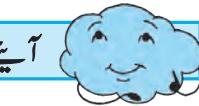


# توسیعی ضابطے

5

آئیے ذرا یاد کریں



گذشتہ جماعت میں ہم درج ذیل توسعی ضابطوں کا مطالعہ کرچکے ہیں۔

$$(i) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (ii) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(iii) (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ذکورہ بالاضابطوں کا استعمال کر کے درج ذیل خالی چوکونوں میں مناسب رکن لکھیں۔

$$(i) (x + 2y)^2 = x^2 + \boxed{\phantom{00}} + 4y^2$$

$$(ii) (2x - 5y)^2 = \boxed{\phantom{00}} - 20xy + \boxed{\phantom{00}}$$

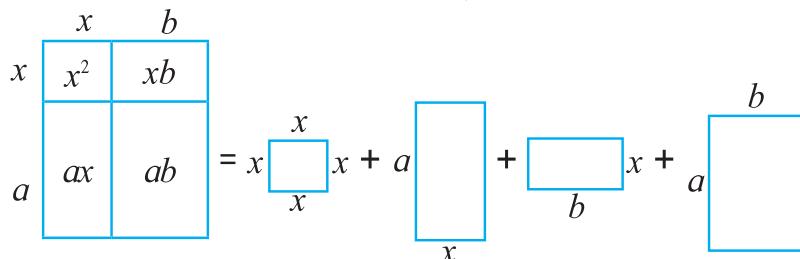
$$(iii) (101)^2 = (100 + 1)^2 = \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} + 1^2 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(iv) (98)^2 = (100 - 2)^2 = 10000 - \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(v) (5m + 3n)(5m - 3n) = \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}}$$

آئیے سمجھیں

**عملی کام :** مستطیل اور مرربع کے رقبوں کی مدد سے  $(x + a)(x + b)$  کی توسعی کیجیے۔



$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

**[Expansion of  $(x + a)(x + b)$ ] :** کی توسعی  $(x + a)(x + b) = (x + a)(x + b)$  (I)

یہ ایک مساوی متغیر کی دو رکنیاں ہیں۔ ان دونوں کا ضرب کریں گے۔

$$\begin{aligned} (x + a)(x + b) &= x(x + b) + a(x + b) = x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab \end{aligned}$$

$$\therefore (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال (1)  $(x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + (2 \times 3) = x^2 + 5x + 6$

مثال (2)  $(y + 4)(y - 3) = y^2 + (4 - 3)y + (4) \times (-3) = y^2 + y - 12$

مثال (3)  $(2a + 3b)(2a - 3b) = (2a)^2 + [(3b) + (-3b)]2a + [3b \times (-3b)]$   
 $= 4a^2 + 0 \times 2a - 9b^2 = 4a^2 - 9b^2$

مثال (4)  $\left(m + \frac{3}{2}\right)\left(m + \frac{1}{2}\right) = m^2 + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)m + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = m^2 + 2m + \frac{3}{4}$

مثال (5)  $(x - 3)(x - 7) = x^2 + (-3 - 7)x + (-3)(-7) = x^2 - 10x + 21$

### مشتقی سیٹ 5.1

: توسعہ کیجیے .1

(1)  $(a + 2)(a - 1)$  (2)  $(m - 4)(m + 6)$  (3)  $(p + 8)(p - 3)$

(4)  $(13 + x)(13 - x)$  (5)  $(3x + 4y)(3x + 5y)$  (6)  $(9x - 5t)(9x + 3t)$

(7)  $\left(m + \frac{2}{3}\right)\left(m - \frac{7}{3}\right)$  (8)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$  (9)  $\left(\frac{1}{y} + 4\right)\left(\frac{1}{y} - 9\right)$



: [Expansion of  $(a + b)^3$ ] توسعہ  $(a + b)^3$  (II)

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)(a + b)^2$$

$$= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\therefore (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

اس توسعی ضابطے کا استعمال کر کے حل کر دو، کچھ مثالوں کا مطالعہ کریں گے۔

مثال 1 :  $(x + 3)^3$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ہم جانتے ہیں کہ

$b = 3$  اور  $a = x$

$$\therefore (x+3)^3 = (x)^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times (3)^2 + (3)^3 \\ = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$$

(2) مثال  $(3x+4y)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(4y) + 3(3x)(4y)^2 + (4y)^3 \\ = 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 4y + 3 \times 3x \times 16y^2 + 64y^3 \\ = 27x^3 + 108x^2y + 144xy^2 + 64y^3$

