14 مرکب سود

کوئی شخص، بینک، امداد باہمی انجمن وغیرہ اداروں سے کچھ رقم متعین شرح سود سے قرض کے طور پر لیتا ہے اور کچھ عرصے کے بعد قرض لی گئی رقم واپس کرتا ہے۔اس رقم کو استعمال کرنے کے عوض میں کچھ زیادہ رقم ہر سال دیتا ہے اسے سود کہتے ہیں ۔

مفرد سود معلوم کرنے کے لیے $I = \frac{PNR}{100}$ ضابطے کا استعمال ہم کر چکے ہیں۔

اس ضابطے میں سود $= I$، اصل زر $= P$، مدت سال میں $= N$، شرح فی صدی فی سال $= R$ ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں

مرکب سود (Compound interest) : امانت (بینک میں جمع کی گئی رقم) یا قرض پر بینک سود تحسیب (محسوب) کرتی ہے۔ یہ کیوں اور کس طرح معلوم کرتے ہیں اس کا ہم مطالعہ کریں گے۔

استانی : سجن راؤ نے ایک بینک سے 10 فی صدی فی سال شرح سے ایک سال میں واپس کرنے کی شرط پر 10,000 روپے قرض لیا تو سال کے آخر میں اسے سود سمیت کتنی رقم دینا ہوگی؟

طالب علم : یہاں، روپے $P = 10{,}000$، $R = 10$، سال $N = 1$

$$I = \frac{PNR}{100} = \frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000 \text{ روپے}$$

سجن راؤ کو سال کے آخر میں سود سمیت $10{,}000 + 1000 = 11{,}000$ روپے واپس کرنے ہوں گے۔

طالب علم : لیکن اگر سال کے آخر میں کسی قرض دار نے سود کی رقم ادا نہیں کی تو کیا ہوگا؟

استانی : بینک ہر سال کے آخر میں سود محسوب کرتا ہے اور ہر سال قرض دار کو وہ سود کی رقم ادا کرنا چاہیے ایسی توقع کرتا ہے۔قرض دار نے پہلے سال کے آخر میں سود ادا نہیں کیا تو دوسرے سال کے لیے بینک اصل زر اور پہلے سال کا سود ملا کر حاصل ہونے والی رقم کو قرض مان لیتا ہے اصل زر اور پہلے سال کا سود ملا کر جو رقم بنتی ہے وہ دوسرے سال کا اصل زر مان کر آگے سود محسوب کرتے ہیں۔یعنی دوسرے سال سود معلوم کرنے کے لیے اصل زر کی رقم پہلے سال کے کل زر کے مساوی ہوگی۔اس طریقے سے سود محسوب کرنا، مرکب سود کہلاتا ہے۔

طالب علم : سجن راؤ نے قرض واپس کرنے کی مدت ایک سال اور بڑھالی تو کیا ہوگا؟

استانی : دوسرے سال کے لیے 11000 روپے اصل زر مان کر اس پر سود اور کل زر معلوم کرنا ہوگا۔

طالب علم : کیا اس کے لیے گذشتہ جماعت میں مطالعہ کیے گئے $\frac{110}{100} = \frac{\text{کل زر}}{\text{اصل زر}}$ نسبت کا استعمال کر سکتے ہیں؟

استانی : یقیناً! ہر سال کے لیے $\frac{\text{کل زر}}{\text{اصل زر}}$ نسبت مستقل ہے۔ مرکب سود معلوم کرنے کے لیے ہر سال گذشتہ سال کا کل زر ہی اگلے سال کا اصل زر ہوتا ہے۔ یعنی سود معلوم کرنے کی بجائے کل زر معلوم کرنا آسان ہوتا ہے۔ پہلے سال کے بعد کل زر A_1 ، دوسرے سال کے بعد کل زر A_2، تیسرے سال کے بعد کل زر A_3 سے ظاہر کریں تو پہلا اصل زر P ہوتا ہے۔

$$\therefore \frac{A_1}{P} = \frac{110}{100} , \qquad \therefore A_1 = P \times \frac{110}{100}$$

دوسرے سال کا کل زر معلوم کرنے کے لیے

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} = \frac{110}{100} , \qquad \therefore A_2 = A_1 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

