حصّہ 1

1 ناطق اور غیر ناطق اعداد

آیئے ذرا یاد کریں

ہم طبعی اعداد کے گروہ، مکمل اعداد کے گروہ اور صحیح اعداد کے گروہ اور ناطق اعداد کے گروہ کی شناخت کر چکے ہیں۔

طبعی اعداد کا گروہ	مکمل اعداد کا گروہ	صحیح اعداد کا گروہ
1,2,3,4,...	0,1,2,3,4, ...	...,−4,−3,−2,−1, 0, 1, 2, 3,...

ناطق اعداد کا گروہ

$\frac{-25}{3}, \frac{10}{-7}, -4, 0, 3, 8, \frac{32}{3}, \frac{67}{5},$ وغیرہ

ناطق اعداد کا گروہ

$\frac{m}{n}$ کی صورت والے اعداد کو ناطق اعداد کہتے ہیں۔ یہاں m اور n صحیح اعداد ہوتے ہیں لیکن n غیر صفر صحیح عدد ہے۔

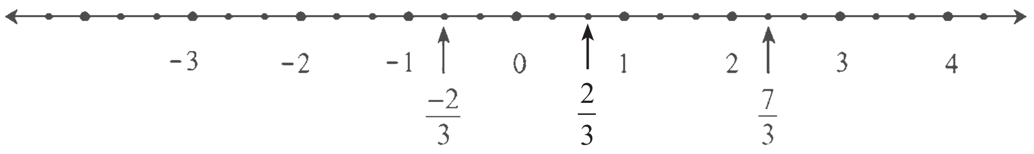
ہم جانتے ہیں کہ دو ناطق اعداد کے درمیان بے شمار ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

عددی خط پر ناطق عدد دکھانا (To show rational numbers on a number line)

اعداد $\frac{7}{3}$ ، 2 ، $\frac{-2}{3}$ کو عددی خط پر دکھائیں گے۔

پہلے ایک عددی خط کھینچیں گے۔



- 2 ناطق عدد ہے اور صحیح عدد بھی ہے۔ اسے عددی خط پر دکھائیں گے۔
- $\frac{7}{3} = 7 \times \frac{1}{3}$ یعنی صفر کے دائیں طرف ہر اکائی کے تین مساوی حصے کریں گے۔ صفر سے ساتواں نقطہ $\frac{7}{3}$ عدد کو ظاہر کرتا ہے۔ یا

$\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ یعنی 2 عدد کے بعد $\frac{1}{3}$ اکائی فاصلے پر واقع نقطہ $\frac{7}{3}$ عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

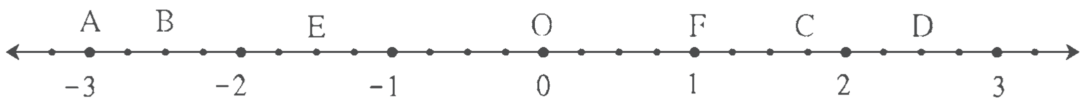
• عددی خط پر $\frac{-2}{3}$ دکھانے سے قبل $\frac{2}{3}$ عدد ظاہر کر کے 0 کے بائیں جانب اتنے ہی فاصلے پر عدد $\frac{-2}{3}$ ظاہر کیا جائے گا۔

مشقی سیٹ 1.1

.1 عددی خط پر درج ذیل ناطق اعداد دکھائیے۔ ہر مثال کے لیے علیحدہ عددی خط کھینچیے۔

(1) $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$ (2) $\frac{7}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-4}{5}$ (3) $\frac{-5}{8}, \frac{11}{8}$ (4) $\frac{13}{10}, \frac{-17}{10}$

.2 دیے ہوئے عددی خط کو دیکھ کر پوچھے گئے سوالوں کے جواب لکھیے۔



(1) نقطہ B کس ناطق عدد کو ظاہر کرتا ہے؟

(2) عدد $1\frac{3}{4}$ کس نقطے سے ظاہر کیا گیا ہے؟

(3) 'نقطہ 'D' سے ناطق عدد $\frac{5}{2}$ کو ظاہر کیا گیا ہے۔' یہ بیان صحیح ہے یا غلط لکھیے۔

