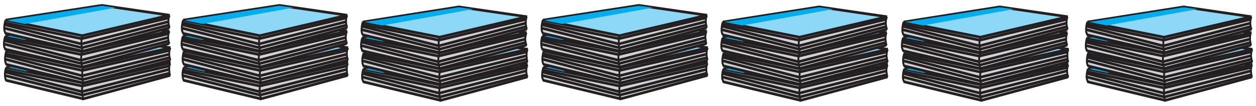
قوت نما

آیئے ذرا یاد کریں

7 لڑکوں میں ہر ایک کو 4 بیاضیں تقسیم کی گئی۔

کل بیاضیں $= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$ بیاضیں



یہاں جمع کا عمل کئی مرتبہ کیا گیا ہے۔

- ایک ہی عدد کی کئی مرتبہ کی گئی جمع کو ضرب کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

کل بیاضیں $= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \times 7 = 28$ بیاضیں

آیئے سمجھ لیں

قاعدہ (اساس) اور قوت نما (Base and Index)

اب ہم عدد '2' کو کئی مرتبہ لے کر کی جانے والے ضرب کی صورت کو مختصراً کس طرح کرتے ہیں۔ دیکھیں گے۔

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

یہاں 2 کو 8 مرتبہ لے کر ضرب کیا گیا ہے۔ اس ترتیب کو مختصراً 2^8 لکھتے ہیں۔

یہاں 2^8 یہ ضرب کی قوت نما صورت ہے۔ اس میں 2 قاعدہ (اساس) اور 8 قوت ہے۔

قوت	$\longleftarrow 8$
قاعدہ	$\longleftarrow 2$

مثال : $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ ، یہاں 5^4 یہ قوت نما والا عدد ہے۔

5^4 اس قوت نما صورت والے عدد میں عدد 5 'قاعدہ' اور عدد 4 قوت نما ہے۔

اس کو '5 کی قوت 4' یا '5 کی چوتھی قوت' پڑھتے ہیں۔

عام طور پر 'a' کوئی ایک عدد ہو تو $a \times a \times a \times \ldots$ (m مرتبہ) $= a^m$

a^m کو 'a کی قوت m' یا 'a کی m ویں قوت' پڑھتے ہیں۔ یہاں m ایک طبعی عدد ہے۔

$$\therefore \quad 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

یعنی 5^4 اس قوت نما والے عدد کی قیمت 625 ہے۔

اسی طرح، $\left[\frac{-2}{3}\right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$

یعنی $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ کی قیمت $\frac{-8}{27}$ ہے۔

اسے یاد رکھیے کہ $7^1 = 7$، $10^1 = 10$ ہوتا ہے۔ کسی بھی عدد کی پہلی قوت یعنی وہی عدد ہوتا ہے۔

عدد کی قوت 1 ہو تو قوت کو لکھا نہیں جاتا۔ جیسے $5^1 = 5$، $a^1 = a$

مشقی سوالات 26

.1 ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	قوت نما والا عدد	قاعدہ	قوت	ضربی صورت	قیمت
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		-8	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

.2 قیمت معلوم کیجیے۔

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$

(v) 9^3 (vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

مربع اور مکعب (Square and Cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 کو 3 کی دوسری قوت یا 3 کا مربع پڑھتے ہیں۔

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 کو 5 کی تیسری قوت یا 5 کا مکعب پڑھتے ہیں۔

یاد رکھیں :

- کسی بھی عدد کی دوسری قوت کو اس عدد کا مربع کہتے ہیں۔
- کسی بھی عدد کی تیسری قوت کو اس عدد کا مکعب کہتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

قاعدہ یکساں ہو تو قوت نما والے اعداد کا ضرب

مثال : $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

اس کی بناء پر، $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

مثال : $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

اس بناء پر، $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

مثال : $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

اس بناء پر، $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر a ناطق عدد ہے اور m اور n مثبت صحیح اعداد ہوں تو $a^m \times a^n = a^{m+n}$

مشقی سوالات 27

مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^3 \times \left(\frac{p}{5}\right)^7$

آیئے سمجھ لیں

یکساں قاعدہ والے قوت نما والے اعداد کی تقسیم

مثال : $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 6^2$$

$$6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$$

مثال : $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2)}$$

$$= (-2) \times (-2)$$

$$= (-2)^2$$

$$\therefore (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^{5-3} = (-2)^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر a غیر صفر کوئی ناطق عدد ہے، m اور n مثبت صحیح اعداد ہیں اور $m > n$ ہو تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a^0 کا مطلب

