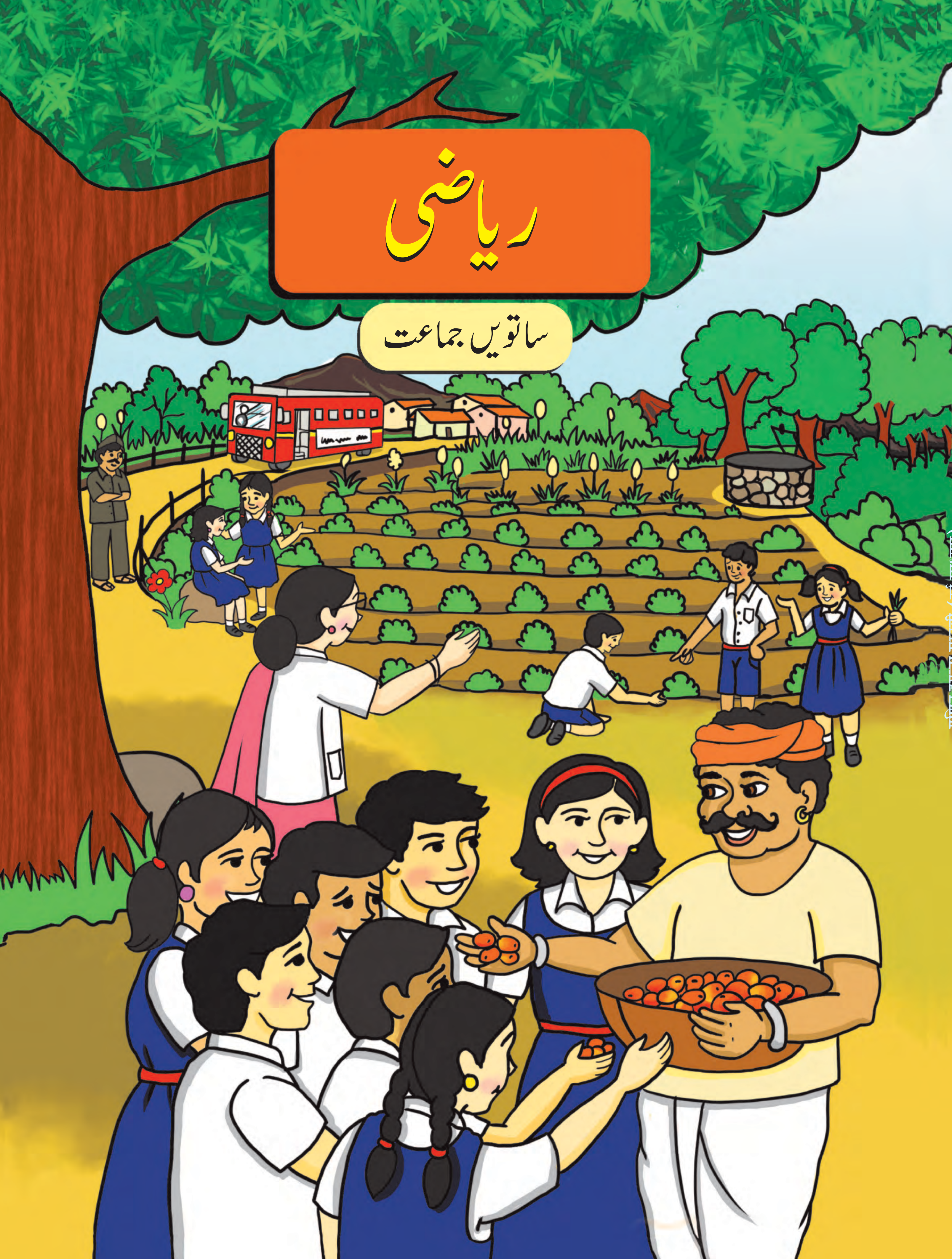
ریاضی

ساتویں جماعت



سرکاری فیصلہ نمبر : ابھیاس ۲۱۱۶/ (پر- نمبر۱۶/۴۳) ایس ڈی- مورخہ ۲۵/اپریل ۱۲۰۶ء کے مطابق قائم کی گئی رابطہ کار کمیٹی کی نشست مورخہ ۳/مارچ ۲۰۱۷ء میں اس کتاب کو درسی کتاب کے طور پر منظوری دی گئی۔

ریاضی

ساتویں جماعت

مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی وابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴

بازو میں دیا ہوا 'کیوآر کوڈ' نیز اس کتاب میں دیگر مقامات پر دیے ہوئے 'کیوآر کوڈ' اسمارٹ فون کے ذریعے اسکین کیے جاسکتے ہیں۔ اسکین کرنے پر ہمیں اس درسی کتاب کی درس و تدریس کے لیے مفید لنک/لنکس (URL) ملے گی۔

طبع اوّل : ۲۰۱۷ء
(2017)

ریاضی مضمون کی کمیٹی

- ڈاکٹر شریمتی منگلا نارلیکر (صدر)
- ڈاکٹر شریمتی جے شری اترے (رکن)
- شری رماکانت سرودے (رکن)
- شری داداسو سرڈے (رکن)
- شری سندیپ پنچ بھائی (رکن)
- شریمتی لتا تلے کر (رکن)
- شریمتی اجولا گوڈبولے (رکن سکریٹری)

ریاضی مضمون کی مجلس عاملہ

- شری پوجا جادھو
- شری گنیش کولتے
- شری راماونیال کر
- شریمتی سوورنا دیشپانڈے
- شری اُمیش ریلے
- شری انا پاپریٹ
- شری شریپاد دیشپانڈے
- شری راجندر چودھری
- شری چندن کلکرنی
- شریمتی انیتا جاوے
- شریمتی باگیشری چوہان
- شری کلیان کڑیکر
- شری سندیش سوناوے
- شری سجیت شندے
- ڈاکٹر ہنومنت جگتاپ
- شری پرتاپ کاشد
- شری کاشی رام باویسانے
- شری پپو گاڑے
- جناب انصار شیخ
- شری پرمود ٹھومبرے
- شری پرکاش جھینڈے
- شری بنسی ہاوَلے
- شری شریکانت رتن پارکھی
- شری سوریہ کانت شہانے
- شری سریش داتے
- شری پرکاش کاپسے
- جناب سلیم ہاشمی
- شریمتی آریا بھڑے
- شری ملند بھاکرے
- شری دیانیشور ماشالکر
- شری لکشمن داون کر
- شری سدھیر پاٹل
- شری راجارام بنڈگر
- شریمتی روہنی شرکے
- شری ساگر سکوڑے
- شری پردیپ گوڈسے
- شری رویندر کھندارے

شریمتی پراجکتی گوکھلے (مہمان رکن)

Urdu Translators

Mr. Ansari Abdul Hameed

Mr. Momin Al-Nasir

Mr. Qasim Raza

Co-ordinator (Urdu)

Khan Navedul Haque Inamul Haque

Special Officer for Urdu,

M.S. Bureau of Textbooks, Balbharati

Co-ordinator (Marathi)

Smt. Ujwala S. Godbole

I/C. Special Officer for Mathematics

M.S. Bureau of Textbooks, Balbharati

Urdu D.T.P. & Layout

Altaf Ameen (Sadan Graphics)

Malegaon - 423203

Cover, Art work & Designing

Dhan Shri Mukashi, Pune

Computer Designing

Sandeep Koli, Mumbai

Production

Shri Sachchitanand Aphale (C.P.O)

Shri Sanjay Kamble (Production Officer)

Shri Prashant Harne (Asst. Production Officer)

Paper

70, GSM Creamvowe

Print Order

N/PB/2017-18/20,000

Printer

SAKAL PAPERS PVT. LTD., KOLHAPUR

Publisher

Shri Vivek Uttam Gosavi (Controller)

M.S. Bureau of Textbook Production,

Prabhadevi, Mumbai - 25

بھارت کا آئین

تمہید

ہم بھارت کے عوام متانت وسنجیدگی سے عزم کرتے ہیں کہ بھارت کو
ایک **مقتدر سماج وادی غیر مذہبی عوامی جمہوریہ** بنائیں
اوراس کے تمام شہریوں کے لیے حاصل کریں :

انصاف، سماجی ، معاشی اور سیاسی ؛

آزادی خیال، اظہار، عقیدہ ، دین اور عبادت ؛

مساوات بہ اعتبارِ حیثیت اور موقع ،

اوران سب میں

اُخوّت کو ترقّی دیں جس سے فرد کی عظمت اور قوم کے اتحاد اور سالمیت کا تیقّن ہو؛

اپنی آئین ساز اسمبلی میں آج چھبّیس نومبر ۱۹۴۹ء کو یہ آئین **ذریعۂ ہٰذا اختیار کرتے ہیں،**
وضع کرتے ہیں اوراپنے آپ پر نافذ کرتے ہیں۔

راشٹر گیت

جَنَ گَنَ مَنَ - اَدِھ نایَک جَیَہ ہے
بھارَتَ - بھاگیہ وِدَھاتا۔

پَنجاب، سِندُھ، گُجراتَ، مَراٹھا
دراوِڑَ، اُتکَل، بَنگَ،

وِندھیہ، ہِماچَل، یَمُنا، گنگا،
اُچّھَل جَل دِھ ترَنگَ،

تَوَ شُبھَ نامے جاگے، تَوَ شُبھَ آشِسَ ماگے،
گاہے تَوَ جَیَہ گاتھا،

جَنَ گَنَ منگل دَایَک جَیَہ ہے،
بھارَتَ - بھاگیہ وِدھاتا۔

جَیَہ ہے، جَیَہ ہے، جَیَہ ہے،
جَیَہ جَیَہ جَیَہ، جَیَہ ہے۔

عہد

بھارت میرا ملک ہے۔ سب بھارتی میرے بھائی اور بہنیں ہیں۔

مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور مَیں اس کے عظیم و گونا گوں وِرثے پر فخر محسوس کرتا ہوں۔ مَیں ہمیشہ اِس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کروں گا۔

میں اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزّت کروں گا اور ہر ایک سے خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا۔

میں اپنے ملک اور اپنے لوگوں کے لیے خود کو وقف کرنے کی قسم کھاتا ہوں۔ اُن کی بہتری اور خوش حالی ہی میں میری خوشی ہے۔

پیش لفظ

عزیز طلبہ!

ساتویں جماعت میں آپ کا استقبال ہے۔آپ پہلی سے چھٹی جماعت تک مضمون ریاضی کی درسی کتاب کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ساتویں جماعت کے لیے ریاضی کی درسی کتاب آپ کو پیش کرتے ہوئے ہمیں مسرت ہورہی ہے۔

ہمیں توقع ہے کہ آپ اس مضمون کو مناسب طریقے سے سمجھیں گے، دلچسپی سے لطف اُٹھائیں گے، آپ کو نیا علم حاصل ہوگا اور نت نئے سوالات حل کرنے کی مسرت حاصل ہوگی ۔جس کے لیے درسی کتاب میں کچھ عملی کام اور ہندسی اعمال دیے ہوئے ہیں، اُنھیں ضرور کیجیے۔اس میں آپ کو لطف کے ساتھ ساتھ کچھ خصوصیات سمجھ میں آئیں گی۔آپ اپنے ہم جماعت طلبہ سے گفتگو کر کے نئے نکات سمجھ سکتے ہیں۔اشکال، وین خاکے، اور انٹرنیٹ کے توسط سے ریاضی سمجھنا آسان ہوتا ہے۔دراصل یہ نکات صحیح طور پر سمجھ جائیں تو ریاضی کوئی مشکل مضمون نہیں ہے۔ہمیں امید ہے کہ آپ درسی کتاب کے ہر باب کو توجہ سے پڑھیں گے۔اگر کوئی حصہ سمجھ میں نہ آئے تو استاد، سرپرست یا دیگر طلبہ کی مدد سے سمجھنے کی کوشش کریں ۔اس کتاب میں حساب حل کرنے کے طریقے، اس کے ضابطے، کیوں اور کیسے بنے جیسے امور کی وضاحت دی ہوئی ہے۔ ان طریقوں کا استعمال کر کے مثالیں حل کرنے کی بار بار مشق کریں یہ اہمیت کی حامل ہیں۔مشقی سیٹ میں دی ہوئی مثالوں کی طرح مزید مثالیں آپ خود تیار کریں۔زیادہ فکر انگیز مثالیں اس کتاب میں تارہ کی علامت لگا کر دی ہوئی ہیں۔چوکون میں دیا ہوا مواد اضافی معلومات کے لیے آپ کو آئندہ مطالعے کے وقت یقینی طور پر مفید ثابت ہوگا۔پہلی جماعت سے سیکھا ہوا علم آپ کو آئندہ بھی مسلسل استعمال کرنا پڑتا ہے مثلاً جمع، تفریق، ضرب، تقسیم۔ان کا اعادہ کرتے رہیے۔دیکھیے آپ اسے نہ بھولیں! یہ سب اعمال، مثالیں حل کرتے وقت کئی مرتبہ کرنا پڑتے ہیں۔

ساتویں جماعت کے علم ریاضی میں کئی بنیادی تصورات ہیں۔انھیں بالکل مناسب طریقے سے سمجھیں گے تو آئندہ کی جماعتوں کا مطالعہ آسان ہوجائے گا۔چلیے تو پھر دیکھتے ہیں یہ کتاب علم ریاضی کو سمجھنے کے لیے آپ کی مددگار ثابت ہوتی ہے یا نہیں۔

(ڈاکٹر سنیل مگر)

ڈائرکٹر

مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی و

ابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ

پونہ

تاریخ : ۲۸/ مارچ ۲۰۱۷ء

بھارتی شمسی تاریخ : 7 چیتر 1939

ساتویں جماعت کے نصاب سے درج ذیل صلاحیتیں طلبہ میں پروان چڑھیں گی۔		
زمرہ	اکائی	متوقع صلاحیت
1. اعداد کا علم	1.1 ناطق اعداد پر اعمال 1.2 م ع ا، م ذ ا اور ان کی خصوصیت 1.3 قوت نما اور جذر المربع	• دیگر مضامین میں عددی مثالیں حل کرتے وقت اعداد کے علم کا استعمال خود اعتمادی سے کرنا۔ • عددی اور عبارتی مثالوں میں 'م ع ا' اور 'م ذ ا' کا استعمال کرنا۔ • بہت بڑے یا بہت چھوٹے عدد کو قوت نما کی صورت میں لکھنا۔ • اپنے طور پر سوالات اور معمے بنانا۔
2. الجبرا	2.1 الجبری عبارتوں کا تعارف اور ان پر اعمال 2.2 مربعی توسیعی ضابطہ اور الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی 2.3 یک متغیری مساواتیں	• کاروباری لین دین میں مسائل حل کرنے کے دوران الجبری ضابطوں اور اصولوں کا استعمال کرنا۔ • تیزی سے حساب کرنے کے لیے الجبری عبارتوں کے حوالے سے مختلف ضابطے اور اصولوں کا استعمال کرنا۔ • دی ہوئی معلومات، مساوات کی صورت میں لکھنا اور حل معلوم کرنا۔
3. علمِ ہندسہ	3.1 متماثلت 3.2 کثیر الاضلاع / کثیر ضلعی 3.3 مخصوص زاویوں کی جوڑیاں 3.4 فیثا غورث کا مسئلہ 3.5 مثلث بنانا (ہندسی عمل) 3.6 دائرہ	• متماثل اشکال پہچاننا۔ • مختلف اشکال کی خصوصیات سے متعلق بیانات کی سچائی کی تصدیق کرنا۔ • زاویوں کی جوڑیاں پہچاننا۔ • رقبہ معلوم کرنے کے لیے اور علم ہندسہ کے کچھ سوالات میں فیثا غورث کے مسئلہ کا استعمال کرنا۔ • ہندسی عمل کے دوران مناسب خصوصیات کا انتخاب کرنا۔ • مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف اور زاویوں کے ناصف متراکز ہوتے ہیں۔تصدیق کرنا۔ • قطر اور محیط کے درمیان تعلق کی تصدیق کرنا۔ • 'ICT Tools' کی مدد سے مختلف ہندسی اشکال کی خصوصیات کی تصدیق کرنا۔

ساتویں جماعت کے نصاب سے درج ذیل صلاحیتیں طلبہ میں پروان چڑھیں گی۔		
زمرہ	**اکائی**	**متوقع صلاحیت**
4. مساحت	4.1 احاطہ اور رقبہ 4.2 سطحوں کا رقبہ	• مثلث، مستطیل اور مربع کا رقبہ معلوم کرنا۔ • احاطہ اور رقبہ پر مشتمل مخلوط مثالیں حل کرنا۔ • مکعب اور مستطیلی منشور (مکعب نما) کی سطحوں کا رقبہ معلوم کرنا۔
5. کاروباری ریاضی	5.1 مستقیم تناسب اور معکوس تناسب 5.2 بینک اور مفرد سود 5.3 شراکت	• مستقیم تناسب اور معکوس تناسب پہچان کران پر مثالیں حل کرنا۔ • معاشی منصوبہ بندی (بجٹ) اور رقم جمع کرنے/ امانت رکھنے سے متعلق معلومات کا استعمال کرکے مثالیں حل کرنا۔ • شراکت کے حوالے سے نفع اور نقصان کی صحیح تقسیم کرنا۔
6. شماریات	6.1 متصل ستونی ترسیم 6.2 اوسط 6.3 تعددی تقسیم کی جدول	• معطیات کی پیش کش متصل ستونی ترسیم کے ذریعے کرنا۔ • دی ہوئی متصل ستونی ترسیم پڑھنا اور اس کی مدد سے معطیات معلوم کرنا۔ • دیے ہوئے معطیات کی مدد سے اوسط معلوم کرنا۔ • سمعی و بصری ذرائع سے (میڈیا سے) کرکٹ کھیل سے متعلق معطیات، رائے شماری سے متعلق معطیات، مختلف شہروں کے اعلیٰ وادنیٰ درجۂ حرارت کا اندراج وغیرہ کے لیے متصل ستونی ترسیم بنانا۔ • بڑے پیمانے پر معطیات دی ہوں تو Tally (شماریاتی) نشان کی مدد سے تعددی تقسیمی جدول بنانا۔

اساتذہ کے لیے رہنما ہدایات

ساتویں جماعت کی ریاضی کی درسی کتاب کا استعمال جماعت میں سوال و جواب، عملی کام، بحث و مباحثہ اور طلبہ سے گفتگو، مکالمہ بازی جیسے وسیلوں سے ہونا نہایت ضروری ہے۔ اس لیے ریاضی کی درسی کتاب کا گہرائی و گیرائی سے مطالعہ کیجیے۔ درسی کتاب میں ہمارا ماحول، جغرافیہ، سائنس، معاشیات جیسے مضامین کو مضمون ریاضی سے مربوط کیا گیا ہے۔ اس طرح بہت سے مضامین میں ریاضیاتی تصورات کا استعمال ہوتا ہے۔ اساتذہ طلبہ کو آگاہ کریں۔ اس کی وجہ سے روزمرہ کے کاروبار، لین دین میں ریاضی کا استعمال واضح ہوجائے گا اور طلبہ کو ریاضی کی اہمیت کا اندازہ بھی ہوگا۔ ریاضیاتی تصورات کی وضاحت آسان زبان میں کی گئی ہے۔ مشقی سیٹ میں دی ہوئی مثالوں پر منحصر مزید کئی مثالیں اساتذہ بنا کر طلبہ کو حل کرنے کے لیے دیں اور انھیں بھی نئی مثالیں بنانے کی ترغیب دیں۔

طلبہ کے لیے کچھ فکر انگیز سوال تارے کا نشان لگا کر دیے ہوئے ہیں۔ اضافی معلومات عنوان کے تحت مزید معلومات دی ہوئی ہے۔ یہ معلومات ریاضی کے آئندہ مطالعہ کے دوران یقیناً مفید ثابت ہوگی۔ ہمیں توقع ہے کہ ساتویں جماعت کی ریاضی کی کتاب یقیناً آپ کو پسند آئے گی۔

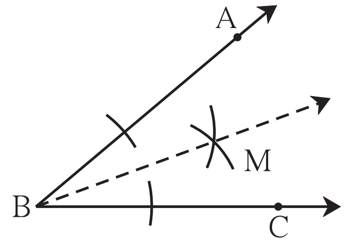
فہرست

پہلا حصّہ

دوسرا حصّہ

آیئے ذرا یاد کریں :

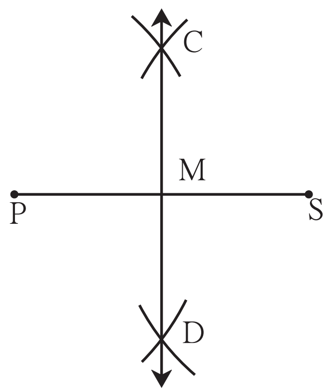
- ہم نے سابقہ جماعت میں خط، قطعہ خط، زاویہ، زاویہ کا ناصف وغیرہ کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ ہم زاویہ کی پیمائش درجوں میں کرتے ہیں۔ $\angle ABC$ کی پیمائش $40°$ ہو تو اسے ہم $m\angle ABC = 40°$ لکھتے ہیں۔



