

ذواریعۃ الاضلاع بنانا اور ذواریعۃ الاضلاع کی قسمیں

8

آئیے ذرا یاد کریں



• دی ہوئی پیمائشوں کے مطابق مثلث بنائیے۔

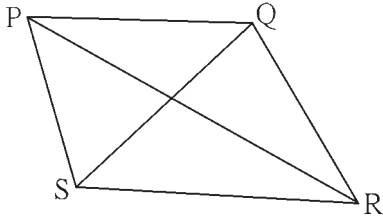
(1) $\triangle ABC$ میں $l(AB) = 5$ سم، $l(BC) = 5.5$ سم، $l(AC) = 6$ سم

(2) $\triangle DEF$ میں $m\angle D = 35^\circ$ ، $m\angle F = 100^\circ$ ، $l(DF) = 4.8$ سم

(3) $\triangle MNP$ میں $m\angle P = 75^\circ$ ، $l(NP) = 4.5$ سم، $l(MP) = 6.2$ سم

(4) $\triangle XYZ$ میں $m\angle Y = 90^\circ$ ، $l(XY) = 4.2$ سم، $l(XZ) = 7$ سم

• کسی بھی ذواریعۃ الاضلاع کے چار زاویے، چار ضلعے اور دو وتر اس طرح کل دس اجزا ہوتے ہیں۔



آئیے سمجھ لیں



ذواریعۃ الاضلاع بنانا (Construction of a quadrilateral) :

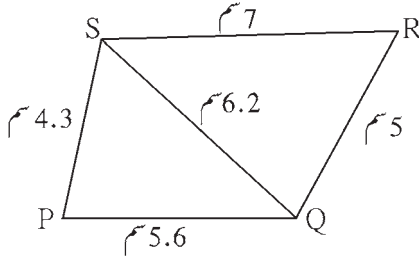
ذواریعۃ الاضلاع کے کل دس اجزا میں سے مخصوص 5 اجزا کی پیمائش معلوم ہو تو اس ذواریعۃ الاضلاع کو ہم بنا سکتے ہیں۔ اس عمل کی بنیاد مثلث بنانے کے عمل کے جیسی ہے۔ اسے ہم ذیل کی مثال سے سمجھ لیں گے۔

(I) ذواریعۃ الاضلاع کے چار اضلاع اور ایک وتر دیا جائے تو ذواریعۃ الاضلاع بنانا :

مثال : $\square PQRS$ ، اس طرح بنائیے کہ $l(PQ) = 5.6$ سم، $l(QR) = 5$ سم، $l(PS) = 4.3$ سم، $l(RS) = 7$ سم

$l(QS) = 6.2$ سم

حل : ہم پہلے کچی شکل بنائیں گے۔



شکل میں ذواریعۃ الاضلاع کے دیے ہوئے اجزا کی معلومات دکھائیے۔

شکل کو دیکھنے پر واضح ہوتا ہے کہ $\triangle SPQ$ اور $\triangle SRQ$ کے تمام

اضلاع کی لمبائی ہمیں معلوم ہیں۔ اس بنا پر $\triangle SPQ$ اور $\triangle SRQ$

بنانے پر، دی ہوئی معلومات کے مطابق $\square PQRS$ حاصل ہوگا۔

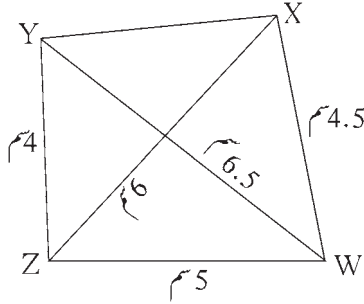
اس ذواریعۃ الاضلاع کو آپ خود بنائیے۔

(II) ذواربعۃ الاضلاع کے تین اضلاع اور دو وتر دیے جائیں تو ذواربعۃ الاضلاع بنانا :

مثال : □WXYZ، اس طرح بنائیے کہ سم $l(WX) = 4.5$ ، سم $l(ZX) = 6$ ، سم $l(YZ) = 4$

سم $l(YW) = 6.5$ ، سم $l(ZW) = 5$

حل : کچی شکل بنائیے۔ دی ہوئی معلومات شکل میں دکھائیے۔



شکل کو دیکھنے پر واضح ہوتا ہے کہ $\triangle WZY$ اور $\triangle WXZ$

کے تمام اضلاع کی لمبائی ہمیں دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر $\triangle WXZ$

