

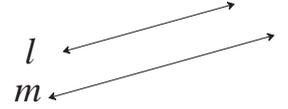
2

समांतर रेखा तथा तिर्यक रेखा



थोड़ा याद करें

एक ही प्रतल में स्थित तथा परस्पर प्रतिच्छेदित न करने वाली रेखाओं को समांतर रेखाएँ कहते हैं।



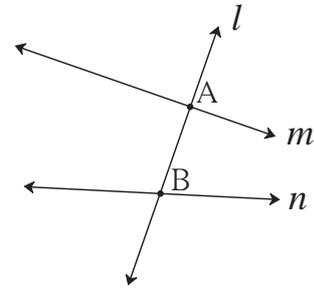
‘रेखा l तथा रेखा m समांतर रेखाएँ हैं।’ इसे ‘रेखा $l \parallel$ रेखा m ’ लिखते हैं।



आओ जानें

तिर्यक रेखा (Transversal)

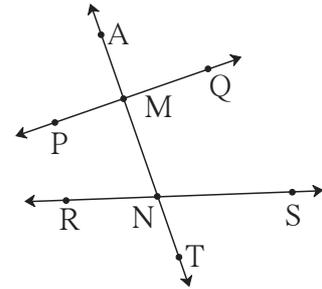
संलग्न आकृति में रेखा m तथा रेखा n को रेखा l क्रमशः बिंदु A तथा B दो अलग-अलग बिंदुओं पर प्रतिच्छेदित करती हैं। रेखा l रेखा m तथा रेखा n की तिर्यक रेखा है।



यदि कोई रेखा दी गई दो रेखाओं को दो भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेदित करती हो, तो उस रेखा को उन दो रेखाओं की तिर्यक रेखा कहते हैं।

तिर्यक रेखा द्वारा निर्मित कोण (Angles made by transversal)

संलग्न आकृति में तिर्यक रेखा द्वारा बिंदु M पर चार तथा बिंदु N पर चार, ऐसे कुल 8 कोण निर्मित होते हैं। आठों कोणों में से प्रत्येक कोण की एक भुजा तिर्यक रेखा पर है तथा दूसरी भुजा दो रेखाओं में से किसी एक रेखा पर है। इसका उपयोग करके कोणों की जोड़ियाँ निश्चित की गई हैं। उनमें से कुछ जोड़ियों का अध्ययन करेंगे।



• संगत कोण (Corresponding angles)

कोणों की ऐसी जोड़ी जिसमें तिर्यक रेखा पर स्थित भुजा एक ही दिशा दर्शाती हो तथा तिर्यक रेखा पर न हो ऐसी भुजा छेदन रेखा के एक ही ओर स्थित हो तो कोणों की ऐसी जोड़ी को संगत कोण कहते हैं।

• अंतःकोण (Interior angles)

कोणों की ऐसी जोड़ी जो दी गई रेखाओं के अंतः भाग में हो तथा तिर्यक के एक ही ओर हो, वह अंतः कोणों की जोड़ी होती है।

उपरोक्त आकृति में संगत कोणों की जोड़ियाँ -

- (i) $\angle AMP$ तथा $\angle MNR$
- (ii) $\angle PMN$ तथा $\angle RNT$
- (iii) $\angle AMQ$ तथा $\angle MNS$
- (iv) $\angle QMN$ तथा $\angle SNT$

उपरोक्त आकृति में अंतः कोणों की जोड़ियाँ -

- (i) $\angle PMN$ तथा $\angle MNR$
- (ii) $\angle QMN$ तथा $\angle MNS$

एकांतर कोण (Alternate angles)

कोणों की ऐसी जोड़ी जिसमें दोनों कोण तिर्यक रेखा के विपरीत ओर हों तथा उनकी तिर्यक रेखा पर स्थित भुजा विपरित दिशा दर्शाती हो तो, वह एकांतर कोणों की जोड़ी होती है।

