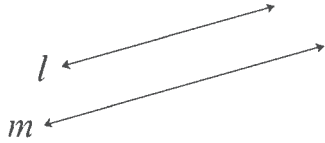


متوازی خطوط اور تقاطع

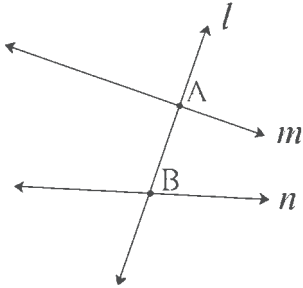
2

آئیے ذرا یاد کریں



ایک ہی مستوی میں واقع ایک دوسرے کو قطع نہیں کرنے والے خطوط متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔
خط l اور خط m متوازی خطوط ہیں، اسے 'خط $l \parallel m$ ' لکھتے ہیں۔

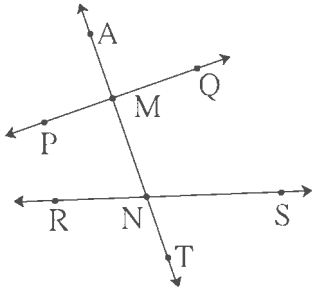
آئیے سمجھ لیں



تقاطع (Transversal)

بازو میں دی ہوئی شکل میں خط m اور خط n کو خط l بالترتیب نقطہ A اور نقطہ B دو متفرق نقاط پر قطع کرتا ہے۔ خط m اور خط n کا خط l تقاطع ہے۔
اگر کوئی خط دیے ہوئے دو خطوط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہو تو اس خط کو ان دو خطوط کا تقاطع کہتے ہیں۔

تقاطع کے ذریعے بننے والے زاویے (Angles made by Transversal)



متصلہ شکل میں تقاطع کے ذریعے نقطہ تقاطع M پر چار اور نقطہ تقاطع N پر چار اس طرح کل 8 زاویے بنے ہوئے دکھائی دیتے ہیں۔ آٹھوں زاویوں میں سے ہر ایک زاویے کی ایک ساق تقاطع پر ہے اور دوسری ساق دو میں سے کسی ایک خط پر ہے۔ اس کا استعمال کر کے زاویوں کی جوڑیاں طے کی گئی ہیں، ان جوڑیوں کا مطالعہ کریں گے۔

داخلی زاویے (Interior Angles)

زاویوں کی جس جوڑی میں زاویے دیے ہوئے دونوں خطوط کے اندرونی جانب ہوتے ہیں۔ اس جوڑی کو داخلی زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

نظیری زاویے (Corresponding Angles)

زاویوں کی جس جوڑی میں زاویوں کی تقاطع پر کی ساق ایک ہی سمت ظاہر کرتی ہے اور جو ساق تقاطع پر نہیں ہے وہ تقاطع کے ایک ہی جانب ہوتی ہیں، اس جوڑی کو نظیری زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

— مذکورہ بالا شکل میں داخلی زاویوں کی جوڑیاں —

$\angle MNR$ اور $\angle PMN$ (i)

$\angle MNS$ اور $\angle QMN$ (ii)

— مذکورہ بالا شکل میں نظیری زاویوں کی جوڑیاں —

$\angle MNR$ اور $\angle AMP$ (i)

$\angle RNT$ اور $\angle PMN$ (ii)

$\angle MNS$ اور $\angle AMQ$ (iii)

$\angle SNT$ اور $\angle QMN$ (iv)

● متبادلہ زاویے (Alternate Angles)

زاویوں کی ایسی جوڑی جس جوڑی میں زاویے تقاطع کے مخالف جانب ہوتے ہیں اور تقاطع پر واقع ساق مخالف سمت ظاہر کرتی ہے، وہ جوڑی متبادلہ زاویوں کی جوڑی ہوتی ہے۔

شکل میں زاویوں کی دو جوڑیاں داخلی متبادلہ زاویوں کی ہیں تو دو جوڑیاں خارجی متبادلہ زاویوں کی ہے۔

خارجی متبادلہ زاویے

(خطوط کے بیرونی جانب والے زاویے)

$\angle TNS$ اور $\angle AMP$ (i)

$\angle RNT$ اور $\angle AMQ$ (ii)

