3 قوت نما اور جذر المکعب

آیئے ذرا یاد کریں

گزشتہ جماعت میں ہم نے قوت نما اور ان کے اصولوں کا مطالعہ کر چکے ہیں۔

- $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$، اس ضربی صورت میں دیے ہوئے عدد کو مختصراً 2^5 لکھتے ہیں۔

یہاں 2 اساس (قاعدہ) اور 5 قوت نما ہے۔ '2^5' یہ قوت نمائی عدد ہے۔

- قوت نما کے اصول : m اور n صحیح اعداد ہوں تو

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (iii) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (iv) $a^0 = 1$

(v) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (vi) $(a^m)^n = a^{mn}$ (vii) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (viii) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

- قوت نماؤں کے اصول کا استعمال کر کے درج ذیل مثالوں میں خالی چوکونوں کو مناسب عدد سے پر کیجیے۔

(i) $3^5 \times 3^2 = 3^{\square}$ (ii) $3^7 \div 3^9 = 3^{\square}$ (iii) $(3^4)^5 = 3^{\square}$

(iv) $5^{-3} = \frac{1}{5^{\square}}$ (v) $5^0 = \square$ (vi) $5^1 = \square$

(vii) $(5 \times 7)^2 = 5^{\square} \times 7^{\square}$ (viii) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{\square^3}{\square^3}$ (ix) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3$

آیئے سمجھ لیں

ناطق قوت نما والے اعداد کا مطلب : (The number with rational index)

(I) کسی عدد کا قوت نما $\frac{1}{n}$ ہو تو ایسے ناطق عدد کا مطلب

اعداد کا قوت نما $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{5}$ ، .... ، $\frac{1}{n}$ صورت میں ہو تو ایسے ناطق اعداد کا مطلب سمجھیں گے۔

کسی عدد کا مربع ظاہر کرنے کے لیے اس کا قوت نما 2 لکھتے ہیں اور عدد کے جذر المربع کو ظاہر کرنے کے لیے اس کی قوت نما $\frac{1}{2}$ لکھتے ہیں۔

مثلاً 25 کے جذر المربع کو ' $\sqrt{\ }$ ' جذر کی علامت کا استعمال کر کے ہم $\sqrt{25}$ لکھتے ہیں۔

قوت نما کا استعمال کر کے اس عدد کو $25^{\frac{1}{2}}$ لکھتے ہیں۔ لہٰذا $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$

عام طور پر عدد a کے مربع کو a^2 لکھتے ہیں تو a کے جذر المربع کو $\sqrt[2]{a}$ یا $\sqrt{a}$ یا $a^{\frac{1}{2}}$ لکھتے ہیں۔

اسی طرح عدد a کے مکعب کو a^3 لکھتے ہیں تو a جذر المکعب کو $\sqrt[3]{a}$ یا $a^{\frac{1}{3}}$ لکھتے ہیں۔

جیسے، $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$\therefore$ 64 کے جذرالمکعب کو $\sqrt[3]{64}$ یا $(64)^{\frac{1}{3}}$ لکھتے ہیں۔ ذہن نشین رکھیے کہ $64^{\frac{1}{3}} = 4$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$ یعنی 3 کی 5 ویں قوت 243 ہے۔

اس کے برعکس 243 کے پانچویں جذر کو $(243)^{\frac{1}{5}}$ یا $\sqrt[5]{243}$ لکھتے ہیں۔

$$\therefore\ (243)^{\frac{1}{5}} = 3$$

عام طور پر a کے n ویں جذر کو $a^{\frac{1}{n}}$ لکھتے ہیں۔ مثلاً

(i) $128^{\frac{1}{7}}$ = 128 کا 7واں جذر (ii) $900^{\frac{1}{12}}$ = 900 کا 12واں جذر

ذہن نشین رکھیے کہ $10^{\frac{1}{5}} = x$ ہو تو $x^5 = 10$

مشقی سیٹ 3.1

.1 قوت نما کا استعمال کر کے ذیل کے عدد لکھیے۔

(1) 13 کا 5 واں جذر (2) 9 کا چھٹا جذر (3) 256 کا جذرالمربع

(4) 17 کا جذرالمکعب (5) 100 کا آٹھواں جذر (6) 30 کا ساتواں جذر

.2 درج ذیل قوت نمائی عدد، کس عدد کا کون سا جذر ہے۔ اسے لکھیے۔

(1) $(81)^{\frac{1}{4}}$ (2) $49^{\frac{1}{2}}$ (3) $(15)^{\frac{1}{5}}$ (4) $(512)^{\frac{1}{9}}$ (5) $100^{\frac{1}{19}}$ (6) $(6)^{\frac{1}{7}}$