आकृति में दो जोड़ियाँ अंतः एकांतर कोणों की तथा दो जोड़ियाँ बाह्य एकांतर कोणों की हैं।

- अंतः एकांतर कोणों की जोड़ियाँ
(रेखाओं के अंतः भाग में स्थित कोण)
- (i) $\angle PMN$ तथा $\angle MNS$
 - (ii) $\angle QMN$ तथा $\angle RNM$

- बाह्य एकांतर कोणों की जोड़ियाँ
(रेखाओं के बाह्य भाग में स्थित कोण)
- (i) $\angle AMP$ तथा $\angle TNS$
 - (ii) $\angle AMQ$ तथा $\angle RNT$

प्रश्नसंग्रह 2.1

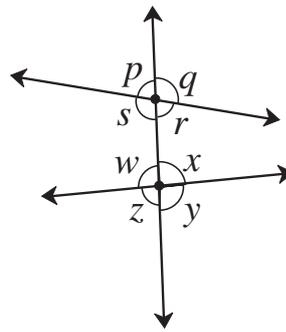
1. संलग्न आकृति देखें। आकृति में कोणों के नाम एक अक्षर से दिये गये हैं इसके आधार पर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

संगत कोणों की जोड़ियाँ

- (1) $\angle p$ तथा
- (2) $\angle q$ तथा
- (3) $\angle r$ तथा
- (4) $\angle s$ तथा

अंतः एकांतर कोणों की जोड़ियाँ

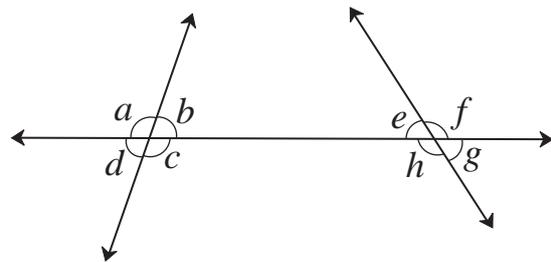
- (5) $\angle s$ तथा
- (6) $\angle w$ तथा



2. संलग्न आकृति में दर्शाए गए कोण देखिए।

निम्नलिखित जोड़ियाँ दर्शाने वाले कोण लिखिए।

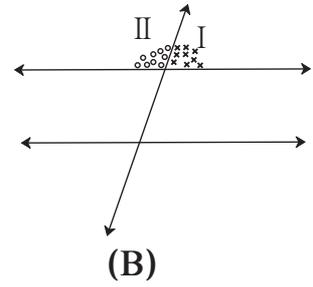
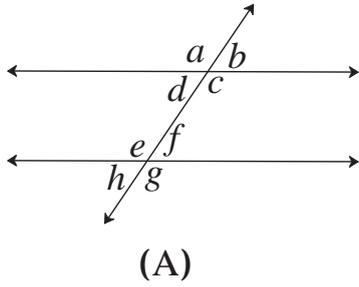
- (1) अंतः एकांतर कोण
- (2) संगत कोण
- (3) अंतः कोण





दो समांतर रेखाओं तथा तिर्यक रेखा द्वारा निर्मित कोण तथा उनके गुणधर्म
(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)

कृति (I) : आकृति (A) में दर्शाए अनुसार किसी कागज पर दो समांतर रेखाएँ खींचिए तथा उनकी एक तिर्यक रेखा खींचिए। ट्रेस पेपर की सहायता से उसी आकृति की एक प्रति एक कोरे कागज पर बनाइए। अब आकृति (B) में दर्शाएनुसार भाग I तथा भाग II में अलग-अलग रंग भरीए। वे दोनों भाग कैंची से काँटिए।



भाग I तथा भाग II द्वारा दर्शाए कोण रेखीय युगल कोण हैं, इसे ध्यान में रखिए। अब भाग I तथा भाग II को आकृति A के 8 कोणों में से प्रत्येक कोण पर रखकर देखिए।

किन-किन कोणों से भाग I हूबहू मिलता है ? तथा

किन-किन कोणों से भाग II हूबहू मिलता है ?