داخلی متبادلہ زاویے

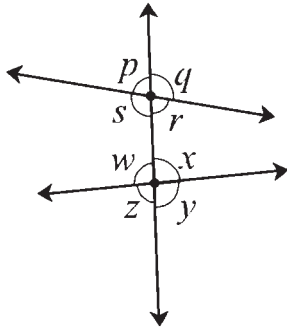
(خطوط کے اندرونی جانب والے زاویے)

$\angle MNS$ اور $\angle PMN$ (i)

$\angle RNM$ اور $\angle QMN$ (ii)

مشقی سیٹ 2.1

1. متعلقہ شکل دیکھیے۔ شکل میں زاویوں کے نام ایک حرف سے ظاہر کیے گئے ہیں اس کی مدد سے خالی چوکون پر کیجیے۔



نظیری زاویوں کی جوڑیاں

☐ اور $\angle p$ (1) ☐ اور $\angle q$ (2)

☐ اور $\angle r$ (3) ☐ اور $\angle s$ (4)

داخلی متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں

☐ اور $\angle s$ (5) ☐ اور $\angle w$ (6)

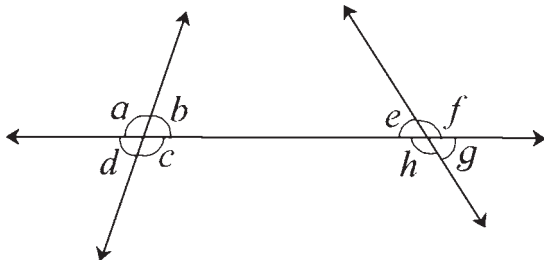
2. متعلقہ شکل میں دکھائے ہوئے زاویے دیکھیے۔

درج ذیل جوڑیوں کو ظاہر کرنے والے زاویے لکھیے۔

(1) داخلی متبادلہ زاویے

(2) نظیری زاویے

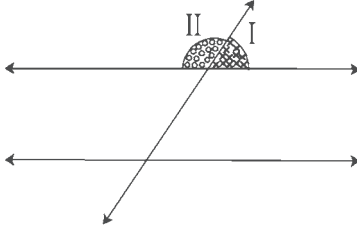
(3) داخلی زاویے



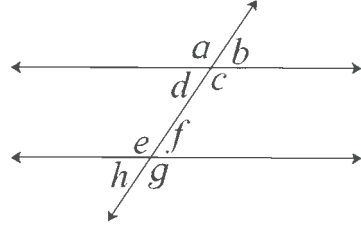
آئیے سمجھ لیں

متوازی خطوط اور تقاطع کے ذریعے بننے والے زاویے اور ان کی خصوصیات :
(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)

عملی کام (1) ایک بیاض کے کاغذ پر شکل (A) میں دکھائے ہوئے کے مطابق دو متوازی خطوط کھینچیے اور ان کا تقاطع کھینچیے۔ ٹریسنگ کاغذ کی مدد سے اسی شکل کی ایک نقل ایک سادے کاغذ پر کھینچیے۔ شکل (B) میں دکھائے ہوئے کے مطابق حصہ I اور حصہ II کو مختلف رنگوں سے رنگیے ان دونوں حصوں کو قیچی سے کاٹ لیں۔



(B)



(A)

اسے ذہن نشین رکھیے کہ حصہ I اور حصہ II سے دکھائے ہوئے زاویے خطی جوڑی میں ہیں۔ اب حصہ I اور حصہ II کو شکل A میں آٹھوں زاویوں میں سے ہر زاویے پر رکھ کر دیکھیے۔

کون کون سے زاویوں سے حصہ I مکمل طور پر منطبق ہوتا ہے؟

کون کون سے زاویوں سے حصہ II مکمل طور پر منطبق ہوتا ہے؟

ایسا دکھائی دے گا کہ، $\angle b \cong \angle d \cong \angle f \cong \angle h$ ، کیونکہ یہ زاویے حصہ I سے منطبق ہوتے ہیں۔

کیوں کہ یہ زاویے حصہ II سے منطبق ہوتے ہیں۔ $\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$

(1) $\angle a \cong \angle e$, $\angle b \cong \angle f$, $\angle c \cong \angle g$, $\angle d \cong \angle h$... (یہ نظیری زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

(2) $\angle d \cong \angle f$, $\angle e \cong \angle c$... (یہ داخلی متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

(3) $\angle a \cong \angle g$, $\angle b \cong \angle h$... (یہ خارجہ متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