اور $\triangle WZY$ بنائیے۔ اس کے بعد قطعہ XY کھینچنے پر ہمیں

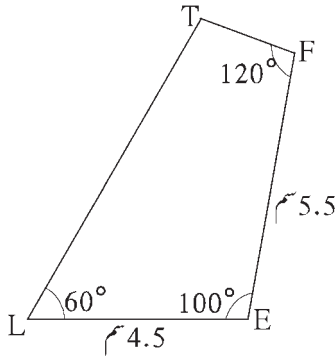
دی ہوئی پیمائش کا □WXYZ حاصل ہوگا۔

اب اس طرح ذواربعۃ الاضلاع آپ خود بنائیے۔

(III) ذواربعۃ الاضلاع کے دو متوازی اضلاع اور کوئی بھی تین زاویے دیے جائیں تو ذواربعۃ الاضلاع بنانا :

مثال : □LEFT، اس طرح بنائیے کہ $m\angle L = 60^\circ$ ، سم $l(EF) = 5.5$ ، سم $l(EL) = 4.5$ ، $m\angle F = 120^\circ$ ، $m\angle E = 100^\circ$

حل : کچی شکل بنا کر اس میں دی ہوئی معلومات دکھائیے۔



شکل کی مدد سے واضح ہوتا ہے کہ 4.5 سم لمبائی کا قطعہ LE کھینچنا اور

نقطہ E پر 100° پیمائش کا زاویہ بناتے ہوئے قطعہ EF کھینچنے پر

ذواربعۃ الاضلاع کے تین نقاط L، E اور F حاصل ہوتے ہیں۔ نقطہ

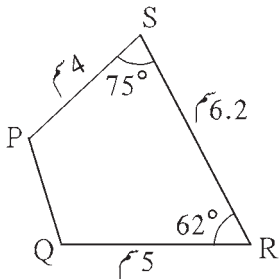
پر 60° پیمائش کا زاویہ بنانے والی اور نقطہ F پر 120° پیمائش کا زاویہ

بنانے والی شعاعیں کھینچیں۔ ان کا نقطہ تقاطع، نقطہ T ہوگا۔ اب آپ یہ

ذواربعۃ الاضلاع بنائیے۔

(IV) ذواربعۃ الاضلاع کے تین اضلاع اور ان میں شامل کیے ہوئے زاویے دیے ہوں تو ذواربعۃ الاضلاع بنانا :

مثال : □PQRS، اس طرح بنائیے کہ سم $l(SP) = 4$ ، سم $l(RS) = 6.2$ ، سم $l(QR) = 5$ ، $m\angle R = 62^\circ$ ، $m\angle S = 75^\circ$



حل : پہلے ذواربعۃ الاضلاع کی کچی شکل بنائیے اور اس میں دی ہوئی معلومات دکھائیے۔

اس بنا پر ہمیں سمجھ میں آتا ہے کہ دی ہوئی لمبائی کا قطعہ QR کھینچ کر نقطہ R پر

62° کا زاویہ بنانے والا قطعہ RS کھینچنے کی بنا پر ذواربعۃ الاضلاع کے نقاط

Q، R اور S حاصل ہوتے ہیں۔

قطعہ RS کے نقطہ S پر 75° پیمائش کا زاویہ بنانے والا قطعہ SP اس طرح کھینچیے کہ سم $SP = 4$ قطعہ، قطعہ PQ کھینچنے پر دی ہوئی پیمائش کا $\square PQRS$ حاصل ہوگا۔ اب آپ اس طرح کا عمل کرتے ہوئے شکل بنائیے۔

مشقی سیٹ 8.1

1. ذیل کی پیمائشوں کے مطابق ذواربعتہ الاضلاع بنائیے۔

(1) $\square MORE$ میں $m\angle R = 90^\circ$ ، $l(MO) = 5.8$ سم، $l(OR) = 4.4$ سم، $m\angle M = 58^\circ$ ، $m\angle O = 105^\circ$

