7 شماریات Statistics

آیئے، سیکھیں

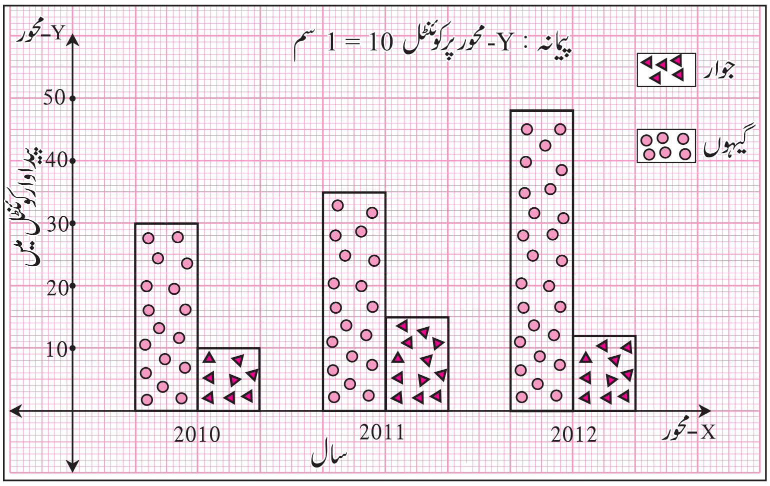
- متصل ستونی ترسیم
- ابتدائی اور ثانوی معطیات
- تقسیمی ستونی ترسیم
- غیر جماعت بند اور جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول
- فیصدی ستونی ترسیم
- تعددی تقسیمی جدول
- میانیہ، وسطانیہ اور کثیریہ (غیر جماعت بند معطیات)

آیئے ذرا یاد کریں

گذشتہ جماعتوں میں ہم نے سادہ ستونی ترسیم اور متصل ستونی ترسیم وغیرہ کیسے بناتے ہیں، کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ اسی طرح اخبارات، ماہنامے، ٹیلی ویژن وغیرہ ذرائع سے مختلف ترسیم کی معلومات حاصل کر چکے ہیں۔

معطیات کی نوعیت کے لحاظ سے ان معطیات کو مناسب انداز میں پیش کرنے کے لیے ترسیم بنانا اہم ہوتا ہے۔

مثال : ایک کسان کو اس کی کھیتی سے گیہوں اور جوار، ان دو فصلوں کی تین سال میں حاصل ہوئی پیداوار کو ظاہر کرنے والا متصل ستونی ترسیم ذیل میں دکھایا گیا ہے۔ اس معطیات کی بنا پر سوالوں کے جواب لکھیے۔



(i) تین سال میں کس فصل کی پیداوار لگاتار بڑھ رہی ہے؟

(ii) 2012 میں 2011 کی بہ نسبت جوار کی پیداوار کتنی کم ہوئی؟

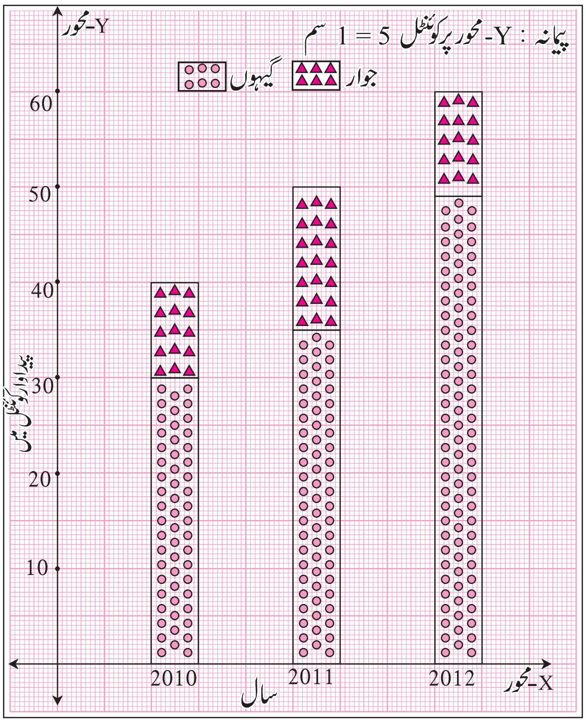
(iii) 2010 میں گیہوں کی پیداوار اور 2012 میں گیہوں کی پیداوار کے درمیان کتنا فرق ہے؟

(iv) اس ترسیم کی معلومات کی بناء پر درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

پیداوار (کوئنٹل میں) / سال	گیہوں	جوار	کل پیداوار
2010			
2011			
2010	48	12	60

آیئے سمجھ لیں

تقسیمی ستونی ترسیم (Sub - divided bardiagram)



