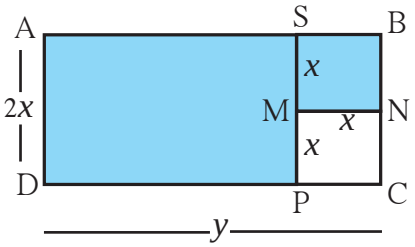
# 14 बैजिक सूत्रे – वर्ग विस्तार

**जरा आठवूया.**




शेजारील आकृतीत आयत ABCD दाखवला आहे. या आयताची लांबी $y$ एकक आहे व रुंदी $(2x)$ एकक आहे. या आयताकृती तुकड्यातून $x$ एकक बाजू असलेला चौरस कापून घेतला. रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी बैजिक राशींवरील क्रियांचा वापर करता येईल.

आयत ABCD चे क्षेत्रफळ हे A(□ABCD) असे लिहू.

रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ = A(□ABCD) − A(□MNCP) = $2xy - x^2$

रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ = A(□ASPD) + A(□SBNM) = $(y - x) \times 2x + x^2$

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

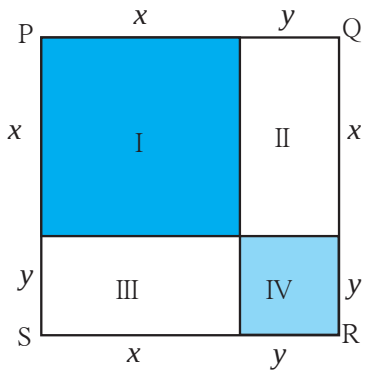
$= 2xy - x^2$

**जाणून घेऊया.**

## वर्गविस्तार

बैजिक राशींचा गुणाकार करुन मिळालेली राशी ही त्या गुणाकाराचा विस्तार असतो. विशिष्ट प्रकारच्या राशींचे विस्तार एकदम लिहिता यावे यासाठी सूत्रे तयार केली जातात. त्यांपैकी काही सूत्रे आपण पाहू.

**कृती I**




- शेजारील आकृतीत □PQRS या चौरसाची बाजू $(x + y)$ आहे.

$\therefore$ A (□PQRS) = $(x + y)^2$

PQRS हा चौरस I, II, III, IV अशा आयतांमध्ये विभागला आहे.

PQRS या चौरसाचे क्षेत्रफळ हे आयत I, II, III, IV यांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज आहे.

$\therefore$ A (□PQRS) = A (आयत I) + A (आयत II) + A (आयत III) + A (आयत IV)

$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

आता $(x + y)^2$ हा बैजिक राशींचा गुणाकार करू.

$(x + y)\ (x + y) = x\ (x + y) + y\ (x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2 \qquad \therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)$ या द्विपदीचा वर्ग करून आलेली बैजिक राशी ही क्षेत्रफळाच्या मापनावरून मिळालेल्या राशीएवढी आहे. $\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ हे द्विपदीच्या वर्गविस्ताराचे सूत्र आहे.

**कृती II** शेजारील आकृतीत PQRS हा $a$ बाजू असलेला चौरस असून त्याचे 4 आयतांत विभाजन केले आहे. जसे $(a - b)$ बाजूचा चौरस, $b$ बाजूचा चौरस व $(a - b)$ आणि $b$ बाजू असलेले 2 आयत.

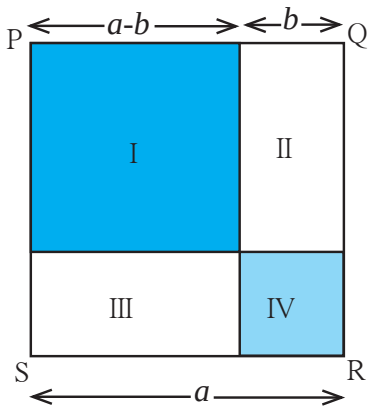
A (चौरस I) + A (आयत II) + A (आयत III) + A (चौरस IV) = A (□PQRS)

$$(a - b)^2 + (a - b)\,b + (a - b)\,b + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$




बैजिक राशींचा गुणाकार करून सूत्र तयार करू.

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= a\,(a - b) - b\,(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

**हे मला समजले.**

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

वर्ग विस्तार सूत्रांमध्ये $a$ आणि $b$ साठी कोणत्याही संख्या घेतल्यास ते पडताळता येते.

जसे $a = 5$, $b = 3$ घेतल्यास.

$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$

$= 25 + 30 + 9 = 64$

$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$

$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$

$= 25 - 30 + 9 = 4$

खालील किमती घेऊन वर्ग विस्तार सूत्रे पडताळा.

