12 یک متغیری مساواتیں

آیئے ذرا یاد کریں

گذشتہ جماعتوں میں ہم نے یک متغیری مساوات کا مطالعہ کیا ہے۔

- مساوات میں دیے گئے متغیر کی قیمت رکھنے پر مساوات کے دونوں طرفین مساوی ہوجاتے ہیں وہ قیمت اُس مساوات کا حل ہوتی ہے۔
- مساوات حل کرنا یعنی اس کا حل معلوم کرنا۔
- مساوات کے طرفین پر یکساں عمل کرنے سے حاصل ہونے والی مساوات میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ اس خصوصیت کا استعمال کرکے ہم نئی آسان مساوات بنا کر دی ہوئی مساوات کو حل کرتے ہیں۔

مساوات کے طرفین پر کیے جانے والے اعمال :

(i) طرفین میں مساوی عدد جمع کرنا۔ (ii) طرفین میں مساوی عدد تفریق کرنا۔

(iii) طرفین کو مساوی عدد سے ضرب کرنا۔ (iv) طرفین کو غیر صفر مساوی عدد سے تقسیم کرنا۔

درج ذیل مساوات حل کرنے کے لیے خالی چوکون مکمل کیجیے :

مثال (1) $x + 4 = 9$

$x + 4 - \square = 9 - \square$

$\therefore\ x = \square$

مثال (2) $x - 2 = 7$

$x - 2 + \square = 7 + \square$

$\therefore\ x = \square$

مثال (3) $\frac{x}{3} = 4$

$\frac{x}{3} \times \square = 4 \times \square$

$\therefore\ x = \square$

مثال (4) $4x = 24$

$\frac{4x}{\square} = \frac{24}{\square}$

$\therefore\ x = \square$

آیئے سمجھ لیں

یک متغیری مساواتوں کا حل (Solution of equation s in one vaireable)

کبھی کبھی مساوات حل کرنے کے لیے اس پر ایک سے زیادہ اعمال کرنا ہوتا ہے۔ ایسی مساوات کے دونوں جانب عمل کرکے حل معلوم کرنے کی کچھ مثالیں دیکھیں گے۔

مثال (1) مساوات حل کیجیے۔

(i) $2(x-3) = \frac{3}{5}(x+4)$

حل : طرفین کو 5 سے ضرب کرنے پر

$10(x-3) = 3(x+4)$

$\therefore\ 10x - 30 = 3x + 12$

طرفین میں 30 جمع کرنے پر

$\therefore\ 10x - 30 + 30 = 3x + 12 + 30$

$10x = 3x + 42$

طرفین میں 3x تفریق کرنے پر

$\therefore\ 10x - 3x = 3x + 42 - 3x$

$\therefore\ 7x = 42$

طرفین کو 7 سے تقسیم کرنے پر

$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$

$\therefore\ x = 6$

(ii) $9x - 4 = 6x + 29$

حل : طرفین میں 4 جمع کرنے پر

$9x - 4 + 4 = 6x + 29 + 4$

$\therefore\ 9x = 6x + 33$

طرفین میں 6x تفریق کرنے پر

$\therefore\ 9x - 6x = 6x + 33 - 6x$

$\therefore\ 3x = 33$

طرفین کو 3 سے تقسیم کرنے پر

$\therefore\ \frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$

$\therefore\ x = 11$

(iii) $\frac{2}{3} + 5a = 4$

حل : طریقہ (I)

$\frac{2}{3} + 5a = 4$

طرفین کے ہر رکن کو 3 سے ضرب کرنے پر

$3 \times \frac{2}{3} + 3 \times 5a = 4 \times 3$

$\therefore\ 2 + 15a = 12$

$\therefore\ 15a = 12 - 2$

$\therefore\ 15a = 10$

$\therefore\ a = \frac{10}{15}$

$\therefore\ a = \frac{2}{3}$

طریقہ (II)

