتے ہیں۔یہاں قوس AYB اورقوس AXB ایک دوسرے کے نظیری قوس ہیں۔

مقابل کی شکل میں وتر RT دائرہ کا قطر ہے۔قطر کی وجہ سے دائرے کے دونوں قوس مساوی ہوجاتے ہیں۔انھیں نصف دائروی قوس یا نصف دائرہ کہتے ہیں۔

مرکزی زاویہ اور قوس کی پیمائش (Central angle and Measure of an Arc)

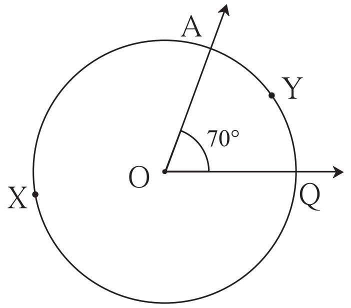


بازو کی شکل میں دائرے کا مرکز 'O' زاویہ AOB کا راسی نقطہ ہے۔

دائرہ کا مرکز جس زاویہ کا راسی نقطہ ہوتا ہے اس زاویہ کو مرکزی زاویہ کہتے ہیں۔

شکل میں $\angle AOB$، قوس AZB کا نظیری مرکزی زاویہ ہے۔

قوس سے بننے والے مرکزی زاویے کی پیمائش کو قوس کی پیمائش کہتے ہیں۔

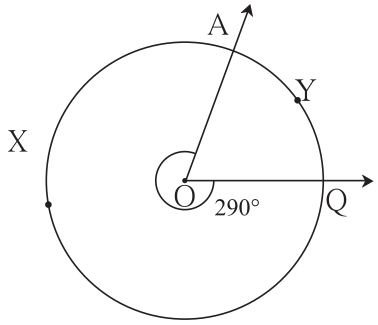


✸ اصغرقوس کی پیمائش :

بازو کی شکل میں، مرکزی زاویہ یعنی $\angle AOQ$ کی پیمائش $70°$ ہے۔

$\therefore$ اصغرقوس AYQ کی پیمائش $70°$ ہے۔

اسے $m($قوس AYQ$) = 70°$ لکھتے ہیں۔

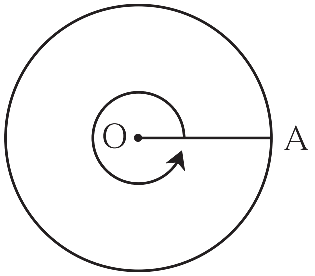


✸ اکبرقوس کی پیمائش :

$\therefore$ اکبرقوس کی پیمائش $= 360° -$ نظیری اصغرقوس کی پیمائش

$\therefore$ شکل میں اکبرقوس AXQ کی پیمائش $= 360° - 70° = 290°$

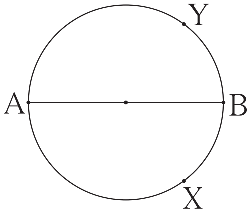
✸ دائرہ کی پیمائش



شکل کے مطابق دائرے کا نصف قطر OA گھڑی کی سوئی کے مخالف (غیر ساعت وار) سمت میں مکمل زاویے میں گھومتا ہے۔اس وقت 360° پیمائش کا زاویہ بنتا ہے۔اس کا A سرا ایک مکمل دائرہ بناتا ہے۔

∴ دائرہ کے مرکزی زاویہ کی پیمائش = 360°

اس لیے ایک مکمل دائرہ کی پیمائش 360° ہوتی ہے۔



✸ نصف دائرے کی پیمائش : اب شکل کا مشاہدہ کیجیے اور نصف دائرہ AXB اور نصف دائرہ AYB کی پیمائش طے کیجیے۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

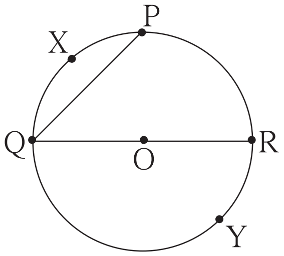
- اصغر قوس کی پیمائش اس سے متعلق مرکزی زاویے کی پیمائش کے برابر ہوتی ہے۔
- نظیری اصغر قوس کی پیمائش – 360° = اکبر قوس کی پیمائش →
- نصف دائرے کی پیمائش 180° ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 43

1. صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

اگر قوس AXB اور قوس AYB ایک دوسرے کے نظیری قوس ہوں اور m(قوس AXB)=120° ہو تو، m(قوس AYB)=? کتنے

(i) 140° (ii) 60° (iii) 240° (iv) 160°



2. 'O' مرکز والے دائرہ میں کچھ قوس دکھائے گئے ہیں۔ان میں سے دائرے کے اصغر قوس، اکبر قوس اور نصف دائرہ کے نام لکھیے۔

3. 'O' مرکز والے دائرہ میں، اصغر قوس PXQ کی پیمائش 110° ہے تو اکبر قوس PYQ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

ICT Tools or Links

Geogebra Software کا استعمال کیجیے اور مرکزی زاویہ اور ان کے مختلف قوس کی پیمائشوں میں تعلق move option کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے۔

❑❑❑

احاطہ اور رقبہ

آیئے ذرا یاد کریں :

احاطہ (Perimeter)

بند شکل کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ، اس شکل کا احاطہ کہلاتا ہے۔

∴ کثیر ضلعی کا احاطہ = کثیر ضلعی کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ

∴ مربع کا احاطہ = 4 × ضلع

ضلع 'a' کے مربع کا احاطہ = $4a$

مستطیل کا احاطہ = 2 لمبائی + 2 چوڑائی

لمبائی 'l' اور چوڑائی 'b' کے مستطیل کا احاطہ = $2l + 2b$

مثال : ایک مستطیل کا احاطہ 64 سم ہے۔اس کی لمبائی 17 سم ہو تو چوڑائی کتنی ہوگی؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی x سم ہے۔

احاطہ = 2 × لمبائی + 2 × چوڑائی

2 (لمبائی + چوڑائی) = 64

∴ $2(17 + x) = 64$

∴ $\frac{2(17 + x)}{2} = \frac{64}{2}$

∴ $17 + x = 32$

∴ $x = 15$

∴ مستطیل کی چوڑائی 15 سم ہے۔

مثال : لمبائی 28 سم اور چوڑائی 20 سم کے ایک مستطیل کا احاطہ، ایک مربع کے احاطہ کے مساوی ہے، تو اس مربع کا ضلع معلوم کیجیے؟

حل : مستطیل کا احاطہ = 2 (لمبائی + چوڑائی)

$= 2(28 + 20)$

= 96 سم

مربع کا احاطہ = $4a$ ... (مربع کا ضلع 'a' سم ہو تو)

مربع کا احاطہ = 96

$4a = 96$

$a = \frac{96}{4} = 24$

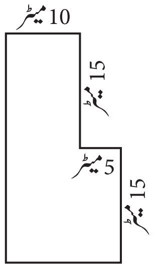
مربع کا ضلع 24 سم ہے۔

مشقی سوالات 44

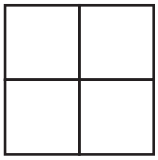
1. ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی دگنا کی جائے تو، اس مستطیل کا احاطہ اصل مستطیل کے احاطے سے کتنے گنا زیادہ ہو جائے گا؟

2. ایک مربع کا ضلع تین گنا کیا جائے تو، اس کا احاطہ اصل مربع کے احاطے سے کتنے گنا ہو جائے گا؟

3. مقابل کی شکل میں ایک میدان کا نقشہ دیا ہوا ہے۔
اس میں اضلاع کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔
اس معلومات کی بنا پر میدان کا احاطہ معلوم کیجیے۔



4. ایک میٹر لمبائی کے مربع نما کپڑے کا ایک ٹکڑا لے کر شکل میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق چار مساوی شکل کے رومال بنائے گئے۔ تمام رومال کے کناروں پر لیس (کنار پٹی) لگانے کے لیے کتنی لمبائی کی لیس درکار ہوگی؟



آیئے ذرا یاد کریں :

رقبہ (Area)

- مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = $(\text{ضلع})^2$
- مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

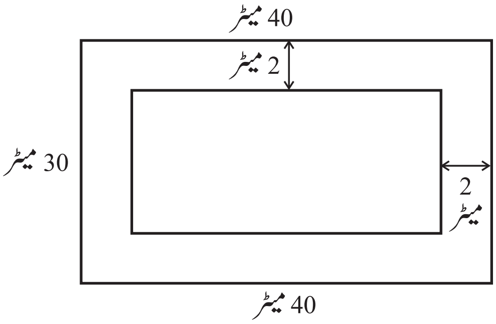
رقبہ ہمیشہ مربع میٹر، مربع سم، مربع کلومیٹر وغیرہ اکائی میں ہوتا ہے۔

عملی کام I

کھوکھو، کبڈی جیسے کھیل کے میدان، ٹینس کورٹ، بیڈمنٹن کورٹ ان میں سے جو ممکن ہو ان کی لمبائی اور چوڑائی ناپیے۔ میدان کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

عملی کام II

انیسہ کے گھر کی ایک دیوار کو نیا رنگ دینا ہے۔ دیوار کی لمبائی 7 میٹر اور اونچائی 5 میٹر ہے۔ رنگ و روغن کا خرچ 120 روپے فی مربع میٹر ہو تو اُسے پینٹر کو کتنے روپے ادا کرنا ہوگا؟ اسے طے کیجیے۔



مثال : ایک 40 میٹر لمبے اور 30 میٹر چوڑے مستطیلی باغ کے اندر کمپاؤنڈ سے متصل باغ کے اردگرد 2 میٹر چوڑا راستہ بنانا ہے۔ اس راستے پر 20 سم × 25 سم ابعاد کے فرش بٹھانا ہے تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟

حل :

فرش بٹھائے جانے والے علاقے کا رقبہ معلوم کریں گے۔

100 سم = 1 میٹر
25 سم = $\frac{25}{100}$ میٹر

$\therefore$ باغ کا رقبہ = 40 × 30 = 1200 مربع میٹر

راستہ چھوڑ کر باغ کے اندر کا رقبہ = 36 × 26 = 936 مربع میٹر

$\therefore$ فرش بٹھائے جانے والے علاقہ کا رقبہ = 1200 − 936 = 264 مربع میٹر

$\therefore$ ہر فرش کا رقبہ = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ مربع میٹر

