15 सांख्यिकी

3PL62Y

जाणून घेऊया.

सरासरी

अस्मिताला रोज घरापासून सायकलने शाळेत जाण्यासाठी किती मिनिटे लागतात ते दिले आहे.
अस्मिताला सोमवार ते शनिवार सायकलने शाळेत जाण्यासाठी लागलेला वेळ खालील सारणीत दिला आहे.

वार	सोमवार	मंगळवार	बुधवार	गुरुवार	शुक्रवार	शनिवार
मिनिटे	20	20	22	18	18	20

यावरून असे दिसते की कधी तिला 18 मिनिटे लागतात, कधी 22 मिनिटे लागतात, तर कधी 20 मिनिटे लागतात. शाळेच्या 6 दिवसांचा विचार केला तर तिला शाळेत जाण्यासाठी दररोज अंदाजे किती मिनिटे लागतात ?

गणितात असा अंदाज करण्यासाठी सरासरी काढतात. येथे 6 दिवसांच्या मिनिटांची बेरीज करून त्या बेरजेला 6 ने भागले तर जी संख्या मिळते ती अंदाजे रोज लागणारी वेळ असते. ती या सर्व संख्यांची सरासरी आहे.

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{सहा दिवसांतील शाळेत जाण्यासाठी लागणाऱ्या मिनिटांची बेरीज}}{\text{एकूण दिवस}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

अस्मिताला शाळेत जाण्यासाठी सरासरी $19\frac{2}{3}$ मिनिटे एवढा वेळ रोज लागतो.

उदा. एका शाळेने, विद्यार्थ्यांचे घर शाळेपासून किती दूर आहे हे जाणून घेण्यासाठी सर्वेक्षण केले. त्यांपैकी खाली सहा विद्यार्थ्यांचे त्यांच्या घरापासून शाळेपर्यंतचे अंतर दिले आहे. त्या अंतरांची सरासरी काढू.
950 मी, 800 मी, 700 मी, 1.5 किमी, 1 किमी, 750 मी.

उकल : विद्यार्थ्यांच्या घरापासून शाळेपर्यंतच्या अंतराची सरासरी काढण्याकरिता सर्व अंतरे एकाच एककात मोजावी लागतात.

1 किमी = 1000 मीटर
1.5 किमी = 1500 मीटर

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{सहा विद्यार्थ्यांचे घर व शाळा यांमधील अंतरांची बेरीज}}{\text{एकूण विद्यार्थी}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6} = 950 \text{ मी}$$

शाळेतील विद्यार्थ्यांचे घर व शाळा यांमधील अंतरांची सरासरी 950 मीटर आहे.

चला, चर्चा करूया.

उदा. एका आठवड्यात सातही दिवस दोरीच्या उड्यांचा सराव ऋतुजा करत होती. प्रत्येक दिवशी एका मिनिटात तिने मारलेल्या उड्यांची संख्या खाली दिली आहे.

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{सात दिवसांत मारलेल्या उड्यांची बेरीज}}{\text{एकूण दिवस}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

एका मिनिटात मारलेल्या उड्यांची सरासरी = 60.42

ज्या संख्येबद्दल माहिती हवी, तिचे जेवढे नमुने आपल्याला दिलेल्या सामग्रीत मिळतात, त्यांना प्राप्तांक म्हणतात.

आपण जाणतो की, दोरीच्या उड्या नैसर्गिक संख्यांमध्ये मोजतात. कोणत्याही दिवशी अपूर्णांकात उड्या मारलेल्या नसतात. पण सरासरी अपूर्णांकात येऊ शकते.

हे मला समजले.

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{दिलेल्या माहितीमधील सर्व प्राप्तांकांची बेरीज}}{\text{एकूण प्राप्तांकांची संख्या}}$$

उपक्रम :
- वर्गातील विद्यार्थ्यांचे 10 चे गट करून प्रत्येक गटातील मुलांच्या उंचीची सरासरी काढा.
- वर्गशिक्षकांकडून हजेरी पत्रक घेऊन एका आठवड्याची सरासरी हजेरी काढा.