طرفین سے $\frac{2}{3}$ تفریق کرنے پر

$\frac{2}{3} + 5a - \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3}$

$\therefore\ 5a = \frac{12-2}{3}$

$\therefore\ 5a = \frac{10}{3}$

طرفین کو 5 سے تقسیم کرنے پر

$\frac{5a}{5} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$

$\therefore\ a = \frac{2}{3}$

الجبری عبارت $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ میں اگر A، B، C، D غیر صفر اعداد ہوں تو طرفین کو $B \times D$ سے ضرب کرنے پر $AD = BC$ مساوات حاصل ہوتی ہے۔ اس کا استعمال کرکے مثالیں حل کریں گے۔

(iv) $\dfrac{(x-7)}{(x-2)} = \dfrac{5}{4}$

حل : $\dfrac{(x-7)}{(x-2)} = \dfrac{5}{4}$

$\therefore\ 4(x - 7) = 5(x - 2)$

$\therefore\ 4x - 28 = 5x - 10$

$\therefore\ 4x - 5x = -10 + 28$

$\therefore\ -x = 18 \quad , \quad \therefore\ x = -18$

(v) $\dfrac{8m-1}{2m+3} = 2$

حل : $\dfrac{8m-1}{2m+3} = \dfrac{2}{1}$

$1(8m - 1) = 2(2m + 3)$

$\therefore\ 8m - 1 = 4m + 6$

$\therefore\ 8m - 4m = 6 + 1$

$\therefore\ 4m = 7 \quad , \quad \therefore\ m = \dfrac{7}{4}$

مشق سیٹ 12.1

.1 ہر مساوات کے بعد متغیر کے لیے دی گئی قیمت، اس مساوات کا حل ہیں یا نہیں معلوم کیجیے۔

(1) $x - 4 = 3$, $x = -1, 7, -7$ (2) $9m = 81$, $m = 3, 9, -3$

(3) $2a + 4 = 0$, $a = 2, -2, 1$ (4) $3 - y = 4$, $y = -1, 1, 2$

.2 درج ذیل مساوات حل کیجیے۔

(1) $17p - 2 = 49$ (2) $2m + 7 = 9$ (3) $3x + 12 = 2x - 4$

(4) $5(x - 3) = 3(x + 2)$ (5) $\dfrac{9x}{8} + 1 = 10$ (6) $\dfrac{y}{7} + \dfrac{y-4}{3} = 2$

(7) $13x - 5 = \dfrac{3}{2}$ (8) $3(y + 8) = 10(y - 4) + 8$ (9) $\dfrac{x-9}{x-5} = \dfrac{5}{7}$

(10) $\dfrac{y-4}{3} + 3y = 4$ (11) $\dfrac{b+(b+1)+(b+2)}{4} = 21$

آیئے سمجھ لیں

عبارتی سوالات (Word Problems)

عبارتی سوالات میں دی ہوئی معلومات کے لیے متغیر کا استعمال کرکے الجبری عبارت کس طرح لکھتے ہیں اس کا مطالعہ کریں گے۔

میری عمر x سال ہے

- میری بہن کی عمر، میری عمر سے 4 سال کم ہے۔ ∴ بہن کی عمر = ☐ سال
- میری دادی جان کی عمر، میری عمر کے 4 گنا سے 10 سال زیادہ ہے۔ دادی کی عمر = $(4x + 10)$ سال
- میرے والد صاحب کی عمر، میری عمر سے 32 سال زیادہ ہے۔ ∴ والد کی عمر = ☐ سال
- میری والدہ کی عمر میری عمر کا تین گنا ہے ∴ والدہ کی عمر = ☐ سال
- میرے دوست کی عمر، میری عمر کے نصف سے 5 سال زیادہ ہے۔ ∴ دوست کی عمر = ☐ سال

مندرجہ بالا دی ہوئی معلومات کے مطابق میرے دوست کی عمر اگر 12 سال ہو تو میری عمر کتنی؟

میری عمر = x سال ، $\therefore$ دوست کی عمر = $\frac{x}{2} + 5$

$\frac{x}{2} + 5 = 12$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \; x + 10 = 24$ ... (ہر رکن کو 2 سے ضرب کرنے پر)

