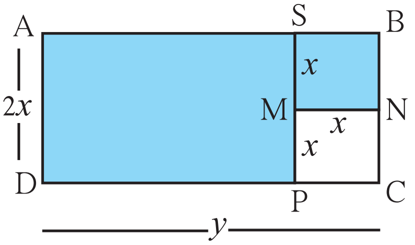
14 الجبری ضابطے – مربع کی توسیع

B2RHZ5

آیئے ذرا یاد کریں :



بازو کی شکل میں مستطیل ABCD دکھایا گیا ہے۔ اس مستطیل کی لمبائی y اکائی ہے اور چوڑائی $2x$ اکائی ہے۔ اس مستطیلی شکل کے ایک کونے سے x اکائی ضلع والا مربع کاٹ کر نکال لیا گیا ہے۔ رنگین حصے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے الجبری عبارت پر عمل کا استعمال کریں گے۔

مستطیل ABCD کا رقبہ کو A(□ABCD) لکھیں گے۔

رنگین علاقے کا رقبہ $=$ A(□ABCD) $-$ A(□MNCP) $= 2xy - x^2$

رنگین علاقے کا رقبہ $=$ A(□ASPD) $+$ A(□SBNM) $= (y-x) \times 2x - x^2$

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

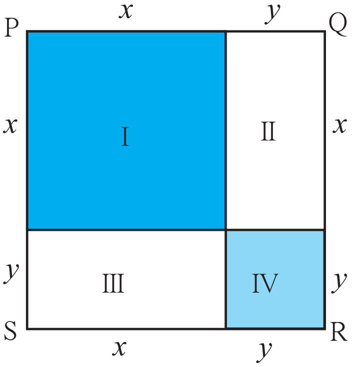
$= 2xy - x^2$

آیئے سمجھ لیں :

مربع کی توسیع

الجبری عبارتوں کی ضرب کر کے حاصل ہونے والی عبارت اُس ضرب کی توسیعی صورت ہوتی ہے۔ مخصوص قسم کے عبارتوں کی توسیع فوراً لکھنا آسان ہو اس لیے ضابطے بنائے جاتے ہیں۔ ان میں سے ہم کچھ ضابطوں کا مطالعہ کریں گے۔

عملی کام I



- مقابل کی شکل میں □ PQRS ایک مربع ہے اور اس کا ضلع $(x + y)$ ہے۔

$\therefore$ A (□PQRS) $= (x + y)^2$

مربع PQRS کے رقبہ کو مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

یہاں، مربع PQRS کا رقبہ مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں کے مجموعے کے برابر ہے۔

$\therefore$ A (□ PQRS) = A (مستطیل I) + A (مستطیل II) + A (مستطیل III) + A (مستطیل IV)

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

اب الجبری عبارت $(x + y)^2$ کی ضرب کریں گے۔

$\therefore \quad (x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2 \; ; \quad \therefore \; (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

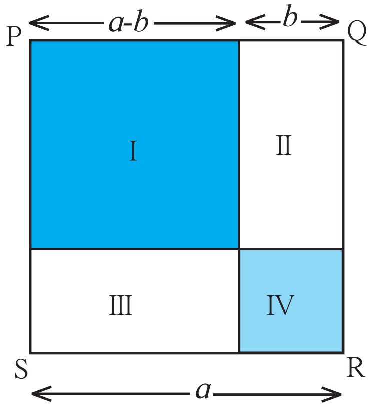
$(x + y)$ اس دورکنی کا مربع کرنے پر حاصل ہونے والی الجبری عبارت، رقبہ کے پیائش سے حاصل ہوئی عبارت کے مساوی ہے۔

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ... (یہ دورکنی کے مربع کا توسیعی ضابطہ ہے۔)

عملی کام II بازو کی شکل میں PQRS 'a' ضلع والا ایک مربع ہے۔ اور اسے 4 مستطیل میں تقسیم کیا گیا ہے۔

جیسے $(a-b)$ والا مربع، b ضلع کا مربع اور $(a-b)$، 'b' ضلع والے دو مستطیل۔

$\therefore$ A (مربع I) + A (مستطیل II) + A (مستطیل III) + A (مربع IV) = A (□PQRS)



$$\therefore \quad (a-b)^2 + (a-b)\,b + (a-b)\,b + b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

الجبری عبارت کو ضرب کرتے ہوئے ضابطہ بنائیں گے۔

$$\therefore \quad (a-b)^2 = (a-b)\times(a-b)$$

$$= a(a-b) - b(a-b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مربع کی توسیع کے ضابطے میں ’a‘ اور ’b‘ کے لیے کوئی بھی قیمت رکھ کر ہم تصدیق کر سکتے ہیں۔ مثلاً $a = 5$، $b = 3$

$(a+b)^2 = (5+3)^2 = (8)^2 = 64$

$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2\times5\times3 + 3^2$

$= 25 + 30 + 9 = 64$

$(a-b)^2 = (5-3)^2 = (2)^2 = 4$

$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2\times5\times3 + 3^2$

$= 25 - 30 + 9 = 4$

درج ذیل قیمتیں رکھ کر مربع کی توسیع کے ضابطہ کی تصدیق کیجیے۔

(i) $a = -7,\ b = 8$ (ii) $a = 11,\ b = 3$ (iii) $a = 2.5,\ b = 1.2$

توسیع کیجیے :