(i) $a = -7$, $b = 8$ (ii) $a = 11$, $b = 3$ (iii) $a = 2.5$, $b = 1.2$

**विस्तार करा.**

**उदा.** $(2x + 3y)^2$

$= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2$

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

**उदा.** $(5x - 4)^2$

$= (5x)^2 - 2(5x) \times (4) + 4^2$

$= 25x^2 - 40x + 16$

**उदा.** $(51)^2$

$= (50 + 1)^2$

$= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1 \times 1$

$= 2500 + 100 + 1$

$= 2601$

**उदा.** $(98)^2$

$= (100 - 2)^2$

$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$

$= 10000 - 400 + 4$

$= 9604$

## सरावसंच 50

1. विस्तार करा.

(i) $(5a + 6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p - 3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

(v) $(ax + by)^2$ (vi) $(7m - 4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

2. $(8 - \frac{1}{x})$ या द्विपदीचा वर्ग खालीलपैकी कोणता ? योग्य पर्याय लिहा.

(i) $64 - \frac{1}{x^2}$ (ii) $64 + \frac{1}{x^2}$ (iii) $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ (iv) $64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$

3. $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$ हा वर्ग विस्तार खालीलपैकी कोणत्या राशींचा आहे ?

(i) $(m + n)(p + q)$ (ii) $(mn - pq)$ (iii) $(7mn + pq)$ (iv) $(mn + 7pq)$

4. विस्तार सूत्राचा उपयोग करून किंमत काढा.

(i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

**जाणून घेऊया.**

*** $(a + b)$ $(a - b)$ चा विस्तार**

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b)\\ &= a(a - b) + b(a - b)\\ &= a^2 - ab + ba - b^2\\ &= a^2 - b^2\\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

**हे मला समजले.**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

**उदा.** $(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

**उदा.** $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$

## सरावसंच 51

1. विस्तार सूत्र वापरून खालील गुणाकार लिहा.

(i) $(x + y)(x - y)$ (ii) $(3x - 5)(3x + 5)$

(iii) $(a + 6)(a - 6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

2. विस्तार सूत्राचा उपयोग करून किंमत काढा.

(i) $502 \times 498$ (ii) $97 \times 103$ (iii) $54 \times 46$ (iv) $98 \times 102$

**जाणून घेऊया.**

## बैजिक राशींचे अवयव पाडणे.

आपण पूर्ण संख्यांचे अवयव पाडायला शिकलो आहोत. आता बैजिक राशींचे अवयव पाडण्याची क्रिया पाहू. प्रथम एकपदीचे अवयव पाहू.

$15 = 3 \times 5$ म्हणजे 3 व 5 हे 15 चे अवयव आहेत.

तसेच $3x = 3 \times x$ म्हणजे 3 व $x$ हे $3x$ चे अवयव आहेत.

$5t^2$ ही राशी पाहा. $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

$1, 5, t, t^2, 5t, 5t^2$ हे सगळे $5t^2$ चे अवयव आहेत.

$6\ ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$

एकपदीचे अवयव पाडताना प्रथम सहगुणकाचे अवयव पाडता आले तर पाडावेत, नंतर चलभागाचे अवयव पाडावेत.

**सरावसंच 52**

⊙ खालील राशींचे सर्व अवयव सुटे करून राशी गुणाकार रूपात लिहा.

(i) $201\ a^3 b^2$ (ii) $91\ xyt^2$ (iii) $24\ a^2 b^2$ (iv) $tr^2s^3$

**जाणून घेऊया.**

## द्विपदीचे अवयव पाडणे

$4xy + 8xy^2$ या द्विपदीतील प्रत्येक पदाचे 4 $x$ आणि $y$ हे अवयव आहेत.

$\therefore\ 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x\ (y + 2xy) = 4xy\ (1 + 2y)$

दोन्ही पदांचे सामाईक अवयव शोधून ते कंसाबाहेर गुणाकाराच्या रूपात लिहीत गेले, की द्विपदीचे अवयव पाडता येतात.

$9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc\ (3a + 4c)$ याप्रमाणे अवयव पाडता येतात.

$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$ हे सूत्र आपल्याला माहीत आहे.

यावरून, $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ असेही अवयव मिळतात.

अवयव पाडा.

**उदा.** $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$
$= (a + 2b)\ (a - 2b)$

**उदा.** $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$
$= 3(a + 3b)\ (a - 3b)$

**सरावसंच 53**

⊙ खालील राशींचे अवयव पाडा.

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$

(v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$ (vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$

(ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$