$a \neq 0$ ہو تب

$$\frac{a^m}{a^m} = 1$$

اسی طرح

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

$$\therefore \boxed{a^0 = 1}$$

a^{-m} کا مطلب

$$a^{-m} = a^{-m} \times 1$$

$$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$$

$$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$$

$$= \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^m}$$

$$\therefore \boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ کا مطلب ، $\therefore a^{-1} = \frac{1}{a}$

اسی طرح $a \times \frac{1}{a} = 1$ یعنی $a \times a^{-1} = 1$

$\therefore$ a^{-1} یہ a کا ضربی معکوس ہے۔

اسی طرح، $\frac{5}{3}$ کا ضربی معکوس $\frac{3}{5}$ ہے۔

$$\therefore \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$$

مثال : $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ اس قوت نما والے عدد دیکھیں گے۔

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

- اس بناء پر، اگر $a \neq 0$، $b \neq 0$ اور m ایک مثبت صحیح عدد ہو تو $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{(3)^4}{(3)^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$\therefore\ 3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^{2}$$

مثال : $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^3}$$

$$\therefore\ \left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر a ناطق عدد ہو اور $a \neq 0$ اور m اور n مثبت اعداد ہوں تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

آیئے سمجھ لیں :

قاعدہ (-1) ہو اور قوت مکمل عدد ہو تو دیکھیں کیا ہوتا ہے۔

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

اگر m جفت عدد ہو تو $(-1)^m = 1$ اور m طاق عدد ہو تو $(-1)^m = -1$

مشقی سوالات 28

.1 مختصر کیجیے۔

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

.2 قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \div \left(\frac{4}{5}\right)^2$ (iv) $4^7 \div 4^5$

آیئے سمجھ لیں :

دو اعداد کے ضرب اور تقسیم کی قوت

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(2 \times 3)^4$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 2^4$

مثال : $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a اور b غیر صفر ناطق اعداد ہوں اور m صحیح عدد ہو تو

(1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$(a^m)^n$ یعنی قوت نما والے عدد کی قوت

مثال : $\left(5^2\right)^3$

$\left(5^2\right)^3$

$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$

$= 5^{2+2+2}$

$= 5^{2\times 3}$

$= 5^6$

مثال : $\left(7^{-2}\right)^{-5}$

$\left(7^{-2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(7^{-2}\right)^5}$ ... $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

$= \frac{1}{7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)\times 5}} = \frac{1}{7^{-10}} = 7^{10}$

مثال : $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$

$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

$\left(a^m\right)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots$ (n مرتبہ) $= a^{m+m+m+\ldots\ldots\ldots n} = a^{m\times n}$

اوپر دی ہوئی مثال سے ہمیں یہ اصول ملتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- اگر a غیر صفر ناطق عدد ہے۔ m اور n صحیح اعداد ہوں تو، $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$

قوت نما کے اصول

یادرکھیں : اگر a اور b غیر صفر ناطق عدد ہے اور m، n صحیح اعداد ہوں تو

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- $(a^m) = a^{mn}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

مشقی سوالات 29

1. مختصر کیجیے۔

(i) $\left[\left(\frac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $\left(3^4\right)^{-2}$ (iii) $\left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\right]^4$ (iv) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-3}$ (v) $\left(6^5\right)^4$

(vi) $\left[\left(\frac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

2. درج ذیل اعداد کو مثبت قوت کا استعمال کر کے لکھیے۔

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

ریاضی میری ساتھی : سائنس میں، علم فلکیات میں

1. عشری طریقے سے اعداد لکھتے وقت 10 کی قوت کا خاص استعمال کرتے ہیں۔

زمین اور چاند کے درمیان فاصلہ 38,40,00,000 میٹر ہے۔ کیا اس عدد کو قوت نما کی صورت میں لکھ سکتے ہیں؟ یہ فاصلہ 10 کی قوت کی صورت میں ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

384 000 000 $\longrightarrow$ 384×10^6

38 4000 000 $\longrightarrow$ 38.4×10^7

3 84000000 $\longrightarrow$ 3.84×10^8 (معیاری صورت)

یہ فاصلہ کوئی بھی بہت بڑا یا چھوٹا عدد لکھتے وقت ایک ہندسی صحیح عدد والی عشری کسر والا عدد اور 10 کی مناسب قوت کا حاصل ضرب کر کے لکھتے ہیں۔ اس عدد کو (Standard form) معیاری صورت کہتے ہیں۔

