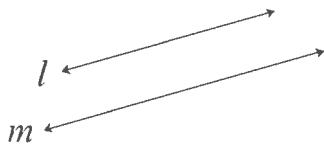


متوالی خطوط اور تقاطع

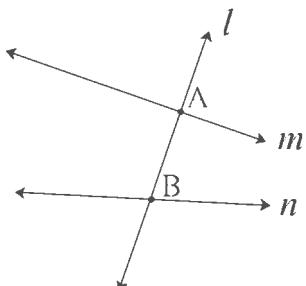
2

آئیے ذرا یاد کریں



ایک ہی مستوی میں واقع ایک دوسرے کو قطع نہیں کرنے والے خطوط متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔
خط l اور خط m متوازی خطوط ہیں، اسے 'Line $l \parallel m$ ' کہتے ہیں۔

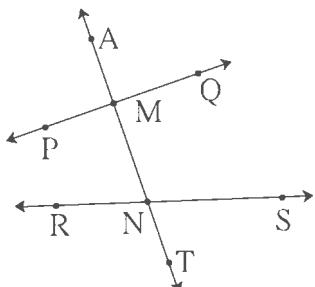
آئیے سمجھ لیں



تقاطع (Transversal)

بازو میں دی ہوئی شکل میں خط m اور خط n کو خط l بالترتیب نقطہ A اور نقطہ B دو متریق نقاط پر قطع کرتا ہے۔ خط m اور خط n کا خط l تقاطع ہے۔
اگر کوئی خط دیے ہوئے دو خطوط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہو تو اس خط کو ان دو خطوط کا
تقاطع کہتے ہیں۔

تقاطع کے ذریعے بننے والے زاویے (Angles made by Transversal)



متصلہ شکل میں تقاطع کے ذریعے نقطہ تقاطع M پر چار اور نقطہ تقاطع N پر چار اس طرح کل 8 زاویے بننے والے دکھائی دیتے ہیں۔ آٹھوں زاویوں میں سے ہر ایک زاویے کی ایک ساق
تقاطع پر ہے اور دوسری ساق دو میں سے کسی ایک خط پر ہے۔ اس کا استعمال کر کے زاویوں کی جوڑیاں طے کی گئی ہیں، ان جوڑیوں کا مطالعہ کریں گے۔

داخلی زاویے (Interior Angles)

زاویوں کی جس جوڑی میں زاویے دیے ہوئے دونوں خطوط کے اندر وہی جانب ہوتے ہیں۔ اس جوڑی کو داخلی زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

نظیری زاویے (Corresponding Angles)

زاویوں کی جس جوڑی میں زاویوں کی تقاطع پر کی ساق ایک ہی سمت ظاہر کرتی ہے اور جو ساق تقاطع پر نہیں ہے وہ تقاطع کے ایک ہی جانب ہوتی ہیں، اس جوڑی کو نظیری زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

مذکورہ بالا شکل میں داخلی زاویوں کی جوڑیاں —

$\angle MNR$ اور $\angle PMN$ (i)

$\angle MNS$ اور $\angle QMN$ (ii)

مذکورہ بالا شکل میں نظیری زاویوں کی جوڑیاں —

$\angle MNR$ اور $\angle AMP$ (i)

$\angle RNT$ اور $\angle PMN$ (ii)

$\angle MNS$ اور $\angle AMQ$ (iii)

$\angle SNT$ اور $\angle QMN$ (iv)

• متبادلہ زاویے (Alternate Angles)

زاویوں کی ایسی جوڑی جس جوڑی میں زاویے تقاطع کے مقابلے کے مقابلے پر واقع ساق مخالف سمت ظاہر کرتی ہے، وہ جوڑی متبادلہ زاویوں کی جوڑی ہوتی ہے۔

شکل میں زاویوں کی دو جوڑیاں داخلی متبادلہ زاویوں کی ہیں تو دو جوڑیاں خارجی متبادلہ زاویوں کی ہے۔

خارجی متبادلہ زاویے

(خطوط کے بیرونی جانب والے زاویے)

$\angle TNS$ اور $\angle AMP$ (i)

$\angle RNT$ اور $\angle AMQ$ (ii)

داخلی متبادلہ زاویے

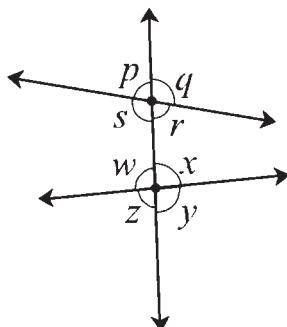
(خطوط کے اندر ونی جانب والے زاویے)

