4 त्रिभुज के शीर्षलंब तथा माध्यिका

थोड़ा याद करें

पिछली कक्षा में हमने त्रिभुज के कोणों के समद्विभाजक संगामी तथा त्रिभुज की भुजाओं के लंब समद्विभाजक संगामी होते हैं, इसका अध्ययन किया है । हमने यह भी अध्ययन किया है कि उनके संगम बिंदु को क्रमशः अंत:केंद्र अथवा परिकेंद्र कहते हैं ।

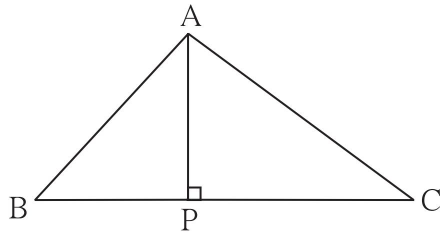
कृति :

एक रेखा खींचें । उस रेखा के बाहर एक बिंदु लें । गुणिया की सहायता से उस बिंदु से रेखा पर लंब खींचें ।

आओ जानें

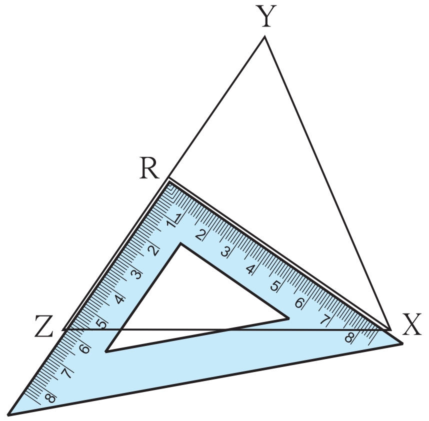
शीर्षलंब (Altitude)

त्रिभुज के शीर्षबिंदु से उसकी सम्मुख भुजा पर खींचे गए लंब रेखाखंड को उस त्रिभुज का शीर्षलंब कहते हैं । Δ ABC में आधार रेख AP पर BC शीर्षलंब है ।



त्रिभुज का शीर्षलंब खींचना :

1. कोई Δ XYZ त्रिभुज खींचें ।
2. गुणिये की सहायता से शीर्षबिंदु X से आधार YZ पर लंब खींचें । वह YZ को जिस बिंदु पर प्रतिच्छेदित करता है उस बिंदु को R नाम दें । रेख XR यह आधार YZ पर शीर्षलंब है ।

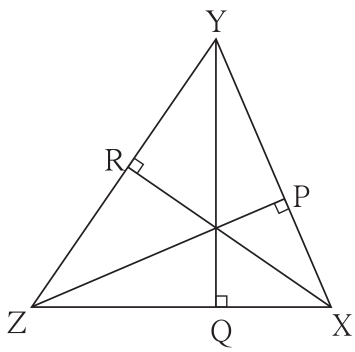


3. आधार रेख XZ को ध्यान में लें । उसके सम्मुख शीर्षबिंदु Y से रेख XZ पर शीर्षलंब खींचें । रेख YQ ⊥ रेख XZ ।
4. आधार रेख XY को ध्यान में लें । उसके सम्मुख शीर्षबिंदु Z से रेख XY पर लंब खींचें । रेख ZP ⊥ रेख XY ।

   रेख XR, रेख YQ, रेख ZP यह Δ XYZ के शीर्षलंब है ।

   यह तीनों शीर्षलंब संगामी है । इसे ध्यान में रखें ।

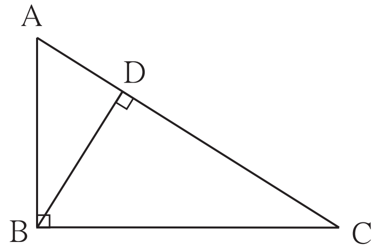
   इन संगमन बिंदु को त्रिभुज का लंबकेंद्र कहते हैं । उसे 'O' अक्षर द्वारा दर्शाते हैं ।



त्रिभुज के लंब केंद्र बिंदु का स्थान :

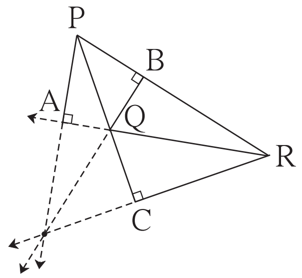
कृति I :

कोई भी एक समकोण त्रिभुज खींचकर उसके सभी शीर्षलंब खींचें । वे कौन-से बिंदु पर प्रतिच्छेदित करते हैं, उसे लिखिए ।