सरावसंच 54

1. एका शहरामध्ये एका आठवड्यात पडलेला पाऊस मिमी मध्ये दिला आहे. त्यावरून आठवड्याची पावसाची सरासरी काढा.
   9, 11, 8, 20, 10, 16, 12
2. शाळेच्या स्नेहसंमेलनामध्ये स्वयंसिद्‌धा महिला बचत गटाने आपला खाद्यपदार्थांचा स्टॉल लावला होता. दर तासाला झालेली विक्री ₹ 960, ₹ 830, ₹ 945, ₹ 800, ₹ 847, ₹ 970 याप्रमाणे आहे. तर ताशी सरासरी किती रुपयांची विक्री झाली ?
3. विदर्भात 5 वर्षांत पडलेल्या पावसाची नोंद खाली दाखवली आहे. त्यावरून पावसाची 5 वर्षांतील सरासरी काढा.
   900 मिमी, 650 मिमी, 450 मिमी, 733 मिमी, 400 मिमी
4. एका शेतकऱ्याने पशुखाद्याची पोती आणली. त्यांची वजने कि.ग्रॅ मध्ये खाली दिली आहेत. तर पोत्यांचे सरासरी वजन काढा.
   49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

जाणून घेऊया.

वारंवारता वितरण सारणी (Frequency distribution table)

कधी कधी दिलेल्या माहितीमध्ये काही प्राप्तांक अनेक वेळा येतात. **एखादा प्राप्तांक किती वेळा आला आहे हे दाखवणाऱ्या संख्येला त्या प्राप्तांकाची वारंवारता म्हणतात.** अशावेळी वारंवारता सारणी तयार करतात. या सारणीमध्ये प्राप्तांक, ताळ्याच्या खुणा व वारंवारता असे तीन स्तंभ असतात.

1. पहिल्या स्तंभामध्ये लहान संख्येपासून सुरुवात करून मोठ्या संख्येपर्यंतचे प्राप्तांक लिहा.
   उदा. 1, 2, 3, 4, 5, 6 या संख्या एकाखाली एक क्रमाने मांडाव्या.
2. माहितीमधील संख्या क्रमाने वाचा. प्रत्येक वेळी माहितीमधील संख्या वाचली, की सारणीमध्ये त्या संख्येजवळच्या स्तंभात '।' अशी खूण करा. या खुणेला ताळ्याची खूण म्हणतात.
   जसे 3 ही संख्या वाचून 3 या संख्येसमोर दुसऱ्या स्तंभात '।' अशी खूण करा. चार खुणांपर्यंतच्या खुणा ।।।। अशा लिहिल्या तर पाचवी खूण ~~।।।।~~ अशी करा. त्यामुळे ताळ्याच्या एकूण खुणा मोजणे सोपे होते.
3. प्रत्येक संख्येसमोरील ताळ्याच्या एकूण खुणांची संख्या मोजून लिहा. तिला वारंवारता म्हणतात. तिसऱ्या स्तंभात वारंवारता लिहा.
4. शेवटी सर्व वारंवारतांची बेरीज करतात. ती N या अक्षराने दर्शवतात. ही बेरीज एकूण प्राप्तांकांइतकी असते.

दिलेल्या माहितीवरून वारंवारता सारणी तयार करणे

उदा. एका वर्गातील काही मुलींचे घरापासून शाळेपर्यंतचे अंतर (किमी) मध्ये दिले आहे.
1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6
त्यावरून वारंवारता सारणी कशी तयार करतात ते पाहू.

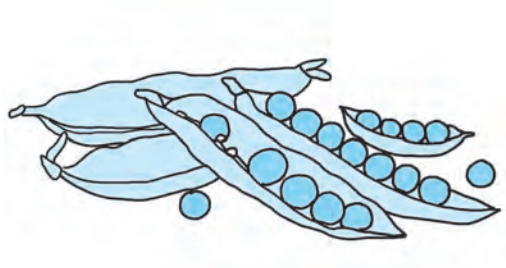
प्राप्तांक	ताळ्याच्या खुणा	वारंवारता
1	।।	2
2	।	1
3	।।	2
4	~~।।।।~~	5
5	।।	2
6	।।।	3
	एकूण वारंवारता	N = 15