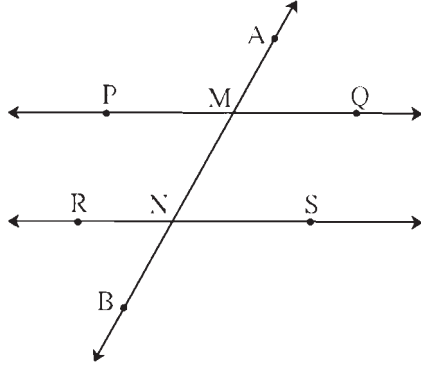
(4) $m \angle d + m \angle e = 180^\circ$, $m \angle c + m \angle f = 180^\circ$... (یہ داخلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں)

آئیے بحث کریں

دو متوازی خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر آٹھ زاویے بنتے ہیں۔

ان آٹھ زاویوں میں سے ایک زاویے کی پیمائش دی ہو تو کیا دیگر سات زاویوں کی پیمائش معلوم کی جاسکتی ہیں۔

(1) نظیری زاویوں کی خصوصیت (Property of corresponding angles)



متوازی خطوط اور تقاطع کے ذریعے بننے والے نظیری زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔
متصلہ شکل میں خط $PQ \parallel RS$ خط AB اُن کا تقاطع ہے۔

نظیری زاویے

$$\angle AMP \cong \angle MNR, \angle PMN \cong \angle RNB$$

$$\angle AMQ \cong \angle MNS, \angle QMN \cong \angle SNB$$

(3) داخلہ زاویوں کی خصوصیت

(Property of Internal angles)

متوازی خطوط اور تقاطع سے بننے والے داخلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$$m\angle PMN + m\angle MNR = 180^\circ$$

$$m\angle QMN + m\angle MNS = 180^\circ$$

(2) متبادلہ زاویوں کی خصوصیت

(Property of alternate angles)

متوازی خطوط اور تقاطع سے بننے والے متبادلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔

خارجی متبادلہ زاویے

$$\angle AMP \cong \angle SNB$$

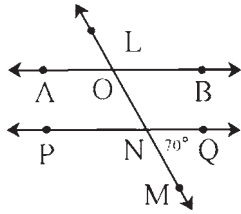
$$\angle AMQ \cong \angle RNB$$

داخلی متبادلہ زاویے

$$\angle PMN \cong \angle MNS$$

$$\angle QMN \cong \angle MNR$$

حل کردہ مثالیں



مثال (1) متصلہ شکل میں خط $AB \parallel PQ$ خط اور

خط LM تقاطع ہے۔ $m\angle MNQ = 70^\circ$ ہو تو

$\angle AON$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

طریقہ II

$$m\angle MNQ = 70^\circ$$

$$\therefore m\angle NOB = 70^\circ \quad \dots (\text{نظیری زاویے})$$

$$m\angle AON + m\angle NOB = 180^\circ \quad \dots (\text{خطی جوڑی کے زاویے}) \therefore m\angle AON = 180^\circ - m\angle NOB$$

$$\therefore m\angle AON + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore m\angle AON = 110^\circ$$

طریقہ I

حل :

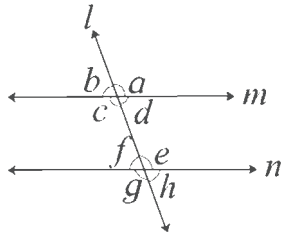
$$m\angle MNQ = m\angle ONP = 70^\circ \quad \dots (\text{متقابلہ زاویے})$$

$$m\angle AON + m\angle ONP = 180^\circ \quad \dots (\text{داخلہ زاویے})$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

(مزید مختلف طرح سے غور و خوض کر کے مندرجہ بالا سوال حل کیا جاسکتا ہے)



مثال (2) متسلہ شکل میں خط $n \parallel m$ خط اور خط l تقاطع ہے۔

اگر $m\angle b = (x + 15)^\circ$ اور $m\angle e = (2x + 15)^\circ$ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل : $m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$ (نظیری زاویے) ، $\therefore m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$

(خطی جوڑی کے زاویے) $m\angle f + m\angle e = 180^\circ$

مساوات میں قیمت رکھ کر،

$$x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ \quad , \quad \therefore 3x + 30 = 180^\circ$$

$$\therefore 3x = 180^\circ - 30^\circ \quad \dots \quad \text{(طرفین سے 30 تفریق کرنے پر)}$$

$$x = \frac{150^\circ}{3}$$

(طرفین کو 3 سے تقسیم دینے پر) $\dots$

$$\therefore x = 50^\circ$$

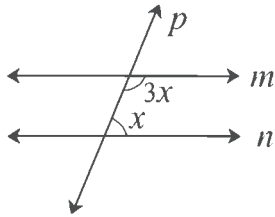


دو متوازی خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر بننے والے زاویوں میں سے

