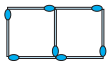
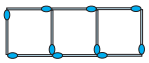
8 बैजिक राशी व त्यांवरील क्रिया

जाणून घेऊया.

बैजिक राशी (Algebraic expressions)

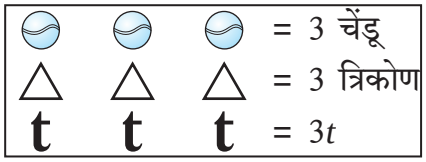
- खाली दिलेल्या काड्यांची रचना पाहा व आकृतिबंधाचे निरीक्षण करा.

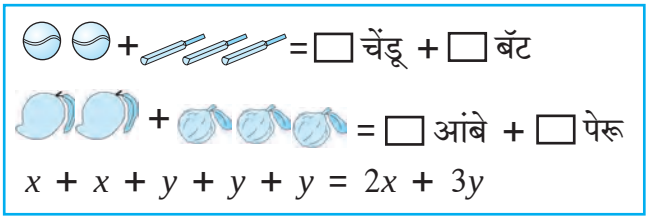
काड्यांची रचना				.....	..	.....	..	.....
चौरस	1	2	3	4	..	10	..	n
काड्यांची संख्या	4	7	10	13	..	.....	..	.....
	$3 + 1$	$6 + 1$	$9 + 1$	$12 + 1$	..	.....	..	.....
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$		$3 \times 10 + 1$		$3 \times n + 1$

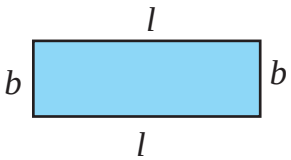
वरील आकृतिबंधाचे निरीक्षण करून लक्षात येते की, काड्यांची संख्या = 3 × चौरसांची संख्या + 1

चौरसांची संख्या बदलती आहे. ती 2, 3, 4, ... , 10,... यांपैकी काहीही असू शकते. चौरसांची संख्या माहीत नसल्यास ती अक्षराने दाखवतात. येथे चौरसांची संख्या n या अक्षराने दाखवली आहे.

n हे चल आहे. चलाचा उपयोग केलेली $3 \times n + 1$ म्हणजेच $3n + 1$ ही बैजिक राशी आहे.







आयताची परिमिती $= 2l + 2b$

$= 2(l + b)$

हे मला समजले.

- $3n + 1$, $3t$, $2x + 3y$, $2(l + b)$ या बैजिक राशी आहेत. या राशींमध्ये n, t, y, l, b, x ही चले आहेत.

जाणून घेऊया.

$3x$ या राशीत 3 हा x या चलाचा सहगुणक (coefficient) आहे.

$-15t$ मध्ये -15 हा t या चलाचा सहगुणक आहे.

ज्या राशीत गुणाकार ही एकच क्रिया असते त्या राशीला पद (term) म्हणतात.

बैजिक राशी एकपदी असते किंवा अनेक पदांची बेरीज असते.

पद	सहगुणक	चले
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	p
a	1	a

उदा. बैजिक राशी : $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$

या राशीत $4x^2$ हे पहिले पद आहे. त्यात 4 हा सहगुणक आहे.

$-2y$ हे दुसरे पद आहे. त्यात -2 हा सहगुणक आहे.

$\frac{5}{6}xz$ हे तिसरे पद आहे. त्यात $\frac{5}{6}$ हा सहगुणक आहे.

लक्षात ठेवा:

- $15 - x$ या बैजिक राशीत दोन पदे आहेत. पहिले पद 15 ही एक संख्या आहे.
  $15 - x = 15 + (-x)$ $\therefore$ दुसरे पद $-x$ आहे. या पदामधील x या चलाचा सहगुणक (-1) आहे.
- ज्या पदांतील चले व त्यांचे घातांक समान असतात, त्या पदांना सरूप पदे (सजातीय पदे) म्हणतात.

सजातीय पदे (सरूप पदे) (Like terms)

(i) $2x$, $5x$, $-\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y$, $\frac{6}{7}yx^2$

विजातीय पदे (भिन्नरूप पदे) (Unlike terms)

(i) $7xy$, $9y^2$, $-2xyz$, $8mn$, $8m^2n^2$, $8m^3n$

बैजिक राशींचे प्रकार (Types of algebraic expressions)

पदांच्या संख्येवरून राशीचे नाव ठरते. एक पद असल्यास एकपद राशी, दोन पदे असल्यास द्विपद राशी, तीन पदे असल्यास त्रिपद राशी, तीनहून जास्त पदे असल्यास बहुपद राशी असे नाव दिले जाते.

