

یک متغیری مساواتیں

12

آئیے ذرا یاد کریں



گذشتہ جماعتوں میں ہم نے یک متغیری مساوات کا مطالعہ کیا ہے۔

- مساوات میں دیے گئے متغیر کی قیمت رکھنے پر مساوات کے دونوں طرفین مساوی ہو جاتے ہیں وہ قیمت اس مساوات کا حل ہوتی ہے۔
- مساوات حل کرنا یعنی اس کا حل معلوم کرنا۔
- مساوات کے طرفین پر یکساں عمل کرنے سے حاصل ہونے والی مساوات میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ اس خصوصیت کا استعمال کر کے ہم نے آسان مساوات بنایا کر دی ہوئی مساوات کو حل کرتے ہیں۔

مساوات کے طرفین پر کیے جانے والے اعمال :

(i) طرفین میں مساوی عدد جمع کرنا۔ (ii) طرفین میں مساوی عدد تفریق کرنا۔

(iii) طرفین کو مساوی عدد سے ضرب کرنا۔ (iv) طرفین کو غیر صفر مساوی عدد سے تقسیم کرنا۔

درج ذیل مساوات حل کرنے کے لیے خالی چوکوں مکمل کیجیے :

(1) مثال $x + 4 = 9$

$$x + 4 - \boxed{} = 9 - \boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$

(3) مثال $\frac{x}{3} = 4$

$$\frac{x}{3} \times \boxed{} = 4 \times \boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$

(2) مثال $x - 2 = 7$

$$x - 2 + \boxed{} = 7 + \boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$

(4) مثال $4x = 24$

$$\frac{4x}{\boxed{}} = \frac{24}{\boxed{}}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$



یک متغیری مساواتوں کا حل (Solution of equations in one variable)

کبھی کبھی مساوات حل کرنے کے لیے اس پر ایک سے زیادہ اعمال کرنا ہوتا ہے۔ ایسی مساوات کے دونوں جانب عمل کر کے حل معلوم کرنے کی کچھ مثالیں دیکھیں گے۔

مثال (1) مساوات حل کیجیے۔

$$(ii) \quad 9x - 4 = 6x + 29$$

حل : طرفین میں 4 جمع کرنے پر

$$9x - 4 + 4 = 6x + 29 + 4$$

$$\therefore 9x = 6x + 33$$

طرفین میں $6x$ تفریق کرنے پر

$$\therefore 9x - 6x = 6x + 33 - 6x$$

$$\therefore 3x = 33$$

طرفین کو 3 سے تقسیم کرنے پر

$$\therefore \frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$$

$$\therefore x = 11$$

$$(i) \quad 2(x - 3) = \frac{3}{5}(x + 4)$$

حل : طرفین کو 5 سے ضرب کرنے پر

$$10(x - 3) = 3(x + 4)$$

$$\therefore 10x - 30 = 3x + 12$$

طرفین میں 30 جمع کرنے پر

$$\therefore 10x - 30 + 30 = 3x + 12 + 30$$

$$10x = 3x + 42$$

طرفین میں $3x$ تفریق کرنے پر

$$\therefore 10x - 3x = 3x + 42 - 3x$$

$$\therefore 7x = 42$$

طرفین کو 7 سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$$

$$\therefore x = 6$$

$$\frac{2}{3} + 5a = 4 \quad (\text{iii})$$

حل : طریقہ (I)

$$\frac{2}{3} + 5a = 4$$

طرفین کے ہر کن کو 3 سے ضرب کرنے پر

$$3 \times \frac{2}{3} + 3 \times 5a = 4 \times 3$$

$$\therefore 2 + 15a = 12$$

$$\therefore 15a = 12 - 2$$

$$\therefore 15a = 10$$

$$\therefore a = \frac{10}{15}$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

الجبری عبارت $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ میں اگر A, B, C, D غیر صفر اعداد ہوں تو طرفین کو $B \times D$ سے ضرب کرنے پر