(2) $\square DEFG$ اس طرح بنائیے کہ سم $l(DG) = 5.5$ سم، $l(EF) = 6.5$ سم، $l(DE) = 4.5$ سم، $l(EG) = 7.8$ سم

سم $l(DF) = 7.2$

(3) $\square ABCD$ میں، سم $l(AB) = 6.4$ سم، $l(BC) = 4.8$ سم، $m\angle A = 70^\circ$ ، $m\angle C = 140^\circ$ ، $m\angle B = 50^\circ$

(4) $\square LMNO$ اس طرح بنائیے کہ سم $l(ON) = l(NM) = 4.5$ سم، $l(LO) = 6$ سم، $l(LM) = 7.5$ سم، $l(OM) = 7.5$ سم

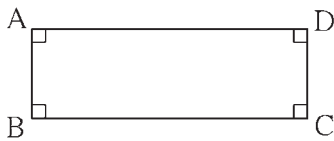
آئیے ذرا یاد کریں



ذواربعتہ الاضلاع کے اضلاع اور زاویوں پر مختلف قسم کی شرائط لگانے پر ذواربعتہ الاضلاع کی مختلف قسمیں حاصل ہوتی ہیں۔ قائمہ الزاویہ ذواربعتہ الاضلاع یا مستطیل اور مربع ان ذواربعتہ الاضلاع کی اقسام کا تعارف آپ کر چکے ہیں۔ ذواربعتہ الاضلاع کی مزید قسموں کا مطالعہ ہم عملی کام کے ذریعے کریں گے۔

قائمہ الزاویہ ذواربعتہ الاضلاع یا مستطیل (Rectangle) :

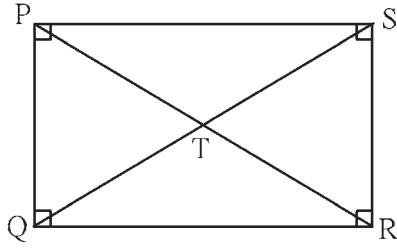
جس ذواربعتہ الاضلاع کے چاروں زاویے قائمہ ہوتے ہیں اس ذواربعتہ الاضلاع کو قائمہ الزاویہ ذواربعتہ الاضلاع یا مستطیل کہتے ہیں۔



ذواربعتہ الاضلاع بنانے کے لیے دیے گئے پانچ اجزا میں سے دو اضلاع متوازی رہنا ہی چاہیے۔ متوازی دو اضلاع اور تین زاویے معلوم ہوں تو آپ ذواربعتہ الاضلاع بنا سکتے ہیں۔

تعریف کے مطابق مستطیل کے تمام زاویے قائمہ ہوتے ہیں۔ اس لیے مستطیل کے متوازی دو ضلع معلوم ہوں تو ہی آپ مستطیل بنا سکتے ہیں۔

عملی کام (I) : آپ مناسب متوازی اضلاع (لمبائی اور چوڑائی) کا ایک مستطیل PQRS بنائیے۔ ان کے وتروں کے نقطہ تقاطع کو T نام دیجیے۔
اب تقسیم کار اور ناپ پٹی کی مدد سے



(1) ضلع QR اور ضلع PS، (مقابل کے ضلعوں) کی لمبائی ناپیے۔

(2) ضلع PQ اور ضلع SR کی لمبائی ناپیے۔

(3) وتر PR اور وتر QS کی لمبائی ناپیے۔

(4) وتر PR کے حصوں قطعہ PT اور قطعہ TR کی لمبائی ناپیے۔

(5) وتر QS کے حصوں قطعہ QT اور قطعہ TS کی لمبائی ناپیے۔

حاصل ہونے والی تمام پیمائشوں کا مشاہدہ کیجیے۔ کلاس روم میں دیگر طلبہ کی پیمائشوں سے موازنہ کرتے ہوئے بحث کیجیے۔ بحث کے ذریعے مستطیل کی ذیل کی خصوصیات آپ کو سمجھ میں آئیں گی۔

● مستطیل کے مقابل کے اضلاع ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔

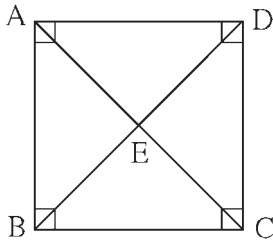
● مستطیل کے وتر متماثل ہوتے ہیں۔

● مستطیل کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

مرلع Square :