एकपद राशी	द्विपद राशी	त्रिपद राशी	बहुपद राशी
• $4x$	• $2x - 3y$	• $a + b + c$	• $a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
• $\frac{5}{6}m$	• $2l + 2b$	• $x^2 - 5x + 6$	• $4x^4 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
• -7	• $3mn - 5m^2n$	• $8a^3 - 5a^2b + c$	• $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

सरावसंच 32

⊙ खालील राशींचे पदांच्या संख्येवरून एकपद राशी, द्विपद राशी इत्यादी प्रकारे वर्गीकरण करा.

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

जाणून घेऊया.

बैजिक राशींची बेरीज (Addition of algebraic expressions)

✸ एकपदींची बेरीज (Addition of monomials)

उदा. 3 पेरू + 4 पेरू = (3 + 4) पेरू = 7 पेरू **उदा.** $3x + 4x = (3 + 4)\,x = 7x$

सजातीय पदांची बेरीज एकाच प्रकारच्या वस्तूंच्या बेरजेप्रमाणे करतात.

उदा. बेरीज करा.

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = (\frac{2}{3} - \frac{5}{7})\,ab = \frac{-1}{21}\,ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

विचार करा.
$3x + 4y$ = किती ?
3 पेरू + 4 आंबे = 7 पेरू ?
$7m - 2n = 5m$?

✸ द्विपद राशींची बेरीज (Addition of binomial expressions)

आडवी मांडणी

उदा. $(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

उभी मांडणी

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ + \quad 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

सजातीय पदांची बेरीज करताना त्या पदांच्या सहगुणकांची बेरीज करून त्यापुढे चल लिहितात.

उदा. बेरीज करा. $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

आडवी मांडणी

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

उभी मांडणी

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ + \quad 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

सांभाळा बरे!

$3x + 7y$ येथे दोन्ही पदे सजातीय नाहीत त्यामुळे त्यांची बेरीज $3x + 7y$ किंवा $7y + 3x$ अशीच लिहावी लागते.

सरावसंच 33

⊙ बेरीज करा.

(i) $9p + 16q$; $13p + 2q$

(ii) $2a + 6b + 8c$; $16a + 13c + 18b$

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

जाणून घेऊया.

बैजिक राशींची वजाबाकी (Subtraction of algebraic expressions)

पूर्णांकांची वजाबाकी करताना एका पूर्णांकातून दुसरा पूर्णांक वजा करणे म्हणजेच पहिल्या पूर्णांकात दुसऱ्या पूर्णांकांची विरुद्ध संख्या मिळवणे हे आपण अभ्यासले आहे.

याच नियमाचा वापर आपण बैजिक राशीच्या वजाबाकीसाठी करणार आहोत.

उदा. $18 - 7$

$= 18 + (-7) = 11$

उदा. $9x - 4x$

$= [9 + (-4)]x = 5x$

उदा. पहिल्या राशीतून दुसरी राशी वजा करा.

$16x + 23y + 12z$; $9x - 27y + 14z$

आडवी मांडणी

$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$

$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$

$= (16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$

$= 7x + 50y - 2z$

उभी मांडणी

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & +\ 23y & +\ 12z \\ - & \oplus\ 9x & \ominus\ 27y & \oplus\ 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & +\ 50y & -\ 2z \end{array}$$

(जी राशी वजा करायची त्या राशीतील प्रत्येक पदाचे चिन्ह बदलून बेरीज करावी.)

सरावसंच 34

⊙ पहिल्या राशीतून दुसरी राशी वजा करा.

(i) $(4xy - 9z)$; $(3xy - 16z)$ (ii) $(5x + 4y + 7z)$; $(x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2)$; $(26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2)$; $(16x^2 - 17xy)$ (v) $(4x + 16z)$; $(19y - 14z + 16x)$

जाणून घेऊया.

बैजिक राशींचा गुणाकार (Multiplication of algebraic expressions)

✸ **एकपदीला एकपदीने गुणणे**

उदा. $3x \times 12y$

$= 3 \times 12 \times x \times y$

$= 36xy$

उदा. $(-12x) \times 3y^2$

$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$

$= -36xy^2$

उदा. $2a^2 \times 3ab^2$

$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$

$= 6a^3 b^2$

उदा. $(-3x^2) \times (-4xy)$

$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$

$= 12x^3y$

दोन एकपदींचा गुणाकार करताना, सर्वप्रथम सहगुणकांचा चिन्हे लक्षात घेऊन गुणाकार करावा. नंतर चलांचा गुणाकार करावा.