زاویہ کا ناصف (Angle Bisector) :

بازو میں $\angle ABC$ کی شکل دی ہوئی ہے۔

زاویے کا ناصف زاویے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ شعاع BM، یہ $\angle ABC$ کی ناصف ہے۔



قطعہ خط کا عمودی ناصف (Perpendicular Bisector of a line Segment)

4 سم لمبائی کا قطعہ خط PS کھینچیے اور اس کا عمودی ناصف کھینچیے۔ اُسے قطعہ خط CD کا نام دیجیے۔

- کیا خط CD عمودی ناصف ہے۔ اس کی تصدیق کے لیے آپ کیا کرو گے؟

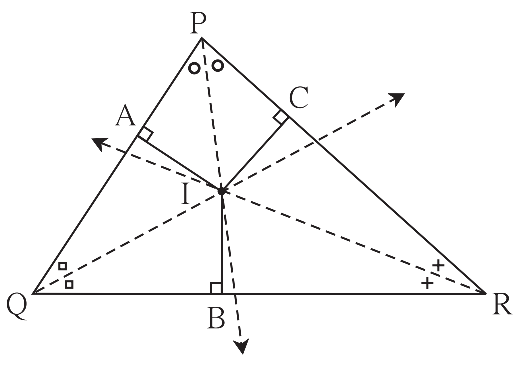
$m\angle CMS = \boxed{}°$

- کیا $l(PM) = l(SM)$ ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

مثلث کے زاویوں کے ناصفوں کی خصوصیت

عملی کام



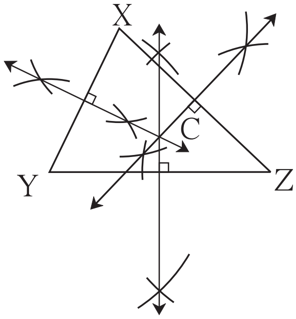
1. $\triangle PQR$، کوئی بھی ایک مثلث بنایئے۔
2. پرکار کی مدد سے مثلث کے تینوں زاویوں کی تنصیف کیجیے۔ (ناصف کی لمبائی مناسب نہ ہو تو اُسے اس طرح بڑھایئے کہ وہ ایک دوسرے کو قطع کریں)

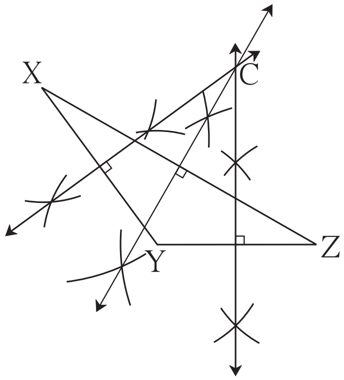
ایسا سمجھ میں آتا ہے کہ

3. یہ تینوں زاویوں کے ناصف ایک ہی نقطہ سے گذرتے ہیں۔ اس لیے یہ متراکز ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو I نام دیجیے۔
4. مثلث کے نقطہ I سے مثلث کے اضلاع PQ، QR اور PR پر بالترتیب IA، IB اور IC عمود کھینچیے۔ ان تینوں عمودوں کی لمبائیوں کی پیمائش کیجیے۔

کیا ایسا ہے؟ $IA = IB = IC$

مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصفوں کی خصوصیات

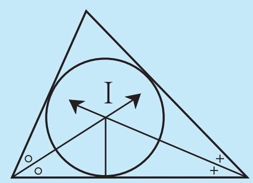




عملی کام

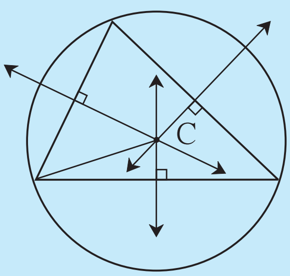
1. پٹی (مسطر) کی مدد سے ایک حادۃ الزاویہ مثلث اور ایک منفرجۃ الزاویہ مثلث کھینچیے۔ دونوں مثلث کے ہر ضلع کا عمودی ناصف کھینچیے۔
2. مشاہدہ کیجیے کہ کیا ہر مثلث کے ضلعوں کے عمودی ناصف متراکز ہیں۔
3. مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف جس نقطہ پر ملتے ہیں، اس نقطے کو C نام دیجیے۔ C نقطے سے مثلث کے راسوں تک فاصلے ناپیے۔ (کیا دکھائی دے رہا ہے) CX = CY = CZ
4. مشاہدہ کیجیے کہ عمودی ناصفوں کا نقطہ تراکز کہاں ہے۔

✷ اضافی معلومات کے لیے



(1) مثلث کے زاویوں کے ناصف متراکز (Concurrent) ہوتے ہیں۔ اُن کے نقطہ تراکز کو داخلی مرکز (Incentre) کہتے ہیں۔ اُسے 'I' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

(2) مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو حائط مرکز (Circumcentre) کہتے ہیں۔ اُسے 'C' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔



مشقی سوالات 1

1. ذیل میں دی ہوئی لمبائیوں کے قطعات خط کھینچیے اور ان کا عمودی ناصف کھینچیے۔

(i) 5.3 سم (ii) 6.7 سم (iii) 3.8 سم

2. ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کے زاویے بنائیے اور اُن زاویوں کے ناصف کھینچیے۔

(i) 105° (ii) 55° (iii) 90°

3. ایک منفرجۃ الزاویہ مثلث اور ایک قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ دونوں مثلثوں کے زاویوں کے ناصفوں کے نقطہ تراکز کھینچیے۔ بتائیے ہر مثلث کا نقطۂ تراکز کہاں ہے؟
4. ایک قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ اُس کے اضلاع کے عمودی ناصف کھینچیے۔ بتائیے اس کا نقطہ تراکز کہاں ہے؟

*5. شیلا، اجے اور سلمیٰ تینوں ایک ہی شہر میں الگ الگ مقام پر رہتے ہیں۔ اُن کے گھروں سے مساوی فاصلے پر کھلونوں کی ایک دکان ہے۔ اسے شکل کی مدد سے ظاہر کرنے کے لیے کون سے ہندسی عمل کا استعمال کریں گے؟ وضاحت کیجیے۔

آیئے سمجھ لیں :

مثلث بنانا/ مثلث کی تشکیل

عملی کام

کوئی بھی عمارت تعمیر کرنے سے پہلے کاغذ پر سب سے پہلے اس عمارت کا خاکہ کھینچا جاتا ہے۔ اس عمارت کا چھوٹا سا نمونہ بھی آپ نے دیکھا ہوگا۔ اس خاکہ کی مدد سے عمارت تعمیر کرنا آسان ہوجاتا ہے۔ اسی طرح کوئی بھی ہندسی عمل کرنے سے قبل اس ہندسی عمل کی خام (کچی) شکل بنانے سے دیے ہوئے ہندسی عمل کو بنانے میں مدد ملتی ہے۔ ہندسی عمل میں اعمال کی ترتیب طے کی جاسکتی ہے۔

ہم دیکھیں گے کہ اگر کچھ زاویوں کی اور کچھ ضلعوں کی پیمائشیں دی ہوتو کیا مثلث بنایا جاسکتا ہے۔

$\triangle ABC$ اس طرح بنایئے کہ $l(AB) = 4$ سم، $l(BC) = 3$ سم

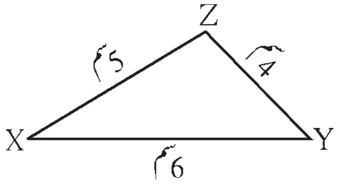
- کیا ایسا مثلث بنا سکتے ہیں؟
- تجربہ کیجیے کہ اس شرط کو پورا کرنے والے کئی مثلث بنائے جاسکتے ہیں۔
- دی ہوئی معلومات کی بنا پر ایک اور صرف ایک مثلث بنانا ہوتو مزید کون سی شرط لینی ہوگی؟

(I) مثلث کے تینوں ضلعوں کی لمبائیاں دی ہوں تو مثلث بنانا

مثال : $\triangle XYZ$ اس طرح بنایئے کہ $l(XY) = 6$ سم، $l(YZ) = 4$ سم، $l(XZ) = 5$ سم

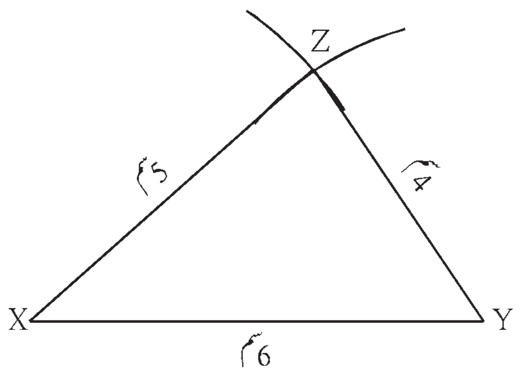
کچی شکل بناتے وقت دی ہوئی معلومات کو فوراً اور جہاں تک ہو سکے اُتنے مناسب پیمانے میں دکھایئے۔ مثال میں ضلع XY سب سے بڑا ہے۔ اس لیے کچی شکل میں بھی ویسا ہی ہونا چاہیے۔

کچی شکل

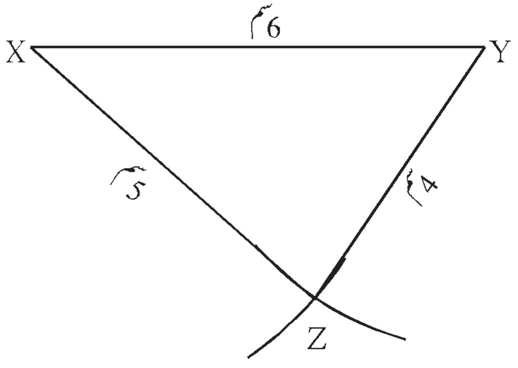


شکل بنانے کے مراحل :

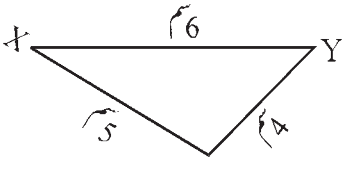
1. کچی شکل کے مطابق ضلع XY کو 6 سم لمبائی کے قاعدہ کے طور پر لیا گیا ہے۔
2. ضلع XZ کی لمبائی 5 سم ہونے کی وجہ سے پرکار میں 5 سم کا فاصلہ لے کر پرکار کی فولادی نوک X پر رکھ کر ضلع XY کے ایک جانب ایک قوس کھینچا۔
3. پرکار میں 4 سم فاصلہ لے کر پرکار کا فولادی سرا نقطہ Y پر رکھ کر پہلے کھینچے گئے قوس کو قطع کرنے والا دوسرا قوس کھینچا۔ نقطہ تقاطع کو 'Z' نام دیا۔ ضلع XZ اور ضلع YZ کھینچا۔



قاعدہ کے دوسری جانب قوس کھینچ کر ویسا ہی مثلث بنا کر دکھایا گیا۔



کچی شکل



.1 ذیل میں دی ہوئی پیائشوں کی مدد سے مثلث بنایئے۔

(i) $\triangle ABC$ میں $l(AB) = 5.5$ سم،

$l(BC) = 4.2$ سم، $l(AC) = 3.5$ سم

(ii) $\triangle STU$ میں، $l(ST) = 7$ سم،

$l(TU) = 4$ سم، $l(SU) = 5$ سم

(iii) $\triangle PQR$ میں، $l(PQ) = 6$ سم،

$l(QR) = 3.8$ سم، $l(PR) = 4.5$

.2 قاعدہ 5 سم اور باقی ماندہ ہر ضلع کی لمبائی 3.5 سم ہو تو متساوی الساقین مثلث کھینچیے۔

.3 ضلع 6.5 سم والا متساوی الاضلاع مثلث بنایئے۔

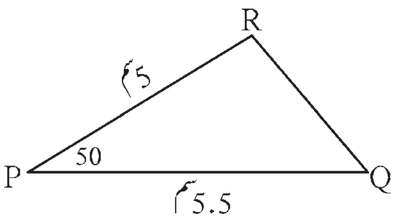
.4 آپ خود اپنے طور پر ضلعوں کی لمبائی لیجیے اور ایک متساوی الاضلاع مثلث ، ایک متساوی الساقین مثلث اور ایک مختلف الاضلاع مثلث بنایئے۔

(II) مثلث کے دو ضلع اور اُن کو شامل کرنے والا زاویہ دیا ہو تو مثلث بنانا :

مثال : $\triangle PQR$ اس طرح بنایئے کہ $l(PQ) = 5.5$ سم، $m\angle P = 50°$،

$l(PR) = 5$ سم

کچی شکل



(کچی شکل کھینچ کر اس میں دی ہوئی معلومات دکھائی گئی ہے $\angle P$ حادہ زاویہ ہے۔
اس کے مطابق کچی شکل میں کھینچا گیا ہے)

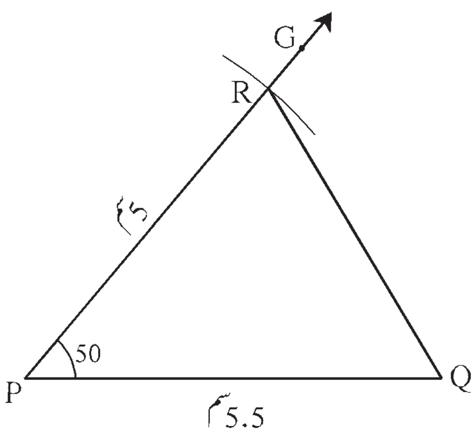
شکل کھینچنے کے مراحل :

.1 کچی شکل کے مطابق قاعدہ کے طور پر قطعہ PQ کھینچا جس کی لمبائی 5.5 سم ہے۔

.2 شعاع PG اس طرح کھینچا کہ $m\angle GPQ = 50°$

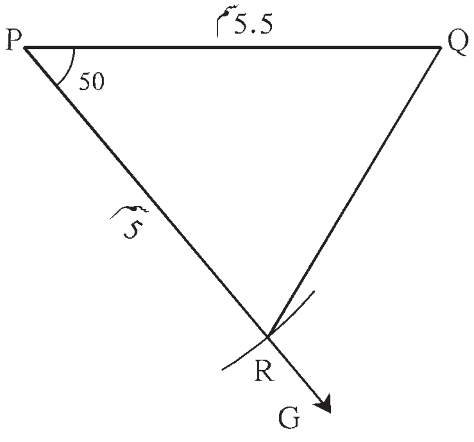
.3 پرکار میں 5 سم فاصلہ لیا۔ پرکار کا فولادی سرا نقطہ P پر رکھ کر شعاع PG پر قوس کھینچا۔ اس نقطہ تقاطع کو R نام دیا۔ نقطہ Q اور نقطہ R کو ملا دیا۔ اس طرح $\triangle PQR$ مطلوبہ مثلث بن گیا۔

شعاع PG کو قطعہ PQ کے دوسری جانب بھی کھینچ سکتے ہیں۔

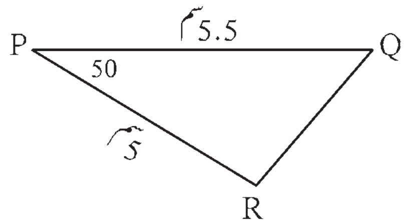


اب کچی شکل ذیل کے مطابق کھینچیں گے۔

اسی کے مطابق $\triangle PQR$ بنایا۔



کچی شکل



مشقی سوالات 3

⦿ ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنایئے۔

.1 $\triangle MAT$ میں $l(MA) = 5.2$ سم، $m\angle A = 80°$، $l(AT) = 6$ سم

.2 $\triangle NTS$ میں $m\angle T = 40°$، $l(NT) = l(TS) = 5$ سم

.3 $\triangle FUN$ میں $l(FU) = 5$ سم، $l(UN) = 4.6$ سم، $m\angle U = 110°$

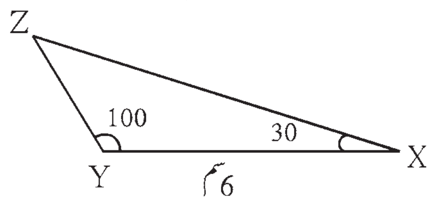
.4 $\triangle PRS$ میں $l(RS) = 5.5$ سم، $l(RP) = 4.2$ سم، $m\angle R = 90°$

(III) دو زاویے اور اُن کو شامل کرنے والے ضلع کی لمبائی دی ہو تو مثلث بنانا :

مثال : $\triangle XYZ$ اس طرح بنایئے کہ $l(YX) = 6$ سم، $m\angle ZXY = 30°$، $m\angle XYZ = 100°$۔

یہاں $\angle XYZ$ منفرجہ زاویہ ہے۔ایسا ہی کچی شکل میں دکھایا گیا ہے۔

کچی شکل



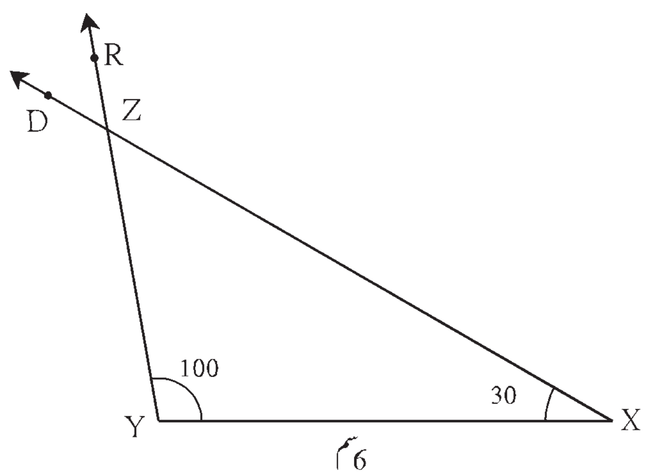
شکل کھینچنے کے مراحل :

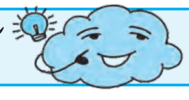
.1 کچی شکل کے مطابق قطعہ خط YX کو ہم نے 6 سم کا قاعدہ بنایا۔

.2 شعاع YR کو اس طرح کھینچا کہ $m\angle XYR = 100°$ بنا۔

.3 قطعہ خط XY کے جس جانب نقطہ R ہے۔اُسی جانب شعاع XD اس طرح کھینچا کہ $m\angle YXQ = 30°$ بنا۔ YR اور XD شعاعوں کے نقطہ تقاطع کو Z نام دیا۔ $\triangle XYZ$ مطلوبہ مثلث تیار ہو گیا۔

.4 قاعدہ کے دوسری جانب بھی ایسا ہی مثلث بنانے کا تجربہ کیجیے۔





آیئے غور کریں :

مثال : $\triangle ABC$ میں $m\angle A = 60°$، $m\angle B = 40°$ اور $l(AC) = 6$ سم ہے۔تو کیا آپ $\triangle ABC$ کھینچ سکتے ہیں؟ مثلث بنانے کے لیے مزید کون سی معلومات دینے کی توقع ہے؟ یہ معلومات حاصل کرنے کے لیے کون سی خصوصیت استعمال کریں گے؟ کچی شکل کھینچ کر طے کیجیے۔

مثلث میں تینوں زاویوں کی پیمائشوں کے مجموعہ کی خصوصیت یاد کیجیے۔اس خصوصیت کا استعمال کر کے کیا AC کو شامل کرنے والے $\angle A$ اور $\angle C$ کی پیمائشیں ملتی ہیں؟

مشقی سوالات 4

◉ ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

.1 $\triangle SAT$، میں $l(AT) = 6.4$ سم، $m\angle A = 45^\circ$، $m\angle T = 105^\circ$

.2 $\triangle MNP$، میں $l(NP) = 5.2$ سم، $m\angle N = 70^\circ$، $m\angle P = 40^\circ$

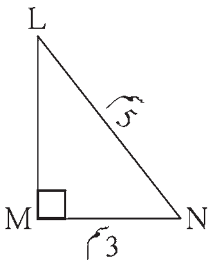
.3 $\triangle EFG$ میں $l(FG) = 6$ سم، $m\angle F = 65^\circ$، $m\angle G = 45^\circ$

.4 $\triangle XYZ$ میں $l(XY) = 7.3$ سم، $m\angle X = 34^\circ$، $m\angle Y = 95^\circ$

(IV) وتر اور ایک ضلع کی لمبائی دی ہو تو قائمۃ الزاویہ مثلث بنانا :

یہ تو ہمیں معلوم ہے کہ مثلث میں ایک زاویہ قائمہ ہو تو وہ مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہوتا ہے۔ ایسے مثلث میں قائمہ زاویہ کے مقابل کا ضلع وتر ہوتا ہے۔