2. ذیل میں آکسیجن کے جوہر کا قطر ملی لیٹر میں دیا ہوا ہے۔

0.0000000000000356 $\longrightarrow$ 3.56×10^{-14}

3. ذیل کے عدد کو معیاری صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

سورج کا قطر 1400000000 میٹر ہے۔ روشنی کی رفتار 300000000 میٹر فی سیکنڈ ہے۔

4. بازو کی شکل میں Googol عدد دکھایا گیا ہے۔ اسے 10 کی قوت کی صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

Googol

10000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

آیئے ذرا یاد کریں :

کامل مربع عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

دیے ہوئے عدد کو اسی عدد سے ضرب کرتے ہیں تو آنے والا حاصل ضرب، اُس عدد کا مربع ہوتا ہے۔

مثال : $6 \times 6 = 6^2 = 36$

اسے 6 کا مربع 36 پڑھتے ہیں۔ ... $6^2 = 36$

مثال : $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

اسے (-5) کا مربع 25 پڑھتے ہیں۔ $(-5)^2 = 25$

آیئے سمجھ لیں :

✸ دیے ہوئے عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

مثال : $3 \times 3 = 3^2 = 9$ ... یہاں 3 کا مربع 9 ہے۔

اس معلومات کو 9 کا جذر المربع 3 کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔ جذر المربع کے لیے $\sqrt{}$ اس علامت کا استعمال کرتے ہیں۔

$\sqrt{9}$ یعنی 9 کا جذر المربع : $\therefore \quad \sqrt{9} = 3$

مثال : $7 \times 7 = 7^2 = 49 \quad ; \quad \therefore \sqrt{49} = 7$

مثال : $8 \times 8 = 8^2 = 64$ اس بناء پر $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ اس بناء پر 64 کا جذر المربع (-8) بھی ملتا ہے۔

x مثبت عدد ہو تو اس کے دو جذر المربع ہوتے ہیں۔

ان میں سے منفی جذر المربع $-\sqrt{x}$ سے اور مثبت جذر المربع $\sqrt{x}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال : 81 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

$81 = 9 \times 9 = (-9) \times (-9)$ ، $\therefore \sqrt{81} = 9$ اور $-\sqrt{81} = -9$

ہم اکثر و بیشتر اوقات مثبت جذر المربع پر غور کرتے ہیں۔

✸ دیے ہوئے اعداد کا اجزائے ضربی کے طریقے سے جذر المربع معلوم کرنا :

مثال : 144 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد ضربی اجزا کے یکساں جز و ضربیوں (عادوں) کی جوڑیاں بنائیے۔

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$144 = 2 \times 72$

$= 2 \times 2 \times 36$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 9$

$= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$

حاصل ہونے والے مفرد اجزائے ضربیوں (عادوں) میں یکساں جز و ضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

ہر جوڑی سے ایک عدد جز و ضربی لے کر ضرب کیجیے۔ $\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad \therefore \sqrt{144} = 12$

مثال : 324 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کرکے یکساں جزوضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$324 = 2 \times 162$

$= 2 \times 2 \times 81$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

جذرالمربع کے لیے ہر جوڑی سے ایک عدد لیجیے اور ضرب کیجیے۔

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18 \qquad \therefore \sqrt{324} = 18$

مشقی سوالات 30

⦿ جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

✹ اضافی معلومات کے لیے (تقسیم کے طریقے سے جذرالمربع)

(1) 9801 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+ 9	− 81
189	1701
+ 9	− 1701
198	0000

$\therefore \sqrt{9801} = 99$

(2) 19321 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+ 1	− 1
23	093
+ 3	− 69
269	2421
+ 9	− 2421
278	0000

$\therefore \sqrt{19321} = 139$

(3) 141.61 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+ 1	− 1
21	041
+ 1	− 21
229	2061
+ 9	− 2061
238	0000

$\therefore \sqrt{141.61} = 11.9$

جس عدد کے مفرد جزضربی بہت بڑے ہیں اور اس کے اجزائے ضربی کرنا مشکل ہے، اس کا مربع معلوم کرنے کے لیے یہ طریقہ مفید ہوتا ہے۔

اب مزید ایک مثال $\sqrt{137}$ لیں گے۔

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+1	−1
21	037
+ 1	− 21
227	1600
+ 7	− 1589
234	11

$\sqrt{137} > 11.7$

لیکن، $(11.8)^2 = 139.14$

$\therefore \quad 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$

اس طرح $\sqrt{137}$ کے قریب کا عدد معلوم کر سکتے ہیں۔ جس عدد کا جذرالمربع مکمل عدد نہیں ہوتا، اس کا جذرالمربع قریب قریب کے عشری کسر میں اس طریقے سے معلوم کرسکتے ہیں۔

❑❑❑