

مثلث کا ارتفاع اور وسطانیہ

4

آئیے ذرا یاد کریں

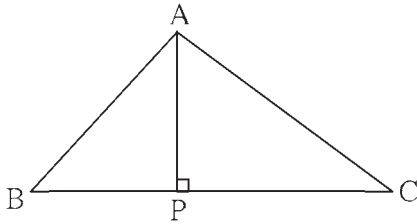


گذشتہ جماعت میں ہم مطالعہ کر چکے ہیں کہ مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف متراکز ہوتے ہیں، مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ہمیں یہ بھی معلوم ہے کہ ان کے نقطہ تراکز کو بالترتیب داخلی مرکز اور حائل مرکز کہتے ہیں۔
عملی کام : ایک خط کھینچیں۔ خط کے باہر کوئی بھی ایک نقطہ لیجیے۔ گنیے کی مدد سے اس نقطے سے خط پر عمود کھینچیے۔

آئیے سمجھ لیں

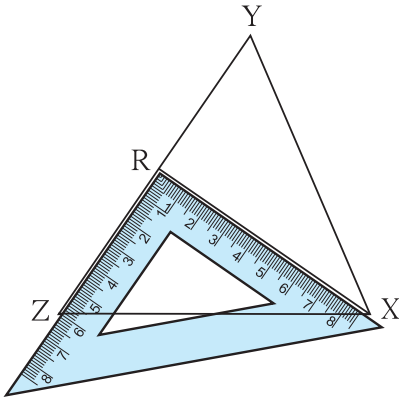


ارتفاع (Altitude)

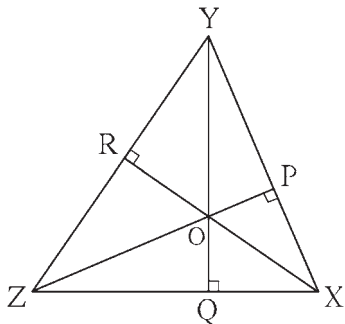


مثلث کے کسی بھی راس سے اس کے مقابل کے ضلع پر کھینچی گئے عمودی قطعہ خط کو اس مثلث کا ارتفاع کہتے ہیں۔ $\triangle ABC$ میں قطعہ AP قاعدہ BC پر ارتفاع ہے۔

مثلث کا ارتفاع کھینچنا :



1. $\triangle XYZ$ کوئی ایک مثلث بنائیے۔
2. قاعدہ YZ کے مقابل کے راس X سے گنیا کی مدد سے عمود کھینچیے۔ وہ YZ کو جس مقام پر قطع کرتا ہے اس نقطہ کو R نام دیجیے۔ قطعہ XR، قاعدہ YZ پر ارتفاع ہے۔
3. قطعہ XZ کو قاعدہ تصور کریں اور اس کے مقابل کے راس Y سے قطعہ YZ پر عمود کھینچیں تب قطعہ XZ قطعہ YQ $\perp$ قطعہ
4. خط XY کو قاعدہ لیں اور اس کے مقابل کے راس Z سے خط XY پر عمود کھینچیں تب قطعہ XY قطعہ ZP $\perp$ قطعہ



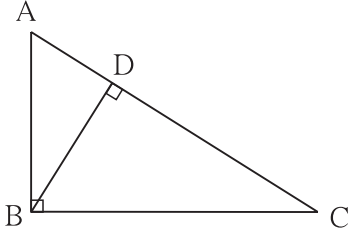
قطعہ XR، قطعہ YQ، قطعہ ZP یہ تینوں $\triangle XYZ$ کے ارتفاع ہیں۔

اسے ذہن نشین رکھیے کہ تینوں ارتفاع متراکز ہیں۔ اس نقطہ تراکز کو ارتفاعوں کا نقطہ تراکز یا ارتفاعی تراکز کہتے ہیں۔ ارتفاعی تراکز کو 'O' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثلث کے ارتفاعی مرکز کا مقام :

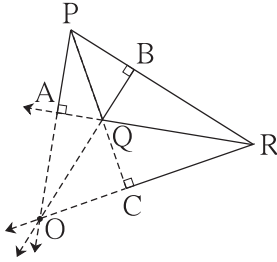
عملی کام I :

کوئی بھی ایک قائمہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ اس کے تمام ارتفاع کھینچیے۔ وہ کس نقطہ پر ملتے ہیں، اسے لکھیے۔