جس ذواربعۃ الاضلاع کے تمام اضلاع متماثل ہوتے ہیں اور تمام زاویے قائمہ ہوتے ہیں۔ اس ذواربعۃ الاضلاع کو مربع کہتے ہیں۔

عملی کام II : آپ ایک مناسب لمبائی کے ضلع کا مربع ABCD بنائیے۔ اس کے وتروں کے نقطہ تقاطع کو E نام دیجیے۔ اب جیومیٹری باکس کے آلات کا استعمال کر کے



(1) وتر AC اور وتر BD کی لمبائی ناپیے۔

(2) نقطہ E کی وجہ سے بنے ہر وتر کے دونوں حصوں کی لمبائی ناپیے۔

(3) نقطہ E پر بنے ہر زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

(4) وتر کی وجہ سے مربع کے ہر زاویے کے بننے والے حصوں کی پیمائش ناپیے۔

(مثلاً $\angle CDB$ اور $\angle ADB$)

آپ اور آپ کی کلاس کے دیگر طلبہ کے ذریعے حاصل ہونے والی پیمائشوں کا مشاہدہ کیجیے۔ بحث کیجیے۔

آپ کو مربع کی درج ذیل خصوصیات حاصل ہوتی ہیں۔

● وتر مساوی لمبائی کے یعنی متماثل ہوتے ہیں۔

● وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

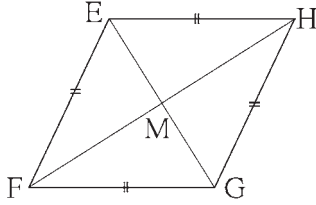
● وتر ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔

● وتر، مربع کے مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔

معین (Rhombus) :

جس ذواربعۃ الاضلاع کے تمام اضلاع کی لمبائی مساوی (متماثل) ہو، اس ذواربعۃ الاضلاع کو معین کہتے ہیں۔

عملی کام III : مناسب لمبائی کا ضلع اور ایک مناسب پیمائش کا زاویہ لے کر ایک معین EFGH بنائیے۔ اس کے وتر کھینچ کر ان کے نقطہ تقاطع کو M نام دیجیے۔



(1) ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویے، اسی طرح نقطہ M پر بننے والے تمام زاویے ناپیے۔

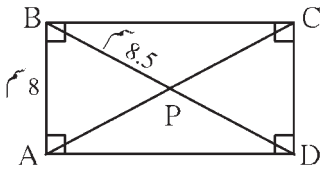
(2) وتر کے ذریعے ذواربعۃ الاضلاع کے ہر زاویے کے بننے والے دونوں زاویے ناپیے۔

(3) دونوں وتروں کی لمبائی ناپیے۔ نقطہ M سے وتروں کے بننے والے حصوں کو ناپیے۔

تمام پیمائشوں کی مدد سے معین کی درج ذیل خصوصیات آپ کو حاصل ہوں گی۔

- مقابل کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔
- وتر، معین کے مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔
- وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں، اسی طرح ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔
- ایسا دکھائی دے گا کہ آپ کی جماعت کے دیگر طلبہ کو بھی یہی خصوصیات حاصل ہوئی ہیں۔

حل کردہ مثالیں



مثال (1) مستطیل ABCD کے وتروں کا نقطہ تقاطع P ہے۔

(i) اگر سم $l(AB) = 8$ سم ہو تو $l(DC) = ?$

(ii) سم $l(BP) = 8.5$ سم ہو تو $l(BD)$ اور $l(BC)$ معلوم کیجیے۔

حل : ایک کچی شکل بنا کر اس میں دی ہوئی معلومات ظاہر کیجیے۔

(i) مستطیل کے مقابل کے ضلع متماثل ہوتے ہیں۔

$$\therefore l(DC) = l(AB) = 8 \text{ سم}$$

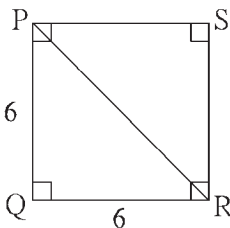
(ii) مستطیل کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

$$\therefore l(BD) = 2 \times l(BP) = 2 \times 8.5 = 17 \text{ سم}$$

$\triangle BCD$ ، ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔ فیثاغورث کے مسئلہ کی رؤ سے

$$l(BC)^2 = l(BD)^2 - l(CD)^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$

$$\therefore l(BC) = \sqrt{225} = 15 \text{ سم}$$



مثال (2) 6 سم ضلع کے مربع کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے۔ شکل کے مطابق $\square PQRS$ ، 6 سم ضلع والا ایک مربع ہے۔ قطعہ PR وتر ہے۔