مثال : $(2x+3y)^2$

$= (2x)^2 + 2(2x)\times(3y) + (3y)^2$

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

مثال : $(51)^2$

$= (50+1)^2$

$= 50^2 + 2\times50\times1 + 1\times1$

$= 2500 + 100 + 1$

$= 2601$

مثال : $(5x-4)^2$

$= (5x)^2 - 2(5x)\times(4) + (4)^2$

$= 25x^2 - 40x + 16$

مثال : $(98)^2$

$= (100-2)^2$

$= (100)^2 - 2\times100\times2 + (2)^2$

$= 10000 - 400 + 4$

$= 9604$

مشقی سوالات 50

.1 توسیع کیجیے۔

(i) $(5a+6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p-3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

(v) $(ax+by)^2$ (vi) $(7m-4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

.2 $\left(8-\frac{1}{x}\right)$ اس دورکنی کا مربع درج ذیل میں سے کون سا ہے؟ مناسب متبادل لکھیے۔

(i) $64-\frac{1}{x^2}$ (ii) $64+\frac{1}{x^2}$ (iii) $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$ (iv) $64+\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$

.3 $m^2n^2+14mnpq+49p^2q^2$ درج ذیل میں سے کس دورکنی کی مربعی توسیعی صورت ہے؟ بتائیے۔

(i) $(m+n)(p+q)$ (ii) $(mn-pq)$ (iii) $(7mn+pq)$ (iv) $(mn+7pq)$

.4 توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

آیئے سمجھ لیں :

$(a+b)(a-b)$ کی توسیع

$$\therefore \quad (a+b)(a-b) = (a+b)\times(a-b)$$
$$= a(a-b)+b(a-b)$$
$$= a^2-ab+ba-b^2$$
$$= a^2-b^2$$
$$\therefore \quad (a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

مثال : $(3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2-(4y)^2 = 9x^2-16y^2$

مثال : $102\times 98 = (100+2)(100-2) = (100)^2-(2)^2 = 10000-4 = 9996$

مشقی سوالات 51

.1 توسیع کے ضابطے کی مدد سے ذیل کی ضرب کیجیے۔

(i) $(x+y)(x-y)$ (ii) $(3x-5)(3x+5)$

(iii) $(a+6)(a-6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

.2 توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کرنا

ہم نے مکمل اعداد کے اجزائے ضربی کرنے کا طریقہ سیکھا ہے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کیسے کی جاتی ہے پہلے یک رکنی کی مثال لیں گے۔

$15 = 3 \times 5 \rightarrow$ ، یعنی 15 کے اجزائے ضربی 3 اور 5 ہیں۔

اسی طرح $3x = 3 \times x$ یعنی $3x$ کے اجزائے ضربی 3 اور x ہیں۔

اب دیکھیے عبارت $5t^2$ لیتے ہیں۔ $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

یہاں 1، 5، t، t^2، $5t$، $5t^2$ یہ تمام $5t^2$ کے اجزائے ضربی ہیں۔

$$6ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$$

یک رکنی کے اجزائے ضربی کرتے وقت پہلے متغیر کے ضریب کے اجزائے ضربی کیے جاسکتے ہوں تو کیجیے، بعد میں متغیر کے اجزائے ضربی کیجیے۔

مشقی سوالات 52

⊙ ذیل کی عبارتوں کے مفرد اجزائے ضربی صورت میں لکھیے۔

(i) $201a^3b^2$ (ii) $91xyt^2$ (iii) $24a^2b^2$ (iv) tr^2s^3

آیئے سمجھ لیں :

دو رکنی کے اجزائے ضربی کرنا

$4xy + 8xy^2$ اس دو رکنی میں ہر رکن کا $4x$ اور y جزو ضربی ہیں۔

$$\therefore \quad 4xy + 8xy^2 = 4\,(xy + 2xy^2) = 4x\,(y + 2xy) = 4xy\,(1 + 2y)$$

دونوں ارکان میں مشترک جزو ضربی تلاش کرکے، قوسین کے باہر ضرب کی صورت میں لکھا گیا، تو دو رکنی کے اجزائے ضربی بنائے گئے۔

$\therefore \quad 9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc(3a + 4c)$ ... (اس طرح اجزائے ضربی بنائے جاتے ہیں۔)

ہمیں ضابطہ $(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$ معلوم ہے۔

اس طرح $a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$ اجزائے ضربی حاصل ہوتے ہیں۔

اجزائے ضربی کیجیے۔

مثال : $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$

$= (a + 2b)(a - 2b)$

مثال : $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$

$= 3(a + 3b)\,(a - 3b)$

مشقی سوالات 53

⊙ ذیل کی عبارتوں کے اجزائے ضربی کیجیے۔

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$ (v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$

(vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$ (ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

❑❑❑