



थोड़ा याद करें

पिछली कक्षा में हमने एक चरंकवाले समीकरणों का अध्ययन किया है।

- समीकरण में दिए गए चर के लिए जो मान रखने पर समीकरण के दोनों पक्ष समान होते हैं, वह मान उस समीकरण का हल होता है।
- समीकरण को हल करना अर्थात् उसका हल खोजना है।
- समीकरण के दोनों पक्षों में समान क्रिया हुई तो प्राप्त समीकरण सही होता है। इस गुणधर्म का उपयोग करके हम नये तथा आसान समीकरण बनाकर समीकरण को हल करते हैं।

समीकरण के दोनों पक्षों में की जाने वाली क्रिया।

(i) दोनों पक्षों में समान संख्या मिलाना।

(ii) दोनों पक्षों में से समान संख्या से घटाना।

(iii) दोनों पक्षों में समान संख्या से गुणा करना।

(iv) दोनों पक्षों में समान संख्या से भाग देना।

निम्नलिखित समीकरण हल करने के लिए खाली चौखटें पूर्ण कीजिए।

उदा. (1) $x + 4 = 9$

$$x + 4 - \square = 9 - \square$$

$$\therefore x = \square$$

उदा. (3) $\frac{x}{3} = 4$

$$\frac{x}{3} \times \square = 4 \times \square$$

$$\therefore x = \square$$

उदा. (2) $x - 2 = 7$

$$x - 2 + \square = 7 + \square$$

$$\therefore x = \square$$

उदा. (4) $4x = 24$

$$\frac{4x}{\square} = \frac{24}{\square}$$

$$\therefore x = \square$$



आओ जानें

एक चरंकवाले समीकरण का हल (Solution of equation in one variable)

कभी-कभी समीकरण हल करने के लिए उसपर एक से अधिक क्रियाएँ करनी पड़ती है। ऐसे समीकरण के दोनों पक्षों में क्रिया करके हल प्राप्त करने के कुछ उदाहरण देखें।

उदा. (1) दिए गए समीकरण हल कीजिए।

$$(i) 2(x - 3) = \frac{3}{5}(x + 4)$$

हल : दोनों पक्षों में 5 से गुणा करने पर

$$10(x - 3) = 3(x + 4)$$

$$\therefore 10x - 30 = 3x + 12$$

दोनों पक्षों में 30 जोड़ने पर

$$\therefore 10x - 30 + 30 = 3x + 12 + 30$$

$$10x = 3x + 42$$

दोनों पक्षों में से $3x$ से घटाने पर

$$\therefore 10x - 3x = 3x + 42 - 3x$$

$$\therefore 7x = 42$$

दोनों पक्षों में 7 से भाग देने पर

$$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$$

$$\therefore x = 6$$

$$(iii) \frac{2}{3} + 5a = 4$$

हल : विधि I

$$\frac{2}{3} + 5a = 4$$

प्रत्येक पद में 3 से गुणा कीजिए

$$3 \times \frac{2}{3} + 3 \times 5a = 4 \times 3$$

$$\therefore 2 + 15a = 12$$

$$\therefore 15a = 12 - 2$$

$$\therefore 15a = 10$$

$$\therefore a = \frac{10}{15}$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

$$(ii) 9x - 4 = 6x + 29$$

हल : दोनों पक्षों में 4 जोड़ने पर

$$9x - 4 + 4 = 6x + 29 + 4$$

$$\therefore 9x = 6x + 33$$

दोनों पक्षों में से $6x$ घटाने पर

$$\therefore 9x - 6x = 6x + 33 - 6x$$

$$\therefore 3x = 33$$

दोनों पक्षों में 3 से भाग दो

$$\therefore \frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$$

$$\therefore x = 11$$

विधि II

दोनों पक्षों में से $\frac{2}{3}$ घटाने पर,

$$\frac{2}{3} + 5a - \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3}$$

$$\therefore 5a = \frac{12-2}{3}$$

$$\therefore 5a = \frac{10}{3}$$

दोनों पक्षों में 5 से भाग करने पर,

$$\frac{5a}{5} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

यदि A, B, C, D शून्येतर राशियों के लिए $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, तो दोनों पक्षों में $B \times D$ से गुणा करने पर $AD = BC$ समीकरण प्राप्त होता है। इसका उपयोग करके प्रश्न हल कीजिए।