آئیے سمجھ لیں

ناطق اعداد میں ترتیبی تعلق (چھوٹا بڑا پن) (Comparison of rational numbers)

ہم جانتے ہیں کہ عددی خط پر اعداد کی ہر جوڑی میں بائیں جانب کا عدد، دائیں جانب کے عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔اسی طرح ناطق اعداد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی ایک غیر صفر عدد سے ضرب دیں تو عدد وہی رہتا ہے یا اس کی قیمت میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

یعنی $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ جب $k \neq 0$

مثال (1) $\frac{5}{4}$ اور $\frac{2}{3}$ کے درمیان چھوٹا-بڑا پن طے کیجیے۔ $>, =, <$ ان میں سے مناسب علامت کا استعمال کیجیے۔

حل :

$\frac{5}{4} = \frac{5\times3}{4\times3} = \frac{15}{12}$, $\frac{2}{3} = \frac{2\times4}{3\times4} = \frac{8}{12}$

$\therefore \frac{15}{12} > \frac{8}{12}$, $\therefore \frac{5}{4} > \frac{2}{3}$

مثال (2) ناطق اعداد $\frac{-7}{9}$ ، $\frac{4}{5}$ کا موازنہ کیجیے۔

حل : منفی عدد ہمیشہ مثبت عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔اس لیے $-\frac{7}{9} < \frac{4}{5}$

دو منفی اعداد کا موازنہ کرنے کے لیے :

a، b مثبت اعداد ہیں اگر $a < b$ ہو تو $-a > -b$ کا مشاہدہ کریں گے۔

$2 < 3$ لیکن $-2 > -3$

$\frac{7}{4} < \frac{5}{4}$ لیکن $\frac{-7}{4} > \frac{-5}{4}$

} ان اعداد کی عددی خط پر تصدیق کیجیے۔

مثال (3) $\frac{-7}{3}$ ، $\frac{-5}{2}$ کا موازنہ کیجیے۔

حل : پہلے $\frac{7}{3}$ اور $\frac{5}{2}$ کا موازنہ کریں گے۔

$$\frac{7}{3} = \frac{7\times 2}{3\times 2} = \frac{14}{6}, \qquad \frac{5}{2} = \frac{5\times 3}{2\times 3} = \frac{15}{6}, \qquad \frac{14}{6} < \frac{15}{6}$$

$$\therefore \frac{7}{3} < \frac{5}{2}, \qquad \therefore \frac{-7}{3} > \frac{-5}{2}$$

مثال (4) $\frac{3}{5}$ اور $\frac{6}{10}$ ناطق اعداد ہیں،ان کا موازنہ کیجیے۔

حل :

$$\frac{3}{5} = \frac{3\times 2}{5\times 2} = \frac{6}{10}, \qquad \therefore \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

ناطق اعداد کا موازنہ کرتے وقت ذیل کے اصول استعمال کرنا مفید ہوتے ہیں۔

$\frac{a}{b}$ اور $\frac{c}{d}$ ناطق اعداد میں اگر b اور d مثبت ہوں اور

(1) اگر $a \times d < b \times c$ ہو تو $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

(2) اگر $a \times d = b \times c$ ہو تو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

(3) اگر $a \times d > b \times c$ ہو تو $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

مشقی سیٹ 1.2

1. درج ذیل اعداد میں چھوٹا - بڑا پن طے کیجیے۔

(1) $-7, -2$ (2) $0, \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7}, 0$ (4) $\frac{-5}{4}, \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29}, \frac{141}{29}$

(6) $-\frac{17}{20}, \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12}, \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8}, \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15}, \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11}, \frac{-3}{4}$

آیئے سمجھ لیں

ناطق اعداد کا عشری صورت میں اظہار (Decimal representation of rational numbers)

ناطق اعداد کے شمار کنندہ کو نسب نما سے تقسیم کرتے وقت عشری کسروں کا استعمال کریں تو اس عدد کی عشری صورت حاصل ہوتی ہے۔

مثلاً $\frac{7}{4}=1.75$ ، یہاں 7 کو 4 سے تقسیم کرنے پر باقی صفر آتا ہے۔ تقسیم کرنے کا عمل مکمل ہو چکا ہے۔

