



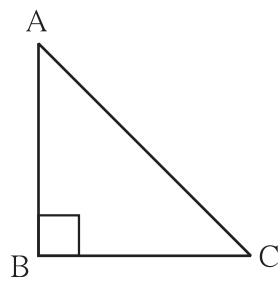
آئیے ذرا یاد کریں :



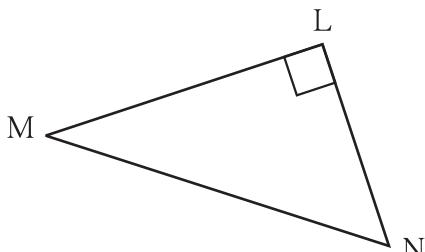
قائمۃ الزاویہ مثلث (Right angled triangle)

یہ بات ہم جانتے ہیں کہ جس مثلث کا ایک زاویہ، قائمہ زاویہ ہوتا ہے اُسے قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں اور قائمہ زاویہ کے مقابل کے ضلعے کو وتر کہتے ہیں۔

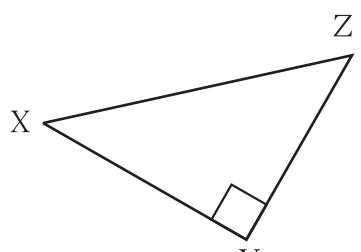
- درج ذیل قائمۃ الزاویہ کے وتروں کے نام لکھیے۔



کاوتر $\triangle ABC$



کاوتر $\triangle LMN$



کاوتر $\triangle XYZ$

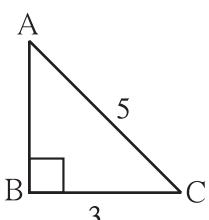
فیٹا غورث کا مسئلہ (The Theorem of Pythagoras)

چھٹی صدی قبل مسیح میں ایک عظیم یونانی ریاضی دال فیٹا غورث ہو گزرے ہیں۔ ریاضی مضمون کے لیے انہوں نے بڑی خدمات انجام دی ہیں۔ ریاضی کے علوم سکھانے میں وہ بہت مشہور تھے۔ ان کے شاگرد بھی تھے۔

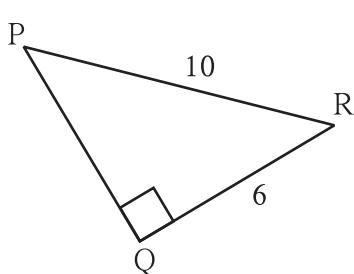
قائمۃ الزاویہ مثلث کے تعلق سے ایک مسئلہ بہت پہلے سے کئی ممالک کے لوگ جانتے تھے۔ بھارت کی قدیم کتاب ”شلوستر“ میں بھی اس بات کا ذکر ملتا ہے۔ لیکن اس مسئلہ کا ثبوت فیٹا غورث نے سب سے پہلے دیا اس لیے ان کا نام اس مسئلہ کو دیا گیا۔ ”قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی کا مربع، باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔“ یہی فیٹا غورث کا مسئلہ کہلاتا ہے۔

عملی کام وتر اور زاویہ قائمہ بنانے والا ایک ضلع دیا ہو تو ذیل میں دیے ہوئے خاکے کے مطابق قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ تیرے ضلع کی لمبائی ناپیے۔

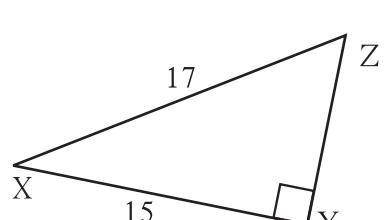
(i)



(ii)



(iii)



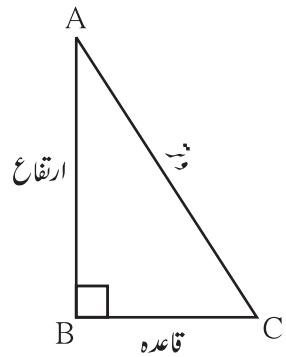
مقابل کی شکل میں، فیٹا نورث کا مسئلہ ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$\triangle ABC$ میں $\angle B$ قائمہ زاویہ ہوتا

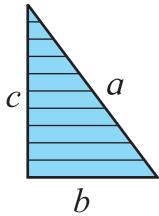
$$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$$

عام طور پر قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع قاعده اور دوسرے ضلع ارتفاع کے طور پر سمجھا جاتا ہے۔ اس مسئلہ کو ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