مساوات حاصل ہوتی ہے۔ اس کا استعمال کر کے مثالیں حل کریں گے۔

$$(v) \frac{8m-1}{2m+3} = 2$$

$$\text{حل: } \frac{8m-1}{2m+3} = \frac{2}{1}$$

$$1(8m - 1) = 2(2m + 3)$$

$$\therefore 8m - 1 = 4m + 6$$

$$\therefore 8m - 4m = 6 + 1$$

$$\therefore 4m = 7, \therefore m = \frac{7}{4}$$

$$(iv) \frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$$

$$\text{حل: } \frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore 4(x - 7) = 5(x - 2)$$

$$\therefore 4x - 28 = 5x - 10$$

$$\therefore 4x - 5x = -10 + 28$$

$$\therefore -x = 18, \therefore x = -18$$

مشقی سیٹ 12.1

1. ہر مساوات کے بعد متغیر کے لیے دی گئی قیمت، اس مساوات کا حل ہیں یا نہیں معلوم کیجیے۔

$$(1) x - 4 = 3, \quad x = -1, 7, -7$$

$$(2) 9m = 81, \quad m = 3, 9, -3$$

$$(3) 2a + 4 = 0, \quad a = 2, -2, 1$$

$$(4) 3 - y = 4, \quad y = -1, 1, 2$$

2. درج ذیل مساوات کا حل کیجیے۔

$$(1) 17p - 2 = 49$$

$$(2) 2m + 7 = 9$$

$$(3) 3x + 12 = 2x - 4$$

$$(4) 5(x - 3) = 3(x + 2) \quad (5) \frac{9x}{8} + 1 = 10$$

$$(6) \frac{y}{7} + \frac{y-4}{3} = 2$$

$$(7) 13x - 5 = \frac{3}{2}$$

$$(8) 3(y + 8) = 10(y - 4) + 8$$

$$(9) \frac{x-9}{x-5} = \frac{5}{7}$$

$$(10) \frac{y-4}{3} + 3y = 4$$

$$(11) \frac{b+(b+1)+(b+2)}{4} = 21$$



عبارتی سوالات (Word Problems)

عبارتی سوالات میں دی ہوئی معلومات کے لیے متغیر کا استعمال کر کے الجبری عبارت کس طرح لکھتے ہیں اس کا مطالعہ کریں گے۔

میرے والد صاحب کی عمر، میری عمر
سے 32 سال زیادہ ہے۔
سال $\boxed{\quad}$ = والد کی عمر ..

میری دادی جان کی عمر، میری عمر کے 4 گنا
سے 10 سال زیادہ ہے۔
سال $(4x + 10)$ = دادی کی عمر

میری بہن کی عمر، میری عمر سے 4 سال
کم ہے۔
سال $\boxed{\quad}$ = بہن کی عمر ..

میرے دوست کی عمر، میری عمر کے
نصف سے 5 سال زیادہ ہے۔
سال $\boxed{\quad}$ = دوست کی عمر ..

میری عمر x سال ہے

میری والدہ کی عمر میری عمر کا تین گنا ہے
سال $\boxed{\quad}$ = والدہ کی عمر ..

مندرجہ بالا دی ہوئی معلومات کے مطابق میرے دوست کی عمر اگر 12 سال ہو تو میری عمر کتنی؟

$$\text{سال } x = \text{میری عمر} \quad , \quad \therefore \quad \text{دوست کی عمر} = \frac{x}{2} + 5$$

$$\frac{x}{2} + 5 = 12 \quad \dots \quad (\text{دیا ہوا ہے})$$

$$\therefore x + 10 = 24 \quad \dots \quad (\text{ہر کن کو 2 سے ضرب کرنے پر})$$

$$\therefore x = 24 - 10$$

$$\therefore x = 14$$

اس لیے میری عمر 14 سال ہے۔ اس طریقے سے مندرجہ بالا معلومات کی مدد سے دیگر افراد کی عورتیں معلوم کیجیے۔