ناطق اعداد کی ایسی عشری صورت کو مختتم عشری صورت کہتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ہر ناطق عدد کو غیر مختتم متوالی عشری صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مثالیں :

(1) $\frac{7}{6} = 1.1666... = 1.1\dot{6}$ (2) $\frac{5}{6} = 0.8333... = 0.8\dot{3}$

(3) $\frac{-5}{3} = -1.666... = -1.\dot{6}$

(4) $\frac{22}{7} = 3.142857142857... = 3.\overline{142857}$ (5) $\frac{23}{99} = 0.2323... = 0.\overline{23}$

اسی طرح، $\frac{7}{4} = 1.75 = 1.75000... = 1.75\dot{0}$ مختتم صورت بھی غیر مختتم متوالی عشری صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مشقی سیٹ 1.3

درج ذیل ناطق اعداد کو عشری صورت میں لکھیے۔

(1) $\frac{9}{37}$ (2) $\frac{18}{42}$ (3) $\frac{9}{14}$ (4) $\frac{-103}{5}$ (5) $-\frac{11}{13}$

آیئے سمجھ لیں

غیر ناطق اعداد (Irrational numbers)

ناطق اعداد کے علاوہ مزید کئی اعداد عددی خط پر ہوتے ہیں۔ وہ ناطق نہیں ہوتے، یعنی غیر ناطق ہوتے ہیں۔ $\sqrt{2}$ بھی ایک غیر ناطق عدد ہے۔

ہم عدد $\sqrt{2}$ کو عددی خط پر دکھائیں گے۔

- عددی خط پر نقطہ A عدد 1 کو ظاہر کرتا ہے۔ عددی خط پر نقطہ A سے ایک عمودی خط l کھینچیے۔
  خط l پر نقطہ P اس طرح لیجیے کہ اکائی $OA = AP = 1$ ہو۔
- خط OP کھینچیے۔ $\triangle OAP$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث بن گیا۔

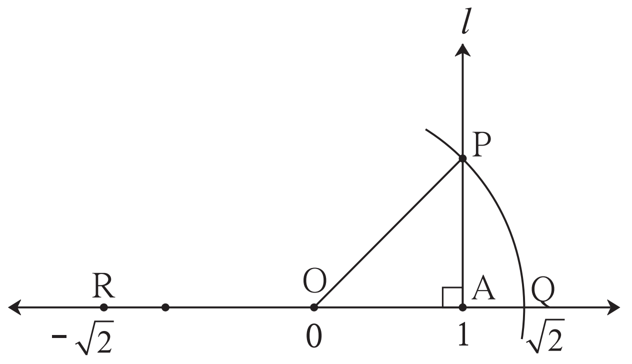
فیثاغورث کے مسئلے سے،

$$OP^2 = OA^2 + AP^2$$

$$= 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$

$$OP^2 = 2$$

$\therefore OP = \sqrt{2}$ ... (طرفین کا جذرالمربع لینے پر)



- اب مرکز 'O' اور OP کے مساوی نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے۔ وہ قوس عددی خط کو جہاں قطع کرتا ہے اس نقطے کو Q نام دیجیے۔ OQ فاصلہ ہی $\sqrt{2}$ ہے۔یعنی عدد $\sqrt{2}$ کو عددی خط پر Q نقطے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ OQ کے مساوی فاصلہ پرکار میں لے کر 'O' کے بائیں جانب نقطہ R کا تعین کریں تو اس نقطے سے ظاہر کیا گیا عدد $-\sqrt{2}$ ہوگا۔

عدد $\sqrt{2}$ غیر ناطق عدد ہے، اسے ہم آئندہ جماعت میں ثابت کریں گے۔ ناطق اعداد کی عشری صورت غیر مختتم اور غیر متوالی ہوتی ہے۔ اسے بھی ہم آئندہ جماعت میں دیکھیں گے۔

ذہن نشین کیجیے کہ -

گذشتہ جماعت میں ہم نے سیکھا کہ عدد π ناطق نہیں ہے یعنی وہ عدد غیر ناطق ہے۔ ہم اپنے کاروبار میں اس کی قیمت $\frac{22}{7}$ یا 3.14 لیتے ہیں لیکن اعداد $\frac{22}{7}$ اور 3.14 ناطق ہیں۔