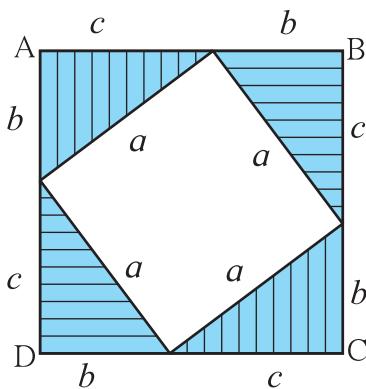
$$2(\text{ارتفاع}) + 2(\text{قاعده}) = l^2 \rightarrow \text{فیٹا نورث کے مسئلہ کی تصدیق کے لیے درج ذیل عمل کیجیے۔}$$



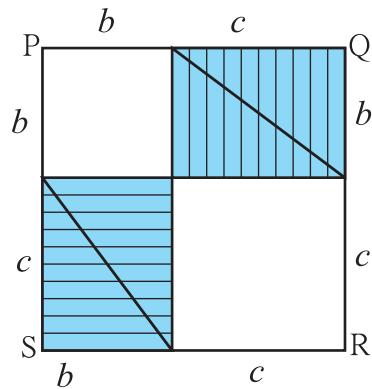
عملی کام



ایک کارڈ شیٹ کے مساوی ناپ کے 8 قائمۃ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لجیے۔ اس کے اضلاع کسی بھی لمبائی کے ہو سکتے ہیں۔ فرض کیجیے اس مثلث کا وتر 'a' اکائی، قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 'b' اکائی اور 'c' اکائی ہیں۔ اس بات کو دھیان میں رکھیں کہ اس مثلث کا رقبہ $\frac{bc}{2}$ ہے۔ اب دوسرے کارڈ شیٹ پر $(b + c)$ اکائی ضلع کے دو مربع پینسل سے بنائیے۔ شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق کالے ہوئے 8 مثلشوں میں سے 4 مثلث، مربع ABCD میں رکھ دیجیے۔ اور بقیہ 4 مثلث شکل کے مطابق مربع PQRS میں رکھ دیجیے۔ مثلشوں سے ڈھکے ہوئے حصے کو خط کشیدہ کیجیے۔



شکل (i)



شکل (ii)

شکلوں کا معانہ کیجیے۔ شکل (i) میں خالی جگہ میں 'a' ضلع والا مربع بنائے۔ شکل (ii) میں خالی جگہ میں 'b', 'c' اور 'd' ضلع کے دو مربع بننے ہوئے ہیں۔

دونوں مربعوں میں خط کشیدہ کیے ہوئے حصے مساوی یعنی چار قائمۃ الزاویہ مثلث کے رقبہ کے مساوی ہیں۔

شکل (i) میں

$$\begin{aligned} \text{قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= \text{مربع } ABCD \text{ کا رقبہ} \\ &= a^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc \\ &= a^2 + 2bc \end{aligned}$$

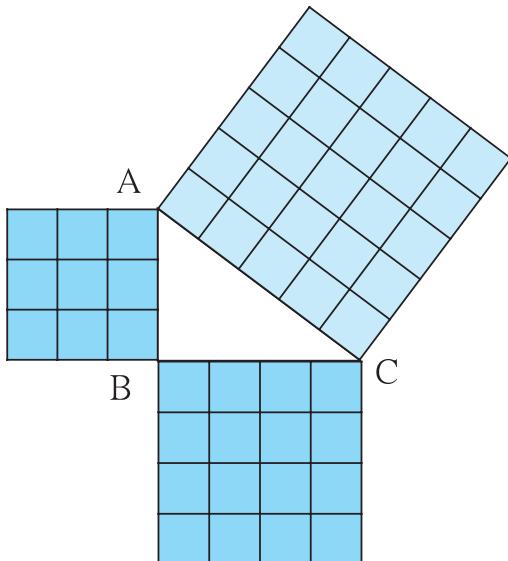
$$\begin{aligned} \text{قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= \text{مربع PQRS کا رقبہ} \therefore \\ &= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc \\ &= b^2 + c^2 + 2bc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{مربع PQRS کا رقبہ} &= \text{مربع ABCD کا رقبہ} \\ \therefore a^2 + 2bc &= b^2 + c^2 + 2bc \\ \therefore a^2 &= b^2 + c^2 \end{aligned}$$

آئیے بحث کریں



• شکل (i) میں خالی ذوار بعثۃ الاضلاع کا ہر زاویہ قائمہ ہے۔ چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس کی تصدیق کیجیے۔