प्राप्तांक मोजताना जी संख्या मोजली, ती लक्षात ठेवण्यासाठी त्या संख्येवर रेघ ओढतात. येथे पहिले तीन प्राप्तांक मोजून झाल्यानंतर प्राप्तांकाची यादी प्राप्तांक मोजताना दिली आहे.
(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

गणित माझा सोबती : घरात, बाजारात

प्रियाच्या आईने बाजारातून वाटाण्याच्या शेंगा आणल्या. आईने शेंगा सोलण्यास सुरुवात केली. प्रिया जवळच बसून आपला गणिताचा अभ्यास करत होती. तिचे लक्ष सहज आई सोलत असलेल्या शेंगांकडे गेले. काही शेंगांमधून 4 दाणे तर काही शेंगांमधून 7 दाणे निघाले. मग प्रियाने त्यांतील 50 शेंगा उचलल्या, त्या सोलल्या आणि त्यांतील दाण्यांच्या संख्यांची नोंद घेतली.

प्रियाने वाटाण्याच्या शेंगांमधील दाण्यांची वारंवारता सारणी तयार केली.



दाण्यांची संख्या	ताळ्याच्या खुणा	वारंवारता
2	卌 |||	8
3	卌 卌 卌	15
4	卌 卌 ||	12
5	||	2
6	卌 ||	7
7	|||	3
8	|||	3
	एकूण वारंवारता	N = 50

4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

आई : तू सोललेल्या शेंगांमध्ये सरासरी किती दाणे निघाले हे काढता येईल का ?

प्रिया : या 50 संख्यांची बेरीज करून बेरजेला 50 ने भागायचे ना ? किचकट काम आहे.

आई : आपण ते काम सोपं करू. वारंवारता सारणीत 2 दाणे किती शेंगांमध्ये, 3 दाणे किती शेंगांमध्ये इत्यादी माहिती आहे ना ?

प्रिया : हो ! 2 दाणे 8 शेंगांमध्ये, 3 दाणे 15 शेंगांमध्ये, 4 दाणे 12 शेंगांमध्ये वगैरे माहिती आहे. आता आलं लक्षात. 2×8, 3×15, 4×12 असे गुणाकार करून त्यांची बेरीज केली तरी त्या पन्नास संख्यांची बेरीज मिळेल.

आई : सात लहान गुणाकार व त्यांची बेरीज करणं जरा सोपं आहे ना ! खूप मोठी सामग्री असते त्या वेळी वारंवारता सारणीचा असा उपयोग होतो.

प्रिया : मग एकूण प्राप्तांकांची बेरीज 206 आली म्हणून सरासरी $= \frac{206}{50} = 4.12$ एवढी झाली.

आई : कोणत्याही शेंगेमध्ये वाटाण्याचे दाणे पूर्ण संख्येतच असतात पण सरासरी ही अपूर्णांकात येऊ शकते. येथे प्रत्येक शेंगेमध्ये साधारण 4 दाणे आहेत असे म्हणता येईल.

हे मला समजले.

- प्राप्तांकांचे वर्गीकरण सोप्या पद्धतीने करण्यासाठी ताळ्याच्या खुणांचा वापर करता येतो.
- खुणांची संख्या वारंवारता दाखवते, अशा प्रकारच्या सारणीला वारंवारता सारणी म्हणतात.
- प्राप्तांकांची संख्या मोठी असते त्या वेळी वारंवारता सारणीचा उपयोग सरासरी काढण्यासाठी होतो.