ایک فرش کا رقبہ $\frac{1}{20}$ مربع میٹر ہو تو 264 مربع میٹر جگہ میں بٹھائے جانے والے فرش کی تعداد معلوم کریں گے۔

فرشیوں کی تعداد = $\frac{\text{جگہ کا کل رقبہ}}{\text{ایک فرش کا رقبہ}}$

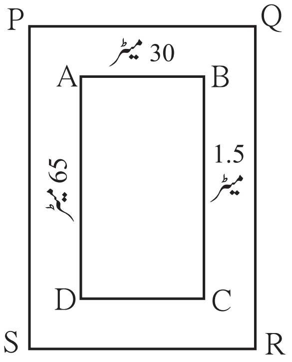
$= 264 \div \frac{1}{20}$

$= 264 \times 20 = 5280$

$\therefore$ 5280 فرش درکار ہوں گے۔

مثال : ایک مستطیل نما کھیل کے میدان کی لمبائی 65 میٹر اور چوڑائی 30 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد باہر کے جانب چاروں طرف 1.5 میٹر چوڑا راستہ ہے۔ اس راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل :



مثال میں کھیل کے میدان کی شکل مستطیل نما ہے۔

فرض کیجیے □ABCD کھیل کا میدان ہے۔ اس کے گرد باہر کی جانب 1.5 میٹر چوڑا راستہ چاروں طرف ہے۔ □ABCD کے چاروں جانب 1.5 میٹر کا فاصلہ رکھ کر □PQRS مستطیل بنائیں گے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی $= 65 + 1.5 + 1.5 = 68$ میٹر

مستطیل PQRS کی چوڑائی $= 30 + 1.5 + 1.5 = 33$ میٹر

راستہ کا رقبہ = مستطیل PQRS کا رقبہ − مستطیل ABCD کا رقبہ

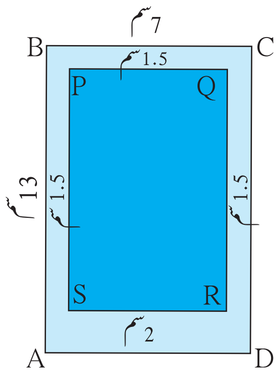
$= 68 \times 33 - 65 \times 30 = \square - \square = \square$ مربع میٹر

آیئے بحث کریں

کیا ہم اوپر کی مثال میں دیے ہوئے راستہ کا رقبہ دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں؟

مثال : ایک موبائیل کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔ اس پر PQRS اسکرین کی شکل دکھائی گئی ہے، تو اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے موبائیل کے کناروں سے مستطیل ABCD بنا ہے۔ اس کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔



فرض کیجیے ضلع AB، ضلع BC اور ضلع DC کی جانب سے 1.5 سم کا فاصلہ چھوڑ کر اور DA کی جانب سے 2 سم کا فاصلہ چھوڑ کر مستطیل PQRS بنا ہے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی $= \square$ سم

مستطیل PQRS کی چوڑائی $= \square$ سم

اسکرین کا رقبہ = مستطیل PQRS کا رقبہ $= \ldots \times \ldots = \square$ مربع سم

عملی کام

مختلف شکل کے موبائیل دیکھیے اور ان پر بٹھائے ہوئے اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 45

1. ایک مربع کا ضلع 12 سم ہے تو اس مربع کا رقبہ معلوم کیجیے۔
2. ایک مستطیل کی لمبائی 15 سم اور چوڑائی 5 سم ہو تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔
3. ایک مستطیل کا رقبہ 102 مربع سم ہے۔ مستطیل کی لمبائی 17 سم ہو تو مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔
4*. ایک مربع کا ضلع 3 گنا کرنے پر، اس کا رقبہ اصل مربع کے رقبہ کے کتنا گنا ہو جائے گا؟

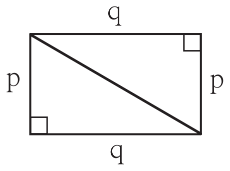
آیئے سمجھ لیں :

قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ (Area of right angled triangle)

عملی کام

ایک ہی ناپ کے دو قائمۃ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔ انھیں شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق جوڑیے۔ مشاہدہ کیجیے کہ ایک مستطیل بنتا ہے۔ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع p اور q لمبائی کے ہیں، اور وہی مستطیل کے اضلاع بھی ہیں۔

شکل سے صاف ظاہر ہوتا ہے کہ



قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ × 2 = مستطیل کا رقبہ ∴

$p \times q$ = قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ × 2 ∴

$\frac{p \times q}{2}$ = قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ ∴

یہ میری سمجھ میں آگیا

قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل ضرب × $\frac{1}{2}$ = قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

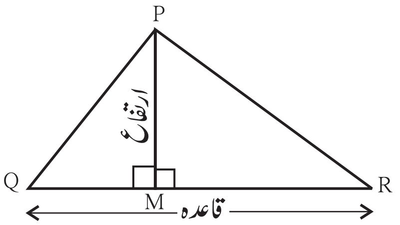
قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے دو اضلاع میں سے ایک ضلع اگر قاعدہ ہو تو دوسرا ضلع ارتفاع کہلاتا ہے۔

ارتفاع × قاعدہ × $\frac{1}{2}$ = قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ ∴

△ABC کسی بھی قسم کا مثلث ہو تو قاعدہ کے لیے کوئی ایک ضلع لیا جاتا ہے۔ اس ضلع کے مقابل کے راسی نقطہ سے قاعدہ پر کھینچا ہوا عمود مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔

ΔPQR کسی ایک قسم کا ایک مثلث ہے جس کا قاعدہ QR ہے۔ راسی نقطہ P سے قاعدہ QR پر PM عمود کھینچا گیا ہے۔

شکل 1 : نقطہ M خط QR پر واقع ہے۔



△PMR اور △PMQ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں۔

$\therefore\ A(\triangle PQR) = A(\triangle PMQ) + A(\triangle PMR)$

$= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

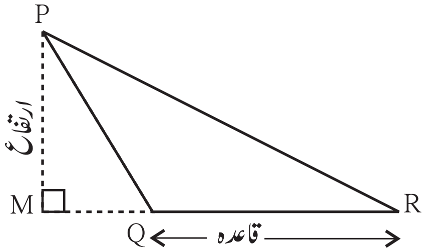
$= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

= ارتفاع × قاعدہ × $\frac{1}{2}$

A(△PQR) = ارتفاع × قاعدہ × $\frac{1}{2}$

شکل 2 : نقطہ M خط QR کے باہر ہے۔



△PMR اور △PMQ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں۔

$\therefore\ A(\triangle PQR) = A(\triangle PMR) - A(\triangle PMQ)$

$= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

= ارتفاع × قاعدہ × $\frac{1}{2}$

A(△PQR) = ارتفاع × قاعدہ × $\frac{1}{2}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

مثال : ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 3.5 سم اور 4.2 سم ہیں۔ اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × (قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائی کا حاصل ضرب)

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

= 7.35 مربع سم

مثال : ایک مثلث کا قاعدہ 5.6 سم اور ارتفاع 4.5 سم ہے، اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

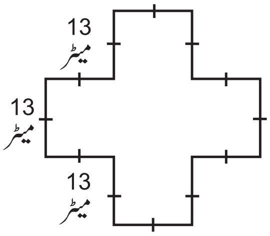
حل : ∴ مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × ارتفاع

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

∴ مثلث کا رقبہ = 12.6 مربع سم

مشقی سوالات 46

1. ایک کیلنڈر کے صفحے کی لمبائی 45 سم اور چوڑائی 26 سم ہے، اس صفحہ کا رقبہ کتنا ہوگا؟
2. ایک مثلث کی ارتفاع 3.6 سم اور قاعدہ 4.8 سم ہے تو اس مثلث کا رقبہ کتنا ہوگا؟
3. ایک مستطیلی شکل کے قطعہ زمین کی لمبائی 75.5 میٹر اور چوڑائی 30.5 میٹر ہے۔ 1000 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے قطعہ زمین کی کل قیمت کتنی ہوگی؟
4. مستطیل نما ہال کی لمبائی 12 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے۔ اس میں 30 سم ضلع کے مربع نما فرش بچھانا ہے۔ تو پورے ہال کے لیے کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟ اس مثال میں اگر 15 سم ضلع کے مربع نما فرش ہوں تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟



5. مقابل کی شکل میں ایک باغ کے ناپ دیئے ہیں۔ اس باغ کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

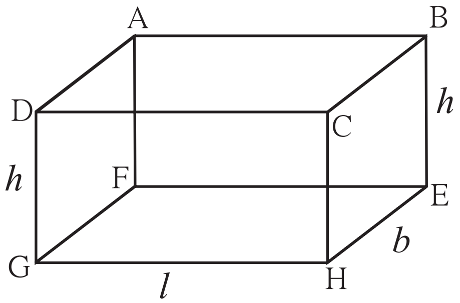
آیئے سمجھ لیں :

سطح کا رقبہ (Surface area)

کسی بھی سہ رُخی اجسام کے تمام سطحوں کے رقبوں کا مجموعہ یعنی اس چیز کی کل سطح کا رقبہ کہلاتا ہے۔

✹ مکعب نما کی سطح کا رقبہ :

- مکعب نما کی چھے سطح ہوتی ہیں۔
- ہر سطح مستطیل نما ہوتی ہے۔
- مقابل کی مستطیل نما سطحوں کے رقبے متماثل ہوتے ہیں۔
- ہر کنارا اس سے ملنے والے دونوں کناروں پر عمود ہوتا ہے۔
- مکعب نما کی افقی سطحوں کی لمبائی 'l' چوڑائی 'b' اور عمودی سطح کی اونچائی 'h' سے ظاہر کریں گے۔



مستطیل ABCD کا رقبہ = مستطیل GHEF کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

مستطیل ADGF کا رقبہ = مستطیل BCHE کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $b \times h$