طالب علم : پھر تیسرے سال کا کل زر A_3 معلوم کرنے کے لیے

$$\therefore \frac{A_3}{A_2} = \frac{110}{100} , \qquad \therefore A_3 = A_2 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

استانی : شاباش ! یہ مرکب سود معلوم کرنے کا ضابطہ ہے۔ یہاں $\frac{110}{100}$ سال کے آخر میں ایک روپے پر حاصل ہونے والا کل زر ہے۔ اسے دھیان میں رکھیں۔ جتنے سال کا کل زر معلوم کرنا ہو اتنی مرتبہ اصل زر کو اس نسبت سے ضرب کرتے ہیں۔

طالب علم : یعنی پہلے سال کے آخر میں $\frac{\text{کل زر}}{\text{اصل زر}}$ نسبت کو M اور اصل زر کو P مانیں تو سال کے آخر میں کل زر $P \times M$، دوسرے سال کے آخر میں کل زر $P \times M^2$ اور اسی طرح تیسرے سال کے آخر میں کل زر $P \times M^3$ ہوتا ہے۔ اس طریقے سے کتنے بھی سال کا کل زر معلوم کر سکتے ہیں۔

استانی : صحیح ہے ! R فی صدی فی سال شرح سود ہو تو

$$\text{1 روپے کا 1 سال بعد کل زر} = 1 \times M = 1 \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) = 1 \times \left(\frac{100+R}{100}\right)$$

$$\therefore \text{ روپے کا 1 سال کا کل زر } P = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) = P \times \frac{100+R}{100}$$

$\therefore$ اصل زر P، شرح سود R فی صدی فی سال اور مدت N ہو تو

$$N \text{ سال بعد کل زر} = A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = P \times \left(\frac{100+R}{100}\right)^N$$

حل کردہ مثالیں

مثال (1) 4000 روپے کا 3 سال کا $12\frac{1}{2}$ فی صدی فی سال شرح سے مرکب سود معلوم کیجیے۔

حل : یہاں، $P = 4000$، $R = 12\frac{1}{2}\%$، $N = 3$ سال

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N = P\left(1+\frac{12.5}{100}\right)^3$$

$$= 4000\left(1+\frac{125}{1000}\right)^3$$

$$A = 4000\left(\frac{1125}{1000}\right)^3 = 4000\left(\frac{9}{8}\right)^3$$

= 5695.31 روپے

تین سال بعد مرکب سود = کل زر − اصل زر

= 5695.31 − 4000 = 1695.31 روپے

مشقی سیٹ 14.1

.1 مرکب سود کے حساب سے کل زر اور مرکب سود معلوم کیجیے۔

نمبر شمار	اصل زر (روپے)	شرح (فی صدی فی سال)	مدت (سال)
1	2000	5	2
2	5000	8	3
3	4000	7.5	2

.2 سمیر راؤ نے ایک امداد باہمی انجمن سے 12 فی صدی فی سال شرح سے 3 سال کے لیے 12500 روپے قرض لیے۔ تو اسے تیسرے سال کے آخر میں مرکب سود کے حساب سے کل کتنے روپے واپس کرنا ہوگا؟

.3 شلاکا نے $10\frac{1}{2}$ فی صدی فی سال شرح سود سے 8000 روپے قرض لے کر ایک کاروبار شروع کیا 2 سال بعد قرض واپس کرتے وقت مرکب سود کے حساب سے اسے کتنا سود ادا کرنا ہوگا؟

مزید معلومات کے لیے :

(1) کچھ مالیاتی کاروبار میں شرح سود ششماہی محسوب کیا جاتا ہے۔ N سال کی مدت کے لیے شرح سود R ہو تو ششماہی سود محسوب کرنے کے لیے دیے گئے اصل زر کے لیے شرح $\frac{R}{2}$ لیتے ہیں۔ N سال کے لیے چھ ماہ کے 2N مرحلے ہوتے ہیں اسے دھیان میں رکھتے ہوئے سود محسوب کرتے ہیں۔