सरावसंच 55

1. एका वर्गातील 30 मुलांची उंची (सेमी) मध्ये दिली आहे. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
   131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132, 131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140
2. एका वसाहतीमध्ये 50 कुटुंबे राहतात. प्रत्येक कुटुंबातील व्यक्तींची संख्या पुढे दिली आहे. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
   5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2.
3. एक फासा 40 वेळा फेकला तर वरच्या पृष्ठभागावर मिळालेल्या संख्यांची नोंद केली. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
   3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6,
   3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4,
4. एका वसतिगृहाच्या खानावळीमध्ये 30 मुलांना जेवणामध्ये खालीलप्रमाणे पोळ्यांची संख्या लागते. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
   3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2

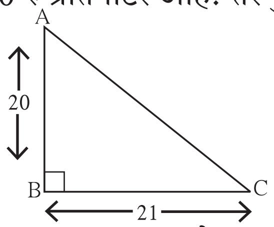
सरासरीचा उपयोग विज्ञानाच्या सर्व शाखा, वैद्यक शाखा, भूगोल, अर्थशास्त्र, सामाजिक शास्त्रे इत्यादी विषयांतही होतो.

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह 2

1. एंजलने 15000 रुपये द.सा.द.शे. 9 दराने काही वर्षांसाठी बँकेत ठेवले. तिला मुदतीअखेर 5400 रुपये सरळव्याज मिळाले, तर तिने किती वर्षांसाठी रक्कम ठेवली ?
2. एका रस्त्याच्या डांबरीकरणाचे काम करण्यासाठी 10 मजुरांना 4 दिवस लागतात. तर 8 मजुरांना किती दिवस लागतील ?
3. नसरुद्दीन व महेश यांनी प्रत्येकी ₹ 40,000 व ₹ 60,000 गुंतवून व्यवसाय चालू केला. या व्यवसायात त्यांना 30% नफा झाला. तर प्रत्येकाला किती नफा मिळाला ?
4. एका वर्तुळाचा व्यास 5.6 सेमी आहे तर त्याचा परीघ काढा.
5. विस्तार करा.

   (i) $(2a - 3b)^2$ (ii) $(10 + y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$
6. सूत्राचा उपयोग करून गुणाकार करा.

   (i) $(x - 5)(x + 5)$ (ii) $(2a - 13)(2a + 13)$

   (iii) $(4z - 5y)(4z + 5y)$ (iv) $(2t - 5)(2t + 5)$
7. एका बैलगाडीच्या चाकाचा व्यास 1.05 मीटर आहे, तर चाकाच्या 1000 फेऱ्यांमध्ये बैलगाडी किती किलोमीटर अंतर कापेल ?
8. एका 40 मी लांबीच्या आयताकृती बागेचे क्षेत्रफळ 1000 चौमी आहे, तर बागेची रुंदी काढा व तसेच बागेची परिमिती काढा. या बागेभोवती दरवाजाची 4 मीटर जागा सोडून 3 पदरी कुंपण घालायचे आहे, त्याचा खर्च 250 रु प्रतिमीटर आहे. तर कुंपण घालण्यासाठी लागणारा खर्च काढा.
9. 

   आकृतीत दिलेल्या माहितीवरून कर्ण AC काढा तसेच ΔABC ची परिमिती काढा.
10. एका घनाची बाजू 8 सेमी आहे तर त्या घनाचे एकूण पृष्ठफळ किती ?
11. अवयव पाडा. $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

बहुपर्यायी प्रश्न

खालील प्रश्नांना पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्या उत्तरांपैकी योग्य पर्याय निवडा.

1. 33, 34, 35, x, 37, 38, 39 या संख्यांची सरासरी 36 आहे तर x ची किंमत .... असेल.

   (i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36
2. $(61^2 - 51^2)$ ही वर्गसंख्यांची वजाबाकी .... ही येते.

   (i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250
3. 2600 रुपयांची 8 : 5 या प्रमाणात, समीर व सुनीता या दोघांमध्ये वाटणी केली तर प्रत्येकाच्या वाट्याला .... व .... इतके रुपये येतील.