• نظیری زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ متبادلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

• داخلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متمم ہوتے ہیں۔

مشقی سیٹ 2.2

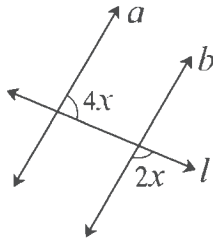


1. مناسب متبادل منتخب کیجیے۔

(1) متسلہ شکل میں اگر خط $n \parallel m$ خط ہو اور خط p ان کا تقاطع ہو تو

x کی قیمت کتنی ہے؟

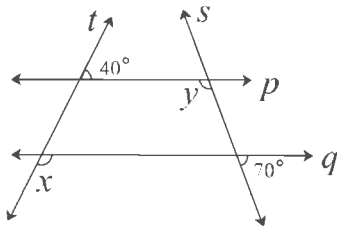
- (A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°



(2) متسلہ شکل میں اگر خط $b \parallel a$ خط ہو اور خط l ان کا تقاطع ہو تو

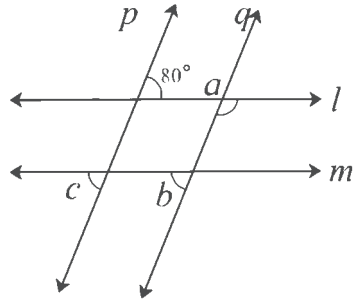
x کی قیمت کتنی ہے؟

- (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°



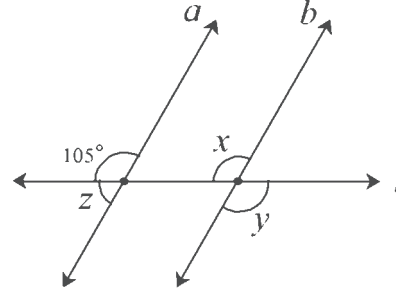
2. متسلہ شکل میں خط $q \parallel p$ خط ہے۔ خط t اور خط s تقاطع ہیں۔

دی ہوئی پیمائش کی مدد سے $\angle x$ اور $\angle y$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

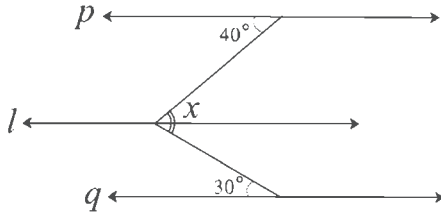


3. متصلہ شکل میں خط $p \parallel q$ خط p ہے۔ خط $m \parallel l$ خط l ہے۔
دیے ہوئے زاویے کی پیمائش کی مدد سے $\angle a$ ، $\angle b$ ، $\angle c$ کی پیمائش معلوم کیجیے، وجہ بھی لکھیے۔

- 4*. متصلہ شکل میں خط $b \parallel a$ خط a اور خط l تقاطع ہے۔ دیے ہوئے زاویے کی پیمائش کی مدد سے $\angle x$ ، $\angle y$ ، $\angle z$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔



- 5*. متصلہ شکل میں خط $l \parallel q \parallel p$ خط p ہے اور دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے $\angle x$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔



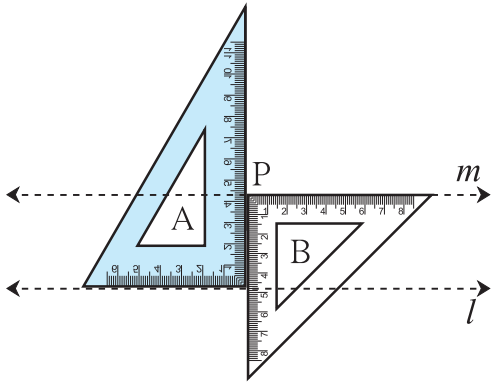
مزید معلومات کے لیے :

- ایک مستوی میں واقع دو خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر بننے والے —
- نظیری زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہو تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔
- متبادلہ زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہو تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔
- داخلہ زاویوں کی ایک جوڑی متمم ہو تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