معطیات کا موازنہ ظاہر کرنے والا ستونی ترسیم دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔ اس کو تقسیمی ستونی ترسیم کہتے ہیں۔ اس کے لیے معطیات کے ایک ہی قسم کے دو مدوں کو جمع کیا جاتا ہے۔ حاصل ہونے والے مجموعہ کو مناسب پیمانہ لے کر ستونی طریقہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ستون کی ہر مد کو ظاہر کرنے کے لیے مناسب پیمانہ لے کر حصے کئے جاتے ہیں۔ سابقہ مثال میں ہم دیکھیں گے کہ معطیات کو ظاہر کرنے والا تقسیمی ستونی ترسیم کیسے بناتے ہیں۔

(i) کل پیداوار کے مطابق ہر ستون کی اونچائی مناسب پیمانے سے ظاہر کیجیے۔

(ii) اس میں گیہوں کی پیداوار کل پیداوار کے ستون کا ایک حصہ ہوگی۔ اسے مخصوص نشان سے دکھایئے۔

(iii) ستون کا بقیہ حصہ جوار کی پیداوار ظاہر کرے گا۔ اسے مختلف نشان سے دکھایئے۔

اس طریقے سے بازو میں بنائی گئی ستونی ترسیم کو دیکھیے۔

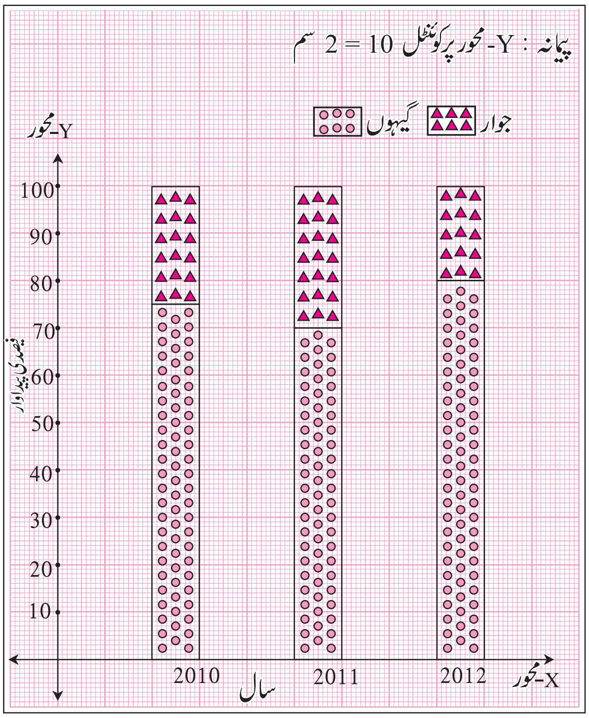
ہم نے مطالعہ کیا ہے کہ دو مدوں کا فیصدی میں کیا گیا موازنہ قابل اعتماد ہوتا ہے۔ مثلاً 2000 روپے پر 600 روپے منافع اور 1500 روپے پر 510 روپے منافع اس میں 600 روپے منافع زیادہ دکھائی دیتا ہے۔ مگر دونوں منافع میں بالترتیب 30% اور 34% ہیں اسے دھیان میں رکھیں تو سمجھ میں آتا ہے کہ 1500 روپے پر 510 روپے منافع والا کاروبار زیادہ فائدہ مند ہوگا۔

فی صدی ستونی ترسیم Percentage Bar Diagram

دی ہوئی معطیات کا موازنہ زیادہ اچھے طریقے سے سمجھنے کے لیے دی ہوئی معلومات کو فیصدی میں تبدیل کر کے تقسیمی ستونی ترسیم بناتے ہیں۔ اسے فیصدی ستونی ترسیم کہتے ہیں۔ گذشتہ مثال کی معطیات کا فیصد متصلہ جدول میں دکھایا گیا ہے۔

سال	گیہوں کی پیداوار (کوئنٹل میں)	جوار کی پیداوار (کوئنٹل میں)	کل پیداوار کے تناسب میں گیہوں کی پیداوار کا فیصد
2010	30	10	$\frac{30}{40} \times 100 = 75\%$
2011	35	15	$\frac{35}{50} \times 100 = 70\%$
2012	40	12	$\frac{48}{60} \times 100 = 80\%$

ان معطیات کو ظاہر کرنے والا ستونی ترسیم ذیل کے مراحل سے بنایا گیا ہے۔



(i) ہر سال میں گیہوں اور جوار کی کل پیداوار میں سے گیہوں کی پیداوار اور جوار کی پیداوار کا فیصد معلوم کیا۔

(ii) ہر ستون کی Y-محور پر اونچائی 100 کے تناسب میں لی گئی ہے۔

