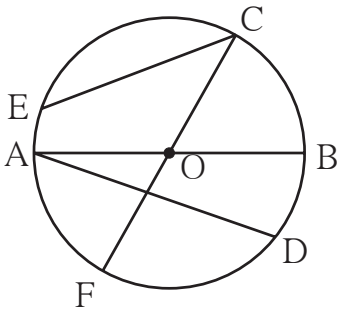
11 वृत्त

C493L2

आओ, थोड़ा याद करें



- संलग्न आकृति में वृत्त का निरीक्षण कर उसकी त्रिज्या, जीवा, व्यास पहचानो तथा उनके नाम लिखो।

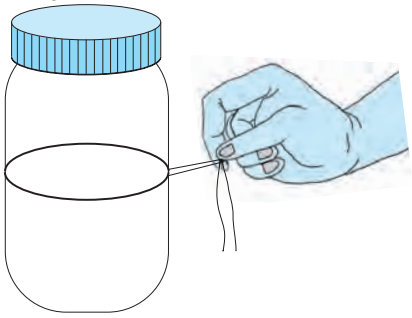
त्रिज्या				
जीवा				
व्यास				

वृत्त की परिधि (Circumference of a circle)

कृति I पानी की बेलनाकार बोतल को कागज पर रखकर उसके आधार से वृत्त खींचो। धागे की सहायता से वृत्त की परिधि नापो।

कृति II चूड़ी की परिधि धागे से नापो।

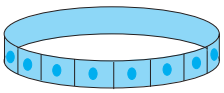
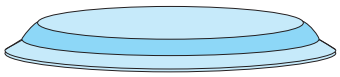
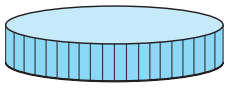
कृति III किसी एक वृत्ताकार वस्तु की परिधि धागे की सहायता से नापो।



आओ, समझें

परिधि और व्यास का संबंध

कृति 1 नीचे दी गई वस्तुओं की परिधि तथा व्यास नापकर परिधि का व्यास से अनुपात तालिका में लिखो।

अ. क्र.	वस्तु	परिधि	व्यास	परिधि का व्यास से अनुपात
1.	 चूड़ी	19 सेमी	6 सेमी	$\frac{19}{6} = 3.16$
2.	वृत्ताकार उलटी थाली 	.....	.....	.....
3.	 बरनी (मर्तबान) का ढक्कन	.....	.....	.....

तालिका में परिधि का व्यास से अनुपात जाँचो। आपकी समझ में क्या आता है ?

किसी वृत्त की परिधि का उसके व्यास से होने वाला अनुपात तीन गुने से थोड़ा अधिक होकर लगभग स्थिर रहता है। यह स्थिर संख्या π (पाय) इस ग्रीक अक्षर से दिखाई जाती है। महान गणिततज्ज्ञों ने अथक परिश्रम से सिद्ध किया है कि यह संख्या (π) परिमेय संख्या नहीं है।

व्यवहार में π का मान $\frac{22}{7}$ या 3.14 लिया जाता है।

उदाहरण में π का मान न दिए जाने पर $\pi = \frac{22}{7}$ लिया जाता है।

त्रिज्या 'r', व्यास 'd' तथा परिधि 'c' हो तो $\frac{\text{परिधि (c)}}{\text{व्यास (d)}} = \pi$ अर्थात $\boxed{c = \pi d}$

किंतु $d = 2r$ $\therefore c = \pi \times 2r$ अर्थात $\boxed{c = 2\pi r}$

उदा. किसी वृत्त का व्यास 14 सेमी है, तो उसकी परिधि ज्ञात करो।

हल : वृत्त का व्यास : $d = 14$ सेमी

वृत्त की परिधि $= \pi d$

$c = \frac{22}{7} \times 14$

$\therefore$ वृत्त की परिधि = 44 सेमी

उदा. किसी वृत्त की त्रिज्या 35 सेमी है, तो उसकी परिधि ज्ञात करो।

हल : वृत्त की त्रिज्या : $r = 35$ सेमी

वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$

$\therefore$ वृत्त की परिधि = 220 सेमी

उदा. किसी वृत्त की परिधि 198 सेमी है, तो उसकी त्रिज्या तथा व्यास ज्ञात करो।

हल : वृत्त की परिधि, $c = 2\pi r$

$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$

$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$

त्रिज्या = 31.5 सेमी

$\therefore$ व्यास $= 2 \times 31.5 = 63$ सेमी

उदा. किसी वृत्त की परिधि 62.80 सेमी है। तो उसका व्यास ज्ञात करो। ($\pi = 3.14$)

हल : वृत्त की परिधि, $c = \pi d$

$62.80 = 3.14 \times d$

$\frac{62.80}{3.14} = d$

$20 = d$

$\therefore$ व्यास = 20 सेमी

उदा. किसी वृत्ताकार भूखंड की त्रिज्या 7.7 मीटर है। उस भूखंड के चारों ओर तार की तीन बाड़ लगाई गईं। बाड़ लगाने के लिए 50 रुपये प्रतिमीटर की दर से कितना खर्च आएगा ? ज्ञात करो।