(2) بہت سے مالیاتی ادارے مرکب سود محسوب کرنے کے لیے ماہانہ شرح استعمال کرتے ہیں، اس وقت سود کی ماہانہ شرح $\frac{R}{12}$ لیتے ہیں اور مدت N × 12 یعنی ایک سال کے کل مہینے لے کر سود محسوب کرتے ہیں۔

(3) آج کل بینک روزانہ سود کے حساب سے مرکب سود محسوب کرتا ہے۔

سرگرمی : آپ کے گھر کے قریب جو بینک ہو وہاں جا کر مختلف اسکیموں کے بارے میں جانکاری حاصل کریں۔ ان اسکیموں میں دیے ہوئے سود کی شرحوں کی جدول تیار کر کے کلاس میں لگائیں۔

آیئے سمجھ لیں

مرکب سود کے ضابطے کا اطلاق (Application of formula for compoundintrest)

مرکب سود کے طریقے سے کل زرِ معلوم کرنے کے ضابطے کا استعمال روزمرہ کی زندگی میں اور دوسرے شعبوں میں مثالیں حل کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے، مثلاً آبادی میں اضافہ، کسی سواری کی قیمت میں ہر سال ہونے والی کمی وغیرہ۔

بعض اشیاء کچھ عرصہ استعمال کرنے کے بعد فروخت کرنے پر ان کی قیمت خرید سے کم قیمت میں فروخت ہوتی ہیں ۔ قیمت میں ہونے والی کمی کو نقصان یا خسارہ (depreciation) کہتے ہیں۔

قیمتوں میں ہونے والا خسارہ متعین مدت میں متعین شرح سے ہوتا ہے۔ مثلاً مشینوں کی قیمت ہر سال متعین فیصدی کم ہوتی ہے۔ کچھ مدت بعد کم ہونے والی قیمت معلوم کرنے کے لیے مرکب سود کا ضابطہ استعمال کرتے ہیں۔

یہ قیمت معلوم کرنے کے لیے خسارے کی شرح معلوم ہونا چاہیے۔ شئے کی قیمت کم ہونے پر خسارے کی شرح R منفی لی جاتی ہے۔

حل کردہ مثالیں

مثال (1) ایک شہر کی آبادی ہر سال 8% بڑھتی ہے سال 2010 میں اس شہر کی آبادی 250000 تھی تو سال 2012 میں اس شہر کی آبادی کتنی تھی؟

حل : یہاں،

P = سال 2010 میں آبادی = 2,50,000

A = سال 2012 میں آبادی = ?

R = آبادی میں اضافہ کی شرح = 8%

N = 2 سال

A = 2012 میں یعنی 2 سال بعد ہونے والی آبادی

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N = 250000 \times \left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right) \times \left(\frac{108}{100}\right)$$

$$= 2,91,600$$

∴ 2012 میں شہر کی آبادی 2,91,600 تھی۔

مثال (2) نازیہ نے ایک اسکوٹر 2015 میں 60,000 روپے کا خریدا۔ خسارے کی شرح 20 فی صدی فی سال ہو تو 2 سال بعد اس اسکوٹر کی قیمت کیا ہو جائے گی؟

حل : یہاں روپے $P = 60000$، 2 سال بعد ملنے والی رقم $= A$، خسارے کی شرح $= R = -20\%$ ، $N = 2$ سال

2 سال بعد ملنے والی رقم $= A$

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 60000 \times \left(1 + \frac{-20}{100}\right)^2$$

$$= 60000 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2$$

$$= 60000 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= 60000 \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$$

$A = 38400$ روپے

2 سال بعد نازیہ کے اس اسکوٹر کی قیمت 38,400 روپے ہو جائے گی۔

مرکب سود کے طریقے سے سود معلوم کرنے کے ضابطے میں A، P، N، R ان چاروں میں سے کوئی تین دیے جائیں تو چوتھا معلوم کیا جا سکتا ہے۔

مثال (3) ایک رقم کا 10 فی صدی فی سال شرح سے 3 سال میں مرکب سود کے حساب سے 6655 روپے کل زر ہوتا ہے۔ وہ رقم معلوم کیجیے۔

