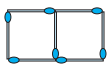
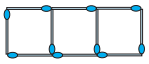
8 बैजिक व्यंजक और उनपर की जाने वाली संक्रियाएँ

C3GFG4

आओ, समझें

बैजिक व्यंजक (Algebraic expressions)

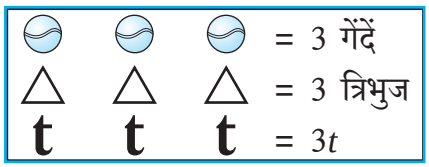
- नीचे दी गई तीलियों की रचना देखो। आकृतिबंध का निरीक्षण करो।

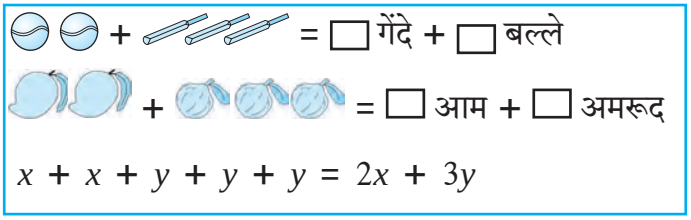
तीलियों की रचना				.....	..	.....	..	.....
वर्ग	1	2	3	4	..	10	..	n
तीलियों की संख्या	4	7	10	13	..	.....	..	.....
	$3 + 1$	$6 + 1$	$9 + 1$	$12 + 1$	..	.....	..	.....
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$		$3 \times 10 + 1$		$3 \times n + 1$

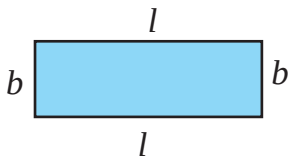
उपर्युक्त आकृतिबंध तालिका का निरीक्षण करने पर हमें ध्यान में आता है कि तीलियों की संख्या = 3 × वर्गों की संख्या + 1

वर्गों की संख्या बदलती है। वह 2, 3, 4, ... , 10,... इनमें से कुछ भी हो सकती है। वर्गों की संख्या मालूम न होने पर उसे अक्षर से दर्शाते हैं। यहाँ पर वर्गों की संख्या को n अक्षर द्वारा दर्शाया गया है।

n यह चरांक (चर) है। चरांक का उपयोग कर $3 \times n + 1$ अर्थात $3n + 1$ यही बैजिक व्यंजन है।







आयत की परिमिति $= 2l + 2b$

$= 2(l + b)$

यह मैंने समझा

- $3n + 1$, $3t$, $2x + 3y$, $2(l + b)$ बैजिक व्यंजक हैं। इन व्यंजकों में n, t, y, l, b, x ये चरांक हैं।

आओ, समझें

$3x$ इस व्यंजक में 3 यह x का गुणांक (coefficient) है।

$-15t$ में -15 यह चरांक t का गुणांक है।

जिस व्यंजक में केवल गुणा जैसी एक ही संक्रिया हो, उस व्यंजक को 'पद' (term) कहते हैं।

बैजिक व्यंजक एकपदी या अनेक पदों का योगफल होता है।

पद	गुणांक	चरांक
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	p
a	1	a

उदा. बैजिक व्यंजक : $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$

इस व्यंजक में $4x^2$ पहला पद है जिसका गुणांक 4 है।

$-2y$ दूसरा पद है। जिसका गुणांक -2 है।

$\frac{5}{6}xz$ यह तीसरा पद है। जिसका गुणांक $\frac{5}{6}$ है।

ध्यान में रखो :

- $15 - x$ इस बैजिक व्यंजक में दो पद हैं। पहला पद 15 यह एक संख्या है।

  $15 - x = 15 + (-x)$ $\therefore$ दूसरा पद $-x$ है। इस पद में चरांक x का गुणांक (-1) है।
- जिन पदों के चरांक तथा उनके घातांक समान हो, उन पदों को सजातीय पद कहते हैं।

सजातीय पद (Like terms)

(i) $2x,\ 5x,\ -\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y,\ \frac{6}{7}yx^2$

विजातीय पद (Unlike terms)

(i) $7xy,\ 9y^2,\ -2xyz$ (ii) $8mn,\ 8m^2n^2,\ 8m^3n$

बैजिक व्यंजकों के प्रकार (Types of algebraic expressions)

व्यंजक के पदों की संख्या के आधार पर व्यंजकों का नाम निश्चित होता है। एक पद होने पर एकपदी, दो पद होने पर द्विपद, तीन पद होने पर त्रिपद। तीन से अधिक पद होने पर उन्हें बहुपद कहा जाता है।