$$(iv) \quad \frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$$

$$\text{हल} : \frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore 4(x-7) = 5(x-2)$$

$$\therefore 4x - 28 = 5x - 10$$

$$\therefore 4x - 5x = -10 + 28$$

$$\therefore -x = 18 \quad \therefore x = -18$$

$$(v) \quad \frac{8m-1}{2m+3} = 2$$

$$\text{हल} : \frac{8m-1}{2m+3} = \frac{2}{1}$$

$$1(8m-1) = 2(2m+3)$$

$$\therefore 8m - 1 = 4m + 6$$

$$\therefore 8m - 4m = 6 + 1$$

$$\therefore 4m = 7 \quad \therefore m = \frac{7}{4}$$

प्रश्नसंग्रह 12.1

1. प्रत्येक समीकरण के बाद चर के लिए दिया गया मान, उस समीकरण का हल है क्या ? निश्चित कीजिए ।

$$(1) x - 4 = 3, \quad x = -1, 7, -7$$

$$(2) 9m = 81, \quad m = 3, 9, -3$$

$$(3) 2a + 4 = 0, \quad a = 2, -2, 1$$

$$(4) 3 - y = 4, \quad y = -1, 1, 2$$

2. निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए ।

$$(1) 17p - 2 = 49$$

$$(2) 2m + 7 = 9$$

$$(3) 3x + 12 = 2x - 4$$

$$(4) 5(x-3) = 3(x+2)$$

$$(5) \frac{9x}{8} + 1 = 10$$

$$(6) \frac{y}{7} + \frac{y-4}{3} = 2$$

$$(7) 13x - 5 = \frac{3}{2}$$

$$(8) 3(y+8) = 10(y-4) + 8$$

$$(9) \frac{x-9}{x-5} = \frac{5}{7}$$

$$(10) \frac{y-4}{3} + 3y = 4$$

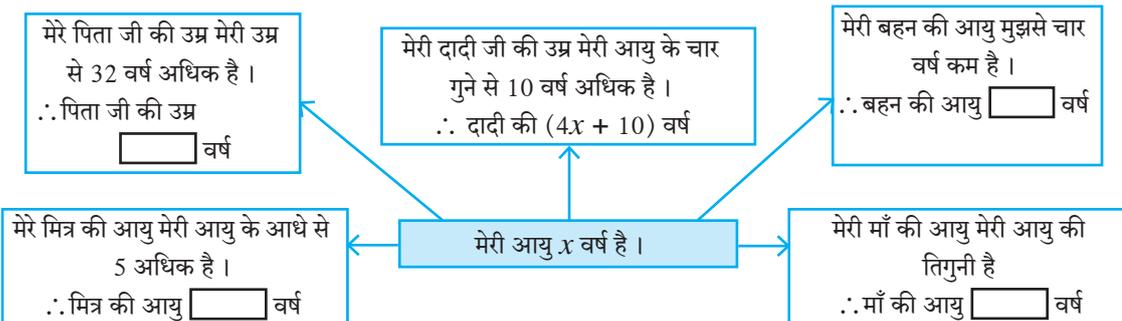
$$(11) \frac{b+(b+1)+(b+2)}{4} = 21$$



आओ जानें

शाब्दिक उदाहरण (Word Problems)

शाब्दिक उदाहरण में दी गई जानकारी के लिए चर का उपयोग करके वह जानकारी बैजिक राशि में कैसे लिखते हैं देखिए ।



पूर्व में दी गई जानकारी के अनुसार मेरे मित्र की आयु यदि 12 वर्ष है तो मेरी आयु कितनी है?