جن اعداد کو عددی خط پر نقاط سے دکھایا جاسکتا ہے، ان اعداد کو حقیقی اعداد (Real Numbers) کہتے ہیں۔ ہم نے دیکھا کہ تمام ناطق اعداد کو عددی خط پر دکھایا جاسکتا ہے۔ لہٰذا تمام ناطق اعداد حقیقی اعداد ہیں۔ اسی طرح بے شمار غیر ناطق اعداد بھی حقیقی اعداد ہیں۔

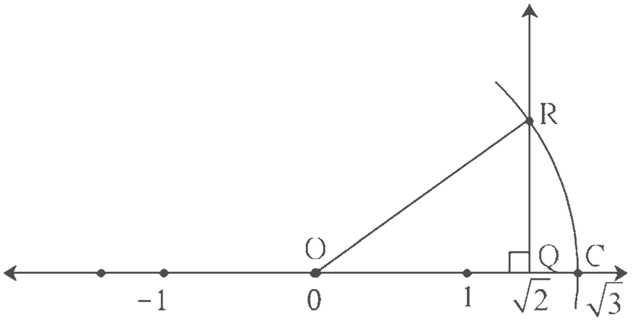
عدد $\sqrt{2}$ غیر ناطق عدد ہے۔ اسے ذہن نشین کیجیے کہ $3\sqrt{2}$ ، $7+\sqrt{2}$ ، $\sqrt{2}-3$ وغیرہ تمام اعداد غیر ناطق ہیں۔ کیونکہ اگر $3\sqrt{2}$ ناطق عدد ہو تو $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ ناطق ہونا چاہیے۔ لیکن یہ صحیح نہیں ہے۔

ہم ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا دیکھ چکے ہیں۔ اسی طرح غیر ناطق عدد $\sqrt{2}$ کو بھی عددی خط پر ظاہر کر چکے ہیں۔ لہٰذا $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، ... جیسے غیر ناطق اعداد کو بھی ہم عددی خط پر دکھا سکتے ہیں۔

مشقی سیٹ 1.4

1. $\sqrt{2}$ کو عددی خط پر دکھایا گیا ہے۔ اس کی مدد سے $\sqrt{3}$ کو عددی خط پر دکھانے کے لیے ذیل کے عملی کام کے مراحل دیے ہوئے ہیں، ان مراحل کی خالی جگہوں کو مناسب طریقے سے پر کر کے عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام :



- عددی خط پر نقطہ Q .... عدد کو ظاہر کرتا ہے۔
- نقطہ Q سے ایک عمودی خط کھینچا گیا ہے۔اس خط پر ایک اکائی لمبائی دکھانے والا نقطہ R ہے۔
- OR کو جوڑنے سے $\triangle ORQ$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث حاصل ہوتا ہے۔
- $l(OQ) = \sqrt{2}$, $l(QR) = 1$

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلے سے،

$$[l(OR)]^2 = [l(OQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

$$= \square^2 + \square^2 = \square + \square$$

$$= \square \quad , \quad \therefore l(OR) = \square$$

OR کے مساوی فاصلہ لے کر کھینچا گیا قوس عددی خط کو جہاں قطع کرتا ہے،اس نقطے کو C نام دیجیے۔نقطہ C $\sqrt{3}$ کو ظاہر کرتا ہے۔

2. عددی خط پر $\sqrt{5}$ دکھایئے۔

*3. عددی خط پر $\sqrt{7}$ دکھایئے۔

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 1.1

2. (1) $\frac{-10}{4}$ (2) C (3) صحیح

مشقی سیٹ 1.2

1. (1) $-7 < -2$ (2) $0 > \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7} > 0$ (4) $\frac{-5}{4} < \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29} < \frac{141}{29}$

(6) $\frac{-17}{20} < \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12} > \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8} < \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15} > \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11} > \frac{-3}{4}$

مشقی سیٹ 1.3

(1) $0.\overline{243}$ (2) $0.\overline{428571}$ (3) $0.6\overline{428571}$ (4) -20.6

(5) $-0.\overline{846153}$

❑❑❑

05U665