एकपदी व्यंजक	द्विपद व्यंजक	त्रिपद व्यंजक	बहुपद व्यंजक
• $4x$	• $2x - 3y$	• $a + b + c$	• $a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
• $\frac{5}{6}m$	• $2l + 2b$	• $x^2 - 5x + 6$	• $4x^4 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
• -7	• $3mn - 5m^2n$	• $8a^3 - 5a^2b + c$	• $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

प्रश्नसंग्रह 32

⊙ नीचे दिए गए व्यंजकों के पदों की संख्या के आधार पर एकपदी, द्विपद, त्रिपद तथा बहुपद व्यंजक में वर्गीकरण करो।

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

आओ, थोड़ा याद करें

बैजिक व्यंजकों का योगफल (Addition of algebraic expressions)

✸ सजातीय एकपदियों का योगफल (Addition of monomials)

उदा. 3 अमरूद + 4 अमरूद = (3 + 4) अमरूद = 7 अमरूद **उदा.** $3x + 4x = (3 + 4)\,x = 7x$

सजातीय पदों का योगफल, एक ही प्रकार की वस्तुओं के योगफल की तरह करते हैं।

उदा. जोड़ो।

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = (\frac{2}{3} - \frac{5}{7})\,ab = \frac{-1}{21}\,ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> थोड़ा सोचो
> $3x + 4y$ = कितना ?
> 3 अमरूद + 4 आम = 7 अमरूद ?
> $7m - 2n = 5m$?

✸ द्विपद व्यंजकों का योगफल (Addition of binomial expressions)

उदा.

क्षैतिज विन्यास

$(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

उर्ध्वाधर विन्यास

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ + \quad 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

सजातीय पदों का योगफल ज्ञात करते समय उन पदों के गुणांकों को जोड़कर उसके आगे चरांक लिखते हैं।

उदा. जोड़ो $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

क्षैतिज विन्यास

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

उर्ध्वाधर विन्यास

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ + \quad 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

सावधानी बरतें

$3x + 7y$ सजातीय पद नहीं हैं इसलिए $3x + 7y$ या $7y + 3x$ ऐसे ही लिखते हैं।

प्रश्नसंग्रह 33

⊙ जोड़ो।

(i) $9p + 16q$; $13p + 2q$

(ii) $2a + 6b + 8c$; $16a + 13c + 18b$

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

आओ, समझें

बैजिक व्यंजकों का घटाव (Subtraction of algebraic expressions)

किसी पूर्णांक में से दूसरा पूर्णांक घटाने का अर्थ है, पहले पूर्णांक में दूसरे पूर्णांक की विपरीत संख्या जोड़ना। इस नियम का उपयोग करते हुए हम बैजिक व्यंजकों को घटाने की संक्रिया करेंगे।

उदा. $18 - 7$
$= 18 + (-7) = 11$

उदा. $9x - 4x$
$= [9 + (-4)]x = 5x$

उदा. पहले व्यंजक में से दूसरा व्यंजक घटाओ।

$16x + 23y + 12z$; $9x - 27y + 14z$

क्षैतिज विन्यास

$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$
$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$
$= (16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$
$= 7x + 50y - 2z$

उर्ध्वाधर विन्यास

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & +\ 23y & +\ 12z \\ - & \oplus 9x & \ominus 27y & \oplus 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & +\ 50y & -\ 2z \end{array}$$

(जो व्यंजक घटाना हो उस व्यंजक के प्रत्येक पद का चिह्न बदलकर जोड़ें।)

प्रश्नसंग्रह 34

⊙ पहले व्यंजक में से दूसरा व्यंजक घटाओ।

(i) $(4xy - 9z)$; $(3xy - 16z)$ (ii) $(5x + 4y + 7z)$; $(x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2)$; $(26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2)$; $(16x^2 - 17xy)$ (v) $(4x + 16z)$; $(19y - 14z + 16x)$

आओ, समझें

बैजिक व्यंजकों का गुणनफल (Multiplication of algebraic expressions)

✸ **एकपदी को एकपदी से गुणा करना**

उदा. $3x \times 12y$
$= 3 \times 12 \times x \times y$
$= 36xy$

उदा. $(-12x) \times 3y^2$
$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$
$= -36xy^2$

उदा. $2a^2 \times 3ab^2$
$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$
$= 6a^3 b^2$

उदा. $(-3x^2) \times (-4xy)$
$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$
$= 12x^3y$

दो एकपदियों का गुणा करते समय सर्वप्रथम चिह्नों के साथ गुणांकों का गुणा करें, बाद में चरांकों का गुणा करो।

✸ द्विपद को एकपदी से गुणा करना

उदा. $x(x + y)$

$= x \times x + x \times y$

$= x^2 + xy$

उदा. $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$

$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$

$= 21xz - 18yz$

✸ द्विपद को द्विपद से गुणा करना

उदा.