ऐसा दिखेगा कि, $\angle b \cong \angle d \cong \angle f \cong \angle h$, क्योंकि ये कोण भाग I से मिलते हैं।

$\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$, क्योंकि ये कोण भाग II से मिलते हैं।

(1) $\angle a \cong \angle e, \angle b \cong \angle f, \angle c \cong \angle g, \angle d \cong \angle h$

(यह संगत कोणों की जोड़ियाँ हैं)

(2) $\angle d \cong \angle f$ और $\angle e \cong \angle c$ (यह अंतः एकांतर कोणों की जोड़ियाँ हैं)

(3) $\angle a \cong \angle g$ और $\angle b \cong \angle h$ (यह बाह्य एकांतर कोणों की जोड़ियाँ हैं)

(4) $m\angle d + m\angle e = 180^\circ$ और $m\angle c + m\angle f = 180^\circ$

(यह अंतः कोणों की जोड़ियाँ हैं)



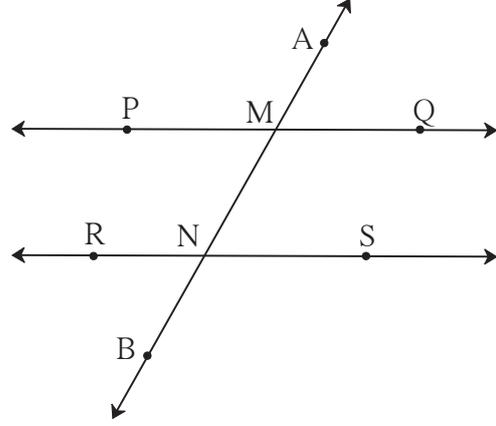
दो समांतर रेखाओं को किसी तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेदित करने पर आठ कोण बनते हैं।

इन आठ कोणों में से एक कोण का माप दिया गया हो तो क्या अन्य सात कोणों के माप ज्ञात कर सकते हैं ?



(1) संगत कोणों का गुणधर्म (Property of corresponding angles)

समांतर रेखाओं की तिर्यक रेखा द्वारा निर्मित संगत कोणों की प्रत्येक जोड़ी के कोण परस्पर सर्वांगसम होते हैं।
संलग्न आकृति में रेखा $PQ \parallel$ रेखा RS ।
रेखा AB उनकी तिर्यक रेखा है।



संगत कोण

$$\begin{aligned} \angle AMP &\cong \angle MNR & \angle PMN &\cong \angle RNB \\ \angle AMQ &\cong \angle MNS & \angle QMN &\cong \angle SNB \end{aligned}$$

(2) एकांतर कोणों का गुणधर्म (Property of alternate angles)

समांतर रेखाओं के तिर्यक रेखा द्वारा निर्मित एकांतर कोणों की प्रत्येक जोड़ी के कोण परस्पर सर्वांगसम होते हैं।

अंतः एकांतर कोण

बाह्य एकांतर कोण

$$\begin{aligned} \angle PMN &\cong \angle MNS & \angle AMP &\cong \angle SNB \\ \angle QMN &\cong \angle MNR & \angle AMQ &\cong \angle RNB \end{aligned}$$

(3) अंतः कोणों का गुणधर्म (Property of interior angles)

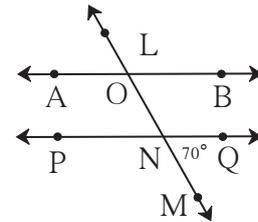
समांतर रेखाओं की तिर्यक रेखा द्वारा निर्मित अंतः कोणों की प्रत्येक जोड़ी के कोण के मापों का योग 180° होता है।

अंतः कोण

$$\begin{aligned} m\angle PMN + m\angle MNR &= 180^\circ \\ m\angle QMN + m\angle MNS &= 180^\circ \end{aligned}$$