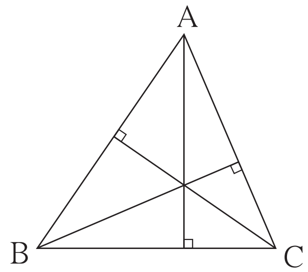
कृति II :

कोई भी एक अधिक कोण त्रिभुज खींचकर उसके तीनों शीर्षलंब खींचें । क्या वे परस्पर प्रतिच्छेदित करते हैं ? इन शीर्षलंबों को समाविष्ट करने वाली रेखाएँ खींचे । वे त्रिभुज के बाह्य भाग से एक ही बिंदु से जाती है । इसका अनुभव कीजिए ।



कृति III :

न्यूनकोण Δ ABC खींचकर उसके सभी शीर्षलंब खींचे । लंबकेंद्र का स्थान कहाँ है, देखें ।



मैंने यह समझा

त्रिभुज के शीर्षलंब एक ही बिंदु से जाते हैं । अर्थात ये शीर्षलंब संगामी (Concurrent) होते है । उनके संगम बिंदु को लंब केंद्र बिंदु (Orthocentre) कहते हैं । उसे 'O' अक्षर द्‌वारा दर्शाते है ।

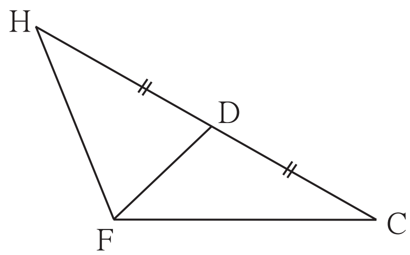
- समकोण त्रिभुज का लंब केंद्र बिंदु, समकोण बनाने वाले शीर्षबिंदु पर होता है ।
- अधिक कोण त्रिभुज का लंब केंद्र बिंदु, त्रिभुज के बाह्य भाग में होता है ।
- न्यूनकोण त्रिभुज का लंब केंद्र बिंदु, त्रिभुज के अंत: भाग में होता है ।

आओ जानें

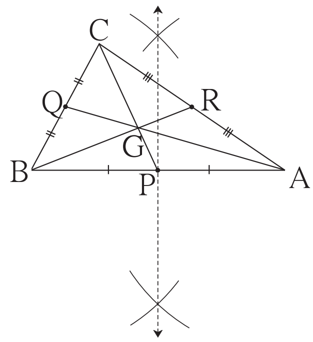
माध्यिका (Median)

त्रिभुज का शीर्षबिंदु और सम्मुख भुजा के मध्यबिंदु को जोड़ने वाले रेखाखंड को त्रिभुज की माध्यिका कहते हैं ।

Δ HCF में रेख FD यह आधार HC की माध्यिका है ।



त्रिभुज की माध्यिका खींचना :



1. Δ ABC खींचें ।
2. भुजा AB का मध्यबिंदु प्राप्तकर उसे P नाम दें । रेखा CP खींचें ।
3. भुजा BC का मध्यबिंदु प्राप्तकर उसे Q नाम दें । रेखा AQ खींचें ।
4. भुजा AC का मध्यबिंदु प्राप्तकर उसे R नाम दें । रेखा BR खींचें ।

   रेखा PC, रेखा QA, रेखा BR यह Δ ABC की माध्यिकाएँ है ।

वे संगामी है इसे ध्यान में रखो । इनके संगमन बिंदु को माध्यिका संगामी (केंद्रव) कहते हैं । उसे G अक्षर से दर्शाया जाता है ।

कृति IV : एक समकोण, एक अधिक कोण तथा एक न्यूनकोण त्रिभुज खींचकर उसकी माध्यिकाएँ खींचे । वे माध्यिकाएँ संगामी हैं, इसका अनुभव कीजिए ।

त्रिभुज के माध्यिका संगामी बिंदु का गुणधर्म :

- कोई एक बड़ा त्रिभुज ABC खींचे ।
- Δ ABC की रेख AR, रेख BQ तथा रेख CP माध्यिका खींचे । संगामी बिंदु को G नाम दें ।