$\angle MNS$ اور $\angle PMN$ (i)

$\angle RNM$ اور $\angle QMN$ (ii)

مشقی سیٹ 2.1

1. متصلہ شکل دیکھیے۔ شکل میں زاویوں کے نام ایک حرف سے ظاہر کیے گئے ہیں اس کی مدد سے خالی چوکوں پر لکھیے۔



نظیری زاویوں کی جوڑیاں

اور $\angle q$ (2) اور $\angle p$ (1)

اور $\angle s$ (4) اور $\angle r$ (3)

داخلی متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں

اور $\angle w$ (6) اور $\angle s$ (5)

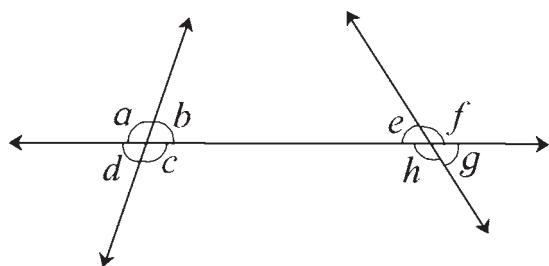
2. متصلہ شکل میں دکھائے ہوئے زاویے دیکھیے۔

درج ذیل جوڑیوں کو ظاہر کرنے والے زاویے لکھیے۔

داخلی متبادلہ زاویے (1)

نظیری زاویے (2)

داخلی زاویے (3)

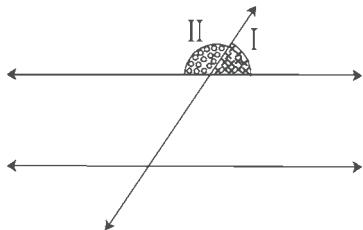


در آئیے سمجھ لیں

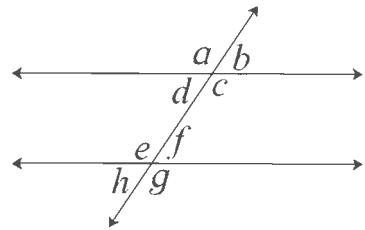
متوالی خطوط اور تقاطع کے ذریعے بننے والے زاویے اور ان کی خصوصیات :

(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)

عملی کام (1) ایک بیاض کے کاغذ پر شکل (A) میں دکھائے ہوئے کے مطابق دو متوالی خطوط کھینچیں اور ان کا تقاطع کھینچیں۔ ٹرینگ کاغذ کی مدد سے اسی شکل کی ایک نقل ایک سادے کاغذ پر کھینچیں۔ شکل (B) میں دکھائے ہوئے کے مطابق حصہ I اور حصہ II کو مختلف رنگوں سے رنگیے ان دونوں حصوں کو پیچھی سے کاٹیے۔



(B)



(A)

اسے ذہن نشیں رکھیے کہ حصہ I اور حصہ II سے دکھائے ہوئے زاویے خطی جوڑی میں ہیں۔ اب حصہ I اور حصہ II کو شکل A میں آٹھوں زاویوں میں سے ہر زاویے پر رکھ کر دیکھیے۔

کون کون سے زاویوں سے حصہ I مکمل طور پر منطبق ہوتا ہے؟

کون کون سے زاویوں سے حصہ II مکمل طور پر منطبق ہوتا ہے؟

ایسا دکھائی دے گا کہ، کیونکہ یہ زاویے حصہ I سے منطبق ہوتے ہیں۔
 $\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$ ، کیونکہ یہ زاویے حصہ II سے منطبق ہوتے ہیں۔

(1) $\angle a \cong \angle e, \angle b \cong \angle f, \angle c \cong \angle g, \angle d \cong \angle h$ (یہ نیپری زاویوں کی جوڑیاں ہیں) ...

(2) $\angle d \cong \angle f, \angle e \cong \angle c$ (یہ داخلی تبادلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں) ...

(3) $\angle a \cong \angle g, \angle b \cong \angle h$ (یہ خارجی تبادلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں) ...

(4) $m\angle d + m\angle e = 180^\circ, m\angle c + m\angle f = 180^\circ$ (یہ داخلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں) ...