$\therefore \; x = 24 - 10$

$\therefore \; x = 14$

اس لیے میری عمر 14 سال ہے۔اس طریقے سے مندرجہ بالا معلومات کی مدد سے دیگر افراد کی عمریں معلوم کیجیے۔

عملی کام : خالی چوکون میں مناسب عدد لکھیے۔

چوڑائی کے تین گنا لمبائی

میں مستطیل ہوں
میرا احاطہ 40 سم ہے

چوڑائی
x

مستطیل کا احاطہ $= 40$

$2(\square\, x + \square\, x) = 40$

$2 \times \square\, x = 40$

$\square\, x = 40$

$\therefore \; x = \square$

مستطیل کی لمبائی = $\square$ سم اور مستطیل کی چوڑائی = $\square$ سم

حل کردہ مثالیں

مثال (1) جوزف کا وزن اس کے چھوٹے بھائی کے وزن کا دگنا ہے۔دونوں کا کل وزن 63 کلوگرام ہے۔تو جوزف کا وزن معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے جوزف کے چھوٹے بھائی کا وزن = x کلوگرام

اس لیے جوزف کا وزن بھائی کے وزن کا دگنا = $2x$ کلوگرام

شرط کے مطابق، $x + 2x = 63$

$\therefore \; 3x = 63$ ، $\therefore \; x = 21$

$\therefore$ جوزف کا وزن = $2x = 2 \times 21 = 42$ کلوگرام

مثال (2) ایک کسر کا شمارکنندہ، اس کے نسب نما سے 5 بڑا ہے۔شمارکنندہ اور نسب نما ہر ایک میں 4 جمع کرنے پر وہ کسر $\frac{6}{5}$ ہوجاتی ہے، وہ کسر معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے کسر کا نسب نما x ہے۔

اس کسر کا شمارکنندہ، نسب نما سے 5 زیادہ ہے یعنی $(x+5)$ ہے۔

$\therefore$ وہ کسر = $\frac{x+5}{x}$

اس کے شمار کنندہ اور نسب نما میں 4 جمع کرنے پر وہ کسر $\frac{6}{5}$ ہوگی۔

$$\therefore \quad \frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \quad \frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \quad 5(x+9) = 6(x+4)$$

$$\therefore \quad 5x + 45 = 6x + 24$$

$$\therefore \quad 45 - 24 = 6x - 5x$$

$$21 = x$$

$\therefore$ کسر کا نسب نما $= 21$

شمار کنندہ $= 21 + 5 = 26$

$\therefore$ وہ کسر $= \frac{26}{21}$

مثال (3) رتنا کے پاس رقم، رفیق کے پاس کی رقم کا تین گنا سے 200 روپے زیادہ ہے۔ اگر رتنا کے 300 روپے رفیق کو دیے جائیں تو رتنا کے پاس رقم، رفیق کے پاس کی رقم کا $\frac{7}{4}$ گنا ہوجاتی ہے۔ تو رفیق کے پاس ابتدا میں کتنی رقم تھی؟ اصل قیمت معلوم کرنے کے لیے ذیل کا عمل مکمل کیجیے۔

حل : رتنا کے پاس رقم، رفیق کے پاس کی رقم کے تین گنا سے 200 روپے زیادہ ہے۔ فرض کیجیے رفیق کے پاس x روپے ہیں۔

$\therefore$ رتنا کے پاس کی رقم ☐ روپے ہیں۔

$\therefore$ رتنا سے 300 روپے لے کر رفیق کو دیے، لہٰذا رتنا کے پاس ☐ روپے باقی رہے۔

اس لیے رفیق کے پاس کی رقم $= x + 300$ روپے

رتنا کے پاس باقی ماندہ رقم، رفیق کی رقم کا $\frac{7}{4}$ گنا ہوگئی۔

$\frac{\text{رتنا کی رقم}}{\text{رفیق کی رقم}} = \frac{☐}{☐}$

$\frac{3x-100}{x+300} = \frac{☐}{☐}$

$4\,☐ = 7\,☐$

$12x - 400 = 7x + 2100$

$12x - 7x =$ ☐

$5x =$ ☐

$x =$ ☐

$\therefore$ رفیق کے پاس ☐ روپے تھے۔

مشقی سیٹ 12.2

1. ماں کی عمر بیٹے کی عمر سے 25 سال زیادہ ہے۔ 8 سال بعد، بیٹے کی عمر اور ماں کی عمر کے درمیان نسبت $\frac{4}{9}$ ہوجائے گی تو بیٹے کی عمر معلوم کیجیے۔