✸ द्विपदीला एकपदीने गुणणे

उदा. $x\,(x + y)$

$= x \times x + x \times y$

$= x^2 + xy$

उदा. $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$

$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$

$= 21xz - 18yz$

✸ द्विपदीला द्विपदीने गुणणे

उदा.

$$\begin{array}{rl} & 3x + 4y \\ \times & 5x + 7y \\ \hline & 15x^2 + 20xy \quad [5x \text{ ने गुणून}] \\ & \quad + 21xy + 28y^2 \quad [7y \text{ ने गुणून}] \\ \hline & 15x^2 + 41xy + 28y^2 \quad [\text{बेरीज करून}] \end{array}$$

$(3x + 4y)\ (5x + 7y)$

$= 3x\,(5x + 7y) + 4y\,(5x + 7y)$

$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$

$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$

$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

उदा. एका आयताकृती शेताची लांबी $(2x + 7)$ मी व रुंदी $(x + 2)$ मी आहे, तर त्या शेताचे क्षेत्रफळ काढा.

उकल : आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी $= (2x + 7) \times (x + 2)$

$= 2x\,(x + 2) + 7\,(x + 2)$

$= 2x^2 + 11x + 14$

आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ $(2x^2 + 11x + 14)$ मी^{2}

सरावसंच 35

1. गुणाकार करा.

   (i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$

   (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. एका आयताची लांबी $(8x + 5)$ सेमी व रुंदी $(5x + 3)$ सेमी आहे, तर त्या आयताचे क्षेत्रफळ काढा.

जरा आठवूया.

एकचल समीकरणे (Equations in one variable)

- खालील समीकरणे सोडवा.

  (1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

जाणून घेऊया.

उदा. $2x + 2 = 8$

$\therefore\ 2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$\therefore\ 2x = 6$

$\therefore\ x = 3$

उदा. $3x - 5 = x - 17$

$3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$

$\therefore\ 2x = -12$

$\therefore\ x = -6$

उदा. एका आयताची लांबी ही त्याच्या रुंदीच्या दुपटीपेक्षा 1 सेमी जास्त आहे. त्या आयताची परिमिती 50 सेमी असल्यास त्याची लांबी किती ?

उकल : आयताची रुंदी x सेमी मानू.

आयताची लांबी $(2x + 1)$ सेमी होईल.

$2 \times$ लांबी $+ 2 \times$ रुंदी $=$ आयताची परिमिती

$2(2x + 1) + 2x = 50$

$\therefore \quad 4x + 2 + 2x = 50$

$6x + 2 = 50$

$6x = 50 - 2$

$\therefore \quad 6x = 48 \quad \therefore \quad x = 8$

आयताची रुंदी 8 सेमी आहे.

आयताची लांबी $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

$\therefore$ आयताची लांबी $= 17$ सेमी आहे.

उदा. एक नैसर्गिक संख्या व तिची लगतची पुढची संख्या यांची बेरीज 69 आहे, तर त्या संख्या कोणत्या ?

उकल : एक नैसर्गिक संख्या x मानू.

पुढची लगतची संख्या $x + 1$ आहे.

$(x) + (x + 1) = 69$

$\therefore x + x + 1 = 69$

$\therefore 2x + 1 = 69$

$2x = 69 - 1$

$\therefore 2x = 68 \therefore x = 34$

नैसर्गिक संख्या $= 34$

लगतची पुढील नैसर्गिक संख्या $= 34 + 1$

$= 35$

लक्षात ठेवा :

एखादे पद समीकरणातील '=' या चिन्हाच्या एका बाजूकडून दुसऱ्या बाजूकडे नेत असताना त्याचे चिन्ह बदलावे लागते.

सरावसंच 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ या वजाबाकीसाठी अचूक पर्याय निवडा.
   (i) $7x - 12y$ (ii) $-14x - 54y$ (iii) $-3(5x + 4y)$ (iv) $-2(7x + 12y)$
2. $(23x^2y^3z) \times (-15x^3yz^2)$ याचे उत्तर ..... येईल .
   (i) $-345x^5y^4z^3$ (ii) $345x^2y^3z^5$ (iii) $145x^3y^2z$ (iv) $170x^3y^2z^3$
3. खालील समीकरणे सोडवा.
   (i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$
   (iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2(x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5(x + 1) = 74$
4. राकेशचे वय सानियाच्या वयापेक्षा 5 वर्षांनी कमी आहे. त्यांच्या वयांची बेरीज 27 वर्षे आहे, तर प्रत्येकाचे वय किती ?
5. एका वनराईमध्ये अशोकाची जेवढी झाडे लावली त्यापेक्षा जांभळाची 60 झाडे अधिक लावली. तेथे दोन्ही प्रकारची एकूण झाडे 200 असतील, तर जांभळाची झाडे किती लावली ?
6. शुभांगीजवळ 50 रुपयांच्या जेवढ्या नोटा आहेत त्याच्या दुप्पट नोटा 20 रुपयांच्या आहेत. तिच्याजवळ एकूण 2700 रुपये आहेत तर 50 रुपयांच्या नोटा किती ?