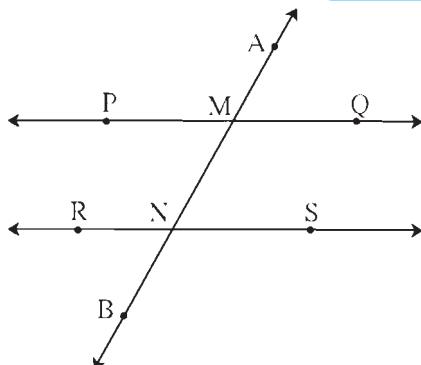
در آئیے بحث کریں

دو متوالی خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر آٹھ زاویے بنتے ہیں۔

ان آٹھ زاویوں میں سے ایک زاویے کی پیمائش دی ہو تو کیا دیگر سمات زاویوں کی پیمائش معلوم کی جاسکتی ہیں۔

مدد - آئیے سمجھ لیں

(1) نظیری زاویوں کی خصوصیت (Property of corresponding angles)



متوازی خطوط اور تقاطع کے ذریعے بننے والے نظیری زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔
متصلہ شکل میں $PQ \parallel RS$ خط $PQ \parallel RS$ خط AB اُن کا تقاطع ہے۔

نظیری زاویے

$$\angle AMP \cong \angle MNR, \angle PMN \cong \angle RNB$$

$$\angle AMQ \cong \angle MNS, \angle QMN \cong \angle SNB$$

(3) داخلہ زاویوں کی خصوصیت (Property of Internal angles)

متوازی خطوط اور تقاطع سے بننے والے داخلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$$m\angle PMN + m\angle MNR = 180^\circ$$

$$m\angle QMN + m\angle MNS = 180^\circ$$

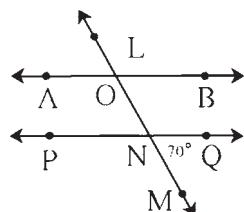
(2) متبادلہ زاویوں کی خصوصیت (Property of alternate angles)

متوازی خطوط اور تقاطع سے بننے والے متبادلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے متماثل ہوتے ہیں۔

داخلی متبادلہ زاویے

$$\begin{array}{ll} \angle AMP \cong \angle SNB & \angle PMN \cong \angle MNS \\ \angle AMQ \cong \angle RNB & \angle QMN \cong \angle MNR \end{array}$$

حل کردہ مثالیں



مثال (1) متصلہ شکل میں $PQ \parallel LM$ خط $AB \parallel$ خط LM اور

خط LM تقاطع ہے۔ $m\angle MNQ = 70^\circ$ ہوتا

$\angle AON$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

طریقہ II

$$m\angle MNQ = 70^\circ$$

$$\therefore m\angle NOB = 70^\circ \quad \text{(نظیری زاویے)}$$

$$m\angle AON + m\angle NOB = 180^\circ \quad \text{(خطی جوڑی کے زاویے)}$$

$$\therefore m\angle AON + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore m\angle AON = 110^\circ$$

حل : طریقہ I

$$m\angle MNQ = m\angle ONP = 70^\circ \dots \text{(متبادلہ زاویے)}$$

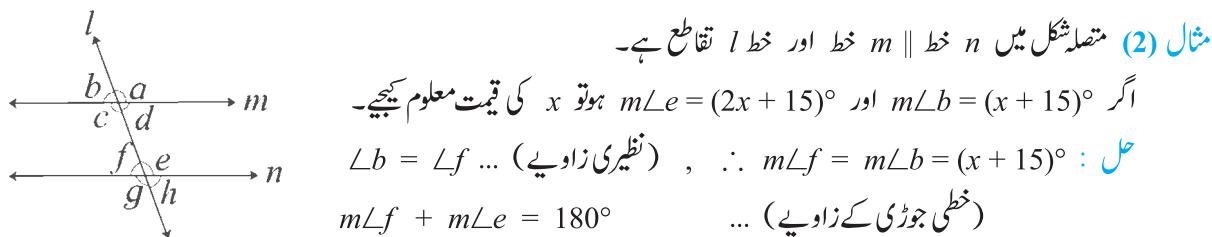
$$m\angle AON + m\angle ONP = 180^\circ \quad \text{(داخلہ زاویے)}$$

$$\therefore m\angle AON = 180^\circ - m\angle ONP$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

(مزید مختلف طرح سے غور و خوض کر کے مندرجہ بالا سوال حل کیا جاسکتا ہے)



مثال (2) متصلہ شکل میں n خط $\parallel m$ خط اور خط l تقاطع ہے۔
 اگر $m\angle e = (2x + 15)^\circ$ اور $m\angle b = (x + 15)^\circ$ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔
 $\angle b = \angle f$... (نظری زاویے)
 $m\angle f + m\angle e = 180^\circ$... (خطی جوڑی کے زاویے)
حل : $m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$

مساویات میں قیمت رکھ کر،

$$x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ, \therefore 3x + 30 = 180^\circ$$

(طرفین سے 30 تفریق کرنے پر) ...

