11 सांख्यिकी

थोड़ा याद करें

उदा. निनाद द्‌वारा किसी पुस्तक के प्रतिदिन पढ़े जाने वाले पृष्ठों की संख्या 60, 50, 54, 46, 50 है । इसके आधार पर प्रतिदिन पढ़े जाने वाले पृष्ठों का औसत ज्ञात कीजिए ।

हल : औसत $= \dfrac{\text{सभी प्राप्तांकों का योगफल}}{\text{कुल प्राप्तांकों की संख्या}}$

$$= \frac{60 + \square + \square + \square + 50}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square$$

$\therefore$ प्रतिदिन पढ़े जाने वाले पृष्ठों का औसत $\square$ है ।

इस औसत को माध्य या मध्यमान कहते हैं ।

आओ जानें

उपर्युक्त उदाहरण में प्रतिदिन पढ़े जाने वाले पृष्ठों की संख्या यह सांख्यिकीय जानकारी है । इसके आधार पर यह निष्कर्ष प्राप्त होता है कि निनाद द्‌वारा प्रतिदिन साधारणत: 52 पृष्ठ पढ़े गए ।

इस पद्‌धति से घटना अथवा समस्या से संबधित जानकारी इकट्‌ठा करना, उस जानकारी का अध्ययन करके कुछ निष्कर्ष प्राप्त करना, यह एक स्वतंत्र ज्ञान की शाखा है । इसी शाखा का नाम **सांख्यिकी** है ।

माध्य (Mean)

हमने देखा कि 60, 50, 54, 46 तथा 50 का औसत 52 आता है । इस औसत को सांख्यिकी भाषा में माध्य कहते हैं । सांख्यिकीय सामग्री का माध्य ज्ञात करने के लिए सामग्री की संख्याओं का योग करते हैं । इस योगफल को सामग्री की कुल संख्या से भाग देते हैं ।

हम माध्य ज्ञात करने की इस विधि का अधिक अध्ययन करेंगे । इसके लिए निम्नलिखित उदाहरण देखिए ।

उदा. किसी विद्‌यालय में 8 वीं कक्षा के 37 विद्‌यार्थियों को गणित विषय के 10 अंक के टेस्ट में प्राप्त अंक निम्नलिखित हैं । इन अंकों का माध्य ज्ञात कीजिए ।

2, 4, 4, 8, 6, 7, 3, 8, 9, 10, 10, 8, 9, 7, 6, 5, 4, 6, 7, 8, 4, 8, 9, 7, 6, 5, 10, 9, 7, 9, 10, 9, 6, 9, 9, 4, 7.

हल : इस उदाहरण में सामग्री के संख्याओं का योगफल करने के लिए अधिक समय लगेगा । हमें पता है कि, 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 7 × 5 = 35। इस आधार पर किसी संख्या में वही संख्या मिलाने की क्रिया आसान होती है, इसे ध्यान में रखें । इसका ही उपयोग करके उपर्युक्त सामग्री के संख्याओं का योगफल करना आसान होगा । इसलिए सामग्री के संख्याओं का वर्गीकरण करके संख्याओं का योग कीजिए ।

(प्राप्तांक) अंक x_i	गणन चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या (बारंबारता) f_i	$f_i \times x_i$
2	|	1	1 × 2 =2
3	|	1	1 × 3 =3
4	卌	5	5 × 4 =20
5	||	2	2 × 5 =10
6	卌	5	5 × 6 = 30
7	卌 |	6	6 × 7 = 42
8	卌	5	5 × 8 = 40
9	卌 |||	8	8 × 9 = 72
10	||||	4	4 × 10 = 40
		N = 37	$\Sigma f_i x_i$ = 259.