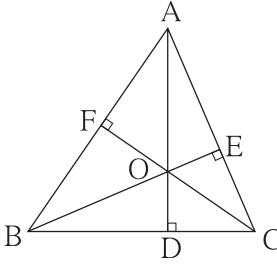
عملی کام II :

کوئی بھی ایک منفرجہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ اس کے تینوں ارتفاع کھینچیے۔ وہ ایک دوسرے کو کہاں ملتے ہیں؟ ان ارتفاعوں کو شامل کرنے والے خطوط کھینچیے۔ اس بات کا مشاہدہ کیجیے کہ وہ مثلث کے بیرونی حصے میں واقع ایک نقطے سے گذرتے ہیں۔



عملی کام III :

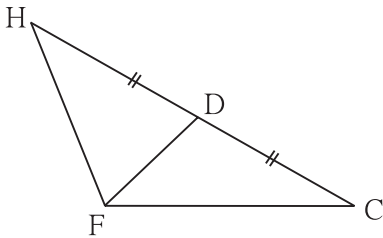
$\triangle ABC$ ایک حادہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ اس کے تمام ارتفاع کھینچیے۔ اس بات کا مشاہدہ کیجیے کہ ارتفاعی تراکز کا مقام کہاں ہے۔



یہ میری سمجھ میں آگیا

- مثلث کے ارتفاع ایک ہی نقطے سے گذرتے ہیں یعنی ارتفاع متراکز (Concurrent) ہوتے ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو ارتفاعی مرکز یا مرکز ارتفاع (Orthocenter) کہتے ہیں۔ اسے 'O' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔
- قائمہ الزاویہ مثلث کا نقطہ تراکز یعنی مرکز ارتفاع قائمہ زاویہ بنانے والے راس پر ہوتا ہے۔
- منفرجہ الزاویہ مثلث کا نقطہ تراکز یعنی مرکز ارتفاع اس مثلث کے بیرون میں واقع ہوتا ہے۔
- حادہ الزاویہ مثلث کا نقطہ تراکز یعنی مرکز ارتفاع مثلث کے اندرون میں واقع ہوتا ہے۔

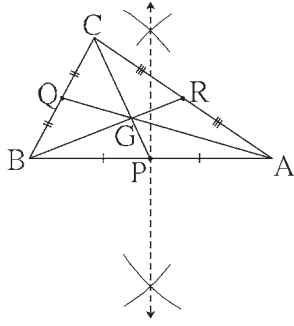
آئیے سمجھ لیں



وسطانیہ (Median)

مثلث کا راس اور مقابل کے ضلع کے وسطی نقطے کو ملانے والے قطعہ خط کو مثلث کے اس ضلع کا وسطانیہ کہتے ہیں۔ $\triangle HCF$ میں قطعہ FD، ضلع HC کا وسطانیہ ہے۔

مثلث کا وسطانیہ کھینچنا :



1. $\triangle ABC$ بنائیے۔

2. ضلع AB کا وسطی نقطہ حاصل کیجیے اسے P نام دیجیے قطعہ CP کھینچیے۔

3. ضلع BC کا وسطی نقطہ حاصل کیجیے اسے Q نام دیجیے قطعہ AQ کھینچیے۔

4. ضلع AC کا وسطی نقطہ حاصل کیجیے اسے R کا نام دیجیے۔ قطعہ BR کھینچیے۔

$\triangle ABC$ کے قطعہ CP، قطعہ AQ، قطعہ BR وسطانیے ہیں۔ ذہن نشین رکھیے کہ یہ متراکز

ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو ہندی مرکز کہتے ہیں۔ اسے G حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

عملی کام IV : ایک قائمہ الزاویہ مثلث، ایک منفرجہ الزاویہ مثلث اور ایک حادہ الزاویہ مثلث بنا کر ان کے وسطانیے کھینچیے۔ مشاہدہ کیجیے کہ وہ متراکز ہیں۔

مثلث کے وسطانیوں کے ہندی مرکز کی خصوصیت :

● $\triangle ABC$ کوئی بھی ایک بڑا مثلث بنائیے۔

● $\triangle ABC$ کے قطعہ AR، قطعہ CP اور قطعہ BQ وسطانیے کھینچیے۔ ہندی مرکز کو G نام دیجیے۔

شکل میں قطعات خط کی لمبائی ناپ کر جدول کے خالی چوکون پر کیجیے۔

$l(AG) = \square$	$l(GR) = \square$	$l(AG) : l(GR) = \square$
$l(BG) = \square$	$l(GQ) = \square$	$l(BG) : l(GQ) = \square$
$l(CG) = \square$	$l(GP) = \square$	$l(CG) : l(GP) = \square$