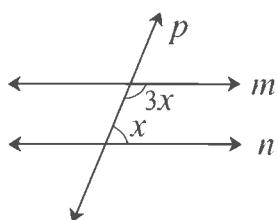
$$x = \frac{150^\circ}{3}$$

$$\therefore x = 50^\circ$$



- دو متوازی خطوط کو ایک تقاطع سے قطع کرنے پر بننے والے زاویوں میں سے
 نظری زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ متبادلہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔
 داخلمہ زاویوں کی ہر جوڑی میں زاویے ایک دوسرے کے ممکن ہوتے ہیں۔

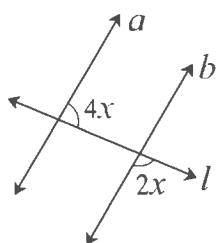
مشقی سیٹ 2.2



1. مناسب متبادل منتخب کیجیے۔

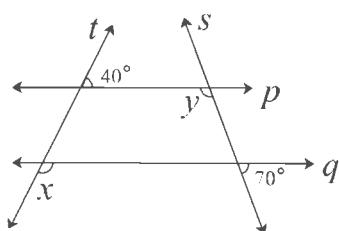
- (1) متصلہ شکل میں اگر n خط $\parallel m$ خط ہو اور خط p ان کا تقاطع ہو تو x کی قیمت کتنی ہے؟

(A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°

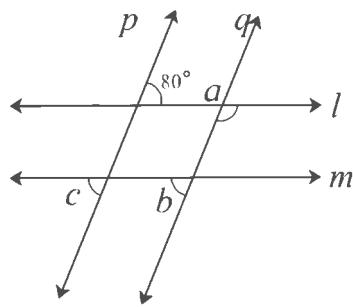


- (2) متصلہ شکل میں اگر b خط $\parallel a$ خط ہو اور خط l ان کا تقاطع ہو تو x کی قیمت کتنی ہے؟

(A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

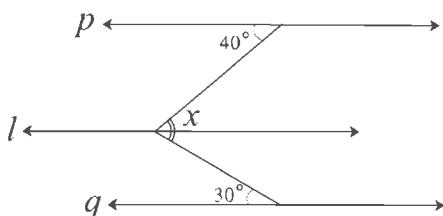
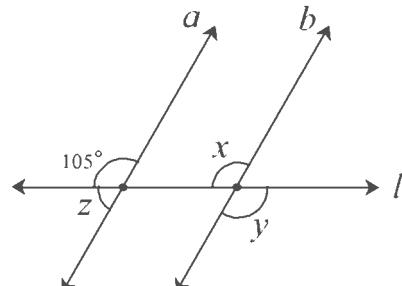


- .2. متصلہ شکل میں q خط $\parallel p$ خط ہے۔ خط t اور خط s تقاطع ہیں۔
 دی ہوئی پیمائش کی مدد سے $\angle x$ اور $\angle y$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔



3. متصلہ شکل میں $q \parallel p$ خط $\parallel l$ خط ہے۔ m خط $\parallel l$ خط ہے۔ دیے ہوئے زاویے کی پیمائش کی مدد سے $\angle c$, $\angle b$, $\angle a$, $\angle z$, $\angle y$, $\angle x$ کی پیمائش معلوم کیجیے، وجہ بھی لکھیے۔

- 4*. متصلہ شکل میں $b \parallel a$ خط اور l خط تنازع ہے۔ دیے ہوئے زاویے کی پیمائش کی مدد سے $\angle z$, $\angle y$, $\angle x$, $\angle w$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔



- 5*. متصلہ شکل میں a خط $\parallel q$ خط ہے اور دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے $\angle x$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

مزید معلومات کے لیے :

ایک مستوی میں واقع دو خطوط کو ایک تنازع سے قطع کرنے پر بنے والے —

- نظری زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہوتا وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

- متبدله زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہوتا وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

(To draw a line parallel to the given line) دیے ہوئے خط کے متوازی خط کھینچنا

عمل (I) : دیے ہوئے خط کے باہر واقع نقطہ سے گنجائی کی مدد سے دیے ہوئے خط کے متوازی خط کھینچنا۔