आकृति में रेखाखंडों की लंबाई नापकर सारणी के रिक्त चौखटें भरें ।

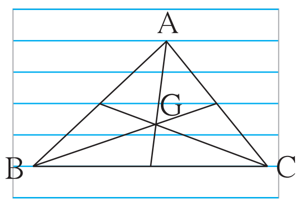
l(AG) = ☐	l(GR) = ☐	l(AG) : (GR) = ☐
l(BG) = ☐	l(GQ) = ☐	l(BG) : (GQ) = ☐
l(CG) = ☐	l(GP) = ☐	l(CG) : (GP) = ☐

यह सभी अनुपात लगभग 2:1 है इसका अनुभव कीजिए ।

मैंने यह समझा

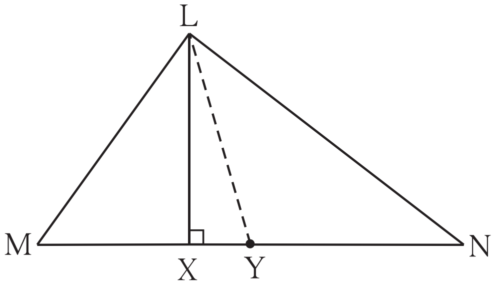
त्रिभुज की माध्यिकाएँ संगामी होती है । उसके संगमन बिंदु को माध्यिका संगामी (केंद्रव) (Centroid) कहते हैं । उसे G अक्षर द्वारा दर्शाया जाता है । किसी भी त्रिभुज में G का स्थान त्रिभुज के अंत:भाग में होता है । संगमन बिंदु से प्रत्येक माध्यिका 2:1 अनुपात में विभाजित होती है ।

आओ चर्चा करें



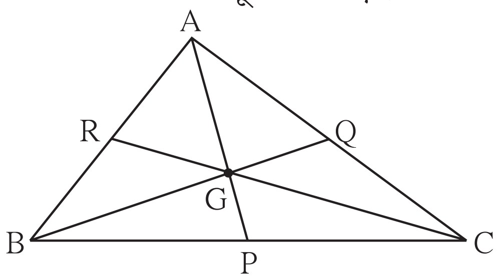
किसी विद्‌यार्थी ने लेखन पुस्तिका के कागज पर पांच समांतर रेखाओं की सहायता से Δ ABC खींचकर G यह माध्यिका संगामी (केंद्रव) बिंदु स्थापित किया । तो उसके द्‌वारा निश्चित किया गया G का स्थान सही है क्या ? कैसे निश्चित करेंगे ?

प्रश्नसंग्रह 4.1

1. 

Δ LMN में ...... यह शीर्षलंब है तथा ...... यह माध्यिका है । (रिक्त स्थानों में योग्य रेखाखंड का नाम लिखें ।)

2. न्यूनकोण Δ PQR खींचकर उसके तीनों शीर्षलंब खींचें । संगमन बिंदु को 'O' नाम दें ।
3. अधिककोण Δ STV खींचकर उसके सभी शीर्षलंब खींचें । उसकी माध्यिका संगामी (केंद्रव) दर्शाऍं ।
4. अधिककोण Δ LMN खींचकर उसके सभी शीर्षलंब खींचें । संगमन बिंदु को O से दर्शाऍं ।
5. समकोण Δ XYZ खींचकर उसकी माध्यिका खींचें । उसके संगमन बिंदु को G से दर्शाऍं ।
6. कोई एक समद्विबाहु त्रिभुज खींचकर उसके सभी माध्यिका और शीर्षलंब खींचें । उसके संगमन बिंदु के बारे में अपने निरिक्षण को दर्ज करें ।
7. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।



Δ ABC में बिंदु G यह माध्यिका संगमन बिंदु है ।

(1) यदि l(RG) = 2.5 तो l(GC) = ...

(2) यदि l(BG) = 6 तो l(BQ) = ...

(3) यदि l(AP) = 6 तो l(AG) = ... तथा l(GP) = ...

इसे करके देखिए

(I) : किसी एक समबाहु त्रिभुज की रचना कर उसके परिकेंद्र (C), अंत:वृत्त केंद्र (I), माध्यिका संगामी (केंद्रव) बिंदु (G) तथा लंबकेंद्र बिंदु (O) खींचें । निरीक्षण करें ।

(II): किसी एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कर केंद्रव बिंदु, लंबकेंद्र बिंदु, परिकेंद्र, अंत:वृत्त केंद्र यह एक रेखीय है । इसकी जाँच कीजिए ।

उत्तर सूची

प्रश्नसंग्रह 4.1

1. रेखा LX और रेखा LY

7. (1) 5, (2) 9, (3) 4, 2

CNH9SA