हल : वृत्ताकार भूखंड की परिधि $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$

1 बाड़ में लगने वाली तार की लंबाई = 48.4 मीटर

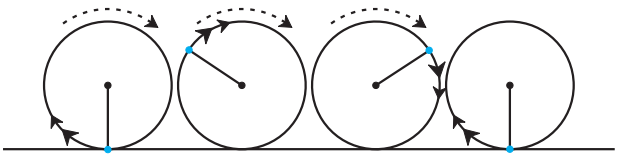
1 बाड़ में लगने वाला खर्च = तार की लंबाई × दर प्रतिमीटर

$= 48.4 \times 50$

= 2420 रुपये

$\therefore$ तीन वृत्ताकार बाड़ को लगने वाला खर्च $= 3 \times 2420 = 7260$ रुपये

उदा. किसी बस के पहिए का व्यास 0.7 मी है। दो गाँवों के बीच की 22 किमी दूरी तय करने में पहिए के कितने चक्कर (फेरे) लगेंगे ?



हल : पहिए की परिधि $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 0.7$

$= 2.2$ मी

सजातीय राशियों का अनुपात ज्ञात करते समय उनकी इकाइयाँ समान होनी चाहिए।

22 किमी = $22 \times 1000 = 22000$ मीटर

2.2 मीटर दूरी तय करने पर पहिए का 1 चक्कर पूरा होता है। (1 चक्कर = 1 परिधि)

पहिए के कुल चक्कर (फेरे) $= \frac{\text{अंतर}}{\text{परिधि}} = \frac{22000}{2.2} = \frac{220000}{22} = 10000$

22 किमी दूरी तय करने में बस के पहिए को 10000 चक्कर (फेरे) लगेंगे।

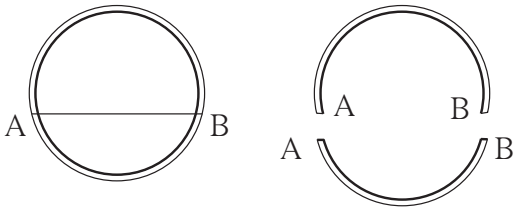
प्रश्नसंग्रह 42

1. नीचे दी गई तालिका पूर्ण करो।

अ.क्र.	त्रिज्या (r)	व्यास (d)	परधि (c)
(i)	7 सेमी	.....	.....
(ii)	.....	28 सेमी	.....
(iii)	.....	.....	616 सेमी
(iv)	.....	.....	72.6 सेमी

2. किसी वृत्त की परिधि 176 सेमी है। तो उसकी त्रिज्या ज्ञात करो।
3. किसी वृत्ताकार बाग की त्रिज्या 56 मीटर है। बाग के चारों ओर चार फेरों वाली तार की बाड़ लगाने के लिए 40 रुपये प्रतिमीटर की दर से कुल कितना खर्च आएगा ?
4. किसी बैलगाड़ी के पहिए का व्यास 1.4 मीटर है। उस बैलगाडी को 1.1 किलोमीटर दूरी तय करने में उस पहिए के कितने फेरे होंगे ?

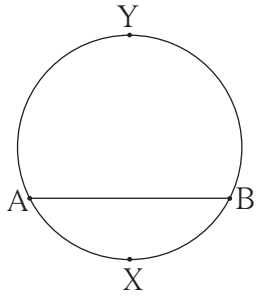
आओ, थोड़ा याद करें



वृत्तखंड (Arc of the circle)

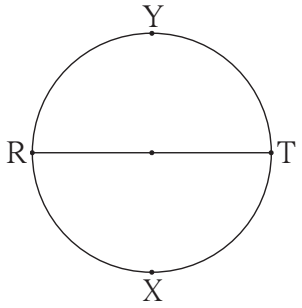
संलग्न आकृति में प्लास्टिक की एक वृत्ताकर चूड़ी दिखाई गई है । समझो कि यह चूड़ी A तथा B बिंदुओं पर टूट गई है। तो चित्र में चूड़ी को वृत्त के संदर्भ में क्या कहेंगे ?

आओ, समझें



संलग्न आकृति में जीवा AB के कारण वृत्त के दो भाग हुए हैं। उनमें से (वृत्तखंड) चाप AXB छोटा है। उसे **लघु (वृत्तखंड) चाप** कहते हैं। (वृत्तखंड) चाप AYB **बड़ा चाप** (वृत्तखंड) है। उसे **दीर्घ चाप (वृत्तखंड)** कहते हैं।

जिन दो चापों के अंतबिंदु सामान्य होते हैं तथा उन वृत्तखंडों के मिलने से पूर्ण वृत्त बनता है, वे वृत्तखंड चाप परस्पर संगत चाप होते हैं। यहाँ पर चाप AYB तथा चाप AXB परस्पर संगत चाप हैं।