طریقہ I : عمل کے مرحل

(1) خط l کھینچیے۔

(2) خط l کے باہر ایک نقطہ P لیجیے۔

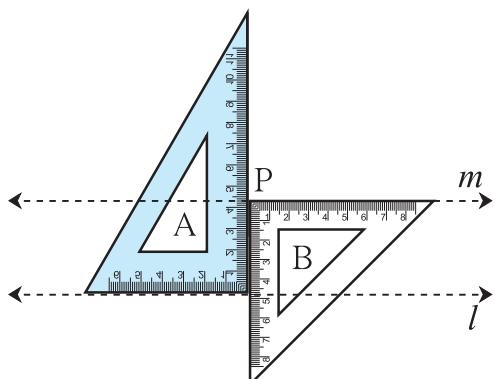
(3) شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق دو گنجائی ایک دوسرے سے مس

کر کے رکھیے۔ گنجائی A اور B کو پکڑ کر رکھیے۔ گنجائی B کا کنارا

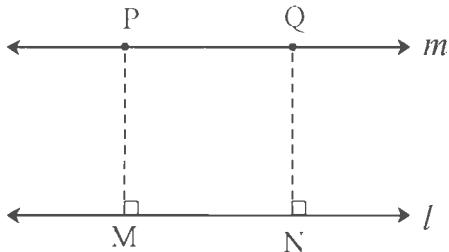
نقطہ P پر ہے اس سرے (کنارے) پر خط کھینچیے۔

(4) اس خط کو m نام دیجیے۔

(5) خط m , خط l کے متوازی ہے۔



طریقہ II : عمل کے مرال :



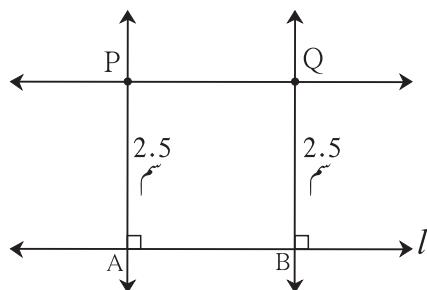
- (1) خط l کچھی۔ اس خط کے باہر ایک نقطہ P لیجئے۔
- (2) نقطہ P سے خط l پر خط PM ایک عمود کچھی۔
- (3) خط l پر ایک دوسرا نقطہ N لیجئے۔
- (4) نقطہ N سے ایک عمودی خط NQ، خط l پر کچھی۔

$$NQ = MP$$

(5) نقاط P اور Q سے گذرنے والا خط m دیے ہوئے خط l کے متوازی ہے۔

عمل (II) : دیے ہوئے خط سے دیے ہوئے فاصلہ پر متوازی خط کھینچنا۔

طریقہ : خط l سے 2.5 سم فاصلے پر متوازی خط کچھی۔



- (1) خط l کچھی۔
- (2) خط l پر A اور B دوننقاط لیجئے۔
- (3) نقطہ A اور نقطہ B سے خط l پر عمود کچھی۔
- (4) اس خط پر، نقطہ A اور نقطہ B سے 2.5 سم فاصلے پر نقطہ P اور نقطہ Q لیجئے۔
- (5) خط PQ کچھی۔

(6) خط PQ، خط l سے 2.5 سم فاصلے پر واقع متوازی خط ہے۔

مشقی سیٹ 2.3

1. خط l کچھی۔ اس خط کے باہر نقطہ A لیجئے۔ نقطہ A سے گذرنے والا اور خط l کے متوازی ایک خط کچھی۔
2. خط l کچھی۔ اس کے باہر نقطہ T لیجئے۔ نقطہ T سے گزرنے والا اور خط l کے متوازی ایک خط کچھی۔
3. خط m کچھی۔ اور اس خط سے 4 سم فاصلے سے متوازی خط n کچھی۔

جوابات کی فہرست

2.1 مشقی سیٹ 1. (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$

2. (1) $\angle c$ اور $\angle e$, $\angle b$ اور $\angle h$ (2) $\angle a$ اور $\angle e$, $\angle b$ اور $\angle f$, $\angle c$ اور $\angle g$, $\angle d$ اور $\angle h$
(3) $\angle c$ اور $\angle h$, $\angle b$ اور $\angle e$

2.2 مشقی سیٹ 1. (1) C (2) D 2. $\angle x = 140^\circ$, $\angle y = 110^\circ$

3. $\angle a = 100^\circ$, $\angle b = 80^\circ$, $\angle c = 80^\circ$

4. $\angle x = 105^\circ$, $\angle y = 105^\circ$, $\angle z = 75^\circ$ 5. $\angle x = 70^\circ$



064775