(3) مثال  $\left(\frac{2m}{n} + \frac{n}{2m}\right)^3 = \left(\frac{2m}{n}\right)^3 + 3\left(\frac{2m}{n}\right)^2\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n}{2m}\right)^2 + \left(\frac{n}{2m}\right)^3 \\ = \frac{8m^3}{n^3} + 3\left(\frac{4m^2}{n^2}\right)\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n^2}{4m^2}\right) + \frac{n^3}{8m^3} \\ = \frac{8m^3}{n^3} + \frac{6m}{n} + \frac{3n}{2m} + \frac{n^3}{8m^3}$

(4) مثال  $(41)^3 = (40+1)^3 = (40)^3 + 3 \times (40)^2 \times 1 + 3 \times 40 \times (1)^2 + (1)^3 \\ = 64000 + 4800 + 120 + 1 = 68921$

## مشقی سیٹ 5.2

توسیع کیجیے۔ 1

$$(1) (k+4)^3 \quad (2) (7x+8y)^3 \quad (3) (7+m)^3 \quad (4) (52)^3$$

$$(5) (101)^3 \quad (6) \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 \quad (7) \left(2m + \frac{1}{5}\right)^3 \quad (8) \left(\frac{5x}{y} + \frac{y}{5x}\right)^3$$

**عملی کام :**  $a$  اور  $b$  مناسب لمبائی کے کناروں (ضلع) والا ہر ایک کا ایک مکعب بنائیے۔ لمبائی اور چوڑائی دونوں  $a$  اور اونچائی  $b$  والے 3 مستطیلی منشور (مکعب نما)، اسی طرح لمبائی اور چوڑائی دونوں  $b$  اور اونچائی  $a$  والے 3 مستطیلی منشور بنائیے۔ ان اجسام کو مناسب ترتیب دے کر  $(a+b)$  ضلع والا ایک مکعب تیار کیجیے۔



: [Expansion of  $(a-b)^3$ ] کی توسعی  $(a-b)^3$  (III)

$$\begin{aligned} (a-b)^3 &= (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)(a-b)^2 \\ &= (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\
 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\
 \therefore (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
 \end{aligned}$$

**مثال 1 :** توسعہ کیجیے

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ہم جانتے ہیں کہ

$b = 2$  اور  $a = x$

$$(x - 2)^3 = (x)^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times (2)^2 - (2)^3$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

**مثال 2 :** توسعہ کیجیے۔  $(4p - 5q)^3$

$$(4p - 5q)^3 = (4p)^3 - 3(4p)^2(5q) + 3(4p)(5q)^2 - (5q)^3$$

$$(4p - 5q)^3 = 64p^3 - 240p^2q + 300pq^2 - 125q^3$$

**مثال 3 :** توسمی ضابطے کا استعمال کر کے 99 کا مکعب معلوم کیجیے۔

$$(99)^3 = (100 - 1)^3$$

$$\begin{aligned}
 (99)^3 &= (100)^3 - 3 \times (100)^2 \times 1 + 3 \times 100 \times (1)^2 - 1^3 \\
 &= 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 9,70,299
 \end{aligned}$$

**مثال 4 :** آسان کیجیے۔

$$(i) (p + q)^3 + (p - q)^3$$

$$\begin{aligned}
 &= p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 + p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3 \\
 &= 2p^3 + 6pq^2
 \end{aligned}$$

$$(ii) (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$$

$$= [(2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3]$$

$$\begin{aligned}
 &\quad - [(2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3] \\
 &= (8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3) - (8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3) \\
 &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 - 8x^3 + 36x^2y - 54xy^2 + 27y^3 \\
 &= 72x^2y + 54y^3
 \end{aligned}$$



$$(i) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(ii) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

### مشتق سیٹ 5.3

توسعہ کیجیے۔ .1

$$(1) (2m - 5)^3 \quad (2) (4 - p)^3 \quad (3) (7x - 9y)^3 \quad (4) (58)^3$$

$$(5) (198)^3 \quad (6) \left( 2p - \frac{1}{2p} \right)^3 \quad (7) \left( 1 - \frac{1}{a} \right)^3 \quad (8) \left( \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right)^3$$

اختصار کیجیے۔ .2

$$(1) (2a + b)^3 - (2a - b)^3 \quad (2) (3r - 2k)^3 + (3r + 2k)^3$$

$$(3) (4a - 3)^3 - (4a + 3)^3 \quad (4) (5x - 7y)^3 + (5x + 7y)^3$$



: [Expansion of  $(a + b + c)^2$ ] کی توسعہ  $(a + b + c)^2$  (IV)

$$\begin{aligned} (a + b + c)^2 &= (a + b + c) \times (a + b + c) \\ &= a(a + b + c) + b(a + b + c) + c(a + b + c) \\ &= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \end{aligned}$$