نتیجہ اخذ کیجیے کہ یہ تمام نسبتیں تقریباً 2 : 1 ہیں۔

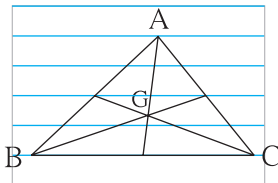
یہ میری سمجھ میں آ گیا

مثلث کے وسطانیے متراکز ہوتے ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو ہندی مرکز (Centroid) کہتے ہیں۔ اسے G حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

کسی بھی مثلث میں G کا مقام مثلث کے اندرون میں واقع ہوتا ہے۔

نقطہ تراکز یعنی ہندی مرکز ہر وسطانیے کو 2 : 1 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

آئیے بحث کریں



ایک طالب علم نے بیاض کے کاغذ پر پانچ متوازی خطوط کی مدد سے $\triangle ABC$ بنایا۔ متصلہ شکل

کے مطابق اس نے ہندی مرکز G معلوم کیا۔ بتائیے کہ اس نے G کا جو مقام معلوم کیا وہ کس

طرح صحیح ہے؟

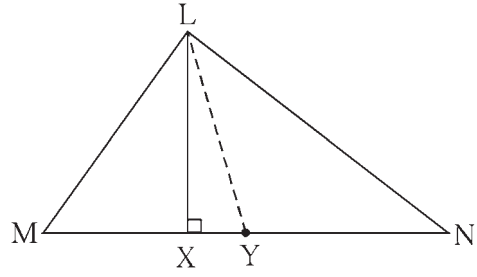
مشقی سیٹ 4.1

1.

..... میں $\triangle LMN$ ارتفاع ہے اور

وسطانیہ ہے۔

(خالی جگہ میں مناسب قطعہ خط کے نام لکھیے)



2. $\triangle PQR$ ایک حادہ الزاویہ مثلث بنائیے اور اس کے تینوں ارتفاع کھینچیے۔ نقطہ تراکز کو 'O' نام دیجیے۔

3. $\triangle STV$ ایک منفرجہ الزاویہ مثلث بنائیے اور اس کے وسطانیہ کھینچ کر ہندسی مرکز بتائیے۔

4. $\triangle LMN$ ایک منفرجہ الزاویہ مثلث بنائیے اور اس کے تمام ارتفاع کھینچیے۔ نقطہ تراکز کو 'O' نام دیجیے۔

5. $\triangle XYZ$ ایک قائمہ الزاویہ مثلث بنائیے اس کے وسطانیہ کھینچیے اور نقطہ تراکز کو 'G' سے ظاہر کیجیے۔

6. کوئی بھی ایک متساوی الساقین مثلث کھینچیے۔ اس کے تمام وسطانیہ اور تمام ارتفاع کھینچیے۔ ان کے نقطہ تراکز کے بارے میں اپنا مشاہدہ درج کیجیے۔

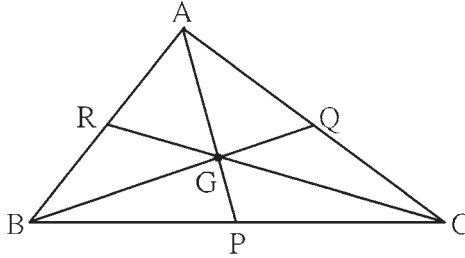
7. خالی جگہ پر کیجیے۔

$\triangle ABC$ کا G ہندسی مرکز ہے۔

اگر $l(RG) = 2.5$ ہو تو $l(GC) = \dots\dots\dots$

اگر $l(BG) = 6$ ہو تو $l(BQ) = \dots\dots\dots$

اگر $l(AP) = 6$ ہو تو $l(AG) = \dots\dots\dots$ اور $l(GP) = \dots\dots\dots$



(I) کوئی بھی ایک متساوی الاضلاع مثلث بنائیے۔ اس مثلث کا حائظ مرکز (C)، داخلی مرکز (I)، ہندسی مرکز (G) اور ارتفاعی مرکز (O) معلوم کیجیے۔ مشاہدات درج کیجیے۔

(II) کوئی بھی ایک متساوی الساقین مثلث بنائیے۔ دیکھیے کہ اس کے ہندسی مرکز، ارتفاعی مرکز، حائظ مرکز اور داخلی مرکز ہم خطی ہیں۔ اس کی تصدیق کیجیے۔

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 4.1

1. LX اور LY قطعہ 7. (1) 5 (2) 9 (3) 4, 2