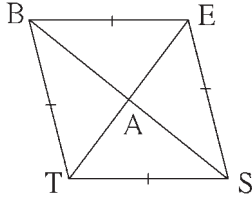
$$\begin{aligned} l(PR)^2 &= l(PQ)^2 + l(QR)^2 \quad \text{میں فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے} \\ &= (6)^2 + (6)^2 = 36 + 36 = 72 \\ \therefore l(PR) &= \sqrt{72} \end{aligned}$$

اس لیے وتر کی لمبائی $\sqrt{72}$ سم ہے۔

مثال (3) BEST □، ایک معین ہے جس کے وتر ایک دوسرے کو نقطہ A پر قطع کرتے ہیں۔

$$(i) \quad \text{اگر } m\angle BTS = 110^\circ \text{ ہو تو } m\angle TBS \text{ معلوم کیجیے۔}$$

$$(ii) \quad \text{اگر } l(TE) = 24, l(BS) = 70 \text{ ہو تو } l(TS) \text{ معلوم کیجیے۔}$$



حل : BEST □ کی کچی شکل بنا کر وتروں کا نقطہ تقاطع A دکھائیے۔

$$(i) \quad \text{معین کے مقابل کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔}$$

$$\therefore m\angle BES = m\angle BTS = 110^\circ$$

$$\text{اب } m\angle BTS + m\angle BES + m\angle TBE + m\angle TSE = 360^\circ$$

$$\therefore 110^\circ + 110^\circ + m\angle TBE + m\angle TSE = 360^\circ$$

$$\therefore m\angle TBE + m\angle TSE = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$$\therefore 2 m\angle TBE = 140^\circ \quad \dots \quad (\because \text{معین کے مقابل کے زاویے متماثل ہوتے ہیں})$$

$$\therefore m\angle TBE = 70^\circ$$

$$\therefore m\angle TBS = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ \quad \dots \quad (\text{معین کے وتر مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں})$$

$$(ii) \quad \text{معین کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔}$$

$$\text{اس لیے } \triangle TAS \text{ میں } m\angle TAS = 90^\circ$$

$$l(TA) = \frac{1}{2} l(TE) = \frac{1}{2} \times 24 = 12, l(AS) = \frac{1}{2} l(BS) = \frac{1}{2} \times 70 = 35$$

فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے

$$l(TS)^2 = l(TA)^2 + l(AS)^2 = (12)^2 + (35)^2 = 144 + 1225 = 1369$$

$$\therefore l(TS) = \sqrt{1369} = 37$$

مشقی سیٹ 8.2

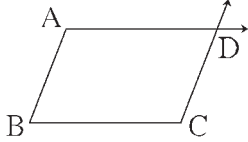
1. سم $l(AB) = 6.0$ اور سم $l(BC) = 4.5$ کا مستطیل ABCD بنائیے۔
2. سم کے ضلع کا ایک مربع WXYZ بنائیے۔
3. سم ضلع اور $m\angle K = 75^\circ$ کا ایک معین KLMN بنائیے۔
4. ایک مستطیل کا وتر 26 سم اور ایک ضلع کی لمبائی 24 سم ہو تو اس کا دوسرا ضلع معلوم کیجیے۔

5. معین ABCD کے وتروں کی لمبائی 16 سم اور 12 سم ہے۔ اس معین کے ضلع کی لمبائی اور احاطہ معلوم کیجیے۔
6. 8 سم ضلع کے مربع کا وتر معلوم کیجیے۔
7. ایک معین کے ایک زاویے کی پیمائش 50° ہے۔ اس کے دیگر تین زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

متوازی الاضلاع (Parallelogram) :