   (i) ₹ 1500, ₹ 1100 (ii) ₹ 1300, ₹ 900

   (iii) ₹ 800, ₹ 500 (iv) ₹ 1600, ₹ 1000

उत्तरसूची

सरावसंच 1 1. -- 2. -- 3. त्रिकोणाच्या अंतर्भागात
4. काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णावर.
5. त्रिकोणाचा परिमध्य काढणे. सरावसंच 2 --
सरावसंच 3 -- सरावसंच 4 -- सरावसंच 5 --

सरावसंच 6 1. (i) रेख MG ≅ रेख GR
(ii) रेख MG ≅ रेख NG (iii) रेख GC ≅ रेख GB
(iv) रेख GE ≅ रेख GR
2. (i) रेख AB ≅ रेख WA (ii) रेख AP ≅ रेख YC
(iii) रेख AC ≅ रेख PY (iv) रेख PW ≅ रेख BY
(v) रेख YA ≅ रेख YQ (vi) रेख BW ≅ रेख ZX
(वरील प्रश्नांसाठी प्रत्येकाची अनेक बरोबर उत्तरे येऊ शकतात.)

सरावसंच 7 ⊙ ∠AOB ≅ ∠BOC,
∠AOB ≅ ∠RST, ∠AOC ≅ ∠PQR,
∠DOC ≅ ∠LMN, ∠BOC ≅ ∠RST

सरावसंच 8 ⊙ (i) 35 (ii) −54 (iii) −36 (iv) −56
(v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (viii) −105

सरावसंच 9 1. (i) −6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$ (iv) $\frac{-2}{3}$
(v) $\frac{-17}{4}$ (vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$ (ix) $\frac{6}{5}$
(x) $\frac{1}{63}$ 2. 24 ÷ 5, 72 ÷ 15, −48 ÷ (−10) इ.
3. −5 ÷ 7, −15 ÷ 21, 20 ÷ (−28) इत्यादी अनेक

सरावसंच 10 1. 1 2. 4,5 व 17,19
3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 एकूण 16 मूळ संख्या
4. 59 व 61, 71 व 73 5. (2,3),(5,7), (11,12),(17,19),(29,30) इत्यादी अनेक 6. 2

सरावसंच 11 ⊙ (i) 2 × 2 × 2 × 2 × 2
(ii) 3 × 19 (iii) 23 (iv) 2 × 3 × 5 × 5
(v) 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3
(vi) 2 × 2 × 2 × 2 × 13 (vii) 3 × 3 × 5 × 17
(viii) 2 × 3 × 3 × 19 (ix) 13 × 29 (x) 13 × 43

सरावसंच 12 1. (i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1
(v) 2 (vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21
2. (i) मसावि 25, संक्षिप्त रूप $\frac{11}{21}$
(ii) मसावि 19, संक्षिप्त रूप $\frac{4}{7}$
(iii) मसावि 23, संक्षिप्त रूप $\frac{7}{3}$

सरावसंच 13 1. (i) 60 (ii) 120 (iii) 288
(iv) 60 (v) 3870 (vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180
(ix) 567 (x) 108
2. (i) 1; 1184 (ii) 1; 2346 (iii) 15; 60
(iv) 9; 126 (v) 26; 312

सरावसंच 14 1. (i) 30 (ii) 40, 20
2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510
(iv) 23; 69 (v) 7; 588
3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008 (iv) 60 (v) 240
4. 365 5. (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$ 6. 144
7. 255 8. 14 मी 9. 18 व 20

सरावसंच 15 1. अंतर्भागातील बिंदू : R, C, N, X
बाह्यभागातील बिंदू : T, U, Q, V, Y
कोनांच्या भुजांवरील बिंदू : A, W, G, B
2. ∠ANB व ∠BNC, ∠BNC व ∠ANC,
∠ANC व ∠ANB, ∠PQR व ∠PQT
3. (i) संलग्न आहेत.
(ii) आणि (iii) संलग्न नाहीत कारण अंतर्भाग भिन्न नाहीत.
(iv) संलग्न आहेत.