हल किए गए उदाहरण

उदा. (1) संलग्न आकृति में रेखा $AB \parallel$ रेखा PQ , तथा रेखा LM तिर्यक रेखा है $m\angle MNQ = 70^\circ$, तो $\angle AON$ का माप ज्ञात कीजिए।



हल :

विधि I

$$\begin{aligned} m\angle MNQ &= m\angle ONP = 70^\circ \dots\dots (\text{शीर्षाभिमुख कोण}) \\ m\angle AON + m\angle ONP &= 180^\circ \dots\dots (\text{अंतः कोण}) \\ \therefore m\angle AON &= 180^\circ - m\angle ONP \\ &= 180^\circ - 70^\circ \\ &= 110^\circ \end{aligned}$$

विधि II

$$\begin{aligned} m\angle MNQ &= 70^\circ \\ \therefore m\angle NOB &= 70^\circ \dots\dots (\text{संगत कोण}) \\ m\angle AON + m\angle NOB &= 180^\circ \\ \therefore m\angle AON + 70^\circ &= 180^\circ \\ \therefore m\angle AON &= 110^\circ \end{aligned}$$

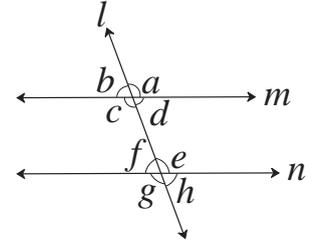
(कुछ अलग सोचकर भी उपरोक्त उदाहरण हल कर सकते हैं।)

उदा. (2) संलग्न आकृति में रेखा $m \parallel$ रेखा n

रेखा l तिर्यक रेखा है ।

यदि $m\angle b = (x + 15)^\circ$ तथा

$m\angle e = (2x + 15)^\circ$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए ।



हल : $\angle b \cong \angle f$ (संगत कोण) $\therefore m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$

$m\angle f + m\angle e = 180^\circ$ (रेखीय युगल कोण)

समीकरण में मान रखने पर,

$$x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ \quad \therefore 3x + 30 = 180^\circ$$

$$\therefore 3x = 180^\circ - 30^\circ \quad \text{..... (दोनों पक्षों में से 30 घटाने पर)}$$

$$x = \frac{150^\circ}{3} \quad \text{..... (दोनों पक्षों में 3 से भाग देने पर)}$$

$$\therefore x = 50^\circ$$



दो समांतर रेखाओं को किसी तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेदित करने पर निर्मित कोणों में

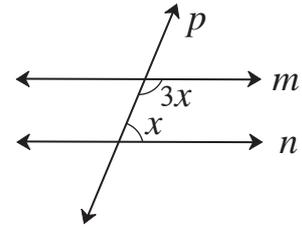
- संगत कोणों की जोड़ी के कोण सर्वांगसम होते हैं ।
- एकांतर कोणों की जोड़ी के कोण सर्वांगसम होते हैं ।
- अंतः कोण के प्रत्येक जोड़ी के कोण परस्पर संपूरक होते हैं ।

प्रश्नसंग्रह 2.2

1. उचित विकल्प चुनिए ।

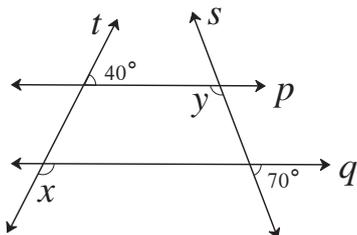
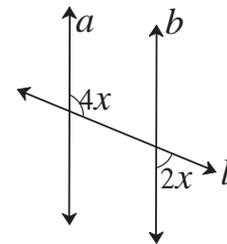
(1) संलग्न आकृति में यदि रेखा $m \parallel$ रेखा n हो तथा रेखा p उनकी तिर्यक रेखा हो तो x का मान कितना होगा ?