$$\text{मेरी आयु} = x \text{ वर्ष} \quad \therefore \text{मित्र की आयु} = \frac{x}{2} + 5$$

$$\frac{x}{2} + 5 = 12 \quad \dots\dots (\text{दिया है})$$

$$\therefore x + 10 = 24 \quad \dots\dots (\text{प्रत्येक पद में 2 से गुणा करने पर})$$

$$\therefore x = 24 - 10$$

$$\therefore x = 14$$

\therefore मेरी आयु 14 वर्ष है। इसके आधार पर उपर्युक्त जानकारी से अन्य व्यक्तियों की आयु ज्ञात कीजिए।

कृति : चौखट में उचित संख्या लिखिए।

चौड़ाई का तीन गुना लंबाई

मैं आयत हूँ।
मेरी परिमिति 40 सेमी

चौड़ाई
 x

आयत की परिमिति = 40

$$2(\square x + \square x) = 40$$

$$2 \times \square x = 40$$

$$\square x = 40$$

$$x = \square$$

\therefore आयत की चौड़ाई = \square सेमी तथा आयत की लंबाई = \square सेमी

हल किए गए उदाहरण

उदा. (1) जोसेफ का वजन उसके छोटे भाई के वजन का दुगुना है। दोनों का कुल वजन 63 किग्रा है। तो जोसेफ का वजन ज्ञात कीजिए।

हल : माना जोसेफ के छोटे भाई का वजन x किग्रा है।

$$\therefore \text{जोसेफ का वजन उसके भाई के वजन का दुगुना} = 2x$$

$$\therefore \text{दी गई जानकारी के आधार पर } x + 2x = 63$$

$$\therefore 3x = 63 \quad \therefore x = 21$$

$$\therefore \text{जोसेफ का वजन} = 2x = 2 \times 21 = 42 \text{ किग्रा.}$$

उदा. (2) किसी भिन्न का अंश उसके हर से 5 अधिक है। अंश तथा हर प्रत्येक में 4 जोड़ने पर भिन्न $\frac{6}{5}$ प्राप्त होता है। तो वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

हल : माना भिन्न का हर x है।

$$\therefore \text{उस भिन्न का अंश, हर से 5 अधिक अर्थात } x + 5 \text{ है।}$$

$$\therefore \text{वह भिन्न } \frac{x+5}{x} \text{ है।}$$

उसके अंश तथा हर में 4 मिलाने पर नया भिन्न $\frac{6}{5}$ होगा।

$$\therefore \frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5(x+9) = 6(x+4)$$

$$\therefore 5x + 45 = 6x + 24$$

$$\therefore 45 - 24 = 6x - 5x$$

$$\therefore 21 = x$$

$$\therefore \text{भिन्न का हर } 21, \text{ अंश} = 21 + 5 = 26$$

$$\therefore \text{वह भिन्न} = \frac{26}{21}$$

उदा. (3) रत्ना के पास की राशि (रुपये) रफीक के पास की राशि के तिगुने से 200 रुपये अधिक है। रत्ना के पास से 300 रुपये लेकर रफीक को दिया तो रत्ना के पास की राशि रफीक से $\frac{7}{4}$ गुनी हो जाती है। तो रफीक के पास कितने रुपये थे? मूल राशि प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित कृति पूरी कीजिए।

हल : रत्ना के पास रुपये (राशि), रफीक के पास की राशि के तिगुने से 200 रुपये अधिक है।

माना रफीक के पास राशि x \therefore रत्ना के पास राशि रुपये

\therefore रत्ना के पास से 300 रुपये लेकर रफीक को दिया, इसलिए रत्ना के पास शेष रुपये।