ذوابعۃ الاضلاع کے اس نام سے ہی آپ اس کی تعریف آسانی سے کر سکتے ہیں۔

جس ذوابعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں، اس ذوابعۃ الاضلاع کو متوازی الاضلاع کہتے ہیں۔



متوازی الاضلاع کس طرح بنائیں گے؟

مقابل کی شکل کے مطابق ضلع AB اور ضلع BC ایک دوسرے سے کسی بھی پیمائش کا زاویہ بنانے والے قطعات کھینچیے۔ ”خط کے باہر واقع نقطے سے، اس خط کے متوازی خط کھینچنا“ یہ عمل آپ نے کیا ہے۔ اس کا استعمال کر کے نقطہ C سے ضلع AB کے متوازی خط کھینچیے۔ اسی طرح نقطہ A سے

قطعہ BC کے متوازی خط کھینچیے اور ان کے نقطہ تقاطع کو D نام دیجیے۔ □ABCD متوازی الاضلاع ہے۔

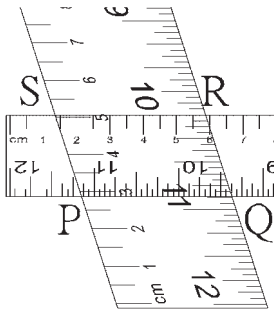
دھیان رکھیے کہ متوازی خطوط کے تقاطع سے بننے والے داخلہ زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ اس لیے اوپر کی شکل میں

$$m\angle D + m\angle A = 180^\circ \text{ اور } m\angle C + m\angle D = 180^\circ, m\angle B + m\angle C = 180^\circ, m\angle A + m\angle B = 180^\circ$$

یعنی متوازی الاضلاع کے زاویوں کی ایک خصوصیت ذیل کے مطابق ہے۔

- متوازی الاضلاع کے متوازی زاویوں کی ہر جوڑی کے زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کی مزید خصوصیات معلوم کرنے کے لیے □PQRS ایک متوازی الاضلاع ذیل کا عملی کام کرتے ہوئے بنائیے۔ کم زیادہ چوڑائی کی دو ناپ پٹیاں لیجیے۔ ان میں سے ایک پٹی پر کاغذ رکھ کر اس کے کناروں سے لکیریں کھینچیے۔ دوسری ناپ پٹی اس پر ترچھی رکھ کر اس کے کناروں سے لکیریں کھینچیے۔ اس کی وجہ سے آپ ایک متوازی الاضلاع حاصل ہوگا۔ اس کے وتر کھینچیے اور ان کے نقطہ تقاطع کو T نام دیجیے۔



(1) ذوابعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویے کی پیمائشیں ناپ کر لکھیے۔

(2) مقابل کے ضلعوں کی جوڑیوں کی لمبائیاں ناپ کر لکھیے۔

(3) وتروں کی لمبائیاں ناپ کر لکھیے۔

(4) نقطہ T کی وجہ سے بنے ہوئے وتر کے حصے کی لمبائی ناپ کر لکھیے۔

ان پیمائشوں کی مدد سے آپ کو متوازی الاضلاع کی درج ذیل خصوصیات حاصل ہوں گی۔

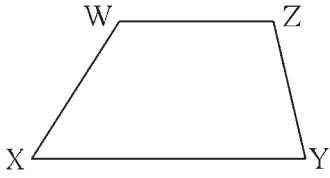
- مقابل کے زاویوں کی پیمائشیں مساوی ہوتی ہیں۔ یعنی مقابل کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

- مقابل کے ضلعوں کی لمبائیاں مساوی ہوتی ہیں یعنی متماثل ہوتے ہیں۔

- وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ مختلف متوازی الاضلاع بنا کر ان خصوصیات کی تصدیق کیجیے۔

ذوزلقہ (Trapezium) :

جس ذوزلقہ الاضلاع کے مقابل کے ضلعوں کی ایک جوڑی متوازی ہو، اس ذوزلقہ الاضلاع کو ذوزلقہ کہتے ہیں۔