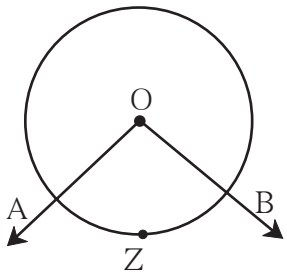


संलग्न आकृति में जीवा RT वृत्त का व्यास है। व्यास के कारण वृत्त के दो समान भाग बनते हैं। उन्हें **अर्धवृत्त** कहते हैं, यह ध्यान में रखो ।

केंद्रीय कोण और चाप का माप (Central angle and Measure of an arc)

संलग्न आकृति में बिंदु 'O' वृत्त का केंद्रबिंदु है। बिंदु O ही ∠AOB का शीर्षबिंदु है। जिस कोण का शीर्षबिंदु वृत्त का केंद्रबिंदु हो उस कोण को **केंद्रीय कोण** कहते है।

आकृति में ∠AOB यह चाप AZB से संबंधित केंद्रीय कोण है। **चाप द्वारा बने केंद्रीय कोण का माप उस चाप के माप के बराबर होता है।**



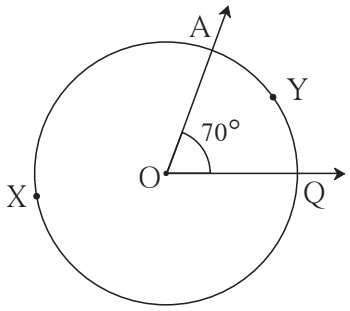
✸ **लघुचाप का माप**

लघुचाप के संगत कोण का माप ही लघुचाप का माप होता हैं। ऐसा माना जाता है।

संलग्न आकृति में केंद्रीय कोण ∠AOQ का माप 70° है।

∴ लघुचाप AYQ का माप 70° है।

∴ m(चाप AYQ) = 70°

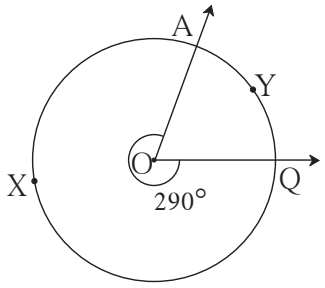


✸ **दीर्घ चाप का माप**

दीर्घ चाप का माप = 360° – संगत लघुचाप का माप

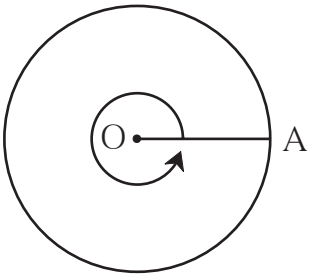
∴ आकृति में दीर्घचाप AXQ का माप 360° – 70°

= 290° है ।



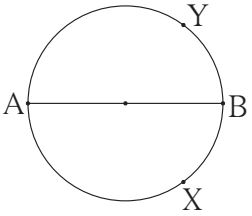
✸ वृत्त का चाप (Measure of circle)

संलग्न आकृति में दर्शाए अनुसार OA वृत्त की त्रिज्या हैं। OA यह त्रिज्या घड़ी की सुइयों की विपरीत दिशा में पूर्ण कोण में घूमती है। उस समय बनने वाला कोण 360° माप का हैं। उसका A यह नोक एक पूर्ण वृत्त बनाता है। ∴पूर्ण वृत्त का माप 360° होता है।



✸ अर्ध वृत्त का माप

आकृति के आधार पर अर्धवृत्त चाप AXB तथा अर्धवृत्त चाप AYB का माप निश्चित करो।

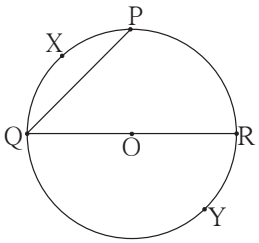


यह मैंने समझा

- लघुचाप का माप उससे संबंधित केंद्रीय कोण के माप के समान होता है।
- दीर्घचाप का माप = 360° – संगत लघुचाप का माप
- अर्ध वृत्त का माप 180° होता है।

प्रश्नसंग्रह 43

1. सही विकल्प चुनो।
   यदि चाप AXB तथा चाप AYB परस्पर संगत चाप हो और m(चाप AXB) = 120° तो m(चाप AYB) = ?
   (i) 140° (ii) 60° (iii) 240° (iv) 160°



2. संलग्न आकृति के 'O' केंद्रवाले वृत्त में वृत्त के कुछ वृत्तखंड दिखाए गए हैं। उनमें से वृत्त के लघुचाप, दीर्घचाप तथा अर्धवृत्त के नाम लिखो।

3. संलग्न आकृति के O केंद्रवाले वृत्त में लघुचाप PXQ का माप 110° हैं, तो दीर्घ चाप PYQ का माप ज्ञात करो।

ICT Tools or Links

Geogebra Software का उपयोग करते हुए केंद्रीय कोण और चाप के विविध मापों का सहसंबंध move option का उपयोग करके देखो।