सरावसंच 16 1. (i) 50° (ii) 27° (iii) 45°
(iv) 35° (v) 70° (vi) 0° (vii) $(90-x)°$
2. 20° आणि 70°

सरावसंच 17 1. (i) 165° (ii) 95° (iii) 60°
(iv) 143° (v) 72° (vi) 180° (vii) $(180-a)°$
2. कोटिकोनांच्या जोड्या : (i) ∠B व ∠N
(ii) ∠D व ∠F (iii) ∠Y व ∠E
पूरक कोनांच्या जोड्या : (i) ∠B व ∠G (ii) ∠N व ∠J.
3. ∠X व ∠Z हे एकमेकांचे कोटिकोन आहेत.
4. 65° व 25°

5. (i) $\angle P$ व $\angle M$ (ii) $\angle T$ व $\angle N$ (iii) $\angle P$ व $\angle T$ (iv) $\angle M$ व $\angle N$ (v) $\angle P$ व $\angle N$ (vi) $\angle M$ व $\angle T$
6. 160° **7.** $m\angle A = (160 - x)^\circ$

सरावसंच 18 **1.** किरण PL व किरण PM; किरण PN व किरण PT.
2. नाहीत. कारण त्या किरणांनी एक रेषा तयार होत नाही.

सरावसंच 19 ---

सरावसंच 20 **1.** $m\angle APB = 133^\circ$, $m\angle BPC = 47^\circ$, $m\angle CPD = 133^\circ$
2. $m\angle PMS = (180 - x)^\circ$, $m\angle SMQ = x^\circ$, $m\angle QMR = (180 - x)^\circ$

सरावसंच 21 **1.** $m\angle A = m\angle B = 70^\circ$
2. 40°, 60°, 80° **3.** $m\angle ACB = 34^\circ$, $m\angle ACD = 146^\circ$, $m\angle A = m\angle B = 73^\circ$

सरावसंच 22 **1.** (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$ **2.** (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$
3. (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0
4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$
5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$ (v) $\frac{2}{5}$ (vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

सरावसंच 23 ⊙ (i) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30}, \frac{22}{30}, \frac{21}{30}$ (iii) $-\frac{9}{15}, -\frac{7}{15}, \frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9}, 0, -\frac{4}{9}$ (v) $-\frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (vi) $\frac{17}{24}, \frac{11}{24}, \frac{-13}{24}$ (vii) $\frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}$ (viii) $-\frac{1}{8}, -\frac{2}{8}, -\frac{5}{8}$ इत्यादी अनेक

सरावसंच 24 ⊙ (i) 3.25 (ii) −0.875 (iii) 7.6 (iv) $0.41\dot{6}$ (v) $3.\overline{142857}$ (vi) $1.\dot{3}$ (vii) $0.\dot{7}$

सरावसंच 25 **1.** 149 **2.** 0 **3.** 4 **4.** 60 **5.** $\frac{17}{20}$

सरावसंच 26 **1.** -- **2.** (i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401 (iv) −216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

सरावसंच 27 ⊙ (i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$ (iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

सरावसंच 28
1. (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1
2. (i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

सरावसंच 29 **1.** (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8} (iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$ (iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$ (vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$ (viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$
2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^{5}$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^{3}$ किंवा 6^3 (iv) $\frac{1}{y^4}$

सरावसंच 30 **1.** (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

सरावसंच 31 --

सरावसंच 32 ⊙ (i) एकपदी = $7x$; a ; 4
(ii) द्विपदी = $5y - 7z$; $5m - 3$
(iii) त्रिपदी = $3x^3 - 5x^2 - 11$; $3y^2 - 7y + 5$
(iv) बहुपदी = $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

सरावसंच 33 ⊙ (i) $22p + 18q$
(ii) $18a + 24b + 21c$ (iii) $19x^2 - 20y^2$
(iv) $-11a^2b^2 + 44c$ (v) $3y^2 - 8y + 9$
(vi) $4y^2 + 10y - 8$

सरावसंच 34 ⊙ (i) $xy + 7z$ (ii) $4x + 2y + 4z$
(iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$
(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$
(v) $-12x + 30z - 19y$

सरावसंच 35 1. (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$
(iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$
2. $(40x^2 + 49x + 15)$ चौसेमी

सरावसंच 36 1. $-2(7x + 12y)$ 2. $-345x^5y^4z^3$
3. (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) −5 (vi) $\frac{69}{5}$
4. 16 वर्षे, 11 वर्षे 5. 130 6. 30 नोटा 7. 132, 66