$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

ضابطہ حاصل ہوتا ہے۔

**مثال 1 :**  $(p + q + 3)^2$  کی توسعہ کیجیے۔

$$\begin{aligned} &= p^2 + q^2 + (3)^2 + 2 \times p \times q + 2 \times q \times 3 + 2 \times p \times 3 \\ &= p^2 + q^2 + 9 + 2pq + 6q + 6p \quad = p^2 + q^2 + 2pq + 6q + 6p + 9 \end{aligned}$$

**مثال 2 :** مربجی توسعہ کے مطلوب کے پکونوں میں مناسب رکن لکھیے۔

$$(2p + 3m + 4n)^2$$

$$\begin{aligned} &= (2p)^2 + (3m)^2 + \boxed{\phantom{00}} + 2 \times 2p \times 3m + 2 \times \boxed{\phantom{00}} \times 4n + 2 \times 2p \times \boxed{\phantom{00}} \\ &= \boxed{\phantom{00}} + 9m^2 + \boxed{\phantom{00}} + 12pm + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} \end{aligned}$$

**مثال 3 :** اختصار کیجیے۔

$$(l + 2m + n)^2 + (l - 2m + n)^2$$

$$= l^2 + 4m^2 + n^2 + 4lm + 4mn + 2ln + l^2 + 4m^2 + n^2 - 4lm - 4mn + 2ln$$

$$= 2l^2 + 8m^2 + 2n^2 + 4ln$$

## مشتق سیٹ 5.4

(1)  $(2p + q + 5)^2$

(2)  $(m + 2n + 3r)^2$

توسعہ کیجیے .1

(3)  $(3x + 4y - 5p)^2$

(4)  $(7m - 3n - 4k)^2$

(1)  $(x - 2y + 3)^2 + (x + 2y - 3)^2$

ختصر کیجیے .2

(2)  $(3k - 4r - 2m)^2 - (3k + 4r - 2m)^2$       (3)  $(7a - 6b + 5c)^2 + (7a + 6b - 5c)^2$

## جوابات کی فہرست

### مشتق سیٹ 5.1

(1)  $a^2 + a - 2$

(2)  $m^2 + 2m - 24$

(3)  $p^2 + 5p - 24$

(4)  $169 - x^2$

(5)  $9x^2 + 27xy + 20y^2$

(6)  $81x^2 - 18xt - 15t^2$

(7)  $m^2 - \frac{5}{3}m - \frac{14}{9}$

(6)  $x^2 - \frac{1}{x^2}$

(9)  $\frac{1}{y^2} - \frac{5}{y} - 36$

### مشتق سیٹ 5.2

(1)  $k^3 + 12k^2 + 48k + 64$

(2)  $343x^3 + 1176x^2y + 1344xy^2 + 512y^3$

(2)  $343 + 147m + 21m^2 + m^3$

(4) 140608

(5) 1030301

(6)  $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$

(7)  $8m^3 + \frac{12m^2}{5} + \frac{6m}{25} + \frac{1}{125}$

(8)  $\frac{125x^3}{y^3} + \frac{15x}{y} + \frac{3y}{5x} + \frac{y^3}{125x^3}$

### مشتق سیٹ 5.3

1. (1)  $8m^3 - 60m^2 + 150m - 125$

(2)  $64 - 48p + 12p^2 - p^3$

(3)  $343x^3 - 1323x^2y + 1701xy^2 - 729y^3$

(4) 1,95,112

(5) 77,62,392

(6)  $8p^3 - 6p + \frac{3}{2p} - \frac{1}{8p^3}$

(7)  $1 - \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} - \frac{1}{a^3}$

(8)  $\frac{x^3}{27} - x + \frac{9}{x} - \frac{27}{x^3}$

2. (1)  $24a^2b + 2b^3$

(2)  $54r^3 + 72rk^2$

(3)  $-288a^2 - 54$

(4)  $250x^3 + 1470xy^2$

### مشتق سیٹ 5.4

1. (1)  $4p^2 + q^2 + 25 + 4pq + 10q + 20p$

(2)  $m^2 + 4n^2 + 9r^2 + 4mn + 12nr + 6mr$

(3)  $9x^2 + 16y^2 + 25p^2 + 24xy - 40py - 30px$

(4)  $49m^2 + 9n^2 + 16k^2 - 42mn + 24nk - 56km$

2. (1)  $2x^2 + 8y^2 + 18 - 24y$  (2)  $32rm - 48kr$

(3)  $98a^2 + 72b^2 + 50c^2 - 120bc$