عملی کام : خالی چکوں میں مناسب عدد لکھیے۔

$$\begin{aligned} & \text{مستطیل کا احاطہ} = 40 \\ 2(\boxed{}x + \boxed{}x) &= 40 \\ 2 \times \boxed{}x &= 40 \\ \boxed{}x &= 40 \\ \therefore x &= \boxed{} \end{aligned}$$

چڑائی کے تین گناہماں
میں مستطیل ہوں
چڑائی
میرا احاطہ 40 سم ہے
 x

سم = مستطیل کی لمبائی اور سم = $\boxed{}$ = مستطیل کی چوڑائی

حل کردہ مثالیں

مثال (1) جوزف کا وزن اس کے چھوٹے بھائی کے وزن کا دگنا ہے۔ دونوں کا کل وزن 63 کلوگرام ہے۔ تو جوزف کا وزن معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے جوزف کے چھوٹے بھائی کا وزن = x کلوگرام

اس لیے جوزف کا وزن بھائی کے وزن کا دگنا = $2x$ کلوگرام

شرط کے مطابق،

$$x + 2x = 63 \quad \therefore \quad 3x = 63 \quad , \quad \therefore x = 21$$

$$\text{کلوگرام } 42 = 2x = 2 \times 21 = \text{جوزف کا وزن} \quad \therefore$$

مثال (2) ایک کسر کا شمارکنندہ، اس کے نسب نمائے 5 بڑا ہے۔ شمارکنندہ اور نسب نمائہ ایک میں 4 جمع کرنے پر وہ کسر $\frac{6}{5}$ ہو جاتی ہے،

وہ کسر معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے کسر کا نسب نمائہ x ہے۔

اس کسر کا شمارکنندہ، نسب نمائے 5 زیادہ ہے یعنی $(x+5)$ ہے۔

$$\therefore \frac{x+5}{x} = \text{وہ کسر}$$

اس کے شمارکنندہ اور نسب نما میں 4 جمع کرنے پر وہ کسر $\frac{6}{5}$ ہوگی۔

$$\therefore \frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5(x+9) = 6(x+4)$$

$$= \frac{26}{21} \text{ وہ کسر } \therefore$$

$$\therefore 5x + 45 = 6x + 24$$

$$\therefore 45 - 24 = 6x - 5x$$

$$21 = x$$

$$= \text{کسر کا نسب نما } \therefore$$

$$= \text{شمارکنندہ } = 21 + 5 = 26$$

مثال (3) رتنا کے پاس رقم، رفیق کے پاس کی رقم کا تین گناہ سے 200 روپے زیادہ ہے۔ اگر رتنا کے 300 روپے رفیق کو دیے جائیں تو رتنا کے پاس رقم، رفیق کے پاس کی رقم کا $\frac{7}{4}$ گناہ ہو جاتی ہے۔ تو رفیق کے پاس ابتدا میں کتنی رقم تھی؟ اصل قیمت معلوم کرنے کے لیے ذیل کا عمل مکمل کیجیے۔

حل : رتنا کے پاس رقم، رفیق کے پاس کی رقم کے تین گناہ سے 200 روپے زیادہ ہے۔ فرض کیجیے رفیق کے پاس x روپے ہیں۔

\therefore رتنا کے پاس کی رقم روپے ہیں۔

\therefore رتنا سے 300 روپے لے کر رفیق کو دیے، لہذا رتنا کے پاس روپے باقی رہے۔

اس لیے رفیق کے پاس کی رقم $= x + 300$ روپے

رتنا کے پاس باقی ماندہ رقم، رفیق کی رقم کا $\frac{7}{4}$ گناہ ہوگی۔

$$\frac{\text{رتنا کی رقم}}{\text{رفیق کی رقم}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\frac{3x - 100}{x + 300} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$4 \boxed{} = 7 \boxed{}$$

$$12x - 400 = 7x + 2100$$

$$12x - 7x = \boxed{}$$

$$5x = \boxed{}$$

$$x = \boxed{}$$

\therefore رفیق کے پاس روپے تھے۔

مشقی سیٹ 12.2

1. ماں کی عمر بیٹے کی عمر سے 25 سال زیادہ ہے۔ 8 سال بعد، بیٹے کی عمر اور ماں کی عمر کے درمیان نسبت $\frac{4}{9}$ ہو جائے گی تو بیٹے کی عمر معلوم کیجیے۔