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i \times x_i}{N} = \frac{259}{37} = 7$$

उपर्युक्त प्रकार से सारणी तैयार कर दी गई संख्या का माध्य ज्ञात करने के निम्नलिखित सोपानों को ध्यान में रखिए ।

- पहले स्तंभ में $x_1 < x_2 < x_3 \ldots$ इस प्रकार बढ़ते क्रम में प्राप्तांकों को लिखिए । इन्हें x_i से दर्शाया गया है ।
- दूसरे स्तंभ में गणन चिह्न लिखिए ।
- तीसरे स्तंभ में प्रत्येक प्राप्तांक से संबधित गणन चिह्न गिनकर बारंबारता लिखिए । यह बारंबारता f_i से दर्शाया गया है । उसके नीचे सभी बारंबारताओं का योग लिखिए । कुल बारंबारता N से दर्शाई गई है ।
- अंतिम स्तंभ में $f_i \times x_i$ का गुणनफल लिखिए । उसके नीचे सभी गुणनफलों का योग लिखिए। $f_i \times x_i$ गुणनफलों का योग $\Sigma f_i \times x_i$ से दर्शाया जाता है । Σ (सिग्मा) यह चिह्न 'योग' के लिए प्रयुक्त होता है । माध्य $\overline{x}$ (एक्स बार) से दर्शाते हैं ।

$$\therefore \text{ माध्य } \overline{x} = \frac{\Sigma f_i \times x_i}{N}$$

उदा. राजापुर गाँव के 30 किसानों के सोयाबीन का प्रति एकड़ उत्पादन क्विंटल में निम्नलिखित प्रकार से है ।

9, 7.5, 8, 6, 5.5, 7.5, 5, 8, 5, 6.5, 5, 5.5, 4, 4, 8,

6, 8, 7.5, 6, 9, 5.5, 7.5, 8, 5, 6.5, 5, 9, 5.5, 4, 8.

इस आधार पर बारंबारता वितरण सारणी बनाइए और सोयाबीन के प्रति एकड़ उत्पादन का औसत ज्ञात कीजिए ।

उकल :

प्रति एकड़ उत्पादन (क्विंटल) (प्राप्तांक) x_i	गणन चिह्न	किसानों की संख्या (बारंबारता) f_i	$f_i \times x_i$
4	|||	3	12
5	~~||||~~	5	25
5.5	||||	4	22
6	|||	3	18
6.5	||	2	13
7.5	||||	4	30
8	~~||||~~ |	6	48
9	|||	3	27
		N = 30	$\Sigma f_i x_i = 195.$

माध्य $\overline{x} = \dfrac{\Sigma f_i \times x_i}{N} = \dfrac{195}{30} = 6.5$

सोयाबीन के प्रति एकड़ उत्पादन का औसत (माध्य) 6.5 क्विंटल ।

प्रश्नसंग्रह 11.1

1. कक्षा 8 वीं के 30 विद्यार्थियों में से प्रत्येक द्वारा लगाए गए पौधे की संख्या निम्नलिखित बारंबारता सारणी में दी गई है । इसके आधार पर प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लगाए गए पौधे का माध्य ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित चौखट पूर्ण कीजिए ।

पौधों की संख्या (प्राप्तांक) x_i	विद्यार्थियों की संख्या (बारंबारता) f_i	$f_i \times x_i$
1	4	4
2	6	☐
3	12	☐
4	8	☐
	N = ☐	$\Sigma f_i x_i$ = ☐

माध्य $\overline{x} = \dfrac{☐}{N}$

$= \dfrac{☐}{☐}$

$= ☐$

∴ प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लगाए गए पौधे का माध्य ☐ है ।

2. एकलारा गाँव के 25 परिवारों द्‌वारा मई महीने में उपयोग में लाई गई बिजली (यूनिट में) निम्नलिखित सारणी में दी गई है । सारणी पूर्ण करके निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

बिजली का उपयोग (प्राप्तांक) x_i	परिवारों की संख्या (बारंबारता) f_i	$f_i \times x_i$
30	7	.....
45	2	.....
60	8	.....
75	5	.....
90	3	.....
	N = ...	$\Sigma f_i x_i$ =.....