$$\begin{array}{rl} & 3x + 4y \\ \times & 5x + 7y \\ \hline & 15x^2 + 20xy \quad \text{[5x से गुणा करने पर]} \\ & \quad + 21xy + 28y^2 \quad \text{[7y से गुणा करने पर]} \\ \hline & 15x^2 + 41xy + 28y^2 \quad \text{[जोड़ करने पर]} \end{array}$$

$(3x + 4y)(5x + 7y)$

$= 3x(5x + 7y) + 4y(5x + 7y)$

$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$

$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$

$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

उदा. किसी आयताकार खेत की लंबाई $(2x + 7)$ मी तथा चौड़ाई $(x + 2)$ मी है तो आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

हल : आयताकार खेत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई $= (2x + 7) \times (x + 2)$

$= 2x(x + 2) + 7(x + 2)$

$= 2x^2 + 11x + 14$

आयताकार खेत का क्षेत्रफल $= (2x^2 + 11x + 14)$ वर्गमी/ मी^{2}

प्रश्नसंग्रह 35

1. गुणा करो।

   (i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$

   (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. किसी आयत की लंबाई $(8x + 5)$ सेमी और चौड़ाई $(5x + 3)$ सेमी हो तो उस आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

आओ, थोड़ा याद करें

एक चरांकवाले समीकरण (Equations in one variable)

- निम्नलिखित समीकरण हल करो।

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

आओ, समझें

उदा. $2x + 2 = 8$

$\therefore 2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$\therefore 2x = 6$

$\therefore x = 3$

उदा. $3x - 5 = x - 17$

$3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$

$\therefore 2x = -12$

$\therefore x = -6$

उदा. किसी आयत की लंबाई इसकी चौड़ाई के दुगने से 1 सेमी अधिक हैं। उस आयत की परिमिति 50 सेमी हो तो उसकी लंबाई कितनी होगी ?

हल : मानो कि आयत की चौड़ाई x सेमी

आयत की लंबाई $(2x + 1)$ सेमी होगी ।

2 × लंबाई + 2 × चौड़ाई = आयत की परिमिति

$$2(2x + 1) + 2x = 50$$
$$\therefore\ 4x + 2 + 2x = 50$$
$$\therefore\ 6x + 2 = 50$$
$$\therefore\ 6x = 50 - 2$$
$$\therefore\ 6x = 48$$
$$\therefore\ x = 8$$

आयत की चौड़ाई 8 सेमी है।

आयत की लंबाई $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

$\therefore$ आयत की लंबाई = 17 सेमी है।

उदा. कोई प्राकृत संख्या तथा उसके बाद की क्रमिक प्राकृत संख्या का योगफल 69 है तो वे संख्या कौन-सी हैं ?

हल : मानो यह प्राकृत संख्या x

उसकी अगली क्रमिक प्राकृत संख्या $x + 1$

$$(x) + (x + 1) = 69$$
$$\therefore\ x + x + 1 = 69$$
$$\therefore\ 2x + 1 = 69$$
$$\therefore\ 2x = 69 - 1$$
$$\therefore 2x = 68$$
$$\therefore\ x = 34$$

प्राकृत संख्या = 34

अगली क्रमिक प्राकृत संख्या $= 34 + 1$

$= 35$

ध्यान में रखो :

हल किए गए उदाहरणों से पता चलता है कि कोई पद समीकरण '=' चिह्न की एक तरफ से दूसरी तरफ ले जाने पर उसका चिह्न बदल जाता है ।

प्रश्नसंग्रह 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ हल करो और उचित विकल्प चुनो।
   (i) $7x - 12y$ (ii) $-14x - 54y$ (iii) $-3(5x + 4y)$ (iv) $-2(7x + 12y)$
2. $(23x^2y^3z) \times (-15x^3yz^2)$ का उत्तर ..... होगा।
   (i) $-345x^5y^4z^3$ (ii) $345x^2y^3z^5$ (iii) $145x^3y^2z$ (iv) $170x^3y^2z^3$
3. नीचे दिए गए समीकरण हल करो।
   (i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$
   (iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2(x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5(x + 1) = 74$
4. राकेश की आयु सानिया की आयु से 5 वर्ष कम है। उनकी आयु का योग 27 वर्ष हो तो प्रत्येक की आयु कितनी है ?
5. किसी वन में अशोक के जितने वृक्ष हैं उससे 60 वृक्ष अधिक जामुन के हैं। दोनों प्रकार के कुल 200 वृक्ष हैं तो जामुन के कितने वृक्ष हैं ?
6. शुभांगी के पास 50 रुपये के जितने नोट हैं, उससे दुगने 20 रुपये के नोट हैं। उसके पास कुल 2700 रुपये हों तो बताओ 50 रुपये के कितने नोट हैं ?