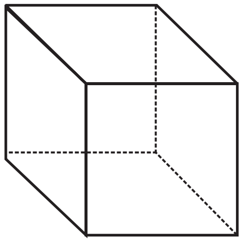
مستطیل CHGD کا رقبہ = مستطیل ABEF کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times h$

مکعب نما کے کل سطحوں کا رقبہ = تمام مستطیل کے رقبوں کا مجموعہ

$\therefore$ مکعب نما کی کل سطحوں کا رقبہ = 2 (لمبائی × چوڑائی + چوڑائی × اونچائی + لمبائی × اونچائی)

$= 2(l \times b + b \times h + l \times h) = 2\,(lb + bh + lh)$

✸ مکعب کی سطح کا رقبہ :



- مکعب کی کل چھ سطحیں ہوتی ہیں۔
- ہر سطح مربع نما ہوتی ہے۔
- تمام سطحوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔
- فرض کیجیے مربع کا ضلع 'l' ہے۔

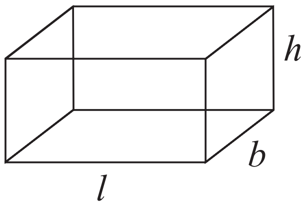
مکعب کی ایک سطح کا رقبہ = مربع کا رقبہ

$\therefore$ مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ = 6 مربعوں کے رقبوں کا مجموعہ

$= 6 \times l^2$ $= 6 \times$ (ضلع)^2

مثال : لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1.2 میٹر اور اونچائی 1.3 میٹر والے ٹین کا مکعب نما شکل کا ایک بند صندوق بنانا ہے۔ تو کل کتنی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟

حل : صندوق کی لمبائی $= l = 1.5$ میٹر , چوڑائی $= b = 1.2$ میٹر , اونچائی $= h = 1.3$ میٹر



$\therefore$ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ $= 2\,(l \times b + b \times h + l \times h)$

$= 2\,(1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$

$= 2\,(1.80 + 1.56 + 1.95)$

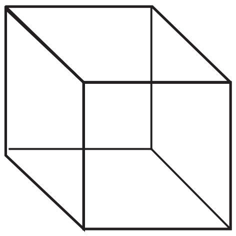
$= 2\,(5.31)$

$\therefore$ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ = 10.62 مربع میٹر

اس لیے صندوق بنانے کے لیے کل 10.62 مربع میٹر ٹین کی چادر درکار ہوگی۔

مثال : ایک مکعب نما ڈبے کی لمبائی 0.4 میٹر ہے۔ اس ڈبہ کو باہر سے روغن دینا ہے۔ اگر خرچ 50 روپے فی مربع میٹر ہو تو کل کتنا خرچ آئے گا؟

حل :



$\therefore$ مکعب کا ضلع $= l = 0.4$ میٹر

$\therefore$ مکعب کی کل سطح کا رقبہ $= 6 \times (l)^2$

$= 6 \times (0.4)^2$

$\therefore$ مکعب کی کل سطح کا رقبہ $= 6 \times 0.16 = 0.96$ مربع میٹر

ایک مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ 50 روپے ہے۔

∴ 0.96 مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ $= 0.96 \times 50$

$= 48$ روپے

∴ صندوق کو رنگ وروغن لگانے کا خرچ 48 روپے ہوگا۔

مشقی سوالات 47

1. مکعب کے ضلع کی لمبائی درج ذیل کے مطابق ہو تو مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 3 سم (ii) 5 سم (iii) 7.2 سم (iv) 6.8 میٹر (v) 5.5 میٹر

2. ذیل میں مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب دی ہوئی ہے، اس معلومات کی بنا پر کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 12 سم , 10 سم , 5 سم (ii) 5 سم , 3.5 سم , 1.4 سم

(iii) 2.5 میٹر , 2 میٹر , 2.4 میٹر (iv) 8 میٹر , 5 میٹر , 3.5 میٹر

3. ایک ماچس کی ڈبیہ کی لمبائی 4 سم، چوڑائی 2.5 سم اور اونچائی 1.5 سم ہے۔اس ڈبیہ کو باہر سے رنگین کاغذ چسپانا ہے،کل کتنا کاغذ درکار ہوگا؟

4. ایک باغ کے خشک پتے اور دیگر گھاس پھوس ٹرالی پر رکھ کر لے جانے کے لیے ایک بغیر ڈھکن کی ٹین کی ٹنکی بنانا ہے۔اس کی لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1 میٹر اور اونچائی 1 میٹر ہے۔اس کے لیے کل کتنے رقبے کی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟ اس صندوق کو اندر اور باہر سے زنگ سے بچانے کے لیے رنگ وروغن کا خرچ، 150 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کتنا ہوگا؟ معلوم کیجیے۔

ریاضیاتی پہیلی

کچھ تین ہندسی اعداد ایسے ہوتے ہیں ان ہندسوں کا حاصل ضرب اس عدد کو مکمل تقسیم کرتا ہے۔

مثال :

(i) عدد 175 لیجیے، $1 \times 7 \times 5 = 35 \rightarrow \frac{175}{35} = 5$

(ii) عدد 816 لیجیے، $8 \times 1 \times 6 = 48 \rightarrow \frac{816}{48} = 17$

(iii) عدد 612 لیجیے، $6 \times 1 \times 2 = 12 \rightarrow \frac{612}{12} = 51$

اسی طرح 135، 312، 672 وغیرہ اعداد بھی ہیں۔آپ اس قسم کے اور اعداد تلاش کریں۔

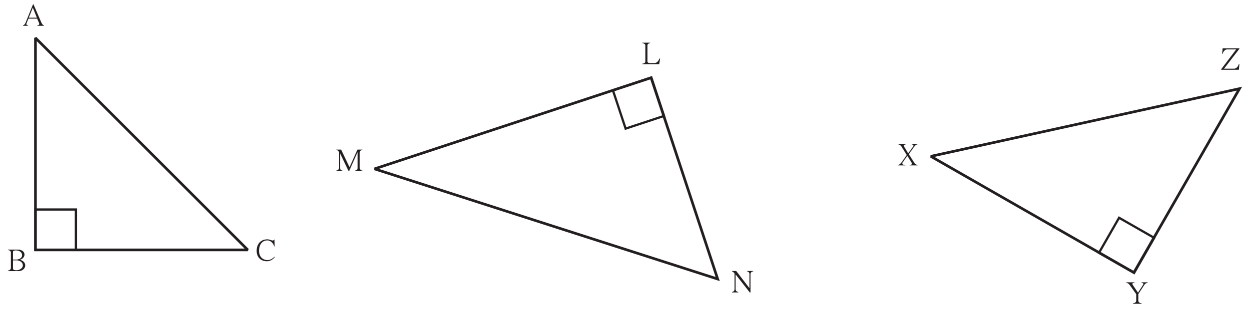
13 فیثاغورث کا مسئلہ

آیئے ذرا یاد کریں :

قائمۃ الزاویہ مثلث (Right angled triangle)

یہ بات ہم جانتے ہیں کہ جس مثلث کا ایک زاویہ، قائمہ زاویہ ہوتا ہے اُسے قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں اور قائمہ زاویہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔

- درج ذیل قائمۃ الزاویہ کے وتروں کے نام لکھیے۔



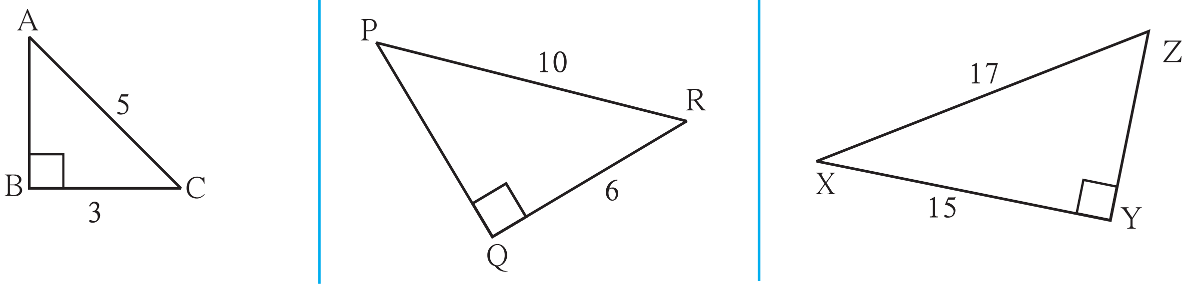
△ABC کا وتر ☐   △LMN کا وتر ☐   △XYZ کا وتر ☐

فیثاغورث کا مسئلہ (The Theorem of Pythagoras)

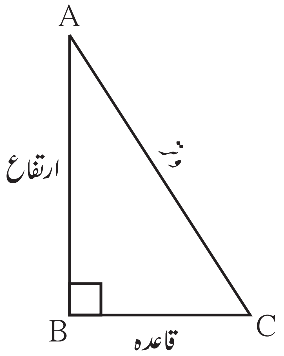
چھٹی صدی قبل مسیح میں ایک عظیم یونانی ریاضی داں فیثاغورث ہو گذرے ہیں۔ ریاضی مضمون کے لیے انھوں نے بڑی خدمات انجام دی ہیں۔ ریاضی کے علوم سکھانے میں وہ بہت مشہور تھے۔ ان کے کئی شاگرد بھی تھے۔

قائمۃ الزاویہ مثلث کے تعلق سے ایک مسئلہ بہت پہلے سے کئی ممالک کے لوگ جانتے تھے۔ بھارت کی قدیم کتاب ''شُلوسُتر'' میں بھی اس بات کا ذکر ملتا ہے۔ لیکن اس مسئلہ کا ثبوت فیثاغورث نے سب سے پہلے دیا اس لیے ان کا نام اس مسئلہ کو دیا گیا۔ **''قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی کا مربع، باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔''** یہی فیثاغورث کا مسئلہ کہلاتا ہے۔

عملی کام وتر اور زاویہ قائمہ بنانے والا ایک ضلع دیا ہو تو ذیل میں دیے ہوئے خاکے کے مطابق قائمۃ الزاویہ مثلث بنایئے۔ تیسرے ضلع کی لمبائی ناپیے۔



آیئے سمجھ لیں :