(1) 45 यूनिट बिजली का उपयोग करने वाले कुल कितने परिवार हैं ?

(2) जिस प्राप्तांक की बारंबारता 5 है वह प्राप्तांक कौन-सा है?

(3) N = कितना? $\Sigma f_i x_i$ = कितना?

(4) सारणी के आधार पर मई महीने में प्रत्येक परिवार द्‌वारा उपयोग में लाई गई बिजली का माध्य ज्ञात कीजिए ।

3. भिलार में 40 परिवारों के सदस्यों की संख्या आगे दिए अनुसार है । 1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 2, 3, 2, 1, 4, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 5, 5, 4, 6, 2, 3, 5, 6, 4, 2. इस आधार पर इन 40 परिवारों के सदस्यों का माध्य बारंबारता सारणी का उपयोग करके ज्ञात कीजिए ।

4. 'मॉडल हाइस्कूल, नांदपुर' द्‌वारा राज्यस्तरीय विज्ञान प्रदर्शनी में पिछले 20 वर्षों में प्रस्तुत किए गए विज्ञान तथा गणित के प्रकल्पों की संख्या निम्नानुसार है । इस आधार पर बारंबारता सारणी तैयार कर सामग्री का माध्य ज्ञात कीजिए । 2, 3, 4, 1, 2, 3, 1, 5, 4, 2, 3, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 2, 3, 2.

आओ जानें

पिछली कक्षा में हमने स्तंभालेख तथा संयुक्त स्तंभालेख का अध्ययन किया है । अब कुछ अन्य स्तंभालेख का अध्ययन करें ।

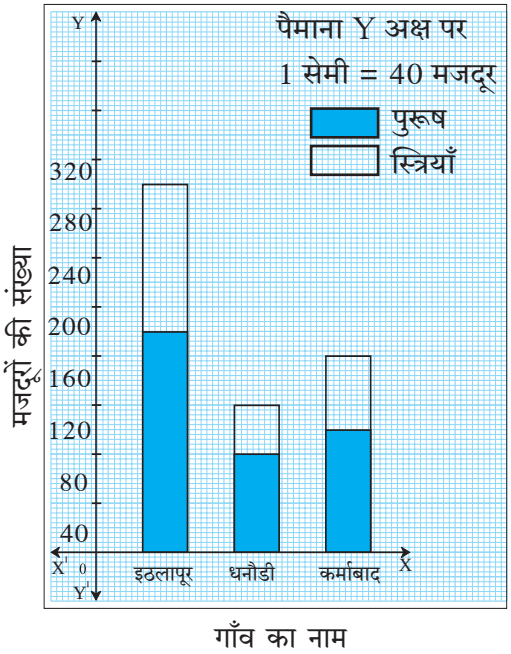
विभाजित स्तंभालेख (Subdivided bar diagram)

सामग्री में जानकारी का तुलनात्मक विश्लेषण संयुक्त स्तंभालेख की तरह ही विभाजित स्तंभालेख द्‌वारा भी किया जाता है । इसमें दो या अधिक घटकों की जानकारी एक ही स्तंभ में दर्शाई जाती है । विभाजित स्तंभालेख ज्ञात करने के सोपान देखें ।

गाँव	इठलापुर	धनोडी	कर्माबाद
पुरुष मजदूर	180	80	100
स्त्री मजदूर	120	40	60
कुल मजदूर	300		

- सर्वप्रथम सामग्री की जानकारी के आधार पर सारणी तैयार कीजिए ।

- आलेख कागज पर X- अक्ष तथा Y- अक्ष खींचिए ।
- समान दूरी लेकर, X- अक्ष पर गाँव का नाम लिखिए ।
- Y - अक्ष पर मजदूरों की संख्या लिखिए । 1 सेमी = 40 मजदूर यह पैमाना लीजिए ।
- इठलापुर गाँव में कुल 300 मजदूर हैं । मजदूरों की यह संख्या किसी स्तंभ से दर्शाइए ।