عملی کام ایک کارڈ شیٹ پر 3 سم، 4 سم اور 5 سم لمبائی کا ایک قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ ہر ضلع پر ایک مربع بنائیے۔ ہر مربع کا رقبہ معلوم کیجیے اور فیٹا غورٹ کے منسلک کی تصدیق کیجیے۔

نوت : فیٹا غورٹ کے منسلک کا استعمال کر کے قائمۃ الزاویہ مثلث کے دو ضلعے دیے ہوں تو تیرا ضلع معلوم کر سکتے ہیں۔

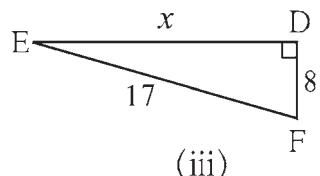
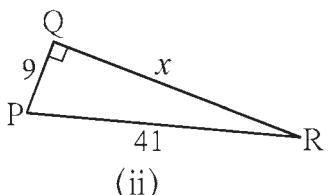
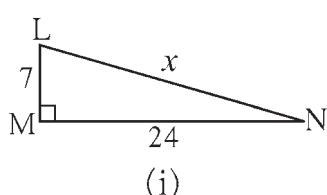
مثال : $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90^\circ$ ، $l(AC) = 5$ سم اور $l(BC) = 12$ سم $l(AB) = ?$

حل : قائمۃ الزاویہ $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90^\circ$ ، اس لیے ضلع AB وتر ہوگا۔

فیٹا غورٹ کے منسلک کی رو سے

$$\begin{aligned} \therefore l(AB)^2 &= l(AC)^2 + l(BC)^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ \therefore l(AB)^2 &= 169 \\ \therefore l(AB)^2 &= (13)^2 \\ \therefore l(AB) &= 13 \\ \therefore \text{قطعہ خط } AB \text{ کی لمبائی} &= 13 \text{ سم} \end{aligned}$$

مشقی سوالات 48



1. ذیل کی شکلوں کو دیکھ کر 'x' کی قیمت معلوم کیجیے۔

2. قائمۃ الزاویہ $\triangle PQR$ میں $\angle P = 90^\circ$ اور سم $l(PQ) = 10$ اگر سم $l(PR) = 24$ ہو تو قطعہ خط QR کی لمبائی معلوم کیجیے۔
3. قائمۃ الزاویہ $\triangle LMN$ میں $\angle M = 90^\circ$ اگر سم $l(LM) = 12$ اور سم $l(LN) = 20$ ہو تو قطعہ خط MN کی لمبائی معلوم کیجیے۔
4. 15 میٹر لمبائی کی ایک سیڑھی زمین سے 9 میٹروں پچائی پر کھڑی ہے۔ تو دیوار کا قاعدہ اور سیڑھی کے نچلے سرے کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

درست ۷ آئیے سمجھ لیں :

طبی اعداد کے ثالثی ارکان میں اگر بڑے عدد کا مرتع دیگر دو اعداد کے مربouں کے مجموعے کے برابر ہو تو اسے فیٹا غورث کے ثالثی اعداد کہتے ہیں۔ جس مثلث کے ضلعوں کی لمبائی اس طرح ثالثی اعداد کی صورت میں دکھائی جاتی ہے اس مثلث کو قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں۔

مثال : کیا (7, 24, 25) یا اعداد فیٹا غورث کے ثالثی اعداد ہیں؟

حل : 25, 24, 7 میں سے ہر عدد کا مرتع معلوم کریں گے۔

$$\therefore (7)^2 = 49, (24)^2 = 576, (25)^2 = 625$$

$$\therefore \quad \quad \quad 49 + 576 = 625$$

$$\therefore (7)^2 + (24)^2 = (25)^2$$

اس لیے 7، 24 اور 25 فیٹا غورث کے ثالثی اعداد ہیں۔

سرگرمی : 1 سے 50 تک اعداد میں سے ایسے تین اعداد کے گروہ تلاش کیجیے جو فیٹا غورث کے ثالثی اعداد کہلاتے ہیں۔

مشقی سوالات 49

1. ذیل میں کچھ ثالثی اعداد دیے ہیں، ان میں سے فیٹا غورث کے ثالثی اعداد ریافت کیجیے۔

(i) 3, 4, 5 (ii) 2, 4, 5 (iii) 4, 5, 6

(iv) 2, 6, 7 (v) 9, 40, 41 (vi) 4, 7.5, 8.5

2. ذیل میں کچھ مثلثوں کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے کون سا مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہے بتائیے۔

(i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61

(iv) 1.5, 1.6, 1.7 (v) 40, 20, 30