متصلہ شکل میں □WXYZ میں قطعہ WZ اور قطعہ XY مقابل کے اضلاع کی

صرف ایک جوڑی متوازی ہے۔ تعریف کے مطابق □WXYZ ایک ذوزلقہ ہے۔

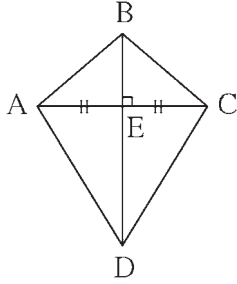
متوازی ضلعوں اور ان کے تقاطع کی وجہ سے بننے والے داخلہ زاویوں کی خصوصیت کی بنا پر

$$m\angle W + m\angle X = 180^\circ \text{ اور } m\angle Y + m\angle Z = 180^\circ$$

متوازی زاویوں کی چار جوڑیوں میں سے دو جوڑیوں کے زاویے ایک دوسرے کے متمم ہوتے ہیں۔

پتنگ (Kite) :

شکل میں □ABCD دیکھیے۔ اس ذوزلقہ الاضلاع میں وتر BD، وتر AC کا عمودی ناصف ہے۔



جس ذوزلقہ الاضلاع کا ایک وتر، دوسرے وتر کا عمودی ناصف ہوتا ہے ایسے

ذوزلقہ الاضلاع کو پتنگ کہتے ہیں۔ اس شکل میں،

$$CD \cong AD \text{ اور } BC \cong AB \text{ قطعہ}$$

اس کی تقسیم کاری کی مدد سے تصدیق کیجیے۔

اسی طرح $\angle BAD$ اور $\angle BCD$ ناپے اور وہ متماثل ہیں اس کی بھی تصدیق کیجیے۔

یعنی پتنگ ذوزلقہ الاضلاع کی ایک قسم ہے جس میں دو خصوصیات ہوتی ہیں۔

● متوازی ضلعوں کی دو جوڑیاں متماثل ہوتی ہیں۔

● مقابل کے زاویوں کی ایک جوڑی کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

حل کردہ مثالیں

مثال (1) ایک متوازی الاضلاع کے متوازی زاویوں کی پیمائشیں $(5x - 7)^\circ$ اور $(4x + 25)^\circ$ ہیں۔ ان زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

حل : متوازی الاضلاع کے متوازی زاویے متمم ہوتے ہیں۔

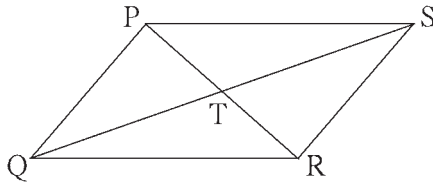
$$\therefore (5x - 7) + (4x + 25) = 180 \quad \therefore 9x = 180 - 18 = 162$$

$$\therefore 9x + 18 = 180 \quad \therefore x = 18$$

$$\text{ایک زاویے کی پیمائش} = (5x - 7)^\circ = 5 \times 18 - 7 = 90 - 7 = 83^\circ$$

$$\text{دوسرے زاویے کی پیمائش} = (4x + 25)^\circ = 4 \times 18 + 25 = 72 + 25 = 97^\circ$$

مثال (2) مقابل کی شکل میں PQRS متوازی الاضلاع ہے۔ اس کے وتروں کا نقطہ تقاطع T ہے۔ شکل کی بنیاد پر ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔



(i) اگر $l(PS) = 5.4$ سم ہو تو $l(QR) = ?$

(ii) اگر $l(TS) = 3.5$ سم ہو تو $l(QS) = ?$

(iii) اگر $m\angle QRS = 118^\circ$ ہو تو $m\angle QPS = ?$

(iv) اگر $m\angle SRP = 72^\circ$ ہو تو $m\angle RPQ = ?$

حل : متوازی الاضلاع PQRS میں

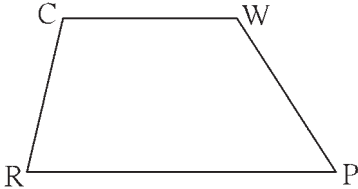
(i) $l(QR) = l(PS) = 5.4$ سم (مقابل کے ضلع متماثل) ...

(ii) $l(QS) = 2 \times l(TS) = 2 \times 3.5 = 7$ سم (وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں) ...

(iii) $m\angle QPS = m\angle QRS = 118^\circ$ (مقابل کے زاویے متماثل) ...

(iv) $m\angle RPQ = m\angle SRP = 72^\circ$ (متبادلہ زاویے متماثل) ...