مثال : $\triangle LMN$ اس طرح بنائیے کہ $m\angle LMN = 90^\circ$، وتر = 5 سم، $l(MN) = 3$ سم دی ہوئی معلومات کی بنا پر کچی شکل بنائیے۔



کچی شکل

$m\angle LMN = 90^\circ$ اس لیے اندازاً قائمۃ الزاویہ مثلث بنایا اور قائمہ زاویہ کا نشان بھی دکھایا ہے۔ اس طرح دی ہوئی معلومات کچی شکل میں دکھائی ہے۔

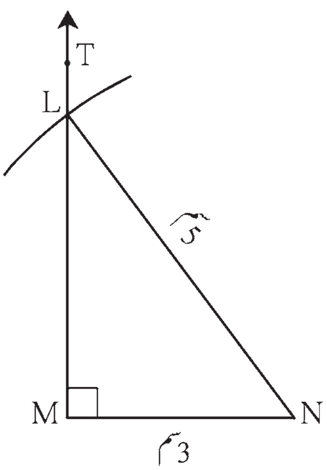
پکی شکل بنانے کے مراحل :

.1 کچی شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق 3 سم لمبائی کا قطعہ خط MN قاعدہ کھینچا۔

.2 قطعہ خط MN کے نقطہ M سے 90° پیمائش کا زاویہ بنانے والی شعاع MT کھینچا۔

.3 پرکار میں 5 سم فاصلہ لے کر پرکار کی فولادی نوک نقطہ N پر رکھ کر شعاع MT کو قطع کرنے والا قوس کھینچا۔ نقطہ تقاطع کو L نام دیا۔ اس طرح $\triangle LMN$ بن گیا۔

.4 یاد رکھیے کہ قاعدہ کے دوسرے جانب ایسی ہی شکل بنائی جا سکتی۔



مشقی سوالات 5

◉ ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

.1 $\triangle MAN$ میں $\angle MAN = 90^\circ$،
$l(AN) = 8$ سم، $l(MN) = 10$ سم

.2 قائمۃ الزاویہ مثلث STU میں
وتر $(SU) = 5$ سم اور $l(ST) = 4$ سم

.3 $\triangle ABC$ میں $l(AC) = 7.5$ سم، $m\angle ABC = 90^\circ$،
$l(BC) = 5.5$ سم

.4 $\triangle PQR$ میں $l(PQ) = 4.5$ سم، $l(PR) = 11.7$ سم،
$m\angle PQR = 90^\circ$

.5 طلبہ سے مثلث بنانے کے لیے مختلف مثالیں بنا کر مشق کرائیے۔

عملی کام

ذیل کی معلومات کے مطابق مثلث بنانے کی کوشش کیجیے۔

1. $\triangle ABC$ میں $m\angle A = 85^\circ$ ، $m\angle B = 115^\circ$ ، $l(AB) = 5$ سم

2. $\triangle PQR$ میں $l(QR) = 2$ سم ، $l(PQ) = 4$ سم ، $l(PR) = 2$ سم

کیا آپ مذکورہ بالا دونوں مثلث بنا سکتے ہو؟ اگر نہیں بنا سکتے تو اس کے بارے میں وجہ معلوم کیجیے۔

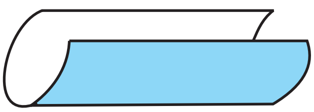
✸ اضافی معلومات کے لیے عملی کام :

مثال : $\triangle ABC$ اس طرح بنائیے کہ $l(BC) = 8$ سم ، $l(AC) = 6$ سم ، $m\angle ABC=40^\circ$ ، قاعدہ BC ، 8 سم کا بنائیے اور اس قاعدہ پر 40° کا زاویہ بنانے والی شعاع کھینچیے۔ اس پر سم $l(AC)=6$ آجائے اس طرح A کے لیے دو نقاط ملتے ہیں۔ یہ آپ پرکار کی مدد سے معلوم کیجیے۔ یعنی دی ہوئی پیمائشوں کے دو مختلف جسامت کے مثلث ملتے ہیں۔

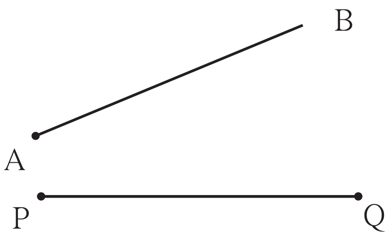
اگر مثلث کے تینوں زاویے دیے ہوں اور ایک بھی ضلع نہیں دیا ہو تو کیا مثلث بنایا جا سکتا ہے؟ ایسے کتنے مثلث بنائے جا سکتے ہیں؟

آیئے سمجھ لیں :

قطعاتِ خط کی متماثلت (Congruence of Segment)



عملی کام I ایک مستطیلی کاغذ لیجیے۔ اس کاغذ کے مقابل کے ضلعوں کو ملائیے۔ مشاہدہ کیجیے کہ وہ ایک دوسرے کو مکمل طور پر ملتے ہیں یا منطبق ہوتے ہیں۔



عملی کام II پٹّی کی مدد سے قطعہ AB کی لمبائی ناپیے اور قطعہ PQ کی لمبائی ناپیے اور لکھیے۔

$l(AB) =$ .... اور $l(PQ) =$ ....

قطعہ خط AB اور قطعہ خط PQ ان قطعات خط کی لمبائی مساوی ہے نا؟ ان قطعاتِ خط کو اٹھا کر ایک دوسرے پر رکھ نہیں سکتے۔ ایک شفاف کاغذ AB پر رکھ کر اس کاغذ پر قطعہ خط AB نقاط کے نام کے ساتھ نقل (ٹریس) کیجیے۔ شفاف کاغذ پر حاصل ہونے والا نئے قطعہ خط کو قطعہ خط PQ پر رکھ کر جانچ کیجیے۔ نقطہ A کو نقطہ P پر رکھیں تو نقطہ B کا نقطہ Q پر منطبق ہونے کا مشاہدہ کیجیے۔ اس بنا پر سمجھ میں آتا ہے کہ قطعہ خط AB یہ قطعہ خط PQ سے متماثل ہے۔

اس سے نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ دو قطعات خط کی لمبائی مساوی ہو تو وہ قطعات خط ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں یعنی وہ متماثل ہوتے ہیں۔

قطعہ خط AB اور قطعہ خط PQ متماثل ہوں تو اسے قطعہ PQ $\cong$ قطعہ AB لکھتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر قطعات خط کی لمبائیاں مساوی ہوں تو قطعات خط متماثل ہوتے ہیں۔

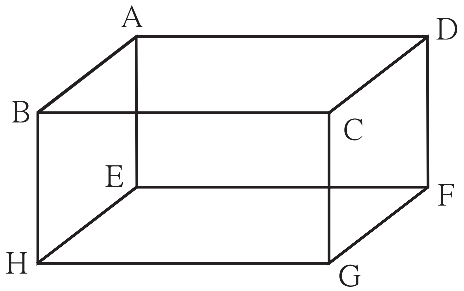
❁ اگر قطعہ PQ $\cong$ قطعہ AB یعنی قطعہ AB $\cong$ قطعہ PQ

❁ (یاد رکھیے) اگر قطعہ PQ $\cong$ قطعہ AB اور قطعہ MN $\cong$ قطعہ PQ ہو تو قطعہ MN $\cong$ قطعہ AB

یعنی ایک قطعہ خط دوسرے سے اور دوسرا تیسرے سے متماثل ہو تو پہلا قطعہ خط تیسرے سے بھی متماثل ہوتا ہے۔

عملی کام I

کوئی بھی ایک باکس (کھوکھا) لیجیے۔اس کے ہر کنارے کی لمبائی ناپیے۔ دیکھیے کہ کون کون سے کنارے متماثل ہیں۔



عملی کام II

ذیل میں دی ہوئی جسامت کی مدد سے متماثل قطعات خط کی جوڑیاں لکھیے۔

(1) قطعہ AB ≅ قطعہ DC

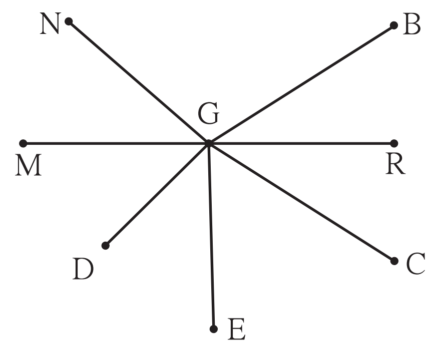
(2) قطعہ AE ≅ قطعہ BH

(3) قطعہ EF ≅ قطعہ ....

(4) قطعہ DF ≅ قطعہ ....

مشقی سوالات 6

1. ذیل میں دی ہوئی شکل میں متماثل قطعات خط کی جوڑیاں لکھیے۔ (تقسیم کار کا استعمال کرکے معلوم کیجیے)



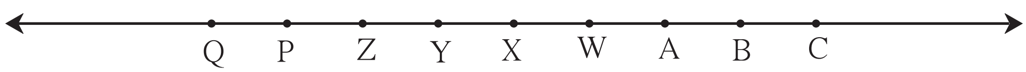
(i) ....

(ii) ....

(iii) ....

(iv) ....

2. ذیل میں دیے ہوئے خط پر کوئی بھی دو متواتر نقاط کے درمیان مساوی فاصلہ ہے۔اس بنا پر خالی جگہ پُر کیجیے۔



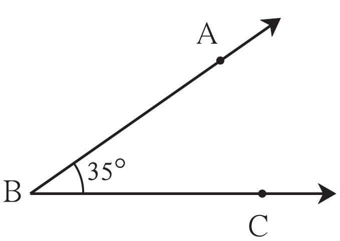
(i) قطعہ AB ≅ قطعہ......... (ii) قطعہ AP ≅ قطعہ .... (iii) قطعہ AC ≅ قطعہ ....

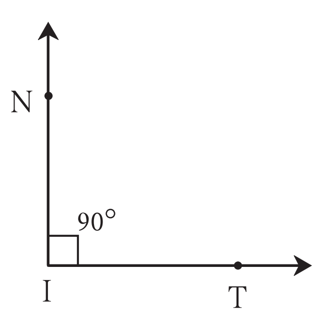
(iv) قطعہ .... ≅ قطعہ BY (v) قطعہ .... ≅ قطعہ YQ (vi) قطعہ BW ≅ قطعہ ....

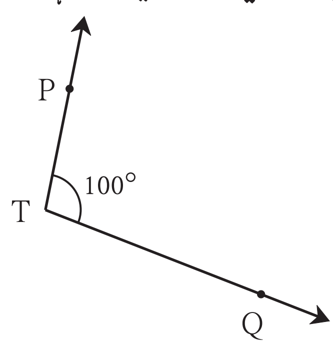
آیئے سمجھ لیں :

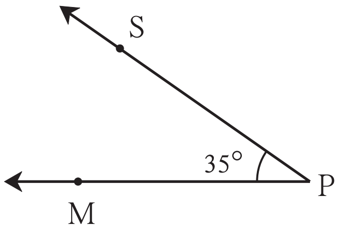
زاویوں کی متماثلت (Congruence of Angles)

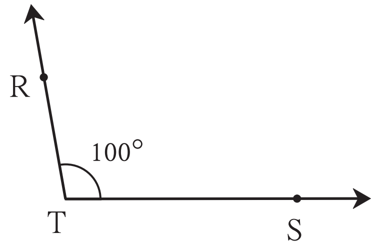
ذیل میں دیے ہوئے زاویوں کا مشاہدہ کرکے مساوی پیمائش والے زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

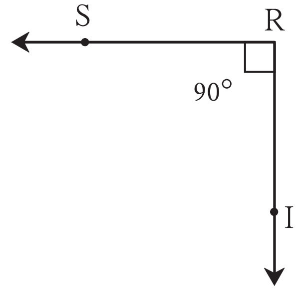




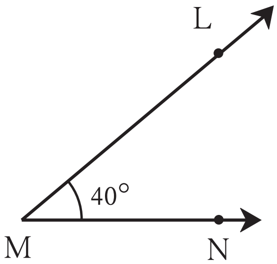


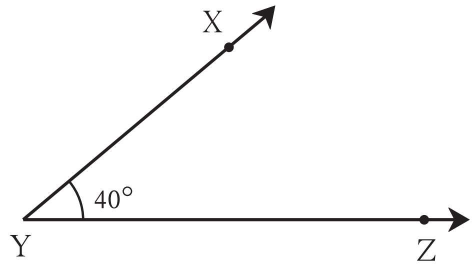






عملی کام





شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق $40°$ کے $\angle LMN$ اور $\angle XYZ$ دو زاویے کھینچیے۔ایک شفاف کاغذ $\angle LMN$ پر رکھ کر نقاط کے نام کے ساتھ زاویے کی ساقین بنائیے۔ شفاف کاغذ اٹھا کر حاصل ہونے والا زاویہ $\angle XYZ$ پر رکھیے۔نقطہ M نقطہ Y پر، شعاع MN شعاع YZ پر رکھ کر مشاہدہ کیجیے۔شعاع ML، یہ شعاع YX پر منطبق ہوتی ہے۔

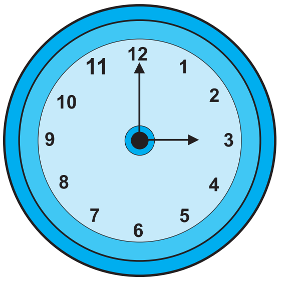
اس بنا پر ہمیں یہ سمجھ میں آتا ہے کہ مساوی پیمائشوں کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔زاویوں کی متماثلت ضلعوں یا ساقین کی لمبائی پر منحصر نہیں ہوتی ۔ زاویوں کی متماثلت ضلعوں یا ساقین کی لمبائی پر منحصر نہیں ہوتی۔زاویوں کی متماثلت زاویوں کی پیمائشوں پر منحصر ہوتی ہے۔ $\angle LMN$ اور $\angle XYZ$ متماثل ہیں اسے $\angle LMN \cong \angle XYZ$ اس طرح لکھتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے وہ زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

- اگر $\angle LMN \cong \angle XYZ$ ہو تو $\angle XYZ \cong \angle LMN$
- اسی طرح، اگر $\angle LMN \cong \angle ABC$ اور $\angle ABC \cong \angle XYZ$ ہو تو $\angle LMN \cong \angle XYZ$

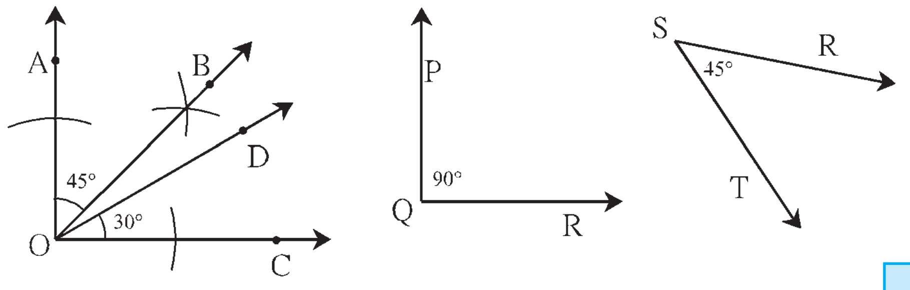
آئیے بحث کریں



1. گھڑی میں کتنے بجے ہیں؟ ☐
2. دو سوئیوں کے درمیان کتنے درجہ کی پیمائش کا زاویہ بنا ہے؟ ☐
3. اس زاویے کے متماثل زاویہ گھڑی کی سوئیوں کے درمیان اور کتنے بجے بنتا ہے؟ ☐

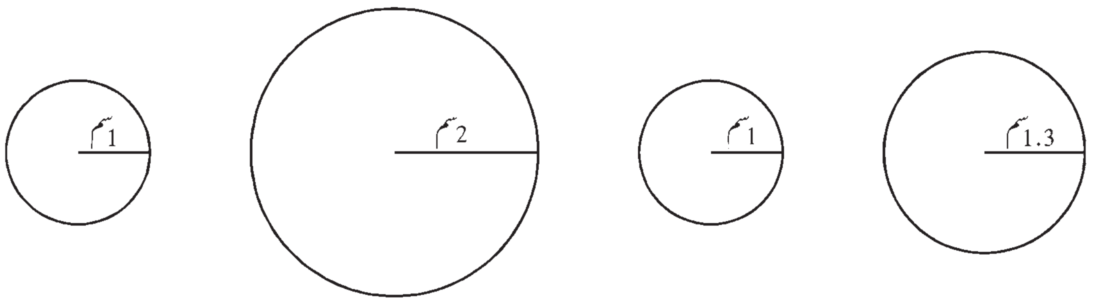
مشقی سوالات 7

◉ ذیل میں کچھ زاویے دیے ہوئے ہیں، ان میں سے متماثل زاویوں کی جوڑیاں علامت کا استعمال کر کے لکھیے۔



آیئے سمجھ لیں :

دائروں کی متماثلت (Congruence of Circles)



(a) (b) (c) (d)

عملی کام I اوپر دی ہوئی اشکال میں دائروں کا مشاہدہ کیجیے۔

اوپر کے مطابق 1 سم، 2 سم، 1 سم، 1.3 سم نصف قطر کے دائرے کاغذ پر کھینچیے اور اس سے دائرہ نما ٹکیہ کاٹیے۔ ان ٹکیوں کو ایک دوسرے پر رکھ کر دیکھیے کہ کون سی ٹکیہ ایک دوسرے پر منطبق ہوتی ہیں یا ایک دوسرے کو ڈھانک لیتی ہیں۔

مشاہدات :
1. شکل (a) اور (c) میں دائرے ایک دوسرے پر منطبق ہونے والے ہیں۔
2. شکل (b) اور (c) میں دائرے ایک دوسرے پر منطبق ہونے والے نہیں ہیں، شکل (a) اور شکل (d) میں دائرے ایک دوسرے پر منطبق ہونے والے نہیں ہیں۔

جو دائرے ایک دوسرے کو ڈھانک لیتے ہیں یا ایک دوسرے پر منطبق ہو جاتے ہیں اُن کو **متماثل دائرے** کہتے ہیں۔

عملی کام II مختلف جسامت کی لیکن مساوی موٹائی کی چوڑیاں لایئے۔ اُن میں کون سی چوڑیاں متماثل ہیں۔ معلوم کیجیے۔

عملی کام III روزمرہ کے کاروبار میں آپ کو متماثل دائرے کہاں دکھائی دیتے ہیں۔ معلوم کیجیے۔

عملی کام IV دائروی کناروں والی تھالیاں یا پیالیاں لیجیے۔ اُن کے کنارے ایک دوسرے سے ملا کر دیکھیے کہ کون سے کنارے ایک دوسرے کے متماثل ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- جن دائروں کے نصف قطر مساوی ہوتے ہیں وہ دائرے متماثل ہوتے ہیں۔

ICT Tools or Links

جیوجیبرا سافٹ وئیر میں Construction tools کا استعمال کر کے مثلث اور دائرے کھینچیے۔

صحیح اعداد کی ضرب اور تقسیم

آیئے ذرا یاد کریں :

- گذشتہ جماعت میں ہم صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کرنا سیکھ چکے ہیں۔اس کا استعمال کر کے دی ہوئی خالی جگہ پُر کیجیے۔

(1) $5 + 7 = \boxed{}$ (2) $10 + (-5) = \boxed{}$ (3) $-4 + 3 = \boxed{}$

(4) $(-7) + (-2) = \boxed{}$ (5) $(+8) - (+3) = \boxed{}$ (6) $(+8) - (-3) = \boxed{}$

- ذیل میں دیے ہوئے ہر عمل کا جواب 3 آئے۔اس طرح خالی قوسین میں مناسب عدد لکھیے۔

$(-6) + (\quad)$ $4 - (\quad)$ $7 + (\quad)$

3

$(-5) - (\quad)$ $-8 + (\quad)$ $9 - (\quad)$

آیئے سمجھ لیں :

صحیح اعداد کی ضرب

میوری اپنے اسکول سے گھر جا رہی تھی تو اس کی سائیکل پنکچر ہوگی۔پنکچر نکالنے کے لیے اس کے پاس کافی پیسے نہیں تھے۔تب اس کو شکیل، سہیل اور کلپنا ہر ایک نے پانچ روپے اُدھار دیے۔اس کے پاس قرض کے 15 روپے جمع ہو گئے۔اس طرح اس کی سائیکل کا پنکچر درست ہوا۔ہم قرض کے روپے یا قرض کو '–' (نفی) علامت سے دکھاتے ہیں یعنی میوری پر 15 روپے کا قرض تھا۔یا اس کے پاس –15 روپے تھے۔

یہاں ہم نے سمجھ لیا کہ، $(-5) + (-5) + (-5) = -15 \rightarrow$

اس طرح ہمیں پتہ چلا کہ، $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = -15$