2. ایک کسر کا نسب نما، شمار کنندہ سے 12 زیادہ ہے۔ اس کے نسب نما سے 2 تفریق کریں اور شمار کنندہ میں 7 جمع کرنے پر حاصل ہونے والی کسر $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہوتی ہے۔ وہ کسر معلوم کیجیے۔

3. پیتل میں تانبہ اور جست کا تناسب 13 : 7 ہے۔ 700 گرام پیتل کے برتن میں جست کتنا ہوگا؟

4.* تین متواتر مکمل اعداد کا مجموعہ 45 سے زیادہ لیکن 54 سے کم ہے۔ وہ اعداد معلوم کیجیے۔

5. دو ہندسی عدد کے دہائی کا ہندسہ، اکائی کے ہندسے کا دگنا ہے۔ ہندسوں کا مقام آپس میں تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والا عدد اور اصل عدد کا مجموعہ 66 ہے۔ تو اصل عدد معلوم کیجیے۔

6.* ایک تھیٹر پر ڈراما کے 200 روپے اور 100 روپے والے کچھ ٹکٹ فروخت ہوئے۔ 200 روپے والے ٹکٹوں کی تعداد، 100 روپے والے ٹکٹوں کی تعداد سے 20 زیادہ ہے۔ دونوں قسم کے ٹکٹ فروخت کرنے پر تھیٹر کو 37,000 روپے حاصل ہوئے۔ تو 100 روپے کے کل کتنے ٹکٹ فروخت ہوئے؟

7. تین متواتر طبعی اعداد میں سب سے چھوٹے عدد کا پانچ گنا، سب سے بڑے عدد کے چار گنا سے 9 زیادہ ہے۔ وہ اعداد معلوم کیجیے۔

8. راجو نے ایک سائیکل 8% نفع پر امیت کو فروخت کی۔ امیت نے 54 روپے خرچ کر کے اسے درست کیا۔ وہ سائیکل اس نے نکھل کو 1134 روپے میں فروخت کیا۔ تب امیت کو نہ نفع ہوا نہ نقصان۔ تو راجو نے سائیکل کتنے روپے میں خریدی تھی؟

9. ایک کرکٹ کھلاڑی نے ایک مقابلے میں 180 رن بنائے۔ دوسرے مقابلے میں 257 رن بنائے۔ تیسرے مقابلے میں اسے کتنے رن بنانے ہوں گے کہ مقابلوں میں بنائے ہوئے رنوں کا اوسط 230 ہو جائے؟

10. سدھیر کی عمر، ویرو کی عمر کا تین گنا سے 5 زیادہ ہے۔ انیل کی عمر سدھیر کی عمر کا نصف ہے۔ سدھیر کی عمر اور ویرو کی عمر کا مجموعہ اور انیل کی عمر کا تین گنا کی نسبت 6 : 5 ہے۔ تو ویرو کی عمر معلوم کیجیے۔

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 12.1 : **1.** مساوات کے حل کی قیمت (1) $x = 7$ (2) $m = 9$ (3) $a = -2$ (4) $y = -1$ **2.** (1) $p = 3$ (2) $m = 1$ (3) $x = -16$ (4) $x = \frac{21}{2}$ (5) $x = 8$ (6) $y = 7$ (7) $x = \frac{1}{2}$ (8) $y = 8$ (9) $x = 19$ (10) $y = \frac{8}{5}$ (11) $b = 27$

مشقی سیٹ 12.2 : **1.** 12 سال **2.** $\frac{23}{35}$ **3.** 245 گرام **4.** 15, 16, 17 یا 16, 17, 18 **5.** 42 **6.** 110 **7.** 17, 18, 19 **8.** ₹1000 **9.** 253 **10.** 5 سال

❑❑❑

DGFHGR