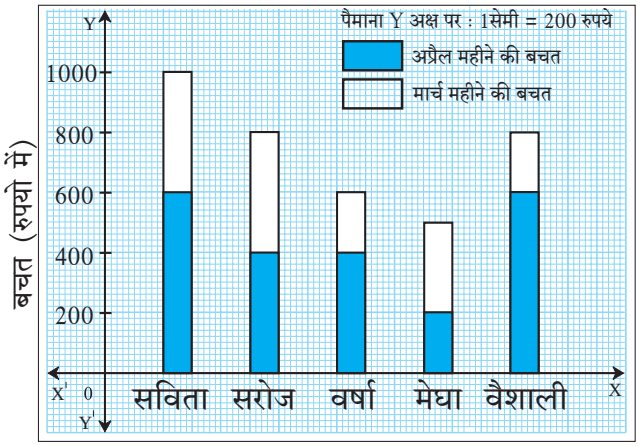


- इसमें पुरुष मजदूर कुल मजदूरों के स्तंभ का एकभाग है, इसे किसी चिह्न से दर्शाइए ।
- स्तंभ का शेष भाग स्वाभाविक रुप से स्त्री मजदूरों की संख्या दर्शाएगा । इसे भिन्न चिह्न से दर्शाइए ।
- इसी प्रकार धानोडी तथा कर्मबाद गाँवों के लिए विभाजित स्तंभ खींचिए ।

संलग्न विभाजित स्तंभालेख उपर्युक्त सोपानों के अनुसार खींचकर दर्शाया गया है । इसका निरीक्षण कीजिए ।

प्रश्नसंग्रह 11.2

1. निम्नलिखित आकृति का निरीक्षण करके प्रश्नों के उत्तर लिखिए ।



(1) यह आकृति किस प्रकार के स्तंभालेख की है ?

(2) अप्रैल महीने में वैशाली की बचत कितनी है ?

(3) सरोज की मार्च तथा अप्रैल महीने की कुल बचत कितनी है ?

(4) सविता की कुल बचत मेघा की कुल बचत से कितनी अधिक है ?

(5) अप्रैल महीने में सबसे कम बचत किसकी है ?

2. जिला परिषद के किसी विद्यालय के 5 वीं से 8 वीं कक्षा में विद्यार्थी तथा विद्यार्थिनियों की संख्या निम्नलिखित सारणी में दी गई है । इसपर आधारित विभाजित स्तंभालेख खींचिए ।
(पैमाना : Y अक्ष पर 1 सेमी = 10 विद्यार्थी लीजिए ।)

कक्षा	5 वीं	6 वीं	7 वीं	8 वीं
छात्र	34	26	21	25
छात्राएँ	17	14	14	20

3. निम्नलिखित सारणी में चार गाँवों के वर्ष 2016 और 2017 में लगाए गए पौधों की संख्या दी गई है । सारणी में दी गई जानकारी विभाजित स्तंभालेख से दिखाइए ।

वर्ष \ गाँव	कर्जत	वडगाँव	शिवापुर	खंडाला
2016	150	250	200	100
2017	200	300	250	150

4. निम्नलिखित सारणी में तीन शहरों के 8 वीं कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा विद्यालय जाने के लिए उपयोग में लाए गए वाहनों की तथा पैदल जाने वालों की जानकारी दी गई है । इस जानकारी को दर्शाने वाला विभाजित स्तंभालेख खींचिए । (पैमाना : Y अक्ष पर – 1 सेमी = 500 विद्यार्थी लीजिए।)

साधन \ शहर	पैठण	येवला	शहापुर
साईकिल	3250	1500	1250
बस तथा ऑटो	750	500	500
पैदल	1000	1000	500