संकीर्ण 1 1. (i) 80 (ii) −6 (iii) −48 (iv) 25 (v) 8 (vi) −100 2. (i) 15; 675
(ii) 38; 228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96
3. (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$ 4. (i) 28 (ii) 15
(iii) 36 (iv) 45 (v) 16 5. --
6. (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$ (iv) 1026
7. (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) −8 (iv) $\frac{63}{20}$ 8. --
9. -- 10. -- 11. -- 12.-- 13. (i) 55°
(ii) $(90 - a)°$ (iii) 68° (iv) $(50 + x)°$
14. (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)°$
15. -- 16. (i) 110° (ii) 55° (iii) 55°
17. (i) 5^7 (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$
18. (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64 (iv) 16
19. (i) $8a + 10b - 13c$
(ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$
(iii) $18m - n$ (iv) $2m - 19n + 11p$
20. (i) $x = -10$ (ii) $y = 5$

बहुपर्यायी प्रश्न 1. अंतर्मध्य 2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ 3. 3
4. $\frac{3}{2}$ 5. $10 \times 3 + (5 + 2)$

सरावसंच 37 1. ₹ 240 2. 32 पेंढ्या
3.18 किग्रॅ 4. ₹ 24000 5. ₹ 104000

सरावसंच 38 1. 10 दिवस; 4 दिवस 2. 50 पाने
3. 2 तास; 3 तास 4. 20 दिवस

सरावसंच 39 1. ₹ 12800; ₹ 16000
2. ₹ 10000; ₹ 24000 3. ₹ 38000; ₹ 9120
4. ₹ 147; ₹ 343 5. ₹ 54000; ₹ 15120

सरावसंच 40 1. ₹ 1770
2. ₹ 25000; ₹ 375000 3. ₹ 14875
4. ₹ 3600 5. ₹ 180000

सरावसंच 41 1. 10% 2. ₹ 300 3. 5 वर्षे
4. ₹ 41000 5. (i) ₹ 882, ₹ 5082
(ii) ₹ 5000, ₹ 6200 (iii) 2 वर्षे, ₹ 8800
(iv) ₹ 12000, 10 वर्षे (v) ₹ 19200, ₹ 21600

सरावसंच 42 1. (i) 14 सेमी; 44 सेमी
(ii) 14 सेमी; 88 सेमी (iii) 98 सेमी; 196 सेमी
(iv) 11.55 सेमी; 23.1 सेमी 2. 28 सेमी
3. ₹ 56320 4. 250 फेरे

सरावसंच 43 1. 240°
2. लघुकंसाची नावे : कंस PXQ, कंस PR, कंस RY, कंस XP, कंस XQ, कंस QY
विशालकंसाची नावे : कंस PYQ, कंस PQR, कंस RQY, कंस XQP, कंस QRX
अर्धवर्तुळकंसाची नावे : कंस QPR, कंस QYR
3. 250°

सरावसंच 44 1. 2 पट 2. 3 पट
3. 90 मी 4. 8 मी

सरावसंच 45 1. 144 चौसेमी 2. 75 चौसेमी
3. 46 सेमी 4. 9 पट

सरावसंच 46 1. 1170 चौसेमी 2. 8.64 चौसेमी
3. ₹ 2302750 4. 800 फरश्या ; 3200 फरश्या
5. 156 मी ; 845 चौमी

सरावसंच 47 **1.** (i) 54 चौसेमी (ii) 150 चौसेमी (iii) 311.04 चौमी (iv) 277.44 चौमी (v) 181.5 चौमी **2.** (i) 460 चौसेमी (ii) 58.8 चौसेमी (iii) 31.6 चौमी (iv) 171 चौसेमी **3.** 39.5 चौसेमी **4.** 6.5 चौमी, ₹ 1950

सरावसंच 48 **1.** (i) 25 एकक (ii) 40 एकक (iii) 15 एकक **2.** 26 सेमी **3.** 16 सेमी **4.** 12 मी