7*. विराटने केलेल्या धावा रोहितच्या धावांच्या दुप्पट होत्या. दोघांच्या मिळून झालेल्या धावा द्विशतकापेक्षा दोनने कमी होत्या तर दोघांनी प्रत्येकी किती धावा काढल्या ?

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह 1

1. खालील उदाहरणे सोडवा.

   (i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times (2)$

   (iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

2. मूळ अवयव पाडून खालील संख्यांचा मसावि व लसावि काढा.

   (i) 75, 135 (ii) 114, 76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3*. संक्षिप्त रूप द्या.

   (i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

4. खालील संख्यांचे वर्गमूळ काढा.

   (i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. एका निवडणुकीसाठी चार मतदान केंद्रे दिलेली आहेत. प्रत्येक केंद्रावरील स्त्रिया व पुरुष यांनी केलेल्या मतदानाची माहिती सारणीत दिलेली आहे. त्यावरून जोडस्तंभालेख काढा.

मतदार केंद्रे	नवोदय विद्यालय	विद्यानिकेतन शाळा	सिटी हायस्कूल	एकलव्य शाळा
स्त्रिया	500	520	680	800
पुरुष	440	640	760	600

6. पदावली सोडवा.

   (i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

   (iii) $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{ 4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2 \}$

7. सोडवा.

   (i) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$ (iv*) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8. ΔABC असा काढा की, $m\angle A = 55°$, $m\angle B = 60°$, आणि $l(AB) = 5.9$ सेमी.

9. ΔXYZ असा काढा की, $l(XY) = 3.7$ सेमी $l(YZ) = 7.7$ सेमी, $l(XZ) = 6.3$ सेमी.

10. ΔPQR असा काढा की, $m\angle P = 80°$, $m\angle Q = 70°$, $l(QR) = 5.7$ सेमी.

11. दिलेल्या मापावरून ΔEFG काढा. $l(FG) = 5$ सेमी, $m\angle EFG = 90°$, $l(EG) = 7$ सेमी.

12. ΔLMN मध्ये $l(LM) = 6.2$ सेमी, $m\angle LMN = 60°$, $l(MN) = 4$ सेमी तर ΔLMN काढा.

13. खालील कोनांच्या कोटिकोनांची मापे लिहा.

    (i) $35°$ (ii) $a°$ (iii) $22°$ (iv) $(40-x)°$

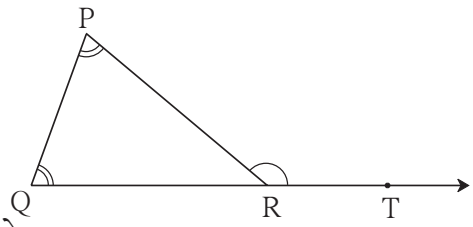
14. खालील कोनांच्या पूरक कोनांची मापे लिहा.

    (i) $111°$ (ii) $47°$ (iii) $180°$ (iv) $(90-x)°$

15. खालील आकृत्या काढा.

    (i) संलग्न कोनांची जोडी (ii) पूरक कोन आहेत परंतु संलग्न नाहीत असे कोन

    (iii) दोन संलग्न कोटिकोनांची जोडी

16. 

ΔPQR मध्ये $\angle P$ व $\angle Q$ यांची मापे समान आहेत व $m\angle PRQ = 70^\circ$ तर खालील कोनांची मापे काढा.

(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. सोपे रूप द्या.

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^8 \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{5}{4}\right)$

18. किंमत काढा.

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. सोडवा.

(i) $(6a-5b-8c) + (15b+2a-5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x-8y)$

(iii) $(7m-5n) - (-4n-11m)$ (iv) $(11m-12n+3p) - (9m+7n-8p)$

20. खालील समीकरणे सोडवा.

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

बहुपर्यायी प्रश्न

खालील प्रश्नांना पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्या उत्तरांपैकी योग्य पर्याय निवडा.

1. त्रिकोणाचे तीनही कोनदुभाजक एकसंपाती असतात. त्यांच्या संपातबिंदूस ..... म्हणतात.

(i) परिमध्य (ii) शिरोबिंदू (iii) अंतर्मध्य (iv) छेदबिंदू

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}$ याचे सरळरूप ..... आहे.

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ या समीकरणाची उकल ..... आहे.

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. खालीलपैकी कोणत्या पदावलीची किंमत 37 आहे ?

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$

(iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$