دوسرے دن مریم نے امّاں سے 15 روپے لا کر ہر ایک کے پیسے واپس کیے اور قرض ادا کیا۔قرض ادا کرنا یعنی پیسے ملانا، اسے سمجھنے کے لیے اس عمل پر غور کیجیے ... $-(-15) = +15$

ہم مکمل اعداد کی ضرب اور تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔یہ اعمال کرنے کے لیے 'پہاڑے' بھی بنا چکے ہیں۔اب صحیح اعداد کی ضرب کا مطالعہ کریں گے۔یعنی منفی اعداد، مثبت اعداد اور صفر سے مل کر جو گروہ (سیٹ) بنتا ہے۔اس گروہ کے اعداد کی ضرب دیکھیں گے۔

$(-3)+(-3)+(-3)+(-3)$ یہ جمع یعنی (-3) عدد کو 4 مرتبہ لے کر کی گئی جمع ہے۔وہ -12 ہے۔اس جمع کو ہم $(-3)\times 4 = -12$ لکھ سکتے ہیں۔اسی طرح $(-5)\times 6 = -30$ ، $(-7)\times 2 = -14$ ، $8\times(-7) = -56$

اب (-4) کا پہاڑا بنائیں گے۔

اس پہاڑے میں تواتر کا مشاہدہ کیجیے۔ یہاں (-4) کا مضروب فیہ ایک ایک سے بڑھتا جاتا ہے تو حاصل ضرب 4 سے کم ہوتا دکھائی دیتا ہے۔

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times 1 = -4$

$(-4) \times 2 = -8$

$(-4) \times 3 = -12$

یہی تواتر قائم رکھ کر (-4) کا پہاڑا اوپر کی جانب والے مضروب فیہ کو کم کر کے بڑھایا، تو اس طرح ہوگا دھیان میں رکھیے کہ (-4) کا مضروب فیہ ایک ایک سے کم ہوتا ہے تو حاصل ضرب 4 سے بڑھتا جاتا ہے۔

$(-4) \times (-2) = 8$

$(-4) \times (-1) = 4$

$(-4) \times 0 = 0$

ذیل کے جدول میں (-5) کا پہاڑا دیا ہوا ہے۔ جدول میں (-6) اور (-7) کا پہاڑا مکمل کیجیے۔

$(-5) \times (-3) = 15$	$(-6) \times (-3) = \boxed{}$	$(-7) \times (-3) = \boxed{}$
$(-5) \times (-2) = 10$	$(-6) \times (-2) = \boxed{}$	$(-7) \times (-2) = \boxed{}$
$(-5) \times (-1) = 5$	$(-6) \times (-1) = \boxed{}$	$(-7) \times (-1) = \boxed{}$
$(-5) \times 0 = 0$	$(-6) \times 0 = \boxed{}$	$(-7) \times 0 = \boxed{}$
$(-5) \times 1 = -5$	$(-6) \times 1 = \boxed{}$	$(-7) \times 1 = \boxed{}$
$(-5) \times 2 = -10$	$(-6) \times 2 = \boxed{}$	$(-7) \times 2 = \boxed{}$
$(-5) \times 3 = -15$	$(-6) \times 3 = \boxed{}$	$(-7) \times 3 = \boxed{}$
$(-5) \times 4 = -20$	$(-6) \times 4 = \boxed{}$	$(-7) \times 4 = \boxed{}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- دو مثبت صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔
- ایک مثبت صحیح عدد اور ایک منفی صحیح عدد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوتا ہے۔
- دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔

(مثبت عدد) × (مثبت عدد) = (مثبت عدد)

(مثبت عدد) × (منفی عدد) = (منفی عدد)

(منفی عدد) × (مثبت عدد) = (منفی عدد)

(منفی عدد) × (منفی عدد) = (مثبت عدد)

مشقی سوالات 8

⊙ ضرب کیجیے۔

(i) $(-5) \times (-7)$ (ii) $(-9) \times 6$ (iii) $(9) \times (-4)$ (iv) $(8) \times (-7)$

(v) $(-124) \times (-1)$ (vi) $(-12) \times (-7)$ (vii) $(-63) \times (-7)$ (viii) $(-7) \times (15)$

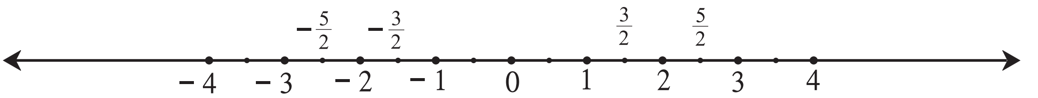
آئیے سمجھ لیں :

صحیح اعداد کی تقسیم

ایک مثبت صحیح عدد کو دوسرے مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرنے کے عمل سے ہم واقف ہیں۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ اس تقسیم کا خارج قسمت مکمل عدد یا کسر ہوتا ہے۔

مثلاً، $5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ ، $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3$ $\rightarrow$

عددی خط پر صفر کے بائیں جانب منفی صحیح اعداد دکھائے جاتے ہیں۔ اسی طرح اُن کے حصے بھی دکھائے جاتے ہیں۔



یہاں اعداد $-\frac{5}{2}$ ، $-\frac{3}{2}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ کو عددی خط پر دکھایا گیا ہے۔

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ، $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ، $\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ یاد رکھیے کہ یہ ایک دوسرے کے متضاد اعداد کی جوڑیاں ہیں۔

یعنی، $\frac{1}{2} + \frac{(-1)}{2} = 0$ ، $\frac{3}{2} + \frac{(-3)}{2} = 0$ ، $\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0$

متضاد اعداد کی جوڑی کو جمعی معکوس اعداد کی جوڑی بھی کہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ '$(-1) \times (-1) = 1$' ہوتا ہے۔ اس مساوات کے طرفین کو (-1) سے تقسیم کریں تو '$(-1) = \frac{1}{(-1)}$' مساوات حاصل ہوتی ہے۔ یعنی آپ کو معلوم ہونا چاہیے $\frac{1}{(-1)}$ اس کا خارج قسمت (-1) ہوتا ہے۔

اس بنا پر ہمیں سمجھ میں آتا ہے کہ، $6 \times (-1) = 6 \times \frac{1}{(-1)} = \frac{6}{(-1)}$

مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرنا :

$$\frac{7}{-2} = \frac{7 \times 1}{(-1) \times 2} = 7 \times \frac{1}{(-1)} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{7 \times (-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

منفی صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرنا :

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1) \times 13}{(-1) \times 2} = \frac{(-1)}{(-1)} \times 13 \times \frac{1}{2} = (-1) \times \frac{(-1)}{1} \times \frac{13}{2} = 1 \times \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

اسی طرح $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$ اور $\frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$ وغیرہ کی تصدیق کر کے دیکھیے۔

اس طرح منفی صحیح اعداد کی تقسیم سمجھ میں آجاتی ہے۔

ایک صحیح عدد کو غیر صفر صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو حاصل ہونے والا خارج قسمت لکھتے وقت نسب نما مثبت صحیح عدد ہونا چاہیے۔ اس مفروضے کو مان لیا گیا ہے۔ یعنی ہم $\frac{-7}{2} = \frac{7}{-2}$ ، $\frac{11}{3} = \frac{-11}{-3}$ لکھتے ہیں۔

صحیح اعداد کی تقسیم کے اصول ضرب کے اصول کے جیسے ہی ہیں۔

- دو مثبت صحیح اعداد کی تقسیم کا خارج قسمت مثبت صحیح عدد آتا ہے۔
- دو منفی صحیح اعداد کی تقسیم کا خارج قسمت مثبت آتا ہے۔
- مثبت صحیح عدد اور منفی صحیح عدد کی تقسیم کا خارج قسمت ہمیشہ منفی عدد آتا ہے۔

مشقی سوالات 9

.1 ذیل کی مثالیں حل کیجیے۔

(i) $(-96) \div 16$ (ii) $98 \div (-28)$ (iii) $(-51) \div 68$ (iv) $38 \div (-57)$

(v) $(-85) \div 20$ (vi) $(-150) \div (-25)$ (vii) $100 \div 60$ (viii) $9 \div (-54)$

(ix) $78 \div 65$ (x) $(-5) \div (-315)$

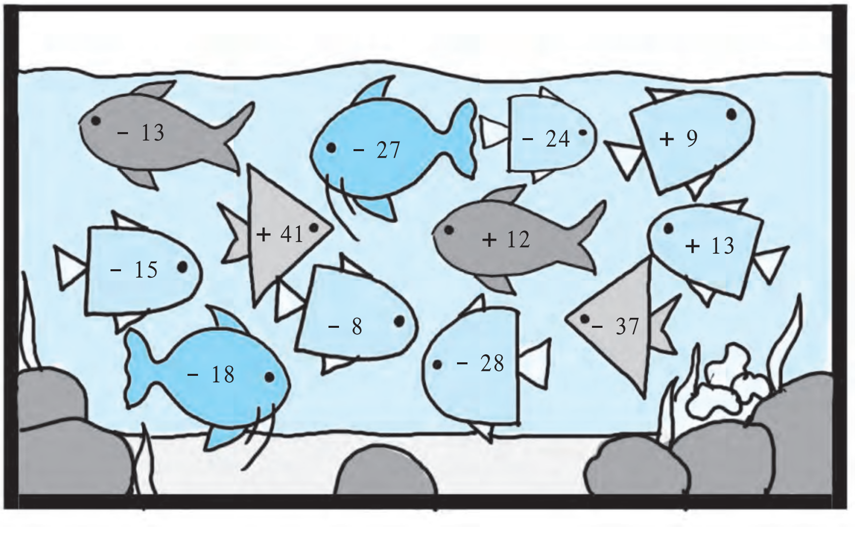
.2* صحیح اعداد کی تقسیم کی ایسی تین مثالیں بنائیے جن کا جواب $\frac{24}{5}$ آئے۔ (ایسی کسروں کی تین مثالیں)

.3* صحیح اعداد کی تقسیم کی ایسی تین مثالیں بنائیے جن کا جواب $\frac{-5}{7}$ آئے۔ (ایسی کسروں کی تین مثالیں)

.4 نیچے ایک تالاب دیا ہوا ہے۔ اُس میں کچھ اعداد والی مچھلیاں ہیں۔ کوئی بھی چار جوڑیاں لے کر اُن کے اعداد کی ضرب کی مثالیں بنائیے۔ اسی طرح چار مختلف جوڑیاں لے کر ان کے اعداد کی چار تقسیم کی مثالیں بنائیے۔

مثالیں :

1. $(-13)\times(-15)=195$ 2. $(-24)\div 9 = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$



❑❑❑

3 م ذ ا - م ع ا

آیئے ذرا یاد کریں :

- سب سے چھوٹا مفرد عدد (Prime number) کون سا ہے؟
- 1 سے 50 تک اعداد میں کتنے مفرد اعداد ہیں؟ اُن کی فہرست تیار کیجیے۔
- ذیل کے اعداد میں سے جو اعداد مفرد ہیں، ان کے گرد دائرہ بنائیے۔

17, 15, 4, 3, 1, 2, 12, 23, 27, 35, 41, 43, 58, 51, 72, 79, 91, 97

باہم مفرد اعداد (Coprime number) : جن دو اعداد کا مشترک عاد صرف '1' ہوتا ہے وہ اعداد ایک دوسرے کے باہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔ انھیں (Relatively Prime numbers) بھی کہتے ہیں۔

مثلاً اعداد 10 اور 21 باہم مفرد اعداد ہیں۔ کیوں کہ 10 کے عاد : 1, 2, 5, 10' اور 21 کے عاد : 1, 3, 7, 21، ان دونوں کے عادوں میں مشترک عاد صرف '1' ہے۔ (3, 8)؛ (4, 9)؛ (21, 22)؛ (22, 23)؛ (23, 24) وغیرہ کچھ باہم مفرد اعداد کی جوڑیاں ہیں۔ تصدیق کیجیے کہ دو متواتر اعداد باہم مفرد ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

جوڑ مفرد اعداد (Twin Prime numbers)

جن دو مفرد اعداد کے درمیان فرق 2 ہوتا ہے۔ اُن دونوں مفرد اعداد کو جوڑ مفرد اعداد کہتے ہیں۔

مثلاً : (3, 5)؛ (5, 7)؛ (11, 13)؛ (29, 31) وغیرہ۔

مشقی سوالات 10

1. ایسا عدد جو مفرد نہیں ہے اور مرکب بھی نہیں، وہ عدد کون سا ہے؟
2. درج ذیل جوڑیوں میں سے باہم مفرد اعداد کی جوڑیاں پہچانیے۔

(i) 8, 14 (ii) 4, 5 (iii) 17, 19 (iv) 27, 15

3. 25 سے 100 تک تمام مفرد اعداد کی فہرست تیار کیجیے۔ وہ کتنے ہیں، لکھیے۔
4. 51 سے 100 تک کے تمام جوڑ مفرد اعداد کی جوڑیاں لکھیے۔
5. 1 سے 50 کے درمیان سے باہم مفرد اعداد کی 5 جوڑیاں لکھیے۔
6. مفرد اعداد میں سے جفت عدد کون سا ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

اعداد کے مفرد اجزائے ضربی کرنا (Prime Factorization of a Number)

اعداد کا م ذ ا اور م ع ا معلوم کرنے کے لیے اقلیدس کا ایک آسان اور بہت ہی اہم اصول اکثر استعمال کیا جاتا ہے۔ وہ اصول ہے کسی بھی مرکب عدد کو مفرد اعداد کی ضرب کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

ہم دیکھیں گے کہ اعداد کے مفرد عاد کس طرح کرتے ہیں۔

مثال : عدد 24 کے مفرد عادوں کو ضربی صورت میں لکھیے۔

مفرد اجزائے ضربی معلوم کرنے کا طریقہ :

افقی ترتیب

$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$ ... 12 کے اجزائے ضربی کیے گئے ہیں

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ... 6 کے اجزائے ضربی کیے گئے ہیں

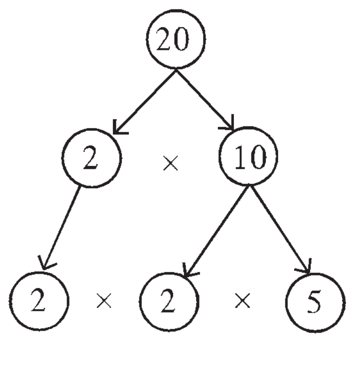
2 اور 3 مفرد عاد ہیں۔

عمودی ترتیب

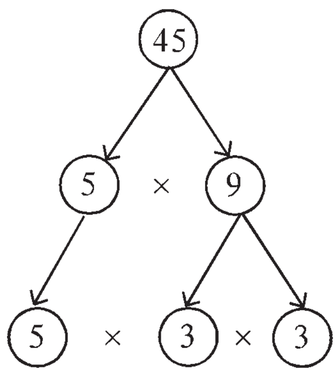
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

یاد رکھیں :
دیے ہوئے عدد کا اُن کے مفرد جز ضربیوں کی صورت میں لکھنا یعنی اس عدد کے مفرد اجزائے ضربی کرنا۔

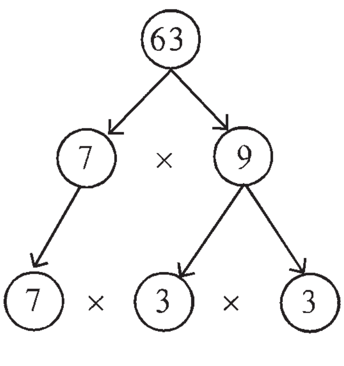
مثال : ذیل میں دیے ہوئے عدد کو مفرد جزو ضربیوں کی صورت میں لکھیے۔



$20 = 2 \times 2 \times 5$



$45 = 5 \times 3 \times 3$



$63 = 7 \times 3 \times 3$

مثال : 117 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$117 = 13 \times 9$

$= 13 \times 3 \times 3$

3	117
3	39
13	13
	1

$117 = 3 \times 3 \times 13$

مثال : 250 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$250 = 2 \times 125$

$= 2 \times 5 \times 25$

$= 2 \times 5 \times 5 \times 5$

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

مثال : 40 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

عمودی ترتیب

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

افقی ترتیب

$$40 = 10 \times 4$$
$$= 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$40 = 8 \times 5$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

مشقی سوالات 11

◉ درج ذیل اعداد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) 32 (ii) 57 (iii) 23 (iv) 150 (v) 216

(vi) 208 (vii) 765 (viii) 342 (ix) 377 (x) 559

آیئے ذرا یاد کریں :

مشترک عاد اعظم (م ع ا) (Greatest Common Divisor) (GCD) (Highest Common Factor) (HCF)

ہم مثبت صحیح اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذ ا' کا افقی ترتیب سے مطالعہ کر چکے ہیں۔ اب ہم اُن کا مزید مختصراً مطالعہ کریں گے۔

دیے ہوئے اعداد کا مشترک عاد اعظم اُن اعداد کا سب سے بڑا مشترک عاد ہوتا ہے۔ درج ذیل ہر مثال میں اعداد کے تمام عاد لکھیے اور اُن کا م ع ا معلوم کیجیے۔

(i) 28, 42 (ii) 51, 27 (iii) 25, 15, 35

آیئے سمجھ لیں :

مفرد اجزائے ضربی کا طریقہ : دیے ہوئے اعداد کا مفرد عاد معلوم کر کے م ع ا معلوم کرنا آسان ہوتا ہے۔

مثال : مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے 24 اور 32 کا م ع ا معلوم کیجیے۔

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$32 = 8 \times 4$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2$$

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$$24 = 4 \times 6$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 3$$

ہر عدد کے اجزائے ضربی میں مشترک عاد 2 کی تعداد 3 مرتبہ ہے۔

$\therefore$ م ع ا $= 2 \times 2 \times 2 = 8$

مثال : اعداد 195، 312 اور 546 کے م ع ا معلوم کیجیے۔

$546 = 2 \times 273$
$= 2 \times 3 \times 91$
$= 2 \times 3 \times 7 \times 13$

$312 = 4 \times 78$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 39$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13$

$195 = 5 \times 39$
$= 5 \times 3 \times 13$

ہر عدد میں 3 اور 13 مشترک اعداد ایک ایک مرتبہ آئے ہیں۔

∴ م ع ا $= 13 \times 3 = 39$

مثال : اعداد 10، 15 اور 12 کے م ع ا معلوم کیجیے۔

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

$10 = 2 \times 5$

ان اعداد میں کوئی بھی مفرد عدد مشترک عاد نہیں ہے۔ صرف 1 مشترک عاد ہے۔

∴ م ع ا $= 1$

مثال : اعداد 60، 12 اور 36 م ع ا معلوم کیجیے۔

$36 = 3 \times 12$
$= 3 \times 3 \times 4$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$12 = 2 \times 6$
$= 2 \times 2 \times 3$

$60 = 4 \times 15$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

∴ م ع ا $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

اس مثال کو عمودی ترتیب میں کریں گے۔ ایک ہی مرتبہ تمام اعداد لکھ کر مفرد عاد معلوم کریں گے۔

2	60	12	36
2	30	6	18
3	15	3	9
	5	1	3

∴ م ع ا $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

یاد رکھیے کہ عدد 12 یہ اعداد 36 اور 60 کا عاد ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- دیے ہوئے اعداد میں سے ایک عدد دیگر اعداد کا عاد ہو تو وہ عدد اُن کے دیے ہوئے اعداد کا م ع ا ہوتا ہے۔
- دیے ہوئے اعداد کے لیے ایک بھی مفرد عدد مشترک عاد نہیں ہو تو اُن اعداد کا م ع ا '1' ہوتا ہے، کیوں کہ '1' اُن کا تنہا مشترک عاد ہوتا ہے۔

✸ اضافی معلومات کے لیے

دو متواتر جفت اعداد کا م ع ا 2 ہوتا ہے اور 2 متواتر طاق اعداد کا م ع ا '1' ہوتا ہے۔ مختلف مثالیں لے کر اس اصول کی تصدیق کیجیے۔

'م ع ا' معلوم کرنے کے لیے تقسیم کا طریقہ :

مثال : اعداد 144 اور 252 کو 'م ع ا' معلوم کیجیے۔

(1) بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کیجیے۔

(2) اس تقسیم سے ملنے والے باقی سے پہلے والے مقسوم الیہ کو تقسیم دیجیے۔

(3) مرحلہ 2 کی تقسیم میں ملنے والے باقی سے مرحلہ 2 کے مقسوم الیہ کو تقسیم دیجیے اور باقی معلوم کیجیے۔

(4) اسی طرح باقی صفر آنے تک یہی عمل دہرایئے۔

جس تقسیم میں باقی صفر حاصل ہو۔ اُس تقسیم کا مقسوم الیہ، دیے ہوئے اعداد کا 'م ع ا' ہے۔

```
144) 252 ( 1
    -144
     108) 144 ( 1
         -108
           36) 108 ( 3
              -108
               000
```