सरावसंच 49 **1.** (i) आहे (ii) नाही (iii) नाही (iv) नाही (v) आहे (vi) नाही

2. (i) आहे (ii) नाही (iii) आहे (iv) नाही (v) नाही

सरावसंच 50 **1.** (i) $25a^2+60ab+36b^2$ (ii) $\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{9}$ (iii) $4p^2-12pq+9q^2$ (iv) $x^2-4+\frac{4}{x^2}$ (v) $a^2x^2+2abxy+b^2y^2$ (vi) $49m^2-56m+16$ (vii) $x^2+x+\frac{1}{4}$ (viii) $a^2-2+\frac{1}{a^2}$ **2.** $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$

3. $(mn+7pq)^2$ **4.** (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

सरावसंच 51 **1.** (i) x^2-y^2 (ii) $9x^2-25$ (iii) a^2-36 (iv) $\frac{x^2}{25}-36$ **2.** (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

सरावसंच 52 ⊙ (i) $3\times67\times a\times a\times a\times b\times b$

(ii) $13\times7\times x\times y\times t\times t$

(iii) $2\times2\times2\times3\times a\times a\times b\times b$

(iv) $t\times r\times r\times s\times s\times s$

सरावसंच 53 ⊙ (i) $(p+q)(p-q)$ (ii) $(2x+5y)(2x-5y)$ (iii) $(y+2)(y-2)$ (iv) $\left(p+\frac{1}{5}\right)\left(p-\frac{1}{5}\right)$ (v) $\left(3x+\frac{1}{4}y\right)\left(3x-\frac{1}{4}y\right)$ (vi) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (vii) $ab(a-1)$ (viii) $2x^2(2xy-3x)$ (ix) $\frac{1}{2}(y+4z)(y-4z)$ (x) $2(x+2y)(x-2y)$

सरावसंच 54 **1.** 12.29 मिमी **2.** ₹ 892 **3.** 626.6 मिमी **4.** 49.4 किग्रॅ

सरावसंच 55 **1.**

उंची	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	एकूण
मुले	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

व्यक्ती	1	2	3	4	5	एकूण
कुटुंबे	1	13	16	13	7	50

3.

प्राप्तांक	1	2	3	4	5	6	एकूण
वारंवारता	2	8	13	8	5	4	40

4.

पोळ्या	2	3	4	5	एकूण
मुले	9	10	8	3	30

संकीर्ण 2 **1.** 4 वर्षे **2.** 5 दिवस

3. ₹ 12000 ; ₹ 18000 **4.** 17.6 सेमी

5. (i) $4a^2-12ab+9b^2$ (ii) $100+20y+y^2$ (iii) $\frac{p^2}{9}+\frac{pq}{6}+\frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2-6+\frac{9}{y^2}$

6. (i) x^2-25 (ii) $4a^2-169$ (iii) $16z^2-25y^2$ (iv) $4t^2-25$ **7.** 3.3 किमी

8. 25 मी ; 130 मी ; ₹ 94500

9. 29 एकक ; 70 एकक **10.** 384 सेमी^{2}

11. $73y^2z^3(5y^2-2z)$

बहुपर्यायी प्रश्न **1.** 36 **2.** 1120

3. ₹ 1600, ₹ 1000.

किशोर किशोर

किशोरची वर्गणी भरा आता ऑनलाइन!

वार्षिक वर्गणी ८० रुपये (दिवाळी अंकासह)

पुढील वेबसाईटला भेट द्या. www.kishor.ebalbharati.in

किशोर: ज्ञान आणि मनोरंजनाचा अद्भुत खजिना

बालभारतीचे प्रकाशन

महाराष्ट्रातील मुलांचे सर्वांत लोकप्रिय मासिक

४८ वर्षांची अविरत परंपरा

संपर्क : ०२०-२५७१६२४४

पाठ्यपुस्तक मंडळ, बालभारती मार्फत इयत्ता १ ली ते १२ वी ई-लर्निंग साहित्य (Audio-Visual) उपलब्ध...

- शेजारील Q.R.Code स्कॅन करून ई-लर्निंग साहित्य मागणीसाठी नोंदणी करा.
- Google play store वरून ebalbharati app डाऊनलोड करून ई लर्निंग साहित्यासाठी मागणी नोंदवा.

www.ebalbharati.in, www.balbharati.in

ebalbharati

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे-४११००४.

₹४१.००