\therefore रफीक के पास कुल $x + 300$ रुपये।

रत्ना के पास की राशि अब रफीक के पास की राशि का $\frac{7}{4}$ पट हो गई।

$$\frac{\text{रत्ना के पास राशि}}{\text{रफीक के पास राशि}} = \frac{\text{input}}{\text{input}}$$

$$\frac{3x-100}{x+300} = \frac{\text{input}}{\text{input}}$$

$$4 \text{ input} = 7 \text{ input}$$

$$12x - 400 = 7x + 2100$$

$$12x - 7x = \text{input}$$

$$5x = \text{input}$$

$$x = \text{input}$$

\therefore रफीक के पास रुपये थे।

प्रश्नसंग्रह 12.2

- माँ की आयु बेटे की आयु से 25 वर्ष अधिक है। 8 वर्ष बाद बेटे तथा माँ की आयु का अनुपात $\frac{4}{9}$ हो जाएगा तो बेटे की आयु ज्ञात कीजिए।
- किसी भिन्न का हर उसके अंश से 12 अधिक है। उसके अंश में से 2 घटाने तथा हर में 7 जोड़ने पर प्राप्त भिन्न $\frac{1}{2}$ के सममूल्य होता है। तो उस भिन्न का मान बताइए।

3. पीतल के मिश्रण में तांबे तथा जस्ते का अनुपात 13 : 7 हो तो 700 ग्राम वजनवाले पीतल के बर्तन में जस्ते की मात्रा कितनी होगी ?
- 4*. तीन क्रमिक पूर्ण संख्याओं का योगफल 45 से अधिक किंतु 54 से कम है तो वह संख्या ज्ञात कीजिए ।
5. दो अंकोंवाली एक संख्या के दहाई स्थान का अंक इकाई स्थान के अंक की दुगुना है । अंकों के स्थान परिवर्तन से प्राप्त संख्या तथा मूल संख्या का योगफल 66 हो तो दी गई संख्या कितनी है ?
- 6*. किसी एक नाट्यगृह में नाटक के लिए 200 रुपये वाले तथा 100 रुपये वाले कुछ टिकट बेचे गए । 200 रुपयेवाले टिकटों की संख्या 100 रुपये वाले टिकटों की संख्या से 20 अधिक रही । दोनों प्रकार के टिकटों की बिक्री से नाट्यगृह को 37000 रुपये मिले हों तो 100 रुपये वाले कितने टिकट बिके ?
7. तीन क्रमिक प्राकृत संख्याओं में से सबसे छोटी संख्या का पाँच गुना सबसे बड़ी संख्या के चार गुने से 9 अधिक है तो वह संख्या कौन-सी है ?
8. राजू ने एक साइकिल 8% लाभ लेकर अमित को बेची । अमित ने 54 रुपये खर्च करके उसे दुरुस्त कराया । उसी साइकिल को उसने निखिल को 1134 रुपयों में बेची । अमित को इस व्यवहार में कोई लाभ या हानि नहीं हुई हो तो राजू ने वह साइकिल कितने में खरीदी थी ?
9. किसी क्रिकेट खिलाड़ी ने एक मैच में 180 रन बनाए । दूसरे मैच में उसने 257 रन बनाए । तीसरे मैच में उसने कुल कितने रन बनाए होंगे कि उन मैचों में उसके रनों का औसत 230 हो जाएगा ?
10. सुधीर की आयु वीरू की आयु के तिगुने से 5 अधिक है । अनिल की आयु सुधीर की आयु की आधी है । सुधीर और वीरू के आयु का योगफल तथा अनिल की आयु के तीगुने का अनुपात 5:6 हो तो वीरू की आयु ज्ञात कीजिए ।

२२२

उत्तर सूची

प्रश्नसंग्रह 12.1 1. समीकरण के हल का मान (1) $x = 7$ (2) $m = 9$ (3) $a = -2$

(4) $y = -1$ 2. (1) $p = 3$ (2) $m = 1$ (3) $x = -16$ (4) $x = \frac{21}{2}$ (5) $x = 8$ (6) $y = 7$

(7) $x = \frac{1}{2}$ (8) $y = 8$ (9) $x = 19$ (10) $y = \frac{8}{5}$ (11) $b = 27$

प्रश्नसंग्रह 12.2 1. 12 वर्ष 2. $\frac{23}{35}$ 3. 245 ग्राम

4. 15, 16, 17 या 16, 17, 18 5. 42 6. 110

7. 17, 18, 19 8. ₹ 1000 9. 253 10. 5 वर्ष