$\therefore$ 144 اور 252 کا 'م ع ا' = 36

مثال : عدد $\frac{209}{247}$ کو مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

مختصر ترین صورت میں لکھنے کے لیے اعداد کا مشترک عاد معلوم کریں گے۔ اس کے لیے 247 اور 209 کا 'م ع ا' تقسیم کے طریقے سے معلوم کریں گے۔

یہاں '19' م ع ا ہے۔ یعنی شمار کنندہ اور نسب نما کے مقام والے اعداد کو 19 سے تقسیم ہوگی۔

```
209) 247 ( 1
    -209
      38) 209 ( 5
         -190
           19) 38 ( 2
              -38
               00
```

$$\therefore \frac{209}{247} = \frac{209 \div 19}{247 \div 19} = \frac{11}{13}$$

مشقی سوالات 12

1. 'م ع ا' معلوم کیجیے۔

(i) 25,40 (ii) 56, 32 (iii) 40, 60, 75 (iv) 16, 27 (v) 18, 32, 48

(vi) 105, 154 (vii) 42, 45, 48 (viii) 57, 75, 102 (ix) 56, 57 (x) 777,315, 588

2. تقسیم کے طریقے سے 'م ع ا' معلوم کیجیے اور مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) $\frac{275}{525}$ (ii) $\frac{76}{133}$ (iii) $\frac{161}{69}$

آیئے ذرا یاد کریں :

مشترک ذواضعافِ اقل (م ذا) [Least common Multiple (LCM)]

دیے ہوئے اعداد کا 'م ذا' یعنی اُن میں سے ہر عدد سے تقسیم ہونے والا (مقسوم) چھوٹے سے چھوٹا عدد ہوتا ہے۔

ذیل میں دیے ہوئے اعداد کا پہاڑا لکھیے اور اُن کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

(i) 6, 7 (ii) 8, 12 (iii) 5, 6, 15

آیئے سمجھ لیں :

مثال : 60 اور 48 کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

(1) ہر عدد کا مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں گے۔

60 = 2 × 2 × 3 × 5   48 = 2 × 2 × 2 × 2 × 3

مذکورہ بالا ضرب میں آنے والے ہر مفرد عدد دیکھیں گے۔

عدد 2 زیادہ سے زیادہ 4 مرتبہ آیا ہے۔ (48 کے مفرد اجزائے ضربی میں)

عدد 3 زیادہ سے زیادہ 1 مرتبہ آیا ہے۔ (60 کے مفرد اجزائے ضربی میں)

عدد 5 زیادہ سے زیادہ 1 مرتبہ آیا ہے۔ (60 کے مفرد اجزائے ضربی میں)

∴ م ذا = 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 5 = 10 × 24 = 240

مثال : 18، 30 اور 50 کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

50 = 2 × 25
= 2 × 2 × 5

30 = 2 × 15
= 2 × 3 × 5

18 = 2 × 9
= 2 × 3 × 3

اوپر دیے ہوئے ضرب میں 2، 3 اور 5 مفرد اعداد ہیں۔

عدد 2 زیادہ سے زیادہ ☐ مرتبہ آیا ہے۔ عدد 3 زیادہ سے زیادہ ☐ مرتبہ اور عدد 5 زیادہ سے زیادہ ☐ مرتبہ آئے ہیں۔

∴ م ذا = 2 × 3 × 3 × 5 × 5 = 450

∴ 18، 30 اور 50 کا 'م ذا' 450 ہے۔

مثال : 16، 28 اور 40 کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

عمودی ترتیب

2	16	28	40
2	8	14	20
2	4	7	10
	2	7	5

- تقسیم پذیری کی کسوٹیوں کا استعمال کر کے تمام اعداد کو تقسیم دینے والا عدد معلوم کیجیے اور اُس سے دیے ہوئے اعداد کو تقسیم دیجیے۔ تقسیم سے حاصل ہونے والے اعداد کے لیے یہی عمل جتنی مرتبہ ممکن ہو کیجیے۔
- اب حاصل ہونے والے اعداد میں سے کم سے کم دو اعداد کو تقسیم دینے والا عدد معلوم کیجیے۔ اُس سے جن اعداد کو تقسیم ہوتی ہے۔ انھیں تقسیم کیجیے۔ جس عدد کی تقسیم نہیں ہوتی اسے ویسے ہی لکھیے۔ یہی عمل جتنی مرتبہ ممکن ہو اُتنی مرتبہ کیجیے۔
- 1 کے علاوہ دوسرے کوئی بھی عام (مفرد) عادنہ ہوں تو تقسیم کا عمل بند کر دیجیے۔
- بائیں ستون کے اعداد کی ضرب کیجیے۔ ان کو سب سے نیچے افقی لائن میں ضرب کر کے لکھیے۔

∴ م ذ ا = 2 × 2 × 2 × 2 × 5 × 7 = 560

مثال : 18 اور 30 کا 'م ذا' اور 'م ع ا' معلوم کیجیے۔ اُن کے حاصل ضرب اور دیے ہوئے اعداد کے حاصل ضرب کا موازنہ کیجیے۔

2	18	30
3	9	15
	3	5

م ع ا = 2 × 3 = 6

م ذا = 2 × 3 × 3 × 5 = 90

م ذا × م ع ا = 6 × 90 = 540

دیے ہوئے دو اعداد کا حاصل ضرب = 18 × 30 = 540

دیے ہوئے دو اعداد کا حاصل ضرب = م ع ا × م ذا

اس بنا پر ایسا دکھائی دیتا ہے کہ دو اعداد کا حاصل ضرب اُن اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذ ا' کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ اس بیان کی تصدیق ذیل کے اعداد کی جوڑیوں کے لیے کیجیے۔

(75, 120) ؛(14, 63) ؛(15, 48)

مثال : 15، 45 اور 105 کا م ذ ا اور م ع ا معلوم کیجیے۔

3	15	45	105
5	5	15	35
	1	3	7

$15 = 3 \times 5$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

$\therefore$ م ع ا $= 3 \times 5 = 15$

$\therefore$ م ذ ا $= 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$

مثال : دو ہندسی دو اعداد کا حاصل ضرب 1280 ہے اور ان کا 'م ع ا' 4 ہے، تو ان کا 'م ذ ا' معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے اعداد کا حاصل ضرب = م ذ ا × م ع ا

$\therefore \quad 4 \times$ م ذ ا $= 1280$

$\therefore$ م ذ ا $= \dfrac{1280}{4} = 320$

مشقی سوالات 13

.1 م ذ ا معلوم کیجیے۔

(i) 12, 15 (ii) 6, 8, 10 (iii) 18, 32 (iv) 10, 15, 20 (v) 45, 86

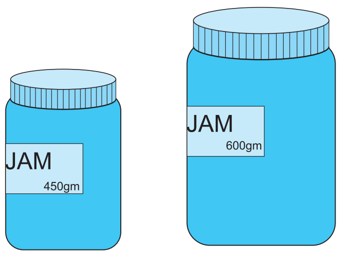
(vi) 15, 36, 27 (vii) 105, 195 (viii) 12, 15, 45 (ix) 63, 81 (x) 18, 36, 27

.2 درج ذیل اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذ ا' معلوم کیجیے۔ اُن کا حاصل ضرب دیے ہوئے اعداد کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔ تصدیق کیجیے۔

(i) 32, 37 (ii) 46, 51 (iii) 15, 60 (iv) 18, 63 (v) 78, 104

'م ذ ا' اور 'م ع ا' کا استعمال

مثال : ایک دکان میں 450 گرام جام کی چھوٹی بوتل 96 روپے کی ہے اور اسی جام کی 600 گرام کی بڑی بوتل 124 روپے کی ہے، تو کون سی بوتل خریدنا زیادہ فائدہ مند ہے؟



حل : ہم نے وحدانی طریقہ سیکھا ہے۔ اُسی طرح ہر بوتل کے 1 گرام جام کی قیمت معلوم کر کے موازنہ کر سکتے ہیں۔ لیکن چھوٹا مشترک عاد لینے کی بجائے بڑا مشترک عاد لیں تو حساب کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

450 اور 600 کا 'م ع ا' 150 ہے۔ اس کا استعمال کریں گے۔

$450 = 150 \times 3 \quad , \quad 600 = 150 \times 4$

$\therefore$ 150 گرام جام کی قیمت چھوٹی بوتل میں $= \dfrac{96}{3} = 32$ روپے

150 گرام جام کی قیمت بڑی بوتل میں $= \dfrac{124}{4} = 31$ روپے

$\therefore$ 600 گرام جام کی بوتل خریدنا زیادہ فائدہ مند ہے۔

مثال : جمع کیجیے۔ $\dfrac{17}{28} + \dfrac{11}{35}$

حل : طریقہ : (I) جمع کرنے کے لیے کسروں کے نسب نما مساوی کریں گے۔

$$\frac{17}{28}+\frac{11}{35}=\frac{17\times 35+11\times 28}{28\times 35}=\frac{595+308}{28\times 35}=\frac{903}{28\times 35}=\frac{903}{980}=\frac{129}{140}$$

طریقہ : (II) جمع کرنے کے لیے 28 اور 35 کا 'م ذا' معلوم کریں گے۔

م ذا $= 7 \times 4 \times 5 = 140$

$$\frac{17}{28}+\frac{11}{35}=\frac{17\times 5}{28\times 5}+\frac{11\times 4}{35\times 4}=\frac{85+44}{140}=\frac{129}{140}$$

نسب نما کا حاصل ضرب کرنے کی بجائے 'م ذا' لینے کی وجہ سے ہمارا حساب کتنا آسان ہوجاتا ہے!

مثال : ایک عدد کو بالترتیب 8، 10، 12، 14 سے تقسیم کریں تو ہر مرتبہ 3 باقی رہتا ہے تو ایسے چھوٹے سے چھوٹے عدد کو کیا کہتے ہیں۔

2	8	10	12	14
2	4	5	6	7
	2	5	3	7

حل : مقسوم عدد معلوم کرنے کے لیے دیے ہوئے مقسوم الیہ کا 'م ذا' معلوم کریں گے۔

$\therefore$ م ذا $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7 = 840$

اس 'م ذا' میں آخر میں حاصل ہونے والا باقی ملائیں گے۔

$\therefore$ وہ عدد = م ذا + باقی $= 840 + 3 = 843$

مثال : 16، 20 اور 80 اعداد کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

4	16	20	80
4	4	5	20
5	1	5	5
	1	1	1

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$20 = 2 \times 2 \times 5$

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

م ذا $= 4 \times 4 \times 5 = 80$

یہاں ایک لطف کی بات دکھائی دے رہی ہے وہ یہ کہ 80 دیے ہوئے اعداد میں سے ایک عدد ہے اور دیے ہوئے دوسرے اعداد 16 اور 20 اُس کے عاد ہیں۔ اس سے یہ سمجھ میں آتا ہے کہ

یاد رکھیں :

''اگر دیے ہوئے اعداد میں سے سب سے بڑے عدد کا عاد دوسرے اعداد بھی ہوں تو تب وہ بڑا عدد دیے ہوئے اعداد کا 'م ذا' ہوتا ہے۔''

مذکورہ بالا اصول کی تصدیق کے لیے (18, 90)؛ (35, 140, 70) اعداد کے گروہ سے جانچ کیجیے۔

مثال : جوزف، شہلا اور سہیل ایک دائروی دوڑ کے راستے کے ایک مقام پر سے ایک ہی وقت دوڑنا شروع کرتے ہیں اور بالترتیب 16، 24 اور 18 منٹ میں ایک چکر مکمل کرتے ہیں، تو وہ تینوں کم سے کم کتنے وقت کے بعد ابتدائی مقام پر ایک ہی وقت پہنچیں گے۔

حل : جس وقت وہ اکٹھا ہوں گے، وہ وقت 16، 24 اور 18 کے ضعف میں ہوگا۔ وہ وقت کم سے کم کتنا ہوگا اسے معلوم کرنے کے لیے 'م ذ ا' معلوم کریں گے۔

$18 = 2 \times 3 \times 3$ | $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ | $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$\therefore$ م ذ ا $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 منٹ یا 2 گھنٹہ 24 منٹ پر وہ اکٹھا ہوں گے۔

مشقی سوالات 14

.1 مناسب متبادل تلاش کیجیے۔

(i) 120 اور 150 کا 'م ع ا' .... ہے۔

(1) 30 (2) 45 (3) 20 (4) 120

(ii) درج ذیل میں سے .... ان دو اعداد کا 'م ع ا' 1 نہیں ہے۔

(1) 13, 17 (2) 29, 20 (3) 40, 20 (4) 14, 15

.2 م ع ا اور م ذ ا معلوم کیجیے۔

(i) 14, 28 (ii) 32, 16 (iii) 17, 102, 170 (iv) 23, 69 (v) 21, 29, 84

.3 م ذ ا معلوم کیجیے۔

(i) 36, 42 (ii) 15, 25, 30 (iii) 18, 42, 48 (iv) 4, 12, 20 (v) 24, 40, 80, 120

.4 ایک عدد کو 8، 9، 10، 15، 20 اعداد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہر مرتبہ 5 باقی رہتا ہے، تو ایسا چھوٹے سے چھوٹا عدد لکھیے۔

.5 $\frac{348}{319}$ ، $\frac{221}{247}$ ، $\frac{437}{551}$ کسروں کی مختصر ترین صورت لکھیے۔

.6 دو اعداد کا 'م ذ ا' اور 'م ع ا' بالترتیب 432 اور 72 ہے۔ دو اعداد میں سے ایک عدد 216 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے؟

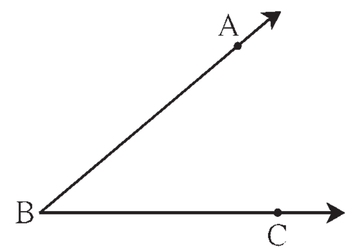
.7 دو ہندسی دو اعداد کا حاصل ضرب 765 ہے اور ان کا 'م ع ا' 3 ہے، تو ان کا 'م ذ ا' معلوم کیجیے۔

.8 ایک فروش کنندہ کے پاس 392 میٹر، 308 میٹر، 490 میٹر لمبائی کی پلاسٹک کے دھاگے کی تین بنڈل ہیں۔ دھاگا باقی نہ رہے اس طرح ان تینوں بنڈلوں کے دھاگوں کے یکساں لمبائی کے ٹکڑے کیے گئے تو ہر ٹکڑا زیادہ سے زیادہ کتنی لمبائی کا ہوگا؟

*.9 دو متواتر جفت اعداد کا 'م ذ ا' 180 ہے تو وہ اعداد معلوم کیجیے۔

4 زاویہ اور زاویوں کی جوڑیاں

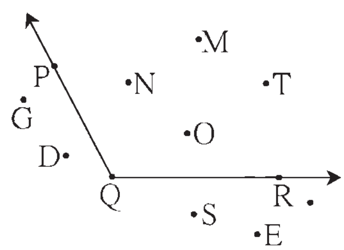
آیئے ذرا یاد کریں :



- بازو میں دیے ہوئے زاویے کا نام لکھیے۔ ....
- زاویے کے راس کا نام لکھیے۔ ....
- زاویے کی ساقین کے نام لکھیے۔ ....
- ساقین پر دکھائے ہوئے نقاط کے نام لکھیے۔ ....

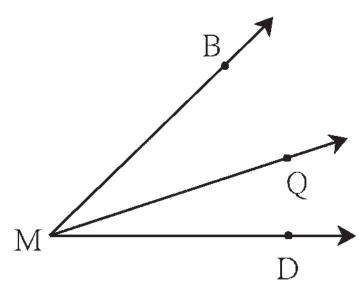
آیئے سمجھ لیں :

زاویے کا اندرونی حصہ اور بیرونی حصہ



- بازو کی شکل میں مستوی میں زاویے کے اضلاع پر کے نقاط کے علاوہ واقع نقطہ N، نقطہ M، نقطہ T جیسے نقاط کے گروہ $\angle PQR$ کے اندرونی حصہ (Interior of an angle) میں واقع ہیں۔
- مستوی میں جو نقاط زاویے کے ساقین پر نہیں ہیں اور وہ زاویے کے اندرونی حصے میں بھی نہیں ہیں۔ نقطہ G، نقطہ D، نقطہ E جیسے نقاط کا گروہ $\angle PQR$ کے بیرونی حصہ میں (Exterior of an angle) واقع ہیں۔

متصلہ زاویے (Adjacent angles)



بازو کی شکل میں زاویہ دیکھیے۔ $\angle BMQ$ اور $\angle QMD$ اِن دونوں زاویوں کی شعاع MQ یہ ایک ساق مشترک ہے اور M راسی نقطہ مشترک ہے۔ اِن زاویوں کے اندرونی حصے میں ایک بھی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ یہ زاویے ایک دوسرے کے بازو میں ہیں۔ ایسے زاویوں کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

متصلہ زاویوں کی ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور باقی دو ساق مشترک ساق کے مخالف جانب ہوتی ہیں اور ان کا راس مشترک ہوتا ہے۔ متصلہ زاویوں کے اندرونی حصے مختلف ہوتے ہیں۔

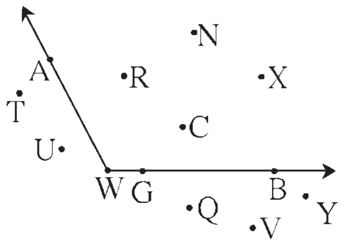
مذکورہ بالا میں $\angle BMD$ اور $\angle BMQ$ ان زاویوں کی MB ساق مشترک ہے۔ لیکن یہ متصلہ زاویے نہیں ہیں۔ کیوں کہ ان کا اندرونی حصہ بالکل مختلف نہیں ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو زاویوں کا راس مشترک ہوتا ہے، ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور ان کے اندرونی حصے مختلف ہوتے ہیں، ان زاویوں کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

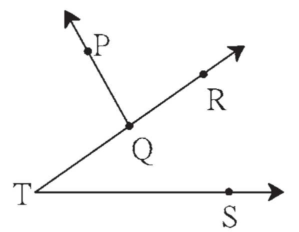
مشقی سوالات 15

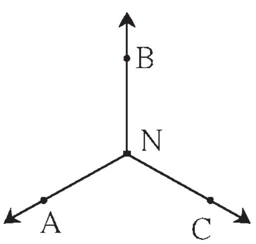
.1 شکل کا مشاہدہ کیجیے اور ∠AWB کے لیے ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔



زاویہ کے اندرونی حصے میں واقع نقاط کے نام لکھیے۔	
زاویہ کے بیرونی حصے میں واقع نقاط کے نام لکھیے۔	
زاویہ کے ساقین پر واقع نقاط کے نام لکھیے۔	

.2 ذیل کی اشکال میں متصلہ زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

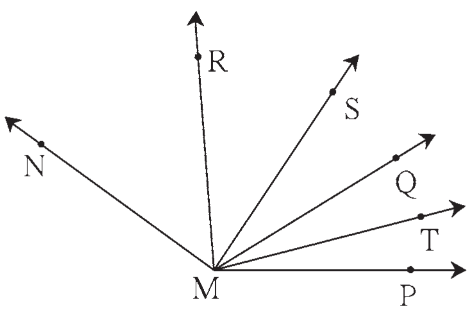




.3 کیا زاویوں کی درج ذیل جوڑیاں متصلہ ہیں؟ متصلہ نہ ہوں تو وجہ لکھیے۔

(i) ∠PMQ اور ∠RMQ (ii) ∠RMQ اور ∠SMR

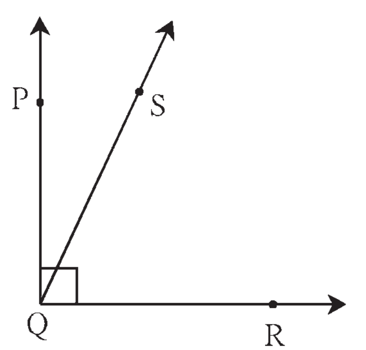
(iii) ∠RMS اور ∠RMT (iv) ∠SMT اور ∠RMS



آیئے سمجھ لیں :

مکملہ زاویے (Complementary angles)

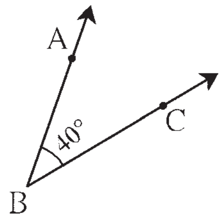
- ∠PQR ایک قائمہ زاویہ کھینچیے۔
- اس کے اندرونی حصے میں 'S' کوئی بھی ایک نقطہ لیجیے۔
- شعاع QS کھینچیے۔
- ∠PQD اور ∠SQR کی پیمائشوں کی جمع کیجیے۔
- مجموعہ کتنا ہوگا؟

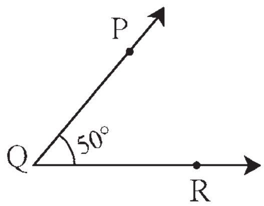


جن دو زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 90° ہوتا ہے وہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے کہلاتے ہیں۔