आओ जानें

प्रतिशत स्तंभालेख (Percentage bar diagram)

आर्वी इस गाँव में लगाए गए 60 वृक्षों में से 42 वृक्ष बचे और मोर्शी में लगाए गए 75 वृक्षों में से 45 वृक्ष बचे । बार्शी गाँव में लगाए गए 90 वृक्षों में से 45 वृक्ष बचे ।

किस गाँव में वृक्षारोपण अधिक सफल हुआ इसे समझने के लिए केवल संख्या पर्याप्त नहीं है । इसके लिए जीवित वृक्षों का प्रतिशत निकालना पड़ता है ।

आर्वी में जीवित वृक्षों का प्रतिशत = $\frac{42}{60} \times 100 = 70$ ।

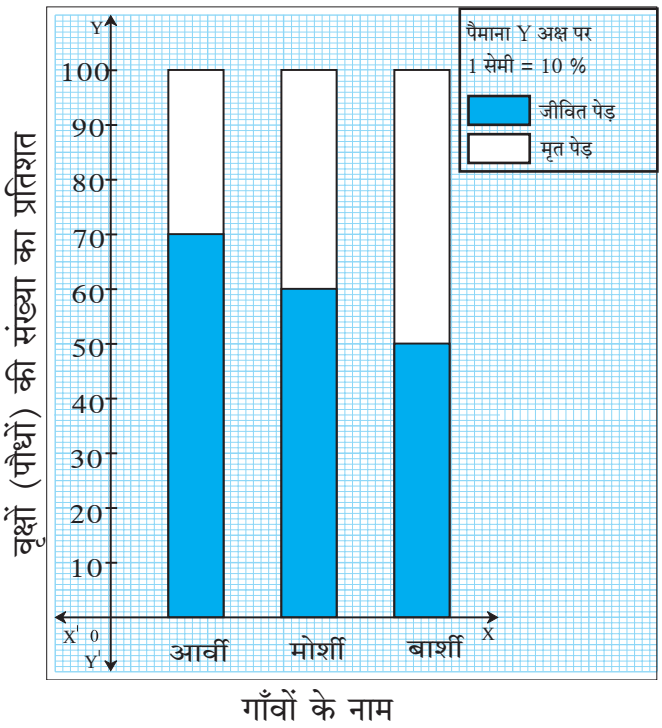
मोर्शी में जीवित वृक्षों का प्रतिशत = $\frac{45}{75} \times 100 = 60.$

इन प्रतिशतों से यह पता चलता है कि आर्वी गाँव के जीवित वृक्षों की संख्या कम होने पर भी उनका प्रतिशत अधिक है । अर्थात प्रतिशत के आधार पर भिन्न प्रकार की जानकारी मिलती है । दी गई जानकारी

प्रतिशत में रुपांतरित करके जो विभाजित स्तंभालेख खींचते हैं, उसे प्रतिशत स्तंभालेख कहते हैं । अर्थात प्रतिशत स्तंभालेख विभाजित स्तंभालेख का विशेष रुप है । यह प्रतिशत स्तंभालेख निम्नलिखित सोपानो के आधार पर खींचिए ।

- सर्वप्रथम निम्नानुसार सारणी तैयार कीजिए ।

गाँव	आर्वी	मोर्शी	बार्शी
लगाए गये कुल वृक्ष	60	75	90
जीवित वृक्ष	42	45	45
जीवित वृक्षों का प्रतिशत	$\frac{42}{60} \times 100 = \boxed{70}$	$\frac{45}{75} \times 100 = \boxed{60}$	$\frac{45}{90} \times 100 = \boxed{50}$