حل : یہاں روپے $A = 6655$، فی صدی فی سال شرح $R = 10$، $N = 3$ سال

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore\ 6655 = P \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \quad = P \times \left(\frac{110}{100}\right)^3 \quad = P \times \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$\therefore\ P = \frac{6655 \times 10^3}{11 \times 11 \times 11}\ ,\quad P = 5 \times 10^3 = 5000$$

$\therefore$ وہ رقم 5000 روپے ہے۔

مثال (4) 10 فی صدی فی سال شرح سے 9000 روپے کا کتنے سال میں مرکب سود 1890 روپے ہو جائے گا۔

حل : یہاں، $R = 10$، روپے $P = 9000$، روپے $1890 =$ مرکب سود

پہلے مرکب سود کے حساب سے کل زر معلوم کریں گے۔ $A = P + I = 9000 + 1890 = 10890$

مرکب سود کے حساب سے کل زر معلوم کرنے کا ضابطہ لکھ کر اس میں قیمت رکھیں گے۔

$$A = 10890 = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = 9000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^N = 9000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{10890}{9000} = \frac{121}{100}\ ,\quad \therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{121}{100}\ ,\quad \therefore\ N = 2$$

$\therefore$ 2 سال میں مرکب سود 1890 روپے ہو جائے گا۔

مشقی سیٹ 14.2

1. ایک عبوری (فلائی اوور) پل کی تعمیر میں ابتداء میں 320 مزدور تھے۔ ہر سال مزدوروں کی تعداد میں 25% اضافہ ہوتا ہے تو 2 سال بعد اس کام پر کتنے مزدور ہوں گے؟

2. ایک گڈریے کے پاس ابتداء میں 200 بکریاں تھیں۔ ہر سال ان کی تعداد میں 10% اضافہ ہوتا ہے تو 2 سال بعد گڈریے کے پاس کتنی بکریاں ہوں گی؟

3. ایک تحفظ گاہ میں 40,000 درخت تھے۔ درختوں کی تعداد میں ہر سال 5% کی شرح سے اضافہ کرنے کا فیصلہ کیا گیا تو 3 سال بعد تحفظ گاہ میں درختوں کی تعداد کیا ہوجانا چاہیے؟

4. آج ایک مشین 2,50,000 روپے میں خریدی گئی۔ خسارے کی شرح 10% فی سال ہے۔ اسے 2 سال بعد فروخت کردیا جائے تو فروخت قیمت، خرید قیمت سے کتنا کم ہوجائے گی؟

5. ایک اصل زر کی 16 فی صدی فی سال شرح سے مرکب سود کے حساب سے 2 سال کا کل زر 4036.80 روپے ہے تو 2 سال میں ہونے والا سود کتنا ہوگا؟

6. 15000 روپے 12 فی صدی فی سال شرح مرکب سود کے حساب سے قرض لیا گیا تو 3 سال بعد کتنے روپے واپس کرنا ہوں گے؟

7. 18 فی صدی فی سال شرح مرکب سود کے حساب سے ایک اصل زر کا 2 سال کا کل زر 13924 روپے ہوتا ہے تو اصل زر کتنا تھا؟

8. شہر کے ایک محلے کی آبادی متعین شرح سے بڑھتی ہے۔ اس محلے کی موجودہ اور 2 سال بعد آبادی بالترتیب 16000 اور 17640 ہے تو آبادی میں اضافہ کی شرح معلوم کیجیے؟

9. 700 روپے کا 10 فی صدی فی سال شرح سے کتنے سال میں کل زر 847 روپے ہوگا؟

10. 8 فی صدی فی سال شرح سود سے 20,000 روپے کا 2 سال میں ہونے والے مفرد سود اور مرکب سود کے درمیان فرق معلوم کیجیے۔

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 14.1 : **1.** (1) ₹2205, ₹205 (2) ₹6298.56, ₹1298.56 (3) ₹4622.5, ₹622.5
2. ₹17561.60 **3.** ₹1768.2

مشقی سیٹ 14.2 : **1.** 500 مزدور **2.** 242 بکریاں **3.** 46,305 درخت **4.** ₹47,500 **5.** ₹1036.80
6. ₹21,073.92 **7.** ₹10,000 **8.** 5 فیصدی فی سال **9.** 2 سال میں **10.** ₹128

❑❑❑