7*. विराट के द्वारा बनाए गए रन रोहित के रनों से दुगुने हैं। दोनों के द्वारा बनाए गए रनों का योग द्विशतक से दो कम हो तो प्रत्येक ने कितने रन बनाए ?

प्रकीर्ण प्रश्नसंग्रह 1

1. नीचे दिए गए उदाहरण हल करो।

   (i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times (2)$

   (iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

2. अभाज्य गुणनखंड ज्ञात कर नीचे दी गई संख्याओं का मसावि तथा लसावि ज्ञात करो।

   (i) 75, 135 (ii) 114, 76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3*. संक्षिप्त रूप दो।

   (i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

4. नीचे दी गई संख्याओं के वर्गमूल ज्ञात करो।

   (i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. किसी चुनाव में चार केंद्र हैं। प्रत्येक केंद्र पर मतदान करने वाले स्त्रियों तथा पुरुषों की संख्या तालिका में नीचे दी गई है। इस जानकारी के आधार पर संयुक्त स्तंभालेख खींचो।

मतदान केंद्र	नवोदय विद्यालय	विद्यानिकेतन शाला	सिटी हाइस्कूल	एकलव्य शाला
स्त्रियाँ	500	520	680	800
पुरुष	440	640	760	600

6. निम्न पदावली हल करो।

   (i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

   (iii) $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{ 4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2 \}$

7. हल करो।

   (i) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$ (iv*) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8. ΔABC की रचना करो, जिसमें $m\angle A = 55°$, $m\angle B = 60°$ तथा $l(AB) = 5.9$ सेमी हो।

9. ΔXYZ की रचना करो, जिसमें $l(XY) = 3.7$ सेमी $l(YZ) = 7.7$ सेमी, $l(XZ) = 6.3$ सेमी हो।

10. ΔPQR की रचना करो, जिसमें $m\angle P = 80°$, $m\angle Q = 70°$, $l(QR) = 5.7$ सेमी हो।

11. दिए गए माप के आधार पर ΔEFG की रचना करो, जिसमें $l(FG) = 5$ सेमी, $m\angle EFG = 90°$, $l(EG) = 7$ सेमी हों।

12. ΔLMN में $l(LM) = 6.2$ सेमी, $m\angle LMN = 60°$ तथा $l(MN) = 4$ सेमी है तो ΔLMN की रचना करो।

13. नीचे दिए गए कोणों के कोटिपूरक कोणों के माप लिखो।

    (i) $35°$ (ii) $a°$ (iii) $22°$ (iv) $(40-x)°$

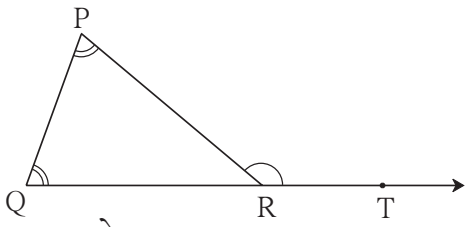
14. नीचे दिए गए कोणों के संपूरक कोणों के माप लिखो।

    (i) $111°$ (ii) $47°$ (iii) $180°$ (iv) $(90-x)°$

15. निम्नलिखित आकृतियाँ बनाओ।

    (i) संलग्न कोणों की जोड़ियाँ। (ii) ऐसे संपूरक कोण जो संलग्न कोण न हों।

    (iii) दो संलग्न कोटिपूरक कोणों की जोड़ी।

16. 

ΔPQR में $\angle P$ तथा $\angle Q$ के माप समान है और $m\angle PRQ = 70°$ तो निम्नलिखित कोणों के माप ज्ञात करो।

(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. सरल रूप दो।

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^8 \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{5}{4}\right)$

18. मान ज्ञात करो।

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. हल करो।

(i) $(6a-5b-8c) + (15b+2a-5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x-8y)$

(iii) $(7m-5n) - (-4n-11m)$ (iv) $(11m-12n+3p) - (9m+7n-8p)$

20. नीचे दिए गए समीकरण हल करो।

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

बहुवैकल्पिक प्रश्न

नीचे दिए गए प्रश्नों के वैकल्पिक उत्तर दिए हैं उन उत्तरों में से उचित विकल्प चुनो।

1. त्रिभुज के तीनों कोणों के समद्विभाजक संगामी होते हैं। उनके संगमन बिंदु को ..... कहते हैं।

(i) परिकेंद्र (ii) शीर्षबिंदु (iii) अंतःकेंद्र (iv) प्रतिच्छेदन बिंदु

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 =$ .....

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}$ का सरल रूप ..... है।

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ इस समीकरण का हल ..... है।

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. निम्नलिखित में से किस पदावली का मान 37 है ?

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$

(iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$