2. ایک کسر کا نسب نما، شمارکنندہ سے 12 زیادہ ہے۔ اس کے نسب نما سے 2 تفریق کریں اور شمارکنندہ میں 7 جمع کرنے پر حاصل ہونے والی کسر $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہوتی ہے۔ وہ کسر معلوم کیجیے۔

- پیٹل میں تانبہ اور جست کا نسبت 7 : 13 ہے۔ 700 گرام پیٹل کے برتن میں جست کتنا ہوگا؟ .3
- تین متواتر مکمل اعداد کا مجموع 45 سے زیادہ لیکن 54 سے کم ہے۔ وہ اعداد معلوم کیجیے۔ .4*
- دو ہندسی عدد کے دہائی کا ہندسہ، اکائی کے ہندسے کا دگنا ہے۔ ہندسوں کا مقام آپس میں تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والا عدد اور اصل عدد کا مجموع 66 ہے۔ تو اصل عدد معلوم کیجیے۔ .5
- ایک تھیٹر پرڈراما کے 200 روپے اور 100 روپے والے کچھ ٹکٹ فروخت ہوئے۔ 200 روپے والے ٹکٹوں کی تعداد، 100 روپے والے ٹکٹوں کی تعداد سے 20 زیادہ ہے۔ دونوں قسم کے ٹکٹ فروخت کرنے پر تھیٹر کو 37,000 روپے حاصل ہوئے۔ تو 100 روپے کے کل کتنے ٹکٹ فروخت ہوئے؟ .6*
- تین متواتر طبعی اعداد میں سب سے چھوٹے عدد کا پانچ گنا، سب سے بڑے عدد کے چار گنا سے 9 زیادہ ہے۔ وہ اعداد معلوم کیجیے۔ .7
- راجو نے ایک سائیکل 8% نفع پر امیت کو فروخت کی۔ امیت نے 54 روپے خرچ کر کے اسے درست کیا۔ وہ سائیکل اس نے تکھل کو 1134 روپے میں فروخت کیا۔ تب امیت کو نفع ہوانہ نقصان۔ تو راجو نے سائیکل کتنے روپے میں خریدی تھی؟ .8
- ایک کرکٹ کھلاڑی نے ایک مقابلے میں 180 رن بنائے۔ دوسرے مقابلے میں 257 رن بنائے۔ تیسرا مقابلے میں اسے کتنے رن بنانے ہوں گے کہ مقابلوں میں بنائے ہوئے رنوں کا اوسط 230 ہو جائے؟ .9
- سدھیر کی عمر، ویو کی عمر کا تین گنا سے 5 زیادہ ہے۔ انیل کی عمر سدھیر کی عمر کا نصف ہے۔ سدھیر کی عمر اور ویو کی عمر کا مجموع اور انیل کی عمر کا تین گنا کی نسبت 6 : 5 ہے۔ تو ویو کی عمر معلوم کیجیے۔ .10

جوابات کی فہرست

- 12.1** مساوات کے حل کی قیمت 1. (1) $x = 7$ (2) $m = 9$ (3) $a = -2$
- (4) $y = -1$ 2. (1) $p = 3$ (2) $m = 1$ (3) $x = -16$ (4) $x = \frac{21}{2}$ (5) $x = 8$ (6) $y = 7$
- (7) $x = \frac{1}{2}$ (8) $y = 8$ (9) $x = 19$ (10) $y = \frac{8}{5}$ (11) $b = 27$
- 12.2** مشتقی سیٹ 1. 12 سال 2. $\frac{23}{35}$ 3. 245 گرام 4. 15, 16, 17 یا 16, 17, 18
5. 42 6. 110 7. 17, 18, 19 8. ₹1000 9. 253 10. 5 سال