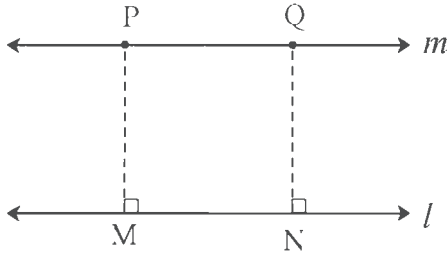
دیے ہوئے خط کے متوازی خط کھینچنا (To draw a line parallel to the given line)

عمل (I) : دیے ہوئے خط کے باہر واقع نقطہ سے گنیا کی مدد سے دیے ہوئے خط کے متوازی خط کھینچنا۔

طریقہ I : عمل کے مراحل



- (1) خط l کھینچیے۔
- (2) خط l کے باہر ایک نقطہ P لیجیے۔
- (3) شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق دو گنیا ایک دوسرے سے مَس کر کے رکھیے۔ گنیا A اور B کو پکڑ کر رکھیے۔ گنیا B کا کنارہ نقطہ P پر ہے اس سرے (کنارے) پر خط کھینچیے۔
- (4) اس خط کو m نام دیجیے۔
- (5) خط m ، خط l کے متوازی ہے۔



طریقہ II : عمل کے مراحل :

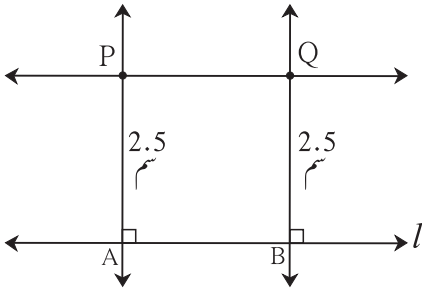
- (1) خط l کھینچیں۔ اس خط کے باہر ایک نقطہ P لیجیے۔
- (2) نقطہ P سے خط l پر خط PM ایک عمود کھینچیں۔
- (3) خط l پر ایک دوسرا نقطہ N لیجیے۔
- (4) نقطہ N سے ایک عمودی خط NQ ، خط l پر کھینچیں۔

اس طرح کہ $NQ = MP$

- (5) نقاط P اور Q سے گزرنے والا خط m دیے ہوئے خط l کے متوازی ہے۔

عمل (II) : دیے ہوئے خط سے دیے ہوئے فاصلہ پر متوازی خط کھینچنا۔

طریقہ : خط l سے 2.5 سم فاصلے پر متوازی خط کھینچیں۔



عمل کے مراحل :

- (1) خط l کھینچیں۔
- (2) خط l پر A اور B دو نقاط لیجیے۔
- (3) نقطہ A اور نقطہ B سے خط l پر عمود کھینچیں۔
- (4) اس خط پر، نقطہ A اور نقطہ B سے 2.5 سم فاصلے پر نقطہ P اور نقطہ Q لیجیے۔
- (5) خط PQ کھینچیں۔
- (6) خط PQ ، خط l سے 2.5 سم فاصلے پر واقع متوازی خط ہے۔

مشقی سیٹ 2.3

1. خط l کھینچیں۔ اس خط کے باہر نقطہ A لیجیے۔ نقطہ A سے گزرنے والا اور خط l کے متوازی ایک خط کھینچیں۔
2. خط l کھینچیں۔ اس کے باہر نقطہ T لیجیے۔ نقطہ T سے گزرنے والا اور خط l کے متوازی ایک خط کھینچیں۔
3. خط m کھینچیں اور اس خط سے 4 سم فاصلے سے متوازی خط n کھینچیں۔

جوابات کی فہرست

- مشقی سیٹ 2.1
1. (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$
 2. (1) $\angle c$ اور $\angle e$, $\angle b$ اور $\angle h$ (2) $\angle a$ اور $\angle e$, $\angle b$ اور $\angle f$, $\angle c$ اور $\angle g$, $\angle d$ اور $\angle h$ (3) $\angle c$ اور $\angle h$, $\angle b$ اور $\angle e$
- مشقی سیٹ 2.2
1. (1) C (2) D 2. $\angle x = 140^\circ$, $\angle y = 110^\circ$
 3. $\angle a = 100^\circ$, $\angle b = 80^\circ$, $\angle c = 80^\circ$
 4. $\angle x = 105^\circ$, $\angle y = 105^\circ$, $\angle z = 75^\circ$ 5. $\angle x = 70^\circ$