یہاں ∠PQS اور ∠SQR ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

مثال : شکل میں زاویوں کا مشاہدہ کیجیے اور چوکون میں مناسب عدد لکھیے۔





$m\angle ABC = \boxed{}^\circ$

$m\angle PQR = \boxed{}^\circ$

$m\angle ABC + m\angle PQR = \boxed{}^\circ$

$\angle ABC$ اور $\angle PQR$ کی پیمائشوں کا مجموعہ 90° ہے وہ اس لیے وہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

مثال : 70° پیمائش کے زاویے کے مکملہ زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل : فرض کیجیے دیے ہوئے زاویے کے مکملہ زاویہ کی پیمائش x° ہے۔

$$70 + x = 90$$

$$\therefore \quad 70 + x - 70 = 90 - 70$$

$$\therefore \quad x = 20^\circ$$

$\therefore$ 70° پیمائش کے مکملہ زاویے کی پیمائش 20° ہے۔

مثال: $(a+15)^\circ$ اور $(2a)^\circ$ یہ دونوں ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں، تو ہر زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل :

$$a + 15 + 2a = 90$$

$$\therefore \quad 3a + 15 = 90$$

$$\therefore \quad 3a = 75$$

$$\therefore \quad a = 25$$

$$\therefore \quad a + 15 = 25 + 15 = 40^\circ$$

$$\therefore \quad 2a = 25 \times 15 = 50^\circ$$

مشقی سوالات 16

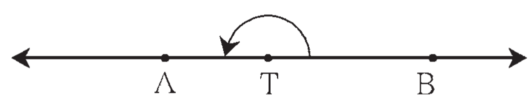
1. ذیل میں کچھ زاویوں کی پیمائشیں دی ہوئی ہیں۔ اُن کے مکملہ زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 40° (ii) 63° (iii) 45° (iv) 55° (v) 20° (vi) 90° (vii) x°

2. $(y-20)^\circ$ اور $(y+30)^\circ$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں، تو ہر زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

آیئے ذرا یاد کریں :

خط AB پر T ایک نقطہ ہے۔

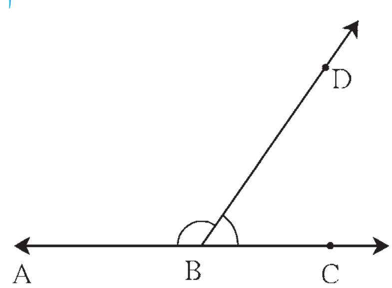


- $\angle ATB$ اس زاویے کی قسم کون سی ہے؟
- اس کی پیمائش کتنی ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

متمم زاویے (Supplementery angles)

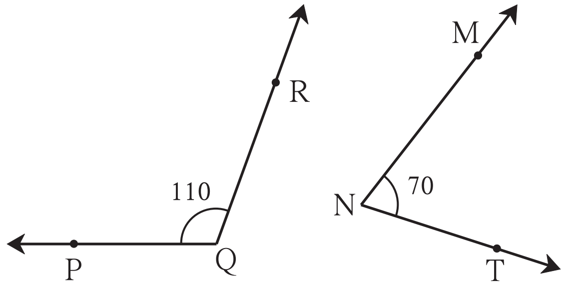
- بازو کی شکل میں ایک خط AC دیا ہوا ہے۔ خط پر نقطہ B سے ایک شعاع BD کھینچی گئی ہے۔ یہاں کتنے زاویے ہیں؟



- $m\angle DBC = \boxed{}^\circ$ ، $m\angle ABD = \boxed{}^\circ$ ،
- $m\angle ABD + m\angle DBC = \boxed{}^\circ$

جن دو زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے، وہ ایک دوسرے کے متمم زاویے کہلاتے ہیں۔ یہاں $\angle ABD$ اور $\angle DBC$ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں۔

مثال : ذیل کی شکل میں زاویوں کا مشاہدہ کیجیے اور چوکونوں میں مناسب عدد لکھیے۔



$m\angle PQR = \boxed{}^\circ$ ، $m\angle MNT = \boxed{}^\circ$

$m\angle PQR + \angle MNT = \boxed{}^\circ$

$\angle PQR$ اور $\angle MNT$ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں۔

مثال : 135° پیمائش کے متمم زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے 135° پیمائش کے متمم زاویے کی پیمائش p ہے۔

متمم زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$135 + p = 180$

$\therefore \quad 135 + p - 135 = 180 - 135$

$\therefore \quad p = 45^\circ$

$\therefore$ 135° پیمائش کے متمم زاویے کی پیمائش 45° ہے۔

مثال : $(a + 30)^\circ$ اور $(2a)^\circ$ والے زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں تو ہر ایک زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل :
$a + 30 + 2a = 180$

$\therefore \quad 3a = 180 - 30$

$\therefore \quad 3a = 150$

$\therefore \quad a = 50$

$\therefore \quad a + 30 = 50 + 30 = 80^\circ$

$\therefore \quad 2a = 2 \times 50 = 100^\circ$

$\therefore$ ان زاویوں کی پیمائشیں 80° اور 100° ہیں۔

مشقی سوالات 17

1. ذیل میں دیے ہوئے زاویوں کے متمم زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) a°

2. ذیل میں کچھ زاویوں کی پیمائشیں دی ہوئی ہیں، اُن میں سے متمم زاویوں اور مکملہ زاویوں کی جوڑیاں بنایئے۔

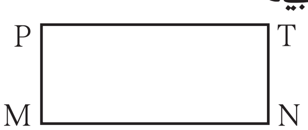
$m\angle J = 150^\circ$ ، $m\angle Y = 90^\circ$ ، $m\angle N = 30^\circ$ ، $m\angle B = 60^\circ$

$m\angle G = 120^\circ$ ، $m\angle F = 15^\circ$ ، $m\angle E = 0^\circ$ ، $m\angle D = 75^\circ$

3. $\triangle XYZ$ میں $m\angle Y = 90^\circ$ ، $\angle X$ اور $\angle Z$ زاویوں کا ایک دوسرے سے تعلق لکھیے۔

4. مکملہ زاویوں کی جوڑیوں میں زاویوں کی پیمائشوں میں فرق 40° ہو تو اُن زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

5. $\square PTNM$ ایک مستطیل ہے۔ اس شکل میں متمم زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔



*6. اگر $m\angle A = 70^\circ$ ہو تو $\angle A$ کے مکملہ زاویے کے متمم زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

7. $\angle A$ اور $\angle B$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں اور $m\angle B = (x + 20)^\circ$ ہو تو $m\angle A$ کتنا ہے؟

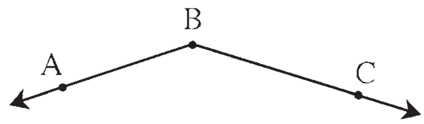
آیئے بحث کریں

ذیل کے بیانات پر بحث کریں۔ بیان صحیح ہو تو اس کی مثالیں دیجیے۔ بیان غلط ہو تو وجہ بتائیے۔

- دو حادّہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو قائمہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- ایک حادّہ زاویہ اور ایک منفرجہ زاویہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو حادّہ زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو قائمہ زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہوتے ہیں۔
- ایک حادّہ زاویہ اور ایک منفرجہ زاویہ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہو سکتے ہیں۔

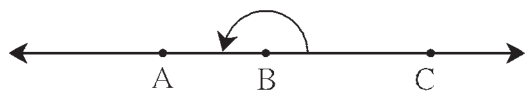
آیئے سمجھ لیں :

مخالف شعاعیں (Opposite Rays)



شکل (i)

- بازو میں دی ہوئی شکل میں شعاعوں کے نام بتائیے۔
- شعاعوں کے ابتدائی نقطہ کے نام بتائیے۔
- شکل (i) میں زاویہ کا نام لکھیے۔



شکل (ii)

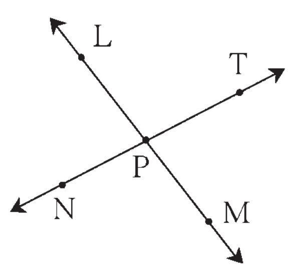
- بازو کی شکل (ii) میں زاویہ کا نام لکھیے۔
- شکل میں B ابتدائی نقطہ ہو تو شعاعوں کے نام لکھیے۔

شکل (i) میں شعاع BC اور شعاع BA مل کر ایک منفرجہ زاویہ بناتا ہے تو شکل (ii) میں شعاع BC اور شعاع BA مل کر مستقیم زاویہ بناتا ہے اور ایک مستقیم خط ملتا ہے۔ یہاں شعاع BC اور شعاع BA، ایک دوسرے کی مخالف شعاعیں ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو شعاعوں کا ابتدائی نقطہ مشترک ہوتا ہے اور اُن شعاعوں سے ایک خط بنتا ہے، تب وہ شعاعیں ایک دوسرے کی مخالف شعاعیں کہلاتی ہیں۔

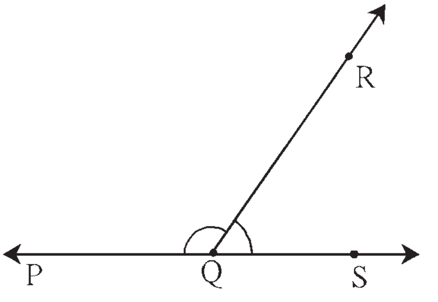
مشقی سوالات 18



1. بازو میں دی ہوئی شکل کی مخالف شعاعوں کے نام لکھیے۔
2. کیا شعاع PM اور شعاع PT مخالف شعاعیں ہیں؟ وجہ لکھیے۔

آیئے سمجھ لیں :

خطی جوڑی کے زاویے (Angles in Linear Pair)



- بازو کی شکل میں زاویوں کے نام لکھیے۔
- زاویوں کی جوڑی کس قسم کی ہے؟
- زاویوں کی غیر مشترک ساقین کون سی ہیں؟
- $m\angle PQR = \square^\circ$
- $m\angle RQS = \square^\circ$
- $m\angle PQR + \angle RQS = 180^\circ$

شکل میں $\angle PQR$ اور $\angle RQS$ متصلہ زاویے ہیں۔اسی طرح وہ متمم زاویے بھی ہیں۔

ان کی غیر مشترک ساقین ایک دوسرے کے متضاد شعاعیں ہیں، اس لیے ان ساقین سے ایک خط بنتا ہے۔ یہ دو زاویے خطی جوڑی کے زاویے کہلاتے ہیں۔ **خطی جوڑی کے زاویوں کی پیائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔**

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو زاویوں کی ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور غیر مشترک ساقین مستقیم خط بناتی ہیں۔انھیں خطی جوڑی کے زاویے کہتے ہیں۔ خطی جوڑی کے زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہوتے ہیں۔

سرگرمی : اسٹرا یا سیدھی نلکیاں لے کر زیر مطالعہ زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔

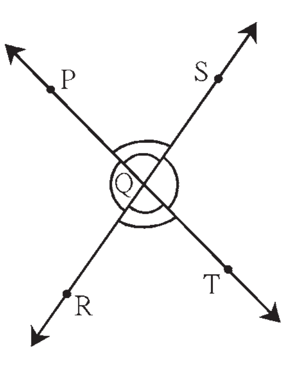
مشقی سوالات 19

ذیل میں دیے ہوئے بیان کے مطابق زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔اگر نہیں بنا سکتے تو وجہ لکھیے۔

(i) غیر متصلہ مکملہ زاویے
(ii) غیر متمم خطی جوڑی کے زاویے
(iii) غیر خطی جوڑی والے متمم زاویے
(iv) غیر خطی جوڑی والے متصلہ زاویے
(v) جو مکملہ زاویے نہیں ہیں اور متصلہ زاویے بھی نہیں ہیں۔
(vi) مکملہ زاویے والی خطی جوڑی کے زاویے

آیئے سمجھ لیں :

متقابلہ زاویے (Vertically Opposite Angles)



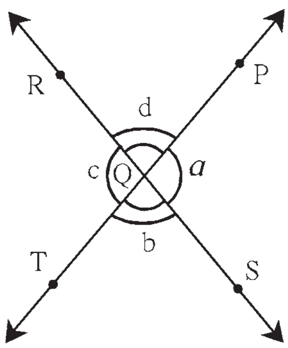
بازو کی شکل میں خط PT اور خط RS یہ ایک دوسرے کو نقطہ Q پر قطع کرتے ہیں۔چار زاویے بن گئے ہیں۔ $\angle PQR$ شعاع QP اور شعاع QR سے بنا ہے۔ QP اور QR شعاعوں کی مخالف شعاعیں بالترتیب QT اور QS ہیں۔ان مخالف شعاعوں سے $\angle SQT$ زاویہ بنا ہے۔اس لیے $\angle SQT$ کو $\angle PQR$ کا متقابلہ زاویہ کہتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو شعاعوں سے زاویہ بنتا ہے، اُن کی مخالف شعاعوں سے بننے والا زاویہ پہلے زاویے کا متقابلہ زاویہ ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں :

متقابلہ زاویوں کی خصوصیت



دی ہوئی شکل میں $\angle PQS$ کا متقابلہ زاویہ کون سا ہے؟

شکل میں دکھائے ہوئے کہ مطابق فرض کیجیے کہ $m\angle PQS = a$ ، $m\angle SQT = b$ ،

$m\angle TQR = c$ ، $m\angle PQR = d$ ،

$\angle PQS$ اور $\angle SQT$ خطی جوڑی کے زاویے ہیں۔

$\therefore \quad a + b = 180°$

اسی طرح $m\angle SQT$ اور $m\angle TQR$ خطی جوڑی کے زاویے ہیں۔

$\therefore \quad b + c = 180°$

$\therefore \quad a + b = b + c$

$\therefore \quad a = c$ ... (طرفین سے b تفریق کرنے پر)

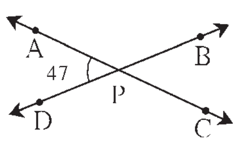
$\therefore$ $\angle PQS$ اور $\angle TQR$ دونوں زاویوں کی پیمائشیں مساوی ہیں اس لیے یہ زاویے متماثل ہیں۔

اسی طرح $m\angle PQR = m\angle SQT$ یعنی $\angle PQR$ اور $\angle SQT$ متماثل ہیں۔

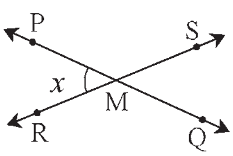
یہ میری سمجھ میں آ گیا

دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو بننے والے متقابلہ زاویوں کی پیمائشیں مساوی ہوتی ہیں۔

مشقی سوالات 20



.1 خط AC اور خط BD ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle APD = 47°$ ہو تو $\angle APB$ ، $\angle BPC$ ، $\angle CPD$ کی پیمائشیں لکھیے۔

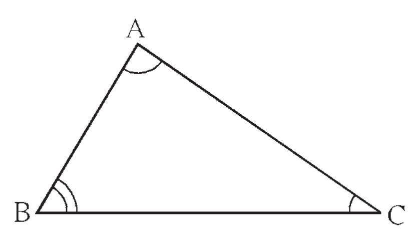


.2 خط PQ اور خط RS ایک دوسرے کو نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle PMR = x°$ ہو تو $\angle PMS$ ، $\angle SMQ$ اور $\angle QMR$ کی پیمائشیں لکھیے۔

آیئے سمجھ لیں :

کثیر الاضلاع کے داخلہ زاویے (Interior Angles of any Polygon)

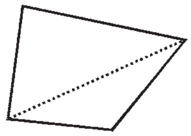
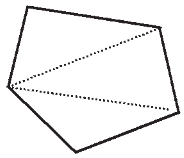
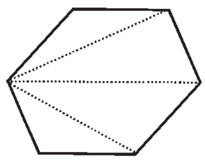
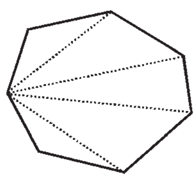
مثلث کے داخلہ زاویے



$\triangle ABC$ کے $\angle A$ ، $\angle B$ اور $\angle C$ داخلہ زاویے ہیں۔

$m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \boxed{}\,°$

ذیل میں دی ہوئی جدول کا مشاہدہ کیجیے اور نتیجہ اخذ کیجیے۔

داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ	مثلثوں کی تعداد	کثیر الاضلاع	کثیر الاضلاع کے نام	اضلاع کی تعداد
$180^\circ \times 1 = \boxed{}$	1		مثلث	3
$180^\circ \times 2 = \boxed{}$	2		ذوار بعۃ الاضلاع	4
$180^\circ \times 3 = \boxed{}$	3		مخمس	5
$180^\circ \times \boxed{} = \boxed{}$	4		مسدس	6
	5		مسبع	7
	6		مثمن	8
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$180^\circ \times (n-2)$	$(n-2)$		n ضلع والا کثیر الاضلاع	n

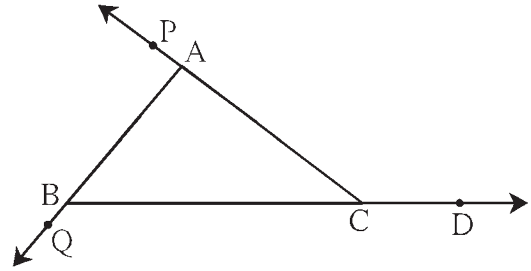
غور کیجیے کہ، کثیر الاضلاع میں مذکورہ بالا طریقے سے بننے والے مثلثوں کی تعداد، اُس کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد سے 2 کم ہوتی ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

n ضلعوں والے کثیر الاضلاع کے داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ $= 180^\circ \times (n-2)$

آیئے سمجھ لیں :

مثلث کے خارجہ زاویے (Exterior angle of Triangle)



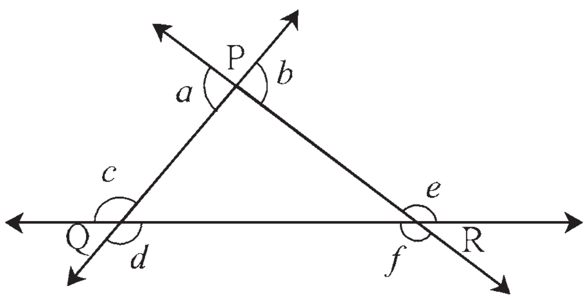
$\triangle ABC$ کے ضلع BC کو شکل میں دکھائے ہوئے کی طرح بڑھایا، تو $\angle ACD$ ایک نیا زاویہ مثلث کے باہر بنا۔

$\angle ACD$ یہ $\triangle ABC$ کا خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle ACD$ اور $\angle ACB$ خطی زاویوں کی جوڑی کے زاویے ہے۔

$\angle PAB$ اور $\angle QBC$ بھی $\triangle ABC$ خارجہ زاویے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

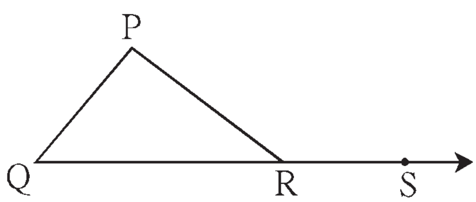
مثلث کا ایک ضلع بڑھانے پر جو زاویہ مثلث کے متصلہ داخلہ زاویے سے خطی جوڑی بناتا ہے، اس زاویے کو مثلث کا خارجہ زاویہ کہتے ہیں۔



مثال : بازو کی شکل میں مثلث کے تمام خارجہ زاویے دکھائے گئے ہیں۔ a، b، c، d، e، f یہ سب $\triangle PQR$ کے خارجہ زاویے ہیں۔ ہر مثلث کے اس طرح چھ خارجہ زاویے ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

مثلث کے خارجہ زاویہ کی خصوصیت



بازو کی شکل میں $\angle PRS$ یہ $\triangle PQR$ کا ایک خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle PRQ$ اس کا متصلہ داخلہ زاویہ ہے۔ دوسرے دو داخلہ زاویے یعنی $\angle P$ اور $\angle Q$ یہ $\angle PRS$ سے دور ہیں یا زیادہ فاصلے پر ہیں۔ $\angle P$ اور $\angle Q$ کو $\angle PRS$ کے بعید داخلہ زاویے کہتے ہیں۔

$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \boxed{}^\circ$ ... (مثلث کے تینوں زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ)

$m\angle PRS + m\angle PRQ = \boxed{}^\circ$ ... (خطی جوڑی کے زاویے)

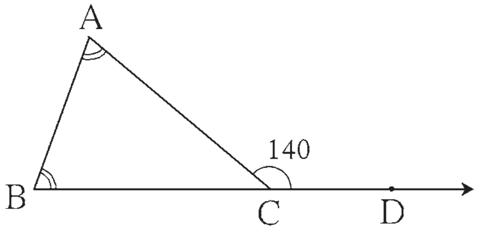
$\therefore \quad m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$