مقابل کی شکل میں، فیثاغورث کا مسئلہ ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$\triangle ABC$ میں $\angle B$ قائمہ زاویہ ہو تو

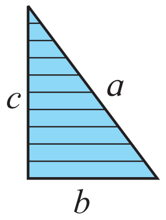
$$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$$

عام طور پر قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع قاعدہ اور دوسرا ضلع ارتفاع کے طور پر سمجھا جاتا ہے۔ اس مسئلہ کو ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

→ $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{ارتفاع})^2$

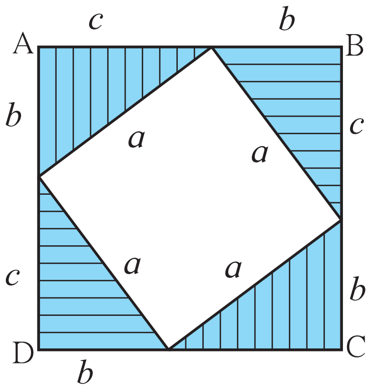
فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق کے لیے درج ذیل عمل کیجیے۔

عملی کام

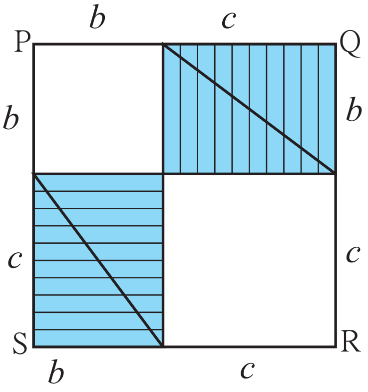


ایک کارڈ شیٹ کے مساوی ناپ کے 8 قائمۃ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔ اس کے اضلاع کسی بھی لمبائی کے ہوسکتے ہیں۔ فرض کیجیے اس مثلث کا وتر 'a' اکائی، قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 'b' اکائی اور 'c' اکائی ہیں۔ اس بات کو دھیان میں رکھیں کہ اس مثلث کا رقبہ $\frac{bc}{2}$ ہے۔

اب دوسرے کارڈ شیٹ پر $(b + c)$ اکائی ضلع کے دو مربع پینسل سے بنائیے۔ شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق کاٹے ہوئے 8 مثلثوں میں سے 4 مثلث، مربع ABCD میں رکھ دیجیے۔ اور بقیہ 4 مثلث شکل کے مطابق مربع PQRS میں رکھ دیجیے۔ مثلثوں سے ڈھکے ہوئے حصے کو خط کشیدہ کیجیے۔



شکل (i)



شکل (ii)

شکلوں کا معائنہ کیجیے۔ شکل (i) میں خالی جگہ میں 'a' ضلع والا مربع بنا ہے۔ شکل (ii) میں خالی جگہ میں 'b' اور 'c' ضلع کے دو مربع بنے ہوئے ہیں۔

دونوں مربعوں میں خط کشیدہ کیے ہوئے حصے مساوی یعنی چار قائمۃ الزاویہ مثلث کے رقبہ کے مساوی ہیں۔

شکل (i) میں

مربع ABCD کا رقبہ $= a^2 + 4 \times$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

شکل (ii) میں

$\therefore$ مربع PQRS کا رقبہ $= b^2 + c^2 + 4 \times$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

$$= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc$$

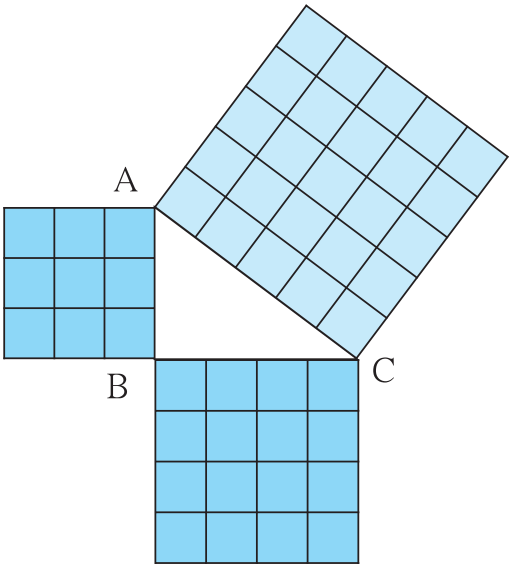
$\therefore$ مربع ABCD کا رقبہ = مربع PQRS کا رقبہ

$$\therefore \quad a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore \quad a^2 = b^2 + c^2$$

آیئے بحث کریں

- شکل (i) میں خالی ذو اربعۃ الاضلاع کا ہر زاویہ قائمہ ہے۔ چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس کی تصدیق کیجیے۔



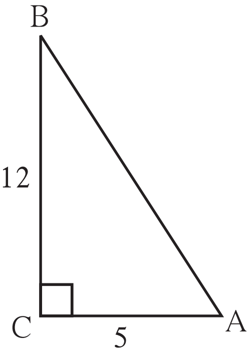
عملی کام ایک کارڈ شیٹ پر 3 سم، 4 سم اور 5 سم لمبائی کا ایک قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ ہر ضلع پر ایک مربع بنائیے۔ ہر مربع کا رقبہ معلوم کیجیے اور فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق کیجیے۔

نوٹ : فیثاغورث کے مسئلہ کا استعمال کرکے قائمۃ الزاویہ مثلث کے دو ضلعے دیے ہوں تو تیسرا ضلع معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال : $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90^\circ$، $l(AC) = 5$ سم اور $l(BC) = 12$ سم ہو تو کتنے $l(AB) = ?$

حل : قائمۃ الزاویہ $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90^\circ$، اس لیے ضلع AB وتر ہوگا۔

فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے



$$\therefore \quad l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

$$= 25 + 144$$

$$\therefore \quad l(AB)^2 = 169$$

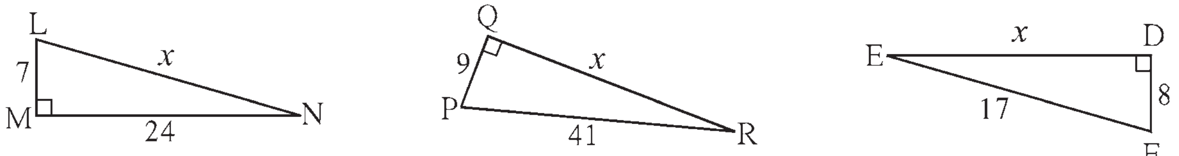
$$\therefore \quad l(AB)^2 = (13)^2$$

$$\therefore \quad l(AB) = 13$$

$\therefore$ وتر AB کی لمبائی $= 13$ سم

مشقی سوالات 48

.1 ذیل کی شکلوں کو دیکھ کر 'x' کی قیمت معلوم کیجیے۔



(i) (ii) (iii)

.2 قائمۃ الزاویہ $\triangle PQR$ میں $\angle P = 90°$، اگر $l(PQ) = 24$ سم اور $l(PR) = 10$ سم ہو تو قطعہ خط QR کی لمبائی معلوم کیجیے۔

.3 قائمۃ الزاویہ $\triangle LMN$ میں $\angle M = 90°$، اگر $l(LM) = 12$ سم اور $l(LN) = 20$ سم ہو تو قطعہ خط MN کی لمبائی معلوم کیجیے۔

.4 15 میٹر لمبائی کی ایک سیڑھی زمین سے 9 میٹر اونچائی پر کھڑکی تک پہنچتی ہے۔ تو دیوار کا قاعدہ اور سیڑھی کے نچلے سرے کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

آیئے سمجھ لیں :

طبعی اعداد کے ثلاثی ارکان میں اگر بڑے عدد کا مربع دیگر دو اعداد کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہو تو اُسے فیثا غورث کے ثلاثی اعداد کہتے ہیں۔

جس مثلث کے ضلعوں کی لمبائی اس طرح ثلاثی اعداد کی صورت میں دکھائی جاتی ہے اس مثلث کو قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں۔

مثال : کیا (7, 24, 25) یہ اعداد فیثا غورث کے ثلاثی اعداد ہیں؟

حل : 25، 24، 7 میں سے ہر عدد کا مربع معلوم کریں گے۔

$$\therefore \quad (7)^2 = 49, (24)^2 = 576, (25)^2 = 625$$

$$\therefore \quad 49 + 576 = 625$$

$$\therefore \quad (7)^2 + (24)^2 = (25)^2$$

اس لیے 7، 24 اور 25 فیثا غورث کے ثلاثی اعداد ہیں۔

سرگرمی : 1 سے 50 تک اعداد میں سے ایسے تین اعداد کے گروہ تلاش کیجیے جو فیثا غورث کے ثلاثی اعداد کہلاتے ہیں۔

مشقی سوالات 49

.1 ذیل میں کچھ ثلاثی اعداد دیے ہیں، ان میں سے فیثا غورث کے ثلاثی اعداد دریافت کیجیے۔

(i) 3 , 4 , 5 (ii) 2 , 4 , 5 (iii) 4 , 5 , 6

(iv) 2 , 6 , 7 (v) 9 , 40 , 41 (vi) 4 , 7.5 , 8.5

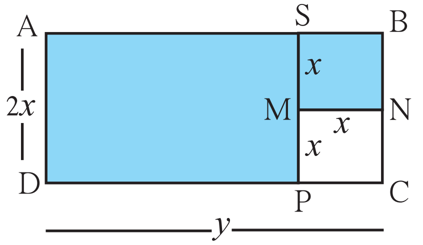
.2 ذیل میں کچھ مثلثوں کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے کون سا مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہے بتایئے۔

(i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61

(iv) 1.5, 1.6, 1.7 (v) 40, 20, 30

14 الجبری ضابطے – مربع کی توسیع

آیئے ذرا یاد کریں :



بازو کی شکل میں مستطیل ABCD دکھایا گیا ہے۔اس مستطیل کی لمبائی y اکائی ہے اور چوڑائی $2x$ اکائی ہے۔اس مستطیلی شکل کے ایک کونے سے x اکائی ضلع والا مربع کاٹ کر نکال لیا گیا ہے۔رنگین حصے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے الجبری عبارت پر عمل کا استعمال کریں گے۔