- (A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°



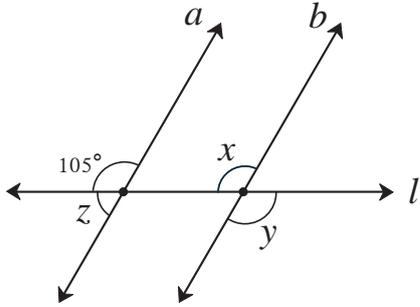
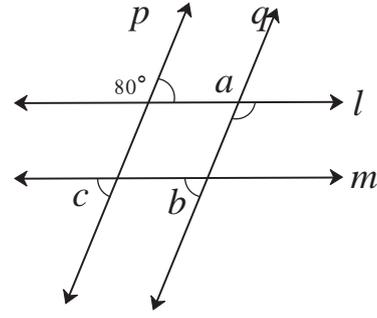
(2) संलग्न आकृति में यदि रेखा $a \parallel$ रेखा b और रेखा l उसकी तिर्यक रेखा हो तो x का मान कितना होगा ?

- (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°



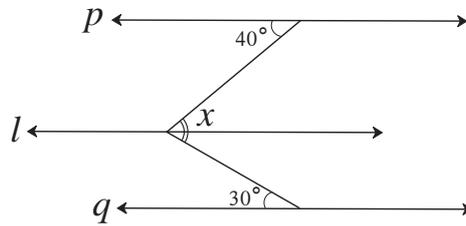
2. संलग्न आकृति में रेखा $p \parallel$ रेखा q है । रेखा t तथा रेखा s तिर्यक रेखाएँ हैं । दिए गए मापों के आधार पर $\angle x$ तथा $\angle y$ के माप ज्ञात कीजिए ।

3. संलग्न आकृति में रेखा $p \parallel$ रेखा q है ।
रेखा $l \parallel$ रेखा m है । दिए गए कोणों के मापों के आधार पर $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ के माप ज्ञात कीजिए । तथा कारण भी लिखिए ।



4. संलग्न आकृति में रेखा $a \parallel$ रेखा b रेखा l तिर्यक रेखा है । दिए गए कोणों के मापों के आधार पर $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ के माप ज्ञात कीजिए ।

- 5*. संलग्न आकृति में रेखा $p \parallel$ रेखा $l \parallel$ रेखा q दिए गए मापों के आधार पर $\angle x$ का माप ज्ञात कीजिए ।



अधिक जानकारी हेतु :

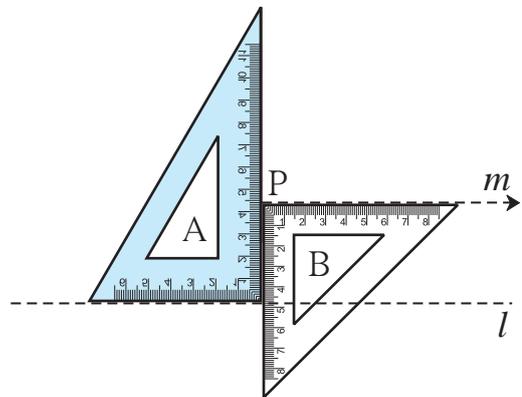
- दो एकप्रतलीय रेखाओं को किसी तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेदित करने पर निर्मित
- संगत कोणों की एक जोड़ी सर्वांगसम हो तो वे रेखाएँ समांतर होती हैं ।
 - एकांतर कोणों की एक जोड़ी सर्वांगसम हो तो वे रेखाएँ समांतर होती हैं ।
 - अंतःकोणों की एक जोड़ी संपूरक हो तो वे रेखाएँ परस्पर समांतर होती हैं ।

दी गई रेखा के समांतर रेखा खींचना (To draw a line parallel to the given line)

रचना (I) : दी गई रेखा को उस रेखा के बाह्य भाग में स्थित बिंदु से जाने वाली समांतर रेखा की रचना गुनिए की सहायता से करना ।