(II) کسی عدد کا قوت نما $\frac{m}{n}$ ہو تو ایسے ناطق عدد کا مطلب

ہم جانتے ہیں کہ، $8^2 = 64$،

$$64 \text{ کا جذرالمکعب } = (64)^{\frac{1}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 4$$

اسی طرح، ...(I) $\therefore$ 8 کے مربع کا جذرالمکعب $= 4$

8 کا جذرالمکعب $= 8^{\frac{1}{3}} = 2$

$\therefore$ 8 کے جذرالمکعب کا مربع $= \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4$ ...(II)

(I) اور (II) کی مدد سے،

8 کے جذرالمکعب کا مربع = 8 کے مربع کا جذرالمکعب

یعنی $\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = (8^2)^{\frac{1}{3}}$ سمجھ میں آتا ہے۔

قوت نما صحیح عدد ہو تو جو قوت نما کے اصول ہیں وہی اصول ناطق قوت نما والے اعداد کے لیے بھی ہیں۔

اس لیے $(a^m)^n = a^{mn}$، اصول استعمال کر کے $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8^{\frac{2}{3}}$

اس بنا پر $8^{\frac{2}{3}}$ کا مطلب دو طرح بتا سکتے ہیں۔

(i) $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}}$ = 8 کے مربع کا جذرالمکعب (ii) $8^{\frac{2}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2$ = 8 کے جذرالمکعب کا مربع

اسی طرح $\left(27^{4}\right)^{\frac{1}{5}} = 27^{\frac{4}{5}}$ یعنی 27 کی چوتھی قوت کا پانچواں جذر اور $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^{\frac{1}{5}}\right)^{4}$ یعنی 27 کے 5 ویں جذر کی چوتھی قوت، اس طرح دو مطلب ہوتے ہیں۔

عام طور پر $a^{\frac{m}{n}}$ کا مطلب دو طرح سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

a کی m ویں قوت کا n واں جذر $= \left(a^{m}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$

a کے n ویں جذر کی m ویں قوت $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{m} = a^{\frac{m}{n}}$ ، 'یا'

مشقی سیٹ 3.2

.1 درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

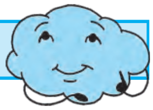
نمبر شمار	عدد	کس جذر کی کون سی قوت	کس قوت کا کون سا جذر
(1)	$(225)^{\frac{3}{2}}$	225 کے جذرالمربع کا مکعب	225 کے مکعب کا جذرالمربع
(2)	$(45)^{\frac{4}{5}}$		
(3)	$(81)^{\frac{6}{7}}$		
(4)	$(100)^{\frac{4}{10}}$		
(5)	$(21)^{\frac{3}{7}}$		

.2 ناطق قوت نما کی صورت میں ظاہر کیجیے۔

(1) 121 کے پانچویں قوت کا جذرالمربع   (2) 324 کے چوتھے جذرالمربع کا مکعب

(3) 264 کے مربع کا پانچواں جذر   (4) 3 کے جذرالمکعب کا مکعب

آیئے ذرا یاد کریں



- $4 \times 4 = 16$ یعنی $4^2 = 16$ اسی طرح $(-4) \times (-4) = (-4)^2 = 16$ یعنی 16 کا ایک مثبت اور دوسرا منفی، یعنی دو جذرالمربع ہیں۔

ایسا فرض کر لیا گیا ہے کہ 16 کا مثبت جذرالمربع $\sqrt{16}$ اور 16 کا منفی جذرالمربع $-\sqrt{16}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ $\sqrt{16} = 4$ اور $-\sqrt{16} = -4$

- ہر مثبت عدد کے دو جذرالمربع ہوتے ہیں۔
- عدد صفر کا جذرالمربع صفر ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں

مکعب اور جذرالمکعب (Cube and Cube Root)

کسی عدد کو تین مرتبہ لے کر ان کی ضرب کریں تو حاصل ضرب، اس عدد کا مکعب ہوتا ہے۔مثلاً $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ یعنی 6 کا مکعب 216 ہے۔

ناطق اعداد کا مکعب کرنا :

مثال (1) : 17 کا مکعب کیجیے۔

$$17^3 = 17 \times 17 \times 17$$
$$= 4913$$

مثال (2) : (-6) کا مکعب کیجیے۔

$$(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6)$$
$$= -216$$

مثال (3) : $\left(-\frac{2}{5}\right)$ کا مکعب کیجیے۔

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$$
$$= -\frac{8}{125}$$

مثال (4) : (1.2) کا مکعب کیجیے۔

$$(1.2)^3 = 1.2 \times 1.2 \times 1.2$$
$$= 1.728$$

مثال (5) : (0.02) کا مکعب کیجیے۔

$$(0.02)^3 = 0.02 \times 0.02 \times 0.02$$
$$= 0.000008$$

آیئے غور کریں

مثال (1) میں 17 مثبت عدد ہے۔اس عدد کا مکعب 4913 بھی مثبت ہے۔

مثال (2) میں -6 کا مکعب -216 ہے۔مزید کچھ مثبت اور منفی عدد لے کر ان کا مکعب کر کے دیکھیے۔اس کی مدد سے کسی عدد کی علامت اور اس عدد کے مکعب کی علامت کے درمیان جو تعلق دکھائی دیتا ہے اسے معلوم کیجیے۔