مستطیل ABCD کا رقبہ کو A(□ABCD) لکھیں گے۔

رنگین علاقے کا رقبہ $= A(\square ABCD) - A(\square MNCP) = 2xy - x^2$

رنگین علاقے کا رقبہ $= A(\square ASPD) + A(\square SBNM) = (y - x) \times 2x - x^2$

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

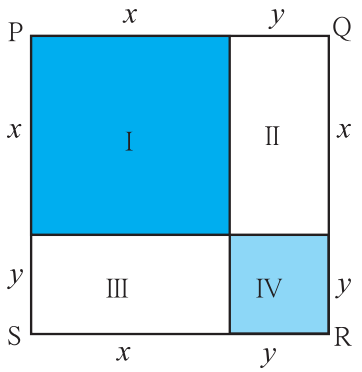
$= 2xy - x^2$

آیئے سمجھ لیں :

مربع کی توسیع

الجبری عبارتوں کی ضرب کر کے حاصل ہونے والی عبارت اُس ضرب کی توسیعی صورت ہوتی ہے۔مخصوص قسم کے عبارتوں کی توسیع فوراً لکھنا آسان ہو اس لیے ضابطے بنائے جاتے ہیں۔ان میں سے ہم کچھ ضابطوں کا مطالعہ کریں گے۔

عملی کام I



- مقابل کی شکل میں PQRS □ ایک مربع ہے اور اس کا ضلع $(x + y)$ ہے۔

$\therefore \quad A(\square PQRS) = (x + y)^2$

مربع PQRS کے رقبہ کو مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

یہاں، مربع PQRS کا رقبہ مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

$\therefore$ A (□ PQRS) = A (مستطیل I) + A (مستطیل II) + A (مستطیل III) + A (مستطیل IV)

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

اب الجبری عبارت $(x + y)^2$ کی ضرب کریں گے۔

$\therefore \quad (x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2 \; ; \quad \therefore \; (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

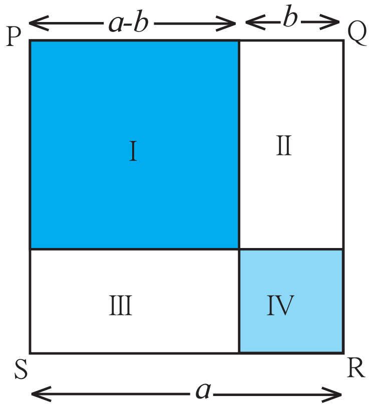
$(x + y)$ اس دورکنی کا مربع کرنے پر حاصل ہونے والی الجبری عبارت، رقبہ کے پیمائش سے حاصل ہوئی عبارت کے مساوی ہے۔

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ... (یہ دورکنی کے مربع کا توسیعی ضابطہ ہے۔)

عملی کام II بازو کی شکل میں PQRS 'a' ضلع والا ایک مربع ہے۔اور اسے 4 مستطیل میں تقسیم کیا گیا ہے۔

جیسے $(a - b)$ والا مربع، b ضلع کا مربع اور $(a - b)$، 'b' ضلع والے دو مستطیل۔

$$\therefore \quad \text{A (مربع I)} + \text{A (مستطیل II)} + \text{A (مستطیل III)} + \text{A (مربع IV)} = \text{A}(\square PQRS)$$



$$\therefore \quad (a-b)^2 + (a-b)\,b + (a-b)\,b + b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

الجبری عبارت کو ضرب کرتے ہوئے ضابطہ بنائیں گے۔

$$\therefore \quad (a-b)^2 = (a-b) \times (a-b)$$

$$= a(a-b) - b(a-b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع کی توسیع کے ضابطے میں 'a' اور 'b' کے لیے کوئی بھی قیمت رکھ کر ہم تصدیق کر سکتے ہیں۔ مثلاً $a = 5$ ،$b = 3$

$$(a+b)^2 = (5+3)^2 = (8)^2 = 64$$

$$a^2 + 2ab + b = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$

$$= 25 + 30 + 9 = 64$$

$$(a-b)^2 = (5-3)^2 = (2)^2 = 4$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$

$$= 25 - 30 + 9 = 4$$

درج ذیل قیمتیں رکھ کر مربع کی توسیع کے ضابطہ کی تصدیق کیجیے۔

(i) $a = -7,\ b = 8$ (ii) $a = 11,\ b = 3$ (iii) $a = 2.5,\ b = 1.2$

توسیع کیجیے :

مثال : $(2x + 3y)^2$

$$= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2$$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

مثال : $(51)^2$

$$= (50 + 1)^2$$

$$= (50)^2 + 2 \times 50 \times 1 + (1)^2$$

$$= 2500 + 100 + 1$$

$$= 2601$$

مثال : $(5x - 4)^2$

$$= (5x)^2 - 2(5x)(4) + (4)^2$$

$$= 25x^2 - 40x + 16$$

مثال : $(98)^2$

$$= (100 - 2)^2$$

$$= (100)^2 - 2 \times 100 \times 2 + (2)^2$$

$$= 10000 - 400 + 4$$

$$= 9604$$

مشقی سوالات 50

.1 توسیع کیجیے۔

(i) $(5a+6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p-3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

(v) $(ax+by)^2$ (vi) $(7m-4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

.2 $\left(8-\frac{1}{x}\right)$ اس دورکنی کا مربع درج ذیل میں سے کون سا ہے؟ مناسب متبادل لکھیے۔

(i) $64-\frac{1}{x^2}$ (ii) $64+\frac{1}{x^2}$ (iii) $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$ (iv) $64+\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$

.3 $m^2n^2+14mnpq+49p^2q^2$ درج ذیل میں سے کس دورکنی کی مربعی توسیعی صورت ہے؟ بتایئے۔

(i) $(m+n)(p+q)$ (ii) $(mn-pq)$ (iii) $(7mn+pq)$ (iv) $(mn+7pq)$

.4 توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

آیئے سمجھ لیں :

❀ $(a+b)(a-b)$ کی توسیع

$$\therefore \quad (a+b)(a-b) = (a+b)\times(a-b)$$
$$= a(a-b)+b(a-b)$$
$$= a^2-ab+ba-b^2$$
$$= a^2-b^2$$
$$\therefore \quad (a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

مثال : $(3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2-(4y)^2 = 9x^2-16y^2$

مثال : $102\times 98 = (100+2)(100-2) = (100)^2-(2)^2 = 10000-4 = 9996$

مشقی سوالات 51

.1 توسیع کے ضابطے کی مدد سے ذیل کی ضرب کیجیے۔

(i) $(x+y)(x-y)$ (ii) $(3x-5)(3x+5)$

(iii) $(a+6)(a-6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

.2 توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کرنا

ہم نے مکمل اعداد کے اجزائے ضربی کرنے کا طریقہ سیکھا ہے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کیسے کی جاتی ہے پہلے یک رکنی کی مثال لیں گے۔

$15 = 3 \times 5 \rightarrow$ ، یعنی 15 کے اجزائے ضربی 3 اور 5 ہیں۔

اسی طرح $3x = 3 \times x$ یعنی $3x$ کے اجزائے ضربی 3 اور x ہیں۔

اب دیکھیے عبارت $5t^2$ لیتے ہیں۔ $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

یہاں 1، 5، t، t^2، $5t$، $5t^2$ یہ تمام $5t^2$ کے اجزائے ضربی ہیں۔

$$6ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$$

یک رکنی کے اجزائے ضربی کرتے وقت پہلے متغیر کے ضریب کے اجزائے ضربی کیے جا سکتے ہوں تو کیجیے، بعد میں متغیر کے اجزائے ضربی کیجیے۔

مشقی سوالات 52

⊙ ذیل کی عبارتوں کے مفرد اجزائے ضربی صورت میں لکھیے۔

(i) $201a^3b^2$ (ii) $91xyt^2$ (iii) $24a^2b^2$ (iv) tr^2s^3

آیئے سمجھ لیں :

دو رکنی کے اجزائے ضربی کرنا

$4xy + 8xy^2$ اس دو رکنی میں ہر رکن کا $4x$ اور y جزو ضربی ہیں۔

$$\therefore \ 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x(y + 2xy) = 4xy(1 + 2y)$$

دونوں ارکان میں مشترک جزو ضربی تلاش کرکے، قوسین کے باہر ضرب کی صورت میں لکھا گیا، تو دو رکنی کے اجزائے ضربی بنائے گئے۔

$\therefore \ 9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc(3a + 4c)$ ... (اس طرح اجزائے ضربی بنائے جاتے ہیں۔)

ہمیں ضابطہ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ معلوم ہے۔

اس طرح $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ اجزائے ضربی حاصل ہوتے ہیں۔

اجزائے ضربی کیجیے۔

مثال : $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$
$= (a + 2b)(a - 2b)$

مثال : $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$
$= 3(a + 3b)(a - 3b)$

مشقی سوالات 53

⊙ ذیل کی عبارتوں کے اجزائے ضربی کیجیے۔

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$ (v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$

(vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$ (ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

❑❑❑

15 شماریات

آیئے سمجھ لیں :

اوسط (Median / Average)

اسمیتا کو روزانہ گھر سے اسکول سائیکل کے ذریعے جانے کے لیے کتنے منٹ لگتے ہیں، یہ معطیات ذیل میں دی ہوئی ہے۔اسمیتا کو پیر سے سنیچر سائیکل کے ذریعے اسکول جانے کے لیے درکار وقت ذیل کی جدول میں دیا ہوا ہے۔

دن	پیر	منگل	بدھ	جمعرات	جمعہ	سنیچر
منٹ	20	20	22	18	18	20

اس جدول سے ہمیں یہ بات سمجھ میں آتی ہے کہ کبھی اُسے 18 منٹ لگتے ہیں، کبھی 22 منٹ تو کبھی 20 منٹ لگتے ہیں۔اسکول کے 6 دنوں کا خیال کریں تو اسے اسکول جانے کے لیے روزانہ اندازاً کتنے منٹ لگتے ہیں؟