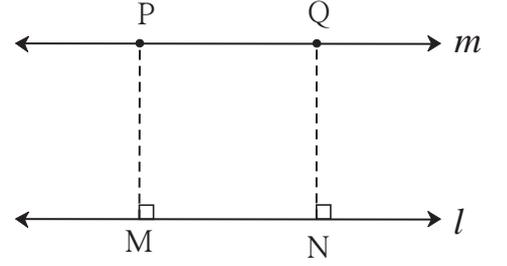
विधि I : रचना के सोपान

- (1) रेखा l खींचो । (2) रेखा l के बाह्य भाग में बिंदु P लीजिए ।
- (3) आकृति में दर्शाएनुसार दो गोणिए चिपकाकर रखिए । गोणिया A तथा B को पकड़कर रखिए । गोणिया B की कोर बिंदु P पर है उस कोर पर रेखा खींचिए ।
- (4) उस रेखा को m नाम दीजिए ।
- (5) रेखा m यह रेखा l के समांतर है ।



विधि II : रचना के सोपान

- (1) रेखा l खींचिए। उस रेखा के बाह्य भाग में बिंदु P लीजिए।
- (2) बिंदु P से रेखा l पर रेखा PM लंब खींचिए।
- (3) रेखा l पर अन्य बिंदु N लीजिए।
- (4) बिंदु N से रेखा NQ रेखा l पर लंब खींचिए।
NQ = MP लीजिए
- (5) बिंदु P तथा Q से होकर जाने वाली m खींचिए। यह रेखा l के समांतर है।

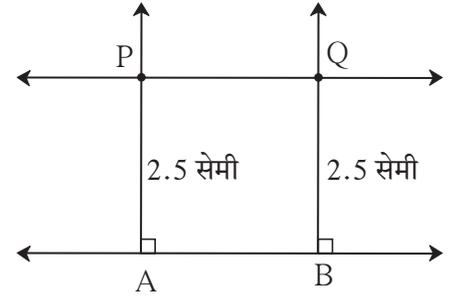


रचना (II) : दी गई रेखा से दी गई दूरी पर समांतर रेखा खींचना।

कृति : रेखा l को उस रेखा से 2.5 सेमी दूरी पर समांतर रेखा खींचिए।

रचना के सोपान :

- (1) रेखा l खींचिए। (2) रेखा l पर A, B दो बिंदु लीजिए।
- (3) बिंदु A तथा बिंदु B से रेखा l पर लंब खींचिए।
- (4) उस रेखा पर, बिंदु A और बिंदु B से 2.5 सेमी की दूरी पर बिंदु P और बिंदु Q लें।
- (5) रेखा PQ खींचिए। (6) रेखा PQ यह रेखा l की 2.5 सेमी दूरी पर समांतर रहने वाली रेखा है।



प्रश्नसंग्रह 2.3

1. रेखा l खींचो। उस रेखा के बाह्य बिंदु A लें। बिंदु A से जाने वाली और रेखा l के समांतर रेखा खींचिए।
2. रेखा l खींचिए। उस रेखा के बाह्य भाग में बिंदु T लें। बिंदु T से जाने वाली और रेखा l के समांतर रेखा खींचिए।
3. रेखा m और इस रेखा से 4 सेमी की दूरी पर रहने वाली समांतर रेखा n खींचिए।



उत्तर सूची

- प्रश्नसंग्रह 2.1** 1. (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$
 2. (1) $\angle c$ तथा $\angle e$, $\angle b$ तथा $\angle h$
 (2) $\angle a$ तथा $\angle e$, $\angle d$ तथा $\angle h$, $\angle b$ तथा $\angle f$, $\angle c$ तथा $\angle g$
 (3) $\angle c$ तथा $\angle h$, $\angle b$ तथा $\angle e$.

- प्रश्नसंग्रह 2.2** 1. (1) C (2) D 2. $\angle x = 140^\circ$, $\angle y = 110^\circ$
 3. $\angle a = 100^\circ$, $\angle b = 80^\circ$, $\angle c = 80^\circ$
 4. $\angle x = 105^\circ$, $\angle y = 105^\circ$, $\angle z = 75^\circ$ 5. $\angle x = 70^\circ$