مثال (4) اور (5) میں دیے ہوئے اعداد میں عشری علامت کے بعد آنے والے ہندسوں کی تعداد اور اس عدد کے مکعب میں آنے والی عشری علامت کے بعد کے ہندسوں کی تعداد میں کون سا تعلق پایا جاتا ہے؟

جذرالمکعب معلوم کرنا

ہم دیے ہوئے عدد کے مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے جذرالمربع معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں،
اسی طریقے سے جذرالمکعب معلوم کریں گے۔

مثال (1) : 216 کا جذرالمکعب معلوم کیجیے۔

حل : پہلے 216 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں گے۔

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

3 اور 2 جزو ضربی ہر ایک 3 مرتبہ آئے ہیں، لہٰذا ان کو ایک-ایک مرتبہ لے کر ذیل کے مطابق گروہ بنائیں گے۔

$$\therefore\ 216 = (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) = (3 \times 2)^3 = 6^3$$

$$\therefore\ \sqrt[3]{216} = 6 \text{ یعنی }, (216)^{\frac{1}{3}} = 6$$

مثال (2) : -1331 کا جذرالمکعب معلوم کیجیے۔

حل : -1331 کا جذرالمکعب معلوم کرنے کے لیے پہلے

1331 کا مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں گے۔

$$1331 = 11 \times 11 \times 11 = 11^3$$

$$-1331 = (-11) \times (-11) \times (-11)$$

$$= (-11)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-1331} = -11$$

مثال (4) : $\sqrt[3]{0.125}$ معلوم کیجیے۔

حل :

$$\sqrt[3]{0.125} = \sqrt[3]{\frac{125}{1000}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{1000}} \quad \cdots \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{10^3}} \quad \cdots \left(a^m\right)^{\frac{1}{m}} = a$$

$$= \frac{5}{10} \quad = 0.5$$

مثال (3) : 1728 کا جذرالمکعب معلوم کیجیے۔

حل :

$$1728 = 8 \times 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$\therefore \ 1728 = 2^3 \times 6^3 = (2 \times 6)^3 \quad \ldots [\because a^m \times b^m = (a \times b)^m]$$

$$\therefore \ \sqrt[3]{1728} = 2 \times 6 = 12$$

(ذہن نشین کیجیے کہ -1728 کا جذرالمکعب -12 آتا ہے۔)

مشقی سیٹ 3.3

.1 درج ذیل اعداد کا جذرالمکعب معلوم کیجیے۔

(1) 8000 (2) 729 (3) 343 (4) -512 (5) -2744 (6) 32768

.2 جذرالمکعب معلوم کیجیے : (1) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$ (2) $\sqrt[3]{\frac{16}{54}}$

.3 اگر $\sqrt[3]{729} = 9$ ہو تو $\sqrt[3]{0.000729} = ?$ کتنا

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 3.1 : **1.** (1) $13^{\frac{1}{5}}$ (2) $9^{\frac{1}{6}}$ (3) $256^{\frac{1}{2}}$ (4) $17^{\frac{1}{3}}$ (5) $100^{\frac{1}{8}}$ (6) $30^{\frac{1}{7}}$

2. (1) 81 کا چوتھا جذر (2) 49 کا جذرالمربع (3) 15 کا پانچواں جذر

(4) 512 کا نواں جذر (5) 100 کا انیسواں جذر (6) 6 کا ساتواں جذر

مشقی سیٹ 3.2 : .1 (2) 45 کے پانچویں جذر کی چوتھی قوت، 45 کی چوتھی قوت کا پانچواں جذر

(3) 81 کے ساتویں جذر کی چھٹی قوت، 81 کی چھٹی قوت کا ساتواں جذر

(4) 100 کے 10ویں جذر کی چوتھی قوت، 100 کی چوتھی قوت کا دسواں جذر

(5) 21 کے ساتویں جذر کی تیسری قوت، 21 کی تیسری قوت کا ساتواں جذر

2. (1) $(121)^{\frac{5}{2}}$ (2) $(324)^{\frac{3}{4}}$ (3) $(264)^{\frac{2}{5}}$ (4) $3^{\frac{3}{3}}$

مشقی سیٹ 3.3 : **1.** (1) 20 (2) 9 (3) 7 (4) -8 (5) -14 (6) 32

2. (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{3}$ **3.** 0.09

❑❑❑