ریاضی میں اس طرح کا اندازہ معلوم کرنے کے لیے اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہاں 6 دنوں میں لگنے والے منٹوں کی جمع کو 6 سے تقسیم کیا جائے تو جو عدد حاصل ہوگا وہ اندازاً روزانہ لگنے والا وقت ہوگا۔ وہ اُن تمام اعداد کا اوسط ہے۔

$$\therefore \quad \text{اوسط} = \frac{\text{چھے دنوں میں اسکول جانے کے لیے درکار منٹوں کی جمع}}{\text{کل دن کی تعداد}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

اسمیتا کو اسکول جانے کے لیے روزانہ اوسطاً $19\frac{2}{3}$ منٹ لگتے ہیں۔

مثال : ایک اسکول نے ، طلبہ کا گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا۔اُن میں سے ذیل میں چھے طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ دیا گیا ہے۔اس فاصلہ کا اوسط معلوم کریں گے۔

750 میٹر ,1 کلومیٹر ,1.5 کلومیٹر ,700 میٹر ,800 میٹر ,950 میٹر

حل : طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ یکساں اکائی میں لینا ضروری ہے۔

1 کلومیٹر = 1000 میٹر
1.5 کلومیٹر = 1500 میٹر

$$\text{اوسط} = \frac{\text{چھے طلبہ کا گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کا مجموعہ}}{\text{کل طلبہ}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6}$$

$= 950$ میٹر

اسکول کے طلبہ کے گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کی اوسط 950 میٹر ہے۔

آیئے بحث کریں

مثال : ایک ہفتہ کے ساتوں دن رضیہ رسّی کود کی مشق کرتی ہے۔ ہر روز ایک منٹ میں اس کی لگائی ہوئی رسی کود کی تعداد ذیل میں دی گئی ہے۔

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

حل :

$$\therefore \quad \text{اوسط} = \frac{\text{سات دنوں میں لگائے ہوئے رسّی کود کا مجموعہ}}{\text{کل دن}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

$\therefore$ روزانہ ایک منٹ میں لگائی گئی رسی کود کا اوسط = 60.42

جس عدد کی معلومات ہمیں ضروری ہے۔ اس کے جتنے نمونے ہمیں دی ہوئی معلومات میں ملتے ہیں،

اُسے (شمارہ) معطیات کہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ رسی کود کی تعداد طبعی اعداد میں گنتے ہیں کسی بھی دن یہ گنتی کسر میں نہیں ہوتی۔ لیکن اوسط کسر میں ہوسکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

$$\text{اوسط} = \frac{\text{دی گئی معلومات کے تمام معطیات کا مجموعہ}}{\text{کل معطیات کی تعداد}}$$

سرگرمی : ✷ کلاس میں 10 طلبہ کا گروپ بنا کر ہر گروپ کے طلبہ کی اونچائی معلوم کیجیے۔

✷ کلاس ٹیچر سے حاضری مانگ کر ایک ہفتے کی اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 54

1. ایک شہر میں ایک ہفتہ میں ہوئی بارش ملی میٹر میں دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر ہفتہ بھر کی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔

9, 11, 8, 20, 10, 16, 12

2. اسکول کے سالانہ گیدرنگ میں اپنی مدد آپ مہیلا بچت گٹ نے اپنی خورد نوش کی دکان لگائی۔ ہر گھنٹے میں فروخت ہونے سے حاصل ہوئی رقم ₹960، ₹830، ₹945، ₹800، ₹847، ₹970 اس طرح ہے۔ تو فی گھنٹہ فروخت ہوئی رقم کا اوسط معلوم کیجیے۔

3. ودربھ میں 5 سال میں ہوئی بارش ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اس معطیات کی بنا پر 5 سال میں ہوئی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔

900 ملی میٹر، 650 ملی میٹر، 450 ملی میٹر، 733 ملی میٹر، 400 ملی میٹر

4. ایک کسان نے جانوروں کے خوراک کے بورے خریدا۔ ان کے اوزان کلوگرام میں ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ تو ان بوروں کا اوسط وزن معلوم کیجیے۔

49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

آیئے سمجھ لیں :

تعددی تقسیمی جدول (Frequency distribution table)

کبھی کبھی دی ہوئی معلومات میں کچھ شمارے (Data) کئی مرتبہ آتے ہیں۔کون سا شمارہ کتنی مرتبہ آیا ہے اسے دکھانے والے عدد کو اس شمارہ کا تعدد کہتے ہیں۔

ایسے وقت تعددی جدول بنائی جاتی ہے۔اس جدول میں شمارہ،شماریاتی نشان (Tally mark) اور تعدد اس طرح کل تین ستون ہوتے ہیں۔

1. پہلے ستون میں چھوٹے عدد سے شروع کرتے ہوئے بڑے عدد تک تمام شمارے لکھیے۔
مثلاً 1، 2، 3، 4، 5، 6 ان تمام اعداد کو ایک کے نیچے ایک ترتیب وار لکھیے۔

2. معلومات میں دیے ہوئے اعداد ترتیب سے پڑھیے۔ہر وقت معطیات میں سے عدد پڑھنے کے بعد، جدول میں اُس عدد کے بازو کی ستون میں '|' ایسا نشان لگائیے۔اس کھڑی لکیر (نشان) کو شماریاتی نشان (tally کا نشان) کہتے ہیں۔
جیسے 3 کا عدد پڑھ کر 3 عدد کے سامنے دوسرے ستون میں '|' اس طرح نشان لگائیے۔ 4 نشانات تک '||||' چار عمودی لکیر کھینچی جاتی ہیں۔لیکن پانچواں نشان 卌 اس طرح لکھتے ہیں۔اس طرح شماریاتی نشان کی کل تعداد کی گنتی کرنا آسان ہوجاتا ہے۔

3. ہر عدد کے سامنے شماریاتی نشان کی کل تعداد گن کر لکھیے، اُس عدد کو تعدد کہتے ہیں۔تیسرے ستون میں تعدد لکھتے ہیں۔

4. آخر میں تمام تعددوں کی جمع کی جاتی ہے۔اُسے 'N' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔یہ مجموعہ کل شماروں کی تعداد کے مساوی ہوتا ہے۔

دی ہوئی معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنانا

مثال : ایک کلاس کے کچھ لڑکیوں کا گھر سے اسکول تک کا فاصلہ (کلومیٹر) میں دیا ہوا ہے۔

1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6

اس کی بنا پر ہم دیکھیں گے کہ تعددی جدول کس طرح تیار کرتے ہیں۔

شماروں کی گنتی کرتے وقت جس شمارہ (عدد) کو گن چکے ہیں اسے دھیان میں رکھنے کے لیے اس عدد پر ترچھی لکیر سے کٹ مار کا نشان لگاتے ہیں۔ یہاں پر پہلے تین شماروں کی گنتی ہونے کے بعد شماروں کی فہرست دی ہوئی ہے۔

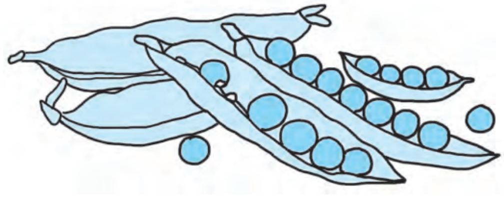
(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

شمارہ	شماریاتی نشان	تعدد
1	||	2
2	|	1
3	||	2
4	卌	5
5	||	2
6	|||	3
	کل تعدد N = 15	

پریا کی والدہ نے بازار سے مٹر کی پھلیاں خرید لائی۔ والدہ نے پھلیاں چھیلنا شروع کیا۔ پریا قریب ہی بیٹھ کر ریاضی کی پڑھائی کر رہی تھی۔ اُس کا دھیان والدہ کی پھلیوں کے چھیلنے کی طرف گیا۔ کچھ پھلیوں میں سے 4 دانہ تو کچھ پھلیوں میں سے 7 دانے نکل رہے تھے۔ پھر پریا نے اُس میں سے 50 پھلیاں اُٹھا کر چھیلا اور اس میں موجود دانوں کی تعداد کا اندراج کیا۔

پریا نے مٹر کے پھلیوں میں موجود دانوں کی تعددی جدول بنائی۔

دانوں کی تعداد	شماریاتی نشان	تعدد
2	卌 |||	8
3	卌 卌 卌	15
4	卌 卌 ||	12
5	||	2
6	卌 ||	7
7	|||	3
8	|||	3
	کل تعدد N = 50	



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

والدہ : کیا تم چھلی ہوئی پھلیوں کے دانوں کا اوسط معلوم کر سکتی ہو؟

پریا : ہاں، ان 50 اعداد کی جمع کر کے اس مجموعے کو 50 سے تقسیم کرنا ہوگا؟ یہ پیچیدہ کام ہے نا؟

والدہ : ہم اس کام کو آسان کر سکتے ہیں۔ تعددی جدول میں 2 دانے کتنی پھلیوں میں، 3 دانے کتنی پھلیوں میں ہیں وغیرہ ہمیں معلوم ہیں نا؟

پریا : جی ہاں! 2 دانے 8 پھلیوں میں، 3 دانے 15 پھلیوں میں، 4 دانے 12 پھلیوں میں وغیرہ ہمیں معلوم ہے۔

اب میری سمجھ میں آیا۔ 8×2، 15×3، 12×2 اس طرح ضرب کر کے ان کے حاصل ضرب کی جمع کی جائے تو ان 50 اعداد کی جمع حاصل ہوتی ہے۔

والدہ : سات چھوٹی حاصل ضرب اور ان کی جمع کرنا آسان ہے نا؟ بہت زیادہ شمارے یا معطیات ہو تو ایسے وقت میں تعددی جدول کا استعمال کیا جاتا ہے۔

پریا : پھر تمام شماروں کا مجموعہ 206 ہوا۔

$$\therefore \text{اوسط} = \frac{206}{50} = 4.12$$

والدہ : کسی بھی پھلی میں مٹر کے دانے مکمل عدد میں ہی ہوتے ہیں، لیکن اوسط کبھی کبھی کسر میں بھی ہوسکتا ہے۔ یہاں ہر پھلی میں عموماً 4 دانے ہیں یہ کہا جاسکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- شماروں کی درجہ بندی آسانی سے کرنے کے لیے شماریاتی نشانات (tally کے نشان) کا استعمال کیا جاتا ہے۔
- شماریاتی نشانات کی تعداد، تعدد ظاہر کرتی ہے۔ایسی جدول کو تعددی جدول کہتے ہیں۔
- شماروں کی تعداد زیادہ ہو تو تعددی جدول کا استعمال اوسط معلوم کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