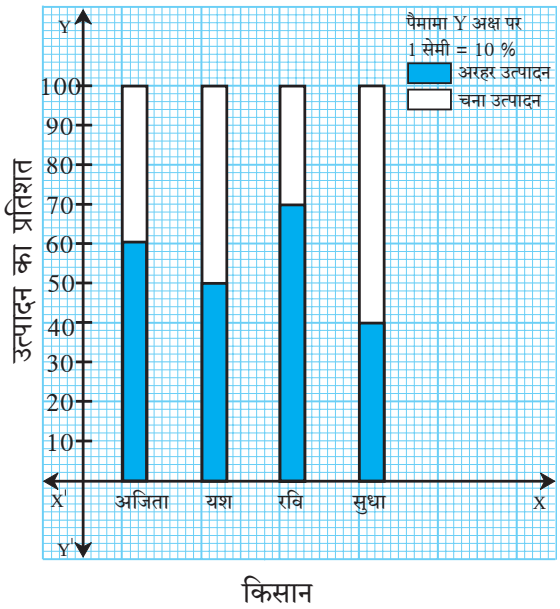
- प्रतिशत स्तंभालेख में सभी स्तंभ 100 इकाई ऊँचाई का लेते हैं ।
- प्रत्येक स्तंभ में जीवित वृक्षों का प्रतिशत दर्शाइए। शेष प्रतिशत मृत वृक्षों का होगा ।
- प्रतिशत स्तंभालेख यह एक प्रकार का विभाजित स्तंभालेख होने से बाकी सभी कृति विभाजित स्तंभालेख खींचने के कृति जैसे होती है । उपर्युक्त सोपानों के अनुसार ही संलग्न स्तंभालेख खींचा गया है । इसका निरीक्षण कीजिए।

प्रश्नसंग्रह 11.3

1. निम्नलिखित सारणी की जानकारी के आधार पर प्रतिशत स्तंभालेख खींचिए ।

आठवीं कक्षा का विभाग	A	B	C	D
गणित में A श्रेणी में उत्तीर्ण विद्‌यार्थी	45	33	10	15
कुल विद्‌यार्थी	60	55	40	75

2. दिए गए स्तंभालेख का निरीक्षण करके प्रश्नों के उत्तर लिखिए ।



(1) संलग्न स्तंभालेख किस प्रकार का है ?

(2) अजित के खेत में अरहर दाल का उत्पादन कुल उत्पादन का कितने प्रतिशत है ?

(3) यश और रवि में से किसके चना उत्पादन का प्रतिशत कितना अधिक है ?

(4) अरहर के उत्पादन का सबसे कम प्रतिशत किसका है ?

(5) सुधा के अरहर तथा चना का उत्पादन कितने प्रतिशत है ?

3. किसी विद्यालय के कक्षा दसवीं के विद्यार्थियों के सर्वेक्षण से प्राप्त जानकारी निम्नलिखित सारणी में दी गई है । यह जानकारी प्रतिशत स्तंभालेख से दर्शाइए ।

विद्यालय	पहली	दूसरी	तीसरी	चौथी
विज्ञान शाखा में रुचि	90	60	25	16
वाणिज्य शाखा में रुचि	60	20	25	24

उपक्रम : प्रतिशत स्तंभालेख तथा विभाजित स्तंभालेख की तुलनात्मक चर्चा कीजिए । इसका उपयोग करके विज्ञान, भूगोल जैसे विषयों में ऐसे आलेखों की जानकारी लीजिए ।

उत्तर सूची

प्रश्नसंग्रह 11.1 **2.** (1) 2 (2) 45 (3) N = 25, $\Sigma f_i \times x_i = 1425$ (4) 57

3. 3.9 **4.** 2.75

प्रश्नसंग्रह 11.2 **1.** (1) विभाजित स्तंभालेख (2) ₹ 600 (3) ₹ 800

(4) ₹ 500 (5) मेघा की

प्रश्नसंग्रह 11.3 **2.** (1) प्रतिशत स्तंभालेख (2) 60%

(3) यश का उत्पादन 20% से अधिक (4) सुधा की

(5) 40% और 60%