مثال (3) CWPR کے متوازی زاویوں کی پیمائشوں کا تناسب $5 : 3 : 9 : 7$ کی نسبت میں ہے۔ تب اس ذواربعۃ الاضلاع کے زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے اور ذواربعۃ الاضلاع کی قسم پہچانیے۔



حل : فرض کیجیے $m\angle C : m\angle W : m\angle P : m\angle R = 5 : 3 : 9 : 7$

اس لیے فرض کیجیے $\angle C, \angle W, \angle P$ اور $\angle R$ کی پیمائش بالترتیب $5x, 3x, 9x, 7x$

$$\therefore 7x + 9x + 3x + 5x = 360^\circ$$

$$\therefore 24x = 360^\circ, \quad \therefore x = 15$$

$$\therefore m\angle C = 7 \times 15 = 105^\circ, m\angle W = 9 \times 15 = 135^\circ$$

$$m\angle P = 3 \times 15 = 45^\circ \text{ اور } m\angle R = 5 \times 15 = 75^\circ$$

$$\therefore m\angle C + m\angle R = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ, \quad \therefore \text{ضلع } CW \parallel \text{ضلع } RP$$

$$m\angle C + m\angle W = 105^\circ + 135^\circ = 240^\circ \neq 180^\circ$$

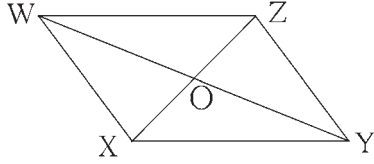
اس لیے ضلع CR، ضلع WP کے متوازی نہیں ہے۔

$\therefore$ CWPR کے مقابل کے ضلعوں کی ایک ہی جوڑی متوازی ہے۔

اس لیے CWPR ذوزنقہ ہے۔

مشقی سیٹ 8.3

1. ایک متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویوں کی پیمائش $(3x - 2)^\circ$ اور $(50 - x)^\circ$ ہیں۔ تب ذواربعۃ الاضلاع کے تمام زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے۔



2. مقابل کے متوازی الاضلاع کی شکل کے تعلق سے درج ذیل سوالات کے جوابات لکھیے۔

(1) اگر سم $l(WZ) = 4.5$ ہو تو $l(XY) = ?$

(2) اگر سم $l(YZ) = 8.2$ ہو تو $l(XW) = ?$

(3) اگر سم $l(OX) = 2.5$ ہو تو $l(OZ) = ?$

(4) اگر سم $l(WO) = 3.3$ ہو تو $l(WY) = ?$

(5) اگر $m\angle WZY = 120^\circ$ ہو تو $m\angle WXY = ?$ اور $m\angle XWZ = ?$

3. $\square ABCD$ ، ایک متوازی الاضلاع بنائیے۔ جس میں سم $l(BC) = 7$ ، $\angle ABC = 40^\circ$ ، سم $l(AB) = 3$

4. ایک ذواربعتہ الاضلاع کے چار متوازی زاویے $1 : 2 : 3 : 4$ کے تناسب میں ہیں۔ وہ کس قسم کا ذواربعتہ الاضلاع ہوگا؟ اس ذواربعتہ الاضلاع کے ہر زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔ وجہ لکھیے۔

5. $\square BARC$ اس طرح بنائیے کہ سم $l(BA) = l(BC) = 4.2$ ، سم $l(AC) = 6.0$ ، سم $l(AR) = l(CR) = 5.6$ ۔

6.* ذواربعتہ الاضلاع $\square PQRS$ اس طرح بنائیے کہ سم $l(PQ) = 3.5$ ، سم $l(QR) = 5.6$ ، سم $l(RS) = 3.5$

اگر $\square PQRS$ متوازی الاضلاع دیا ہوا ہو تو اوپر دی ہوئی کون سی معلومات دینا ضروری نہیں ہے۔

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 8.2

4. سم 10 5. سم اور احاطہ 40 سم 6. سم $\sqrt{128}$ 7. $130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$

مشقی سیٹ 8.3

1. $37^\circ, 143^\circ, 37^\circ, 143^\circ$
 2. (1) سم 4.5 (2) سم 8.2 (3) سم 2.5 (4) سم 6.6 (5) $120^\circ, 60^\circ$
 4. ذوزنقہ $36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$