مشقی سوالات 55

1. ایک کلاس کے 30 طلبہ کی اونچائی سینٹی میٹر میں دی ہوئی ہے۔اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132,

131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140

2. ایک بستی میں 50 خاندان رہتے ہیں۔ہر خاندان کے افراد کی تعداد ذیل میں دی ہوئی ہے۔اس معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنائیے۔

5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2,

4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2

3. ایک پانسہ 40 مرتبہ اُچھالنے پر اوپری رخ پر حاصل ہوئے اعداد کا اندراج ذیل کے مطابق ہے۔اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6

3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4

4. ایک اقامت خانہ کے میس میں 30 طلبہ کو کھانے میں دی جانے والی پوریوں کی تعداد ذیل کے مطابق ہے، اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 3, 2

اوسط کا استعمال سائنس کے تمام شعبوں میں، علم طب، جغرافیہ، علم معاشیات، سماجی علوم وغیرہ مضامین میں ہوتا ہے۔

مجموعۂ سوالات 2

.1 اجمل نے 1500 روپے، 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں جمع کیے۔اُسے مدت ختم ہونے پر 5400 روپے مفرد سود ملا۔تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم بینک میں جمع کیا؟

.2 ایک سڑک بنانے کے کام کے لیے 10 مزدوروں کو 4 دن لگتے ہیں، تو 8 مزدوروں کو کتنے دن درکار ہوں گے؟

.3 نصیرالدین اور مہیش ہر ایک نے بالترتیب ₹40,000 اور ₹60,000 سرمایہ لگا کر ایک کاروبار شروع کیا۔اس کاروبار میں اُنھیں 30% نفع حاصل ہوا۔تو بتایئے ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟

.4 ایک دائرے کا قطر 5.6 سم ہے۔اس کا محیط معلوم کیجیے۔

.5 توسیع کیجیے۔

(i) $(2a-3b)^2$ (ii) $(10+y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$

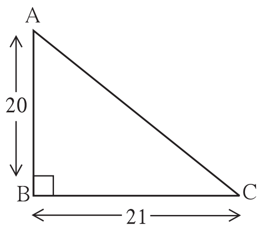
.6 ضابطے کا استعمال کرتے ہوئے ضرب کیجیے۔

(i) $(x-5)(x+5)$ (ii) $(2a-13)(2a+13)$ (iii) $(4z-5y)(4z+5y)$ (iv) $(2t-5)(2t+5)$

.7 ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.05 میٹر ہے۔تو پہیے کے 1000 گردشوں میں بیل گاڑی کتنے کلو میٹر کا فاصلہ طے کرے گی؟

.8 ایک 40 میٹر لمبائی کے مستطیل نما باغ کا رقبہ 1000 مربع میٹر ہے۔تو باغ کی چوڑائی اور اسی طرح باغ کا احاطہ معلوم کیجیے۔اس باغ کے گرد دروازہ کے لیے 4 میٹر کی جگہ چھوڑ کر 3 پھیروں والی تار کی باڑھ لگانا ہے۔اگر تار کی باڑھ کا خرچ 250 روپے فی میٹر ہو تو باڑھ لگانے کا کل خرچ معلوم کیجیے۔

.9 بازو کی شکل میں دی ہوئی معلومات سے وتر AC معلوم کیجیے اور اسی طرح ΔABC کا احاطہ معلوم کیجیے۔



.10 ایک مکعب کا ضلع 8 سم ہے تو اس مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ کتنا ہے؟

.11 اجزائے ضربی کیجیے : $365y^4z^3-146y^2z^4$

کثیر متبادل سوالات

سوال : مندرجہ ذیل سوالات کے متبادل جوابات دیے ہوئے ہیں۔ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

.1 اگر اعداد $33, 34, 35, x, 37, 38, 39$ کا اوسط 36 ہو تو x کی قیمت .... ہوگی۔

(i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36

.2 (61^2-51^2) ان مربعی اعداد کی حاصل تفریق، .... ہوگی۔

(i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250

.3 2600 روپے کو 8 : 5 کے تناسب میں سمیرا اور سنیتا میں تقسیم کرنے پر ہر ایک کے حصے میں .... اور .... روپے آئیں گے۔

(i) ₹1500 , ₹ 1100 (ii) ₹1300 , ₹ 900

(iii) ₹ 800 , ₹ 500 (iv) ₹1600 , ₹ 1000

جوابات کی فہرست ANSWERS

مشقی سیٹ 1 : 1. -- 2. -- 3. مثلث کے اندرون میں
4. قائمۃ الزاویہ مثلث کے وتر پر 5. مثلث کا حائط مرکز معلوم کرنا

مشقی سیٹ 2 ---

مشقی سیٹ 3 --- مشقی سیٹ 4 --- مشقی سیٹ 5 ---

مشقی سیٹ 6 :

1. (i) قطعہ MG ≅ قطعہ GR (ii) قطعہ MG ≅ قطعہ NG
(iii) قطعہ GC ≅ قطعہ GB (iv) قطعہ GE ≅ قطعہ GR

2. (i) قطعہ AB ≅ قطعہ WA (ii) قطعہ AP ≅ قطعہ YC
(iii) قطعہ AC ≅ قطعہ PY (iv) قطعہ PW ≅ قطعہ BY
(v) قطعہ YA ≅ قطعہ PY (vi) قطعہ BW ≅ قطعہ ZX
(مذکورہ بالا سوالات میں ہر ایک کے کئی جواب ہو سکتے ہیں)

مشقی سیٹ 7 : ⊙ ∠AOB ≅ ∠BOC, ∠AOB ≅ ∠RST,
∠AOC ≅ ∠PQR, ∠DOC ≅ ∠LMN,
∠BOC ≅ ∠RST

مشقی سیٹ 8 : ⊙ (i) 35 (ii) −54 (iii) −36 (iv) −56
(v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (vii) −105

مشقی سیٹ 9 :

1. (i) −6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$ (iv) $\frac{-2}{3}$ (v) $\frac{-17}{4}$
(vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$ (ix) $\frac{6}{5}$ (x) $\frac{1}{63}$

2. 24 ÷ 5, 72 ÷ 15, ÷48 ÷ (−10) وغیرہ

3. −5 ÷ 7, −15 ÷ 21, 20 ÷ (−28) وغیرہ کئی

مشقی سیٹ 10 : 1. 1 2. 4,5 اور 17,19

3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71,
73, 79, 83, 89, 97 کل 16 مفرد اعداد

4. 59 اور 61, 71 اور 73

5. (2,3), (5,7), (11,12), (17,19), (29,30) وغیرہ کئی 6. 2

مشقی سیٹ 11 : ⊙ (i) 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2
(ii) 3 × 19 (iii) 23 (iv) 2 × 3 × 5 × 5
(v) 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3
(vi) 2 × 2 × 2 × 2 × 13 (vii) 3 × 3 × 5 × 17
(viii) 2 × 3 × 3 × 19 (ix) 13 × 19 (x) 13 × 43

مشقی سیٹ 12 : 1. (i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1 (v) 2
(vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21

2. (i) ع م ا 25, مختصر ترین صورت $\frac{11}{21}$
(ii) ع م ا 19, مختصر ترین صورت $\frac{4}{7}$
(iii) ع م ا 23, مختصر ترین صورت $\frac{7}{3}$

مشقی سیٹ 13 :

1. (i) 60 (ii) 120 (iii) 288 (iv) 60 (v) 3870
(vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180 (ix) 567 (x) 108

2. (i) 1;1184 (ii) 1;2346 (iii) 15; 60
(iv) 9; 126 (v) 26; 312

مشقی سیٹ 14 : 1. (i) 30 (ii) 40,20

2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510
(iv) 23; 69 (v) 7; 588

3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008
(iv) 60 (v) 240 4. 365

5. (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$

6. 144 7. 255 8. 14 میٹر 9. 18 اور 20

مشقی سیٹ 15 : 1. اندرونی حصے میں نقاط : R, C, N, X
بیرونی حصے میں نقاط : T, U, Q, V, Y
زاویہ کی ساقین پر نقاط : A, W, G, B

2. ∠ANB اور ∠BNC, ∠BNC اور ∠ANC,
∠ANC اور ∠ANB, ∠PQR اور ∠PQT

3. (i) متصلہ ہیں۔ (ii) اور
(iii) متصلہ نہیں ہیں کیونکہ اندرونی حصے الگ الگ نہیں ہیں۔ (iv) متصلہ ہیں۔

مشقی سیٹ 16 : 1. (i) 50° (ii) 27° (iii) 45° (iv) 35°
(v) 70° (vi) 0° (vii) $(90 - x)°$

2. 20° اور 70°

مشقی سیٹ 17 : 1. (i) 165° (ii) 95° (iii) 60°
(iv) 143° (v) 72° (vi) 180° (vii) $(180 - a)°$

2. مکملہ زاویوں کی جوڑیاں :

(i) $\angle B$ اور $\angle N$ (ii) $\angle D$ اور $\angle F$ (iii) $\angle Y$ اور $\angle E$

متمم زاویوں کی جوڑیاں : (i) $\angle B$ اور $\angle G$ (ii) $\angle N$ اور $\angle J$

3. $\angle X$ اور $\angle Z$ یہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

4. $65°$ اور $25°$

5. (i) $\angle P$ اور $\angle M$ (ii) $\angle T$ اور $\angle N$

(iii) $\angle P$ اور $\angle T$ (iv) $\angle M$ اور $\angle N$

(v) $\angle P$ اور $\angle N$ (vi) $\angle M$ اور $\angle T$ 6. $160°$

7. $m\angle A = (160 - x)°$

مشقی سیٹ 18 :

1. شعاع PM اور شعاع PL , شعاع PT اور شعاع PN

2. نہیں۔ کیوں کہ ان شعاعوں سے ایک خط نہیں بنتا ہے۔

مشقی سیٹ 19 : ---

مشقی سیٹ 20 :

1. $m\angle APB = 133°$, $m\angle BPC = 47°$, $m\angle CPD = 133°$

2. $m\angle PMS = (180 - x)°$, $m\angle SMQ = x°$, $m\angle QMR = (180 - x)°$

مشقی سیٹ 21 :

1. $m\angle A = m\angle B = 70°$ 2. $40°, 60°, 80°$

3. $m\angle ACB = 34°$, $m\angle ACD = 146°$, $m\angle A = m\angle B = 73°$

مشقی سیٹ 22 :

1. (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$

2. (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$

3. (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0

4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$

5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$ (v) $\frac{2}{5}$

(vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

مشقی سیٹ 23 : ⊙

(i) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30}, \frac{22}{30}, \frac{21}{30}$

(iii) $-\frac{9}{15}, -\frac{7}{15}, \frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9}, 0, -\frac{4}{9}$

(v) $-\frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (vi) $\frac{17}{24}, \frac{11}{24}, \frac{-13}{24}$

(vii) $\frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}$ (viii) $-\frac{1}{8}, -\frac{2}{8}, -\frac{5}{8}$ وغیرہ

مشقی سیٹ 24 :

(i) 3.25 (ii) -0.875 (iii) 7.6 (iv) $0.41\dot{6}$

(v) 3.142857 (vi) $1.\dot{3}$ (vii) $0.\dot{7}$

مشقی سیٹ 25 : 1. 149 2. 0 3. 4 4. 60 5. $\frac{17}{20}$

مشقی سیٹ 26 : 1. --- 2. (i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401

(iv) -216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

مشقی سیٹ 27 : ⊙ (i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

مشقی سیٹ 28 : 1. (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1

2. (i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

مشقی سیٹ 29 : 1. (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8} (iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$

(iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$ (vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$

(viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^5$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^3$ کیونکہ 6^3 (iv) $\frac{1}{y^4}$

مشقی سیٹ 30 :

1. (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

مشقی سیٹ 32 : ⊙

(i) یک رکنی $= 7x;\ a\ ;\ 4$

(ii) دو رکنی $= 5y - 7z;\ 5m - 3$

(iii) سہ رکنی $= 3x^3 - 5x^2 - 11;\ 3y^2 - 7y + 5$

(iv) کثیر رکنی $= 1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

مشقی سیٹ 33 : ⊙

(i) $22p + 18q$ (ii) $18a + 24b + 21c$

(iii) $19x^2 - 20y^2$ (iv) $-11a^2b^2 + 44c$

(v) $3y^2 - 8y + 9$ (vi) $4y^2 + 10y - 8$

مشقی سیٹ 34 : ⊙ (i) $xy + 7z$ (ii) $4x + 2y + 4z$

(iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$

(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$ (v) $-12x + 30z - 19y$

مشقی سیٹ 35 : 1. (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$

(iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$

2. $(40x^2 + 49x + 15)$ مربع میٹر

مشقی سیٹ 36 : 1. $-2(7x + 12y)$ 2. $-345x^5y^4z^3$

3. (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) -5 (vi) $\frac{69}{5}$

4. 16 سال، 11 سال 5. 130 6. 30 نوٹ 7. 132, 66

مجموعۂ سوالات – 1

1. (i) 80 (ii) -6 (iii) -48 (iv) 25 (v) 8 (vi) -100
2. (i) 15; 675 (ii) 38;228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96
3. (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$
4. (i) 28 (ii) 15 (iii) 36 (iv) 45 (v) 16
5. --- 6. (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$ (iv) 1026
7. (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) -8 (iv) $\frac{63}{20}$
8. --- 9. --- 10. --- 11. --- 12. ---
13. (i) 55° (ii) $(90 - a)°$ (iii) 68° (iv) $(50 + x)°$
14. (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)°$
15. --- 16. (i) 110° (ii) 55° (iii) 55°
17. (i) 5^7 (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$
18. (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64 (iv) 16
19. (i) $8a + 10b - 13c$ (ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$ (iii) $18m - n$ (iv) $2m - 19n + 11p$
20. (i) $x = -10$ (ii) $y = 5$

کثیر متبادل سوالات : 1. داخلی مرکز 2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ 3. 3

4. $\frac{3}{2}$ 5. $10 \times 3 + (5 + 2)$

مشقی سیٹ 37 : 1. ₹240 2. 32 گٹھے

3. 18 کلوگرام 4. ₹24000 5. ₹104000

مشقی سیٹ 38 :

1. 10 دن؛ 4 دن 2. 50 صفحات 3. 2 گھنٹہ ; 3 گھنٹہ ; 20 دن

مشقی سیٹ 39 : 1. ₹12800; ₹16000

2. ₹10000; ₹24000 3. ₹38000; ₹9120

4. ₹147; ₹343 5. ₹54000; ₹15120

مشقی سیٹ 40 : 1. ₹1770 2. ₹25000; ₹375000

3. ₹14875 4. ₹3600 5. ₹180000

مشقی سیٹ 41 :

1. 10% 2. ₹300 3. 5 سال 4. ₹41000

5. (i) ₹882; ₹5082 (ii) ₹5000; ₹6200

(iii) 2 سال، ₹8800 (iv) ₹12000, 10 سال

(v) ₹19200, ₹21600

مشقی سیٹ 42 : 1. (i) 14 سم ; 44 سم (ii) 14 سم ; 88 سم

(iii) 98 سم ; 196 سم (iv) 11.55 سم ; 23.1 سم

2. 28 سم 3. ₹56320 4. 250 چکر

مشقی سیٹ 43 : 1. 240°

2. اصغرقوس کے نام : PXQ قوس, PR قوس, RY قوس,

XP قوس, XQ قوس, QY قوس

اکبرقوس کے نام : PYQ قوس, PQR قوس, RQY قوس,

XQP قوس, QRX قوس

نصف دائروی قوس کے نام : QPR قوس, QYR قوس

3. 250°

مشقی سیٹ 44 : 1. 2 گنا 2. 3 گنا 3. 90 میٹر 4. 8 میٹر

مشقی سیٹ 45 :

1. 144 مربع سم 2. 75 مربع سم 3. 46 سم 4. 9 گنا

مشقی سیٹ 46 : 1. 1170 مربع سم 2. 8.64 مربع سم

3. ₹ 2302750 4. 800 فرشیاں; 3200 فرشیاں

5. 156 میٹر; 845 مربع میٹر

مشقی سیٹ 47 : 1. (i) 54 مربع سم (ii) 150 مربع سم

(iii) 311.04 مربع میٹر (iv) 277.44 مربع میٹر

(v) 181.5 مربع میٹر

2. (i) 460 مربع سم (ii) 58.8 مربع سم

(iii) 31.6 مربع میٹر (iv) 171 مربع سم

3. 39.5 مربع سم 4. 6.5 مربع سم، ₹1950

مشقی سیٹ 48 : 1. (i) 25 اکائی (ii) 40 اکائی (iii) 15 اکائی

2. 26 سم 3. 16 سم 4. 12 میٹر

مشقی سیٹ 49 : 1. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) نہیں

(iv) نہیں (v) ہاں (vi) نہیں

2. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) نہیں (v) نہیں

مشقی سیٹ 50 :

1. (i) $25a^2 + 60ab + 36b^2$ (ii) $\frac{a^2}{4} + \frac{ab}{3} + \frac{b^2}{9}$

(iii) $4p^2 - 12pq + 9q^2$ (iv) $x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$

(v) $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$ (vi) $49m^2 - 56m + 16$

(vii) $x^2 + x + \frac{1}{4}$ (viii) $a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}$

2. $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ 3. $(mn + 7pq)^2$

4. (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

مشقی سیٹ 51 : 1. (i) $x^2 - y^2$ (ii) $9x^2 - 25$

(iii) $a^2 - 36$ (iv) $\frac{x^2}{25} - 36$

2. (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

مشقی سیٹ 52 : ⊙ (i) $3 \times 67 \times a \times a \times a \times b \times b$

(ii) $13 \times 7 \times x \times y \times t \times t$

(iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b$

(iv) $t \times r \times r \times s \times s \times s$

مشقی سیٹ 53 : ⊙ (i) $(p + q)(p - q)$

(ii) $(2x + 5y)(2x - 5y)$ (iii) $(y + 2)(y - 2)$

(iv) $\left(p + \frac{1}{5}\right)\left(p - \frac{1}{5}\right)$

(v) $\left(3x + \frac{1}{4}y\right)\left(3x - \frac{1}{4}y\right)$

(vi) $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$ (vii) $ab(a - 1)$

(viii) $2x^2(2xy - 3x)$

(ix) $\frac{1}{2}(y + 4z)(y - 4z)$

(x) $2(x + 2y)(x - 2y)$

مشقی سیٹ 54 : 1. 12.29 ملی میٹر 2. ₹ 892

3. 626.6 ملی میٹر 4. 49.4 کلوگرام

مشقی سیٹ 55 :

1.

اونچائی	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	کل
لڑکے	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

افراد	1	2	3	4	5	کل
خاندان	1	13	16	13	7	50

3.

سطحیں	1	2	3	4	5	6	کل
تعداد	2	8	13	8	5	4	40

4.

بوریاں	2	3	4	5	کل
لڑکے	9	10	8	3	30

مجموعہ سوالات – 2 :

1. 4 سال 2. 5 دن

3. ₹12000; ₹18000 4. 17.6 سم

5. (i) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ (ii) $100 + 20y + y^2$

(iii) $\frac{p^2}{9} + \frac{pq}{6} + \frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2 - 6 + \frac{9}{y^2}$

6. (i) $x^2 - 25$ (ii) $4a^2 - 169$

(iii) $16z^2 - 25y^2$ (iv) $4t^2 - 25$

7. 3.3 کلومیٹر 8. 25 میٹر; 130 میٹر; ₹94500

9. 29 اکائی; 70 اکائی 10. 384 مربع سم

11. $73y^2z^3(5y^2 - 2z)$

کثیر متبادل سوالات

1. 36 2. 1120 3. ₹1600, ₹1000

❑❑❑

مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی وابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴

उर्दू गणित इ. ७वी

₹41.00