$\therefore \quad m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$ ... (طرفین سے $m\angle PRQ$ تفریق کرنے پر)

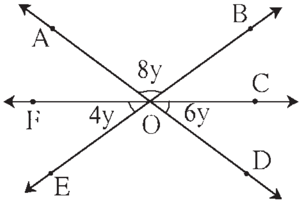
یہ میری سمجھ میں آ گیا

مثلث کے خارجہ زاویے کی پیمائش، اس زاویے کے بعید داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کے مجموعہ کے برابر ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 21



.1 $\triangle ABC$ کا $\angle ACD$ خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائشیں مساوی ہیں۔اگر $m\angle ACD = 140°$ ہو تو $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



.2 بازو کی شکل میں زاویوں کی پیمائشیں دیکھ کر اس کی مدد سے بقیہ تینوں زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

*.3 $\triangle ABC$ متساوی الساقین مثلث میں $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائشیں مساوی ہیں۔ $\angle ACD$ یہ $\triangle ABC$ کا خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ کی پیمائشیں بالترتیب $(3x - 17)°$ اور $(8x + 10)°$ ہیں۔تو $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔اسی طرح $\angle A$ اور $\angle B$ کی بھی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

ICT Tools or Links

- Geogebra کی مدد سے ایک ہی ابتدائی نقطہ والی دو شعاعیں کھینچیے۔ Move Option کا استعمال کر کے شعاعوں کو گھمائیے۔ایک خاص حالت میں وہ مخالف شعاعیں بنتی ہیں۔تصدیق کیجیے۔
- خطی جوڑی کے زاویے بنائیے۔مشترک ساق ‘move’ کر کے مختلف خطی جوڑی کے زاویوں کی جوڑیوں کا تجربہ کیجیے۔
- Geogebra میں Polygon Tools کا استعمال کر کے مختلف کثیر الاضلاع کھینچیے اور ان کے داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کی خصوصیت کی تصدیق کیجیے۔

5 ناطق اعداد اور اُن پر عمل

آیئے سمجھ لیں :

ناطق اعداد (Rational Numbers)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے ... ,4 ,3 ,2 ,1 یہ گنتی کے اعداد یعنی طبعی اعداد کا مطالعہ کیا ہے۔ طبعی اعداد، صفر اور طبعی اعداد کے متضاد اعداد مل کر بننے والے صحیح اعداد کے گروہ سے ہم واقف ہیں۔ اسی طرح $\frac{7}{11}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{1}{7}$ جیسی کسروں سے بھی ہم متعارف ہیں۔ کیا صحیح اعداد اور کسر جیسے تمام اعداد کو شامل کرنے والا کوئی گروہ ہے؟ آیئے ہم اس پر غور کرتے ہیں۔

$0=\frac{0}{2}, -3=\frac{-3}{1}, 7=\frac{7}{1}, 4=\frac{12}{3}$ اس طرح تمام صحیح اعداد کو ہم $\frac{m}{n}$ صورت میں لکھتے ہیں۔ اگر m کوئی صحیح عدد ہے اور n بھی غیر صفر کوئی صحیح عدد ہو تو $\frac{m}{n}$ عدد کو ناطق عدد کہتے ہیں۔ اس طرح ناطق اعداد کا سیٹ (گروہ) مذکورہ بالا تمام قسم کے اعداد کو شامل کر لیتا ہے۔

ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

	-3	$\frac{3}{5}$	-17	$-\frac{5}{11}$	5
طبعی اعداد	✗				✓
صحیح اعداد	✓				
ناطق اعداد	✓				

ناطق اعداد $\frac{5}{7}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-17}{8}$ ، 2.17 وغیرہ

صحیح اعداد $-3, -8, -1$ وغیرہ

مکمل اعداد 0

طبعی اعداد

1, 2, 3, ...

ناطق اعداد پر عمل

ناطق اعداد کو شمار کنندہ اور نسب نما کا استعمال کر کے عام کسروں کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ اس لیے ناطق اعداد پر عمل، کسروں پر عمل کی طرح کرتے ہیں۔

(1) $\frac{5}{7}+\frac{9}{11}=\frac{55+63}{11}=\frac{118}{77}$

(3) $2\frac{1}{7}+3\frac{8}{14}=\frac{15}{7}+\frac{50}{14}$

(3) $2\frac{1}{7}+3\frac{8}{14}=\frac{15}{7}+\frac{50}{14}$

$=\frac{30}{14}+\frac{50}{14}$

$=\frac{80}{14}=\frac{40}{7}$

(2) $\frac{1}{7}-\frac{3}{4}=\frac{4-21}{28}=\frac{-17}{28}$

(4) $\frac{9}{13}\times\frac{4}{7}=\frac{9\times 4}{13\times 7}=\frac{36}{91}$

(4) $\frac{9}{13}\times\frac{4}{7}=\frac{9\times 4}{13\times 7}=\frac{36}{91}$

(5) $\frac{3}{5}\times\frac{(-4)}{5}=\frac{3\times(-4)}{5\times 5}=\frac{-12}{25}$

(6) $\frac{9}{13}\times\frac{26}{3}=\frac{3\times 2}{1}=\frac{6}{1}$

آیئے ذرا یاد کریں :

کسی عدد کو دوسرے عدد سے تقسیم کرنا یعنی اس عدد کو دوسرے عدد کے ضربی معکوس سے ضرب دینا۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{5}{6}$ اور $\frac{6}{5}$ ، $\frac{2}{11}$ اور $\frac{11}{2}$ یہ ضربی معکوس اعداد کی جوڑیاں ہیں۔

اسی طرح $\left(\frac{-5}{4}\right)\times\left(\frac{-4}{5}\right)=1$ ؛ $\left(\frac{-7}{2}\right)\times\left(\frac{-2}{7}\right)=1$ کی بنا پر $\left(\frac{-5}{4}\right)$ اور $\left(\frac{-4}{5}\right)$ ، $\left(\frac{-2}{7}\right)$ اور $\left(\frac{-7}{2}\right)$ بھی ضربی معکوس عدد کی جوڑیاں ہیں۔ یعنی $\frac{-5}{4}$ اور $\frac{-4}{5}$ ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں، اسی طرح $\frac{-7}{2}$, $\frac{-2}{7}$ بھی ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

کچھ احتیاط برتیں

مثال : $\frac{-11}{9}$ اور $\frac{9}{11}$ کا حاصل ضرب -1 ہے، اس لیے $\frac{-11}{9}$ اور $\frac{9}{11}$ یہ ضربی معکوس کی جوڑی نہیں ہے۔

آیئے بحث کریں

ہم مختلف اعداد کے سیٹ (گروہوں) کی خصوصیات کے بارے میں غور کریں گے۔ اس کے لیے گروہ میں بحث کرتے ہوئے ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔ طبعی اعداد کا سیٹ، صحیح اعداد کا سیٹ اور ناطق اعداد کے سیٹ پر غور کریں گے۔ ہر اعداد کے سیٹ کے مقابل میں جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کا عمل کرنے سے حاصل ہونے والا نتیجہ (✓) یا (×) نشانات سے دکھایئے۔ اس بات پر خصوصی توجہ رکھیے کہ صفر سے تقسیم نہیں کر سکتے ہیں۔

- طبعی اعداد کی جمع کرتے ہیں تو جواب ہمیشہ طبعی عدد ہی آتا ہے، اس لیے طبعی اعداد کے سیٹ کے مقابل جمع کے خانے میں (✓) ایسا نشان لگایئے۔
- دو طبعی اعداد کی تفریق کرتے ہیں تو جواب ہمیشہ طبعی عدد نہیں آتا کیوں کہ $7-10=-3$ ایسی بے شمار مثالیں ہیں۔ اس لیے تفریق کے خانے میں (×) ایسا نشان لگایئے۔

جدول میں (×) ایسا نشان آئے تو اس کی وجہ کی وضاحت کیجیے۔ (×) کی وجہ مثالیں دیتے وقت، بے شمار مثالوں میں سے ایک مثال کافی ہے۔

اعداد کا سیٹ	جمع	تفریق	ضرب	تقسیم
طبعی اعداد	✓	× $(7-10=-3)$	✓	× $\left(3\div5=\frac{3}{5}\right)$
صحیح اعداد				
ناطق اعداد				

یہ میری سمجھ میں آگیا

- طبعی اعداد کے سیٹ یہ جمع اور ضرب کے اعمال کے لیے کافی ہیں لیکن تفریق اور تقسیم کے اعمال کے لیے ناکافی ہیں۔ اس لیے دو طبعی اعداد کی تفریق اور تقسیم (خارج قسمت) طبعی عدد ہی ہوگا ایسا نہیں ہے۔
- صحیح اعداد کے سیٹ جمع، تفریق، ضرب کے اعمال کے لیے کافی ہیں، لیکن تقسیم کے عمل کے لیے ناکافی ہے۔
- ناطق اعداد کا سیٹ، یہ جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے تمام اعمال کے لیے کافی ہے۔ لیکن صفر سے تقسیم نہیں ہوتی۔

مشقی سوالات 22

1. درج ذیل ناطق اعداد کی جمع کیجیے۔

(i) $\frac{5}{36}+\frac{6}{42}$ (ii) $1\frac{2}{3}+2\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{11}{17}+\frac{13}{19}$ (iv) $2\frac{3}{11}+1\frac{3}{77}$

2. درج ذیل ناطق اعداد کی تفریق کیجیے۔

(i) $\frac{7}{11}-\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{13}{36}-\frac{2}{40}$ (iii) $1\frac{2}{3}-3\frac{5}{6}$ (iv) $4\frac{1}{2}-3\frac{1}{3}$

3. درج ذیل ناطق اعداد کا ضرب کیجیے۔

(v) $\frac{3}{11}\times\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{12}{5}\times\frac{4}{15}$ (iii) $\frac{-8}{9}\times\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{0}{6}\times\frac{3}{4}$

4. ضربی معکوس اعداد لکھیے۔

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ (iii) $\frac{-17}{39}$ (iv) 7 (v) $-7\frac{1}{3}$

5. درج ذیل ناطق اعداد کی تقسیم کیجیے۔

(i) $\frac{40}{12}\div\frac{10}{4}$ (ii) $\frac{-10}{11}\div\frac{-11}{10}$ (iii) $\frac{-7}{8}\div\frac{-3}{6}$ (iv) $\frac{2}{3}\div(-4)$

(v) $2\frac{1}{5}\div5\frac{3}{6}$ (vi) $\frac{-5}{13}\div\frac{7}{26}$ (vii) $\frac{-9}{11}\div(-8)$ (viii) $5\div\frac{2}{5}$

آیئے سمجھ لیں :

ناطق اعداد کے درمیان کا عدد

- 2 سے 9 تک طبعی اعداد کے درمیان کتنے طبعی اعداد ہیں؟ انھیں لکھیے۔
- -4 سے 5 کے درمیان کتنے صحیح اعداد ہیں؟ انھیں لکھیے۔
- $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{4}$ کے درمیان کتنے ناطق اعداد ہیں؟

مثال : $\frac{1}{2}$ اور $\frac{4}{7}$ ان ناطق اعداد کے درمیان کے ناطق اعداد معلوم کیجیے۔ اس کے لیے ہم دیے ہوئے اعداد کو ہم نسب نما اعداد کی صورت میں تحویل کریں گے۔

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times 7}{2\times 7}=\frac{7}{14}\ , \qquad \frac{4}{7}=\frac{4\times 2}{7\times 2}=\frac{8}{14}$$

7 اور 8 یہ متواتر اعداد ہیں، لیکن کیا $\frac{7}{14}$ اور $\frac{8}{14}$ متواتر ناطق اعداد ہیں؟ ہم کسی بھی ناطق عدد کا نسب نما جس ضعف (گنا) میں بڑا کر سکتے ہیں۔ اسی ضعف (گنا) میں شمارکنندہ بھی بڑا کر سکتے ہیں۔

(شمارکنندہ اور نسب نما کو 10 سے ضرب دیا) ... $\frac{7}{14}=\frac{70}{140}$, $\frac{8}{14}=\frac{80}{140}$

اب، $\frac{70}{140}<\frac{71}{140}<\dots<\frac{79}{140}<\frac{80}{140}$ اب یہاں $\frac{7}{14}$ اور $\frac{8}{14}$ کے درمیان میں کتنے اعداد حاصل ہوئے؟

اسی طرح، (شمارکنندہ اور نسب نما کو 100 سے ضرب دیا) ... $\frac{7}{14}=\frac{700}{1400}$, $\frac{8}{14}=\frac{800}{1400}$

$\frac{700}{1400}<\frac{701}{1400}<\dots<\frac{799}{1400}<\frac{800}{1400}$ ، اس لیے

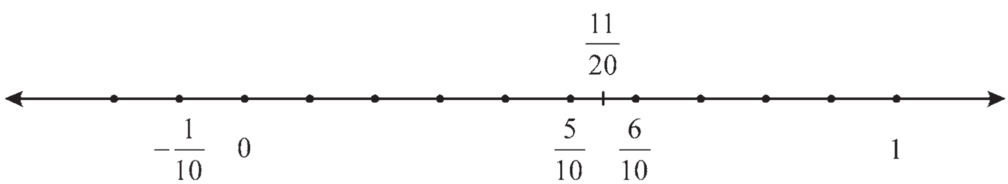
اس بنا پر ناطق اعداد کی تحویل زیادہ بڑے نسب نما والے ہم قیمت اعداد میں کرتے ہیں تو ان کے درمیان بہت زیادہ ناطق اعداد دکھائے جا سکتے ہیں۔

مثال : $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ ان ناطق اعداد کے درمیان کے اعداد معلوم کرنا۔

سب سے پہلے ہم $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ ان ناطق اعداد کو ہم نسب نما اعداد میں تحویل کریں گے۔

جیسے

$\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$ ، $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$



عددی خط پر $\frac{5}{10}$ ، $\frac{6}{10}$ ان اعداد کو ظاہر کرنے والے نقاط ہیں۔ اُن کو ملانے والے قطعہ خط کا وسطی نقطہ معلوم کریں گے اور اُس نقطہ کو جو عدد ظاہر کرتا ہے اُسے معلوم کریں گے۔

$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{10}+\frac{6}{10}\right)=\frac{11}{20}$ ، اب یہ نقطہ اس قطعہ خط کا وسطی نقطہ ہے۔

کیوں کہ، $\frac{6}{10}-\frac{11}{20}=\frac{12-11}{20}=\frac{1}{20}$ ، اسی طرح $\frac{11}{20}-\frac{5}{10}=\frac{11-10}{20}=\frac{1}{20}$

$\therefore$ $\frac{5}{10}$ اور $\frac{6}{10}$ کے بالکل درمیان میں $\frac{11}{20}$ ہے۔ اس لیے $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ کے درمیان عدد $\frac{11}{20}$ ہے۔ اسی طریقے سے $\frac{1}{2}$ ، $\frac{11}{20}$ اور $\frac{11}{20}$ ، $\frac{3}{5}$ کے درمیان کا عدد بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- دو ناطق اعداد کے درمیان بے شمار ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

مشقی سوالات 23

◉ ذیل میں دیے ہوئے دو اعداد کے درمیان واقع کوئی تین اعداد لکھیے۔

(i) $\frac{2}{7}, \frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ (iv) $\frac{7}{9}, -\frac{5}{9}$

(v) $\frac{-3}{4}, \frac{+5}{4}$ (vi) $\frac{7}{8}, \frac{-5}{3}$ (vii) $\frac{5}{7}, \frac{11}{7}$ (viii) $0, \frac{-3}{4}$

✸ اضافی معلومات کے لیے

اگر m ایک صحیح عدد ہے تو $m+1$ یہ متواتر بڑا صحیح عدد ہے۔ m اور $m+1$ کے درمیان ایک بھی صحیح عدد نہیں ہوتا ہے۔ غیر متواتر کوئی بھی صحیح اعداد کے درمیان واقع صحیح اعداد شمار کرنے کا تجربہ حاصل کیجیے۔ کوئی بھی دو ناطق اعداد کے درمیان بے شمار ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

آیئے ذرا یاد کریں :

عشری کسروں کے ضرب اور تقسیم کیسے کرتے ہیں۔ یہ ہم جانتے ہیں۔

$$\frac{35.1}{10} = 35.1 \times \frac{1}{10} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{351}{100} = 3.51$$

$$\frac{35.1}{100} = 35.1 \times \frac{1}{100} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{351}{1000}\right) = 0.351$$

$$35.1 \times 10 = \frac{351}{10} \times 10 = 351.0$$

$$35.1 \times 1000 = \frac{351}{10} \times 1000 = \left(\frac{351000}{10}\right) = 35100.0$$

اس بنا پر ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ، عشری کسروں کو 100 سے تقسیم کرنا یعنی اعشاریہ کی علامت 2 ہندسہ بائیں جانب لے جانا، 1000 سے ضرب دینا یعنی اعشاریہ کی علامت کو 3 ہندسہ دائیں جانب لے جانا۔ اس قسم کی تقسیم اور ضرب کرتے وقت ذیل کے اصول مفید ثابت ہوتے ہیں۔

عشری کسروں کے کسری حصے کے بعد بھی صفر لگائیں یا صحیح حصے سے قبل کتنے بھی صفر لکھیں تب بھی عشری کسر میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

$$1.35 = \frac{1.35}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{13500}{10000} = 1.3500$$

$0.35 = \frac{35}{100} \times \frac{1000}{1000} = \frac{35000}{100000} = 0.35000$ وغیرہ ...

$1.35 = 00.35$ اس کا استعمال کس طرح کرتے ہیں۔ آیئے دیکھتے ہیں۔

$\frac{1.35}{100} = \frac{001.35}{100} = 0.0135$

آیئے سمجھ لیں :

ناطق اعداد کی عشری صورت (Decimal representation of rational numbers)

مثال : ناطق عدد $\frac{7}{4}$ اس کو عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

$$
\begin{array}{r}
1.75 \\
4\overline{)7.000} \\
-4 \\
\hline
30 \\
-28 \\
\hline
20 \\
-20 \\
\hline
00
\end{array}
$$

(1) $7 = 7.0 = 7.000$ (کسری حصے کے بعد کتنے بھی صفر لگا سکتے ہیں۔)

(2) 7 کو 4 سے تقسیم دینے پر 1 خارج قسمت آتا ہے اور باقی 3 رہتا ہے۔

اب 1 صحیح عدد کے بعد اعشاریہ کی علامت لگائیں گے۔ باقی 3 کے بعد مقسوم سے 0 لکھ کر 30 کو 4 سے تقسیم کریں گے۔ اب آنے والا خارج قسمت، کسری حصہ ہے اس لیے خارج قسمت میں اعشاریہ کی علامت کے بعد 7 لکھیں گے۔ اب مقسوم سے پھر ایک صفر '0' نیچے لا کر تقسیم کا عمل پورا کریں گے۔

اس تقسیم میں عشری کسر کے حصے کے بعد لکھے ہوئے صفر کا استعمال کیا گیا ہے۔

مثال 2 : $2\frac{1}{5}$ کو عشری صورت میں لکھیے۔

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ اس کی عشری صورت ہم تین طریقوں سے معلوم کریں گے۔

طریقہ (I) $\frac{1}{5}$ کی عشری صورت معلوم کریں گے۔

$\frac{1}{5} = 0.2$

$$
\begin{array}{r}
0.2 \\
5\overline{)1.0} \\
-0 \\
\hline
1\,0 \\
-1\,0 \\
\hline
0\,0
\end{array}
$$

$\therefore \quad 2\frac{1}{5} = 2.2$

(II) $\frac{11}{5}$ کی عشری صورت معلوم کریں گے۔

$$
\begin{array}{r}
2.2 \\
5\overline{)11.000} \\
-10 \\
\hline
010 \\
-10 \\
\hline
00
\end{array}
$$

$\therefore \quad \frac{11}{5} = 2.2$

(III)

$\frac{11}{5} = \frac{11 \times 2}{5 \times 2}$

$= \frac{22}{10}$

$= 2.2$

مثال : $\frac{-5}{8}$ اس ناطق عدد کو عشری صورت میں لکھیے۔

$\frac{5}{8}$ کا تقسیم کرکے عشری صورت میں 0.625 حاصل ہوتا ہے۔ $\therefore \quad \frac{-5}{8} = -0.625$

مذکورہ بالا مثال میں باقی صفر آیا ہے۔ تقسیم کا عمل مکمل ہو گیا ہے۔ ناطق اعداد کی ایسی عشری صورت کو متوالی عشری صورت کہتے ہیں۔

مثال : کچھ ناطق اعداد کی عشری صورت کس طرح مختلف ہوتی ہے اُسے ہم دیکھیں گے۔

(i) عدد $\frac{5}{3}$ کی عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 1.66 \\ 3\overline{)5.00} \\ -\ 3 \\ \hline 2\ 0 \\ -\ 1\ 8 \\ \hline 20 \\ -\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.666.......$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.\dot{6}$

(ii) عدد $\frac{2}{11}$ کی عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 0.18 \\ 11\overline{)2.00} \\ -\ 0 \\ \hline 20 \\ -\ 11 \\ \hline 90 \\ -\ 88 \\ \hline 20 \end{array}$$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.1818.......$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$

(iii) $2\frac{1}{3}$ کی عشری صورت معلوم کیجیے۔

$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$$\begin{array}{r} 2.33 \\ 3\overline{)7.00} \\ -\ 6 \\ \hline 1\ 0 \\ -\ 9 \\ \hline 10 \\ -\ 9 \\ \hline 01 \end{array}$$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.33...$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.\dot{3}$

(iv) $\frac{5}{6}$ کی عشری صورت معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 0.833 \\ 6\overline{)5.000} \\ -\ 0 \\ \hline 50 \\ -\ 48 \\ \hline 20 \\ -\ 18 \\ \hline 20 \\ -\ 18 \\ \hline 02 \end{array}$$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.833...$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$

اوپر دی ہوئی مثالوں میں تقسیم کا عمل مکمل نہیں ہوتا ہے۔ اعشاریہ کی علامت کے دائیں جانب ایک ہندسہ یا کچھ ہندسوں کا گروہ بار بار آتا ہے۔ ایسی کسروں کو متوالی کسر کہتے ہیں۔

جس عشری کسر میں اعشاریہ کی علامت کے دائیں جانب صرف ایک ہی ہندسہ بار بار آتا ہے، تو اعشاریہ کی علامت کے بعد کے پہلے ہندسے کے اوپر ایک نقطہ لگاتے ہیں۔ جیسے $2\frac{1}{3} = 2.33 .... = 2.\dot{3}$

اسی طرح اعشاریہ علامت کے دائیں جانب جو ہندسوں کا گروہ بار بار آتا ہے تو اعشاریہ کی علامت کے دائیں جانب کے پہلے گروہ کے اوپر افقی لکیر لگاتے ہیں۔ جیسے

$\frac{2}{11} = 0.1818 .... = 0.\overline{18}$ اور $\frac{5}{6} = 0.8333 .... = 0.8\dot{3}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

کچھ ناطق اعداد کی عشری صورت غیر متوالی ہوتی ہے تو کچھ ناطق اعداد کی عشری صورت متوالی ہوتی ہے۔

آیئے بحث کریں

معلوم کیجیے کہ تقسیم کیے بغیر کون سے نسب نما والے ناطق اعداد کو عشری غیر متوالی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مشقی سوالات 24

⦿ درج ذیل ناطق اعداد کی عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

(i) $\frac{13}{4}$ (ii) $\frac{-7}{8}$ (iii) $7\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{12}$ (v) $\frac{22}{7}$ (vi) $\frac{4}{3}$ (vii) $\frac{7}{9}$

آیئے بحث کریں

جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم ان علامتوں کا استعمال کر کے لکھے ہوئے اعداد کی ترتیب کو کثیر رکنی کہتے ہیں۔

$72 \div 6 + 2 \times 2$ اس کثیر رکنی کو حل کر کے جواب معلوم کیجیے۔

'ہوسا' کا طریقہ

$72 \div 6 + 2 \times 2$

$= 12 + 2 \times 2$

$= 12 + 4$

$= 16$

'منگرو' کا طریقہ

$72 \div 6 + 2 \times 2$

$= 12 + 2 \times 2$

$= 14 \times 2$

$= 28$

دونوں جواب مختلف آئے ہیں، کیوں کہ الگ الگ ترتیب سے عمل کیے گئے۔ جب ہم اعمال کی ترتیب مختلف لیں تو جواب مختلف آتے ہیں۔ ایسا نہ ہو اس لیے اعمال کی ترتیب طے کرنے کے لیے کچھ اصول بنائے گئے ہیں۔ ان اصولوں کی پابندی کریں تو صرف ایک ہی جواب حاصل ہوتا ہے۔ اب ہم ان اصولوں کا مطالعہ کریں گے۔ کب کب کون سا عمل پہلے کرنا مطلوب ہوتا ہے۔ اس وقت کثیر رکنی میں قوسین کا استعمال کرتے ہیں۔

کثیر رکنی حل کرنے کے اصول

1. عبارت میں ایک سے زیادہ عمل ہوں تو ضرب اور تقسیم کا عمل بائیں سے دائیں جانب جس ترتیب میں آئے ہوں، اُسی ترتیب میں کیجیے۔
2. بعد میں جمع اور تفریق کے عمل، بائیں سے دائیں جانب جس ترتیب میں آئے ہوں، اُسی ترتیب میں کیجیے۔
3. قوسین میں ایک سے زائد عمل ہوں تو، اوپر دیے ہوئے اصولوں کی پابندی کر کے وہ عمل پہلے کیجیے۔

اوپر کے اصول کا استعمال کرتے ہیں تو 'ہوسا' کا طریقہ صحیح سمجھ میں آتا ہے۔

$$\therefore \quad 72 \div 6 + 2 \times 2 = 16$$

ذیل کی کثیر رکنی حل کیجیے۔

مثال

$40 \times 10 \div 5 + 17$

$= 400 \div 5 + 17$

$= 80 + 17$

$= 97$

مثال

$80 \div (15 + 8 - 3) + 5$

$= 80 \div (23 - 3) + 5$

$= 80 \div 20 + 5$

$= 4 + 5$

$= 9$

مثال

$$2 \times \{25 \times [(113-9)+(4 \div 2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104+(4 \div 2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104+(2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104+26]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times 130\}$$
$$= 2 \times 3250$$
$$= 6500$$

مثال

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{5}{21}$$ ... (پہلے ضرب کا عمل)
$$= \frac{3 \times 21 - 5 \times 4}{84}$$ ... (بعد میں تفریق کا عمل)
$$= \frac{63-20}{84}$$
$$= \frac{43}{84}$$

یادرکھیں : اعمال کی ترتیب واضح ہونے کے لیے ایک سے زائد مرتبہ قوسین کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔اس کے لیے سادہ قوسین ( )، مربعی قوسین [ ]، محرابی قوسین { } استعمال کیے جاتے ہیں۔
قوسین کو حل کرتے وقت اندرونی قوسین میں دیا ہوا عمل سب سے پہلے کرتے ہیں۔ بعد میں ترتیب وار باہر کے قوسین میں دیا ہوا عمل کرتے ہیں۔

مشقی سوالات 25

درج ذیل کثیر رکنیاں حل کیجیے۔

(1) $50 \times 5 \div 2 + 24$

(2) $(13 \times 4) \div 2 - 26$

(3) $140 \div [(-11) \times (-3) - (-42) \div (4-1)]$

(4) $\{(220-140) + [10 \times 9 + (-2 \times 5)]\} - 100$

(5) $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} \div \frac{6}{4}$

سرگرمی : چوکون میں دیے ہوئے عددوں اور علامتوں کا استعمال کیجیے اور '112' قیمت لانے کے لیے کثیر رکنیاں بنائیے۔

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

+	×
÷	−

✸ اضافی معلومات کے لیے

کثیر رکنی حل کرتے وقت علامتوں کی ترتیب

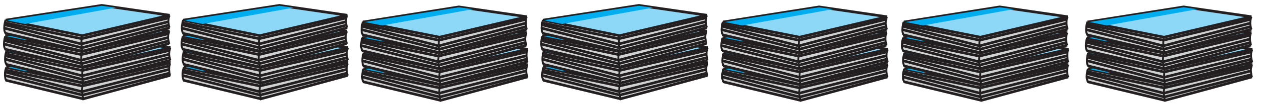
B	→ O	→ D	→ M	→ A	→ S
( )	×	÷	×	+	−
قوسین میں اعمال سب سے پہلے	ضرب (کا، کی، کے)	تقسیم	ضرب	جمع	تفریق
	مثال : $\frac{1}{4}$ کا 200 $= 200 \times \frac{1}{4}$				

6 قوت نما

آیئے ذرا یاد کریں

7 لڑکوں میں ہر ایک کو 4 بیاضیں تقسیم کی گئی۔

بیاضیں 28 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = کل بیاضیں



یہاں جمع کا عمل کئی مرتبہ کیا گیا ہے۔

- ایک ہی عدد کی کئی مرتبہ کی گئی جمع کو ضرب کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

بیاضیں $28 = 7 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$ کل بیاضیں

آیئے سمجھ لیں

قاعدہ اور قوت نما (Base and Index)

اب ہم عدد '2' کو کئی مرتبہ لے کر کی جانے والے ضرب کی صورت کو مختصراً کس طرح کرتے ہیں۔ دیکھیں گے۔

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

یہاں 2 کو 8 مرتبہ لے کر ضرب کیا گیا ہے۔ اس ترتیب کو مختصراً 2^8 لکھتے ہیں۔

یہاں 2^8 یہ ضرب کی قوت نما صورت ہے۔ اس میں 2 قاعدہ اور 8 قوت ہے۔

2^8 ← 8 قوت، ← 2 قاعدہ

مثال : $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ ، یہاں 5^4 یہ قوت نما والا عدد ہے۔

5^4 اس قوت نما صورت والے عدد میں عدد 5 'قاعدہ' اور عدد 4 قوت ہے۔

اس کو '5 کی قوت 4' یا '5 کی چوتھی قوت' پڑھتے ہیں۔

عام طور پر 'a' کوئی ایک عدد ہو تو $a \times a \times a \times \ldots$ (مرتبہ m) $= a^m$

a^m کو 'a کی قوت m' یا 'a کی m ویں قوت' پڑھتے ہیں۔ یہاں m ایک طبعی عدد ہے۔

$$\therefore \quad 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

یعنی 5^4 اس قوت نما والے عدد کی قیمت 625 ہے۔

اسی طرح، $\left[\frac{-2}{3}\right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$

یعنی $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ کی قیمت $\frac{-8}{27}$ ہے۔

اسے یاد رکھیے کہ $7^1 = 7$، $10^1 = 10$ ہوتا ہے۔ کسی بھی عدد کی پہلی قوت یعنی وہی عدد ہوتا ہے۔

عدد کی قوت 1 ہو تو قوت کو لکھا نہیں جاتا۔ جیسے $5^1 = 5$، $a^1 = a$

مشقی سوالات 26

1. ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	قوت نما والا عدد	قاعدہ	قوت	ضربی صورت	قیمت
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		-8	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

2. قیمت معلوم کیجیے۔

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$

(v) 9^3 (vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

مربع اور مکعب (Square and Cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 کو 3 کی دوسری قوت یا 3 کا مربع پڑھتے ہیں۔

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 کو 5 کی تیسری قوت یا 5 کا مکعب پڑھتے ہیں۔

یاد رکھیں :

- کسی بھی عدد کی دوسری قوت کو اس عدد کا مربع کہتے ہیں۔
- کسی بھی عدد کی تیسری قوت کو اس عدد کا مکعب کہتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

قاعدہ یکساں ہو تو قوت نما والے اعداد کا ضرب

مثال : $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

اس کی بناء پر، $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

مثال : $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

اس بناء پر، $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

مثال : $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

اس بناء پر، $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a ناطق عدد ہے اور m اور n مثبت صحیح اعداد ہوں تو $a^m \times a^n = a^{m+n}$

مشقی سوالات 27

مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^3 \times \left(\frac{p}{5}\right)^7$

آیئے سمجھ لیں

یکساں قاعدہ والے قوت نما والے اعداد کی تقسیم

مثال : $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 6^2$$

$$6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$$

مثال : $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2)}$$

$$= (-2) \times (-2)$$

$$= (-2)^2$$

$$\therefore\ (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^{5-3} = (-2)^2$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a غیر صفر کوئی ناطق عدد ہے، m اور n مثبت صحیح اعداد ہیں اور $m > n$ ہو تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a^0 کا مطلب

$a \neq 0$ ہو تب

$$\frac{a^m}{a^m} = 1$$

اسی طرح

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

$$\therefore\ \boxed{a^0 = 1}$$

a^{-m} کا مطلب

$$a^{-m} = a^{-m} \times 1$$

$$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$$

$$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$$

$$= \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^m}$$

$$\therefore\ \boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ کا مطلب ، $\therefore\ a^{-1} = \frac{1}{a}$

اسی طرح $a \times \frac{1}{a} = 1$ یعنی $a \times a^{-1} = 1$

$\therefore\ a^{-1}$ یہ a کا ضربی معکوس ہے۔

اسی طرح، $\frac{5}{3}$ کا ضربی معکوس $\frac{3}{5}$ ہے۔

$$\therefore\ \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$$

مثال : $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ اس قوت نما والے عدد دیکھیں گے۔

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- اس بناء پر، اگر $a \neq 0$، $b \neq 0$ اور m ایک مثبت صحیح عدد ہو تو $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{(3)^4}{(3)^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$\therefore\ 3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^2$$

مثال : $\left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5}$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{3}}$$

$$\therefore\ \left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a ناطق عدد ہو اور $a \neq 0$ اور m اور n مثبت اعداد ہوں تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

آئیے سمجھ لیں :

قاعدہ (-1) ہو اور قوت مکمل عدد ہو تو دیکھیں کیا ہوتا ہے۔

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

اگر m جفت عدد ہو تو $(-1)^m = 1$ اور m طاق عدد ہو تو $(-1)^m = -1$

مشقی سوالات 28

.1 مختصر کیجیے۔

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

.2 قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{3} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{2}$ (iv) $4^7 \div 4^5$

آیئے سمجھ لیں :

دو اعداد کے ضرب اور تقسیم کی قوت

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(2 \times 3)^4$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 2^4$

مثال : $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a اور b غیر صفر ناطق اعداد ہوں اور m صحیح عدد ہو تو

(1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$(a^m)^n$ یعنی قوت نما والے عدد کی قوت

مثال : $\left(5^2\right)^3$

$\left(5^2\right)^3$

$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$

$= 5^{2+2+2}$

$= 5^{2 \times 3}$

$= 5^6$

مثال : $\left(7^{-2}\right)^{-5}$

$\left(7^{-2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(7^{-2}\right)^5}$ ... $\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)\times 5}}$ $= \frac{1}{7^{-10}}$ $= 7^{10}$

مثال : $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$

$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

$\left(a^m\right)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots$ (n مرتبہ) $= a^{m+m+m+\ldots\ldots\ldots n} = a^{m \times n}$

اوپر دی ہوئی مثال سے ہمیں یہ اصول ملتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- اگر a غیر صفر ناطق عدد ہے۔ m اور n صحیح اعداد ہوں تو، $\left(a^m\right)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

قوت نما کے اصول

یاد رکھیں : اگر a غیر صفر ناطق عدد ہے اور m، n صحیح اعداد ہوں تو

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$
- $(a^m) = a^{mn}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^m$

مشقی سوالات 29

.1 مختصر کیجیے۔

(i) $\left[\left(\dfrac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $\left(3^4\right)^{-2}$ (iii) $\left[\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-3}\right]^4$ (iv) $\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-3}$ (v) $\left(6^5\right)^4$

(vi) $\left[\left(\dfrac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\dfrac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

.2 درج ذیل اعداد کو مثبت قوت کا استعمال کر کے لکھیے۔

(i) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\dfrac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

ریاضی میری ساتھی : سائنس میں، علم فلکیات میں

.1 عشری طریقے سے اعداد لکھتے وقت 10 کی قوت کا خاص استعمال کرتے ہیں۔

زمین اور چاند کے درمیان فاصلہ 38,40,00,000 میٹر ہے۔ کیا اس عدد کو قوت نما کی صورت میں لکھ سکتے ہیں؟ یہ فاصلہ 10 کی قوت کی صورت میں ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

384 000 000 $\longrightarrow$ 384 $\times 10^6$

38 4000 000 $\longrightarrow$ 38.4 $\times 10^7$

3 84000000 $\longrightarrow$ 3.84 $\times 10^8$ (معیاری صورت)

یہ فاصلہ کوئی بھی بہت بڑا یا چھوٹا عدد لکھتے وقت ایک ہندسی صحیح عدد والی عشری کسر والا عدد اور 10 کی مناسب قوت کا حاصل ضرب کر کے لکھتے ہیں۔ اس عدد کو (Standard form) معیاری صورت کہتے ہیں۔

.2 ذیل میں آکسیجن کے جوہر کا قطر ملی لیٹر میں دیا ہوا ہے۔

0.0000000000000356 $\longrightarrow$ 3.56×10^{-14}

.3 ذیل کے عدد کو معیاری صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

سورج کا قطر 1400000000 میٹر ہے۔ روشنی کی رفتار 300000000 میٹر فی سیکنڈ ہے۔

.4 بازو کی شکل میں Googol عدد دکھایا گیا ہے۔ اسے 10 کی قوت کی صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

Googol

10000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

آیئے یاد کریں :

کامل مربع عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

دیے ہوئے عدد کو اسی عدد سے ضرب کرتے ہیں تو آنے والا حاصل ضرب، اُس عدد کا مربع ہوتا ہے۔

مثال : $6 \times 6 = 6^2 = 36$

اسے 6 کا مربع 36 پڑھتے ہیں۔ ... $6^2 = 36$

مثال : $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

اسے (-5) کا مربع 25 پڑھتے ہیں۔ $(-5)^2 = 25$

آیئے سمجھ لیں :

✸ دیے ہوئے عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

مثال : $9 = 3^2 = 3 \times 3$ ... یہاں 3 کا مربع 9 ہے۔

اس معلومات کو 9 کا جذر المربع 3 کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔ جذر المربع کے لیے $\sqrt{}$ اس علامت کا استعمال کرتے ہیں۔

$\sqrt{9}$ یعنی 9 کا جذر المربع : $\therefore \quad \sqrt{9} = 3$

مثال : $7 \times 7 = 7^2 = 49 \quad ; \quad \therefore \sqrt{49} = 7$

مثال : $8 \times 8 = 8^2 = 64$ اس بناء پر $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ اس بناء پر 64 کا جذر المربع (-8) بھی ملتا ہے۔

x مثبت عدد ہو تو اس کے دو جذر المربع ہوتے ہیں۔

ان میں سے منفی جذر المربع $-\sqrt{x}$ سے اور مثبت جذر المربع $\sqrt{x}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال : 81 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

$81 = 9 \times 9 = (-9) \times (-9) \quad ، \quad \therefore \sqrt{81} = 9$ اور $-\sqrt{81} = -9$

ہم اکثر و بیشتر اوقات مثبت جذر المربع پر غور کرتے ہیں۔

✸ دیے ہوئے اعداد کا اجزائے ضربی کے طریقے سے جذر المربع معلوم کرنا :

مثال : 144 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد ضربی اجزا کے یکساں جز و ضربیوں (عادوں) کی جوڑیاں بنائیے۔

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$144 = 2 \times 72$$
$$= 2 \times 2 \times 36$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 9$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

حاصل ہونے والے مفرد اجزائے ضربیوں (عادوں) میں یکساں جز و ضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

ہر جوڑی سے ایک عدد جز و ضربی لے کر ضرب کیجیے۔ $\therefore \sqrt{144} = 12 \qquad \sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12$

مثال : 324 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کر کے یکساں جزوضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$324 = 2 \times 162$

$= 2 \times 2 \times 81$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

جذرالمربع کے لیے ہر جوڑی سے ایک عدد لیجیے اور ضرب کیجیے۔

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$ $\quad \therefore \sqrt{324} = 18$

مشقی سوالات 30

⦿ جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

✸ اضافی معلومات کے لیے (تقسیم کے طریقے سے جذرالمربع)

(1) 9801 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+ 9	− 81
189	1701
+ 9	− 1701
198	0000

$\therefore \sqrt{9801} = 99$

(2) 19321 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+ 1	− 1
23	093
+ 3	− 69
269	2421
+ 9	− 2421
278	0000

$\therefore \sqrt{19321} = 139$

(3) 141.61 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+ 1	− 1
21	041
+ 1	− 21
229	2061
+ 9	− 2061
238	0000

$\therefore \sqrt{141.61} = 11.9$

جس عدد کے مفرد جزوضربی بہت بڑے ہیں اور اس کے اجزائے ضربی کرنا مشکل ہے، اس کا مربع معلوم کرنے کے لیے یہ طریقہ مفید ہوتا ہے۔

اب مزید ایک مثال $\sqrt{137}$ لیں گے۔

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+1	−1
21	037
+ 21	− 21
227	1600
+ 7	− 1589
234	11

$\sqrt{137} > 11.7$

لیکن، $(11.8)^2 = 139.14$

$\therefore \quad 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$

اس طرح $\sqrt{137}$ کے قریب کا عدد معلوم کر سکتے ہیں۔ جس عدد کا جذرالمربع مکمل عدد نہیں ہوتا، اس کا جذرالمربع قریب قریب کے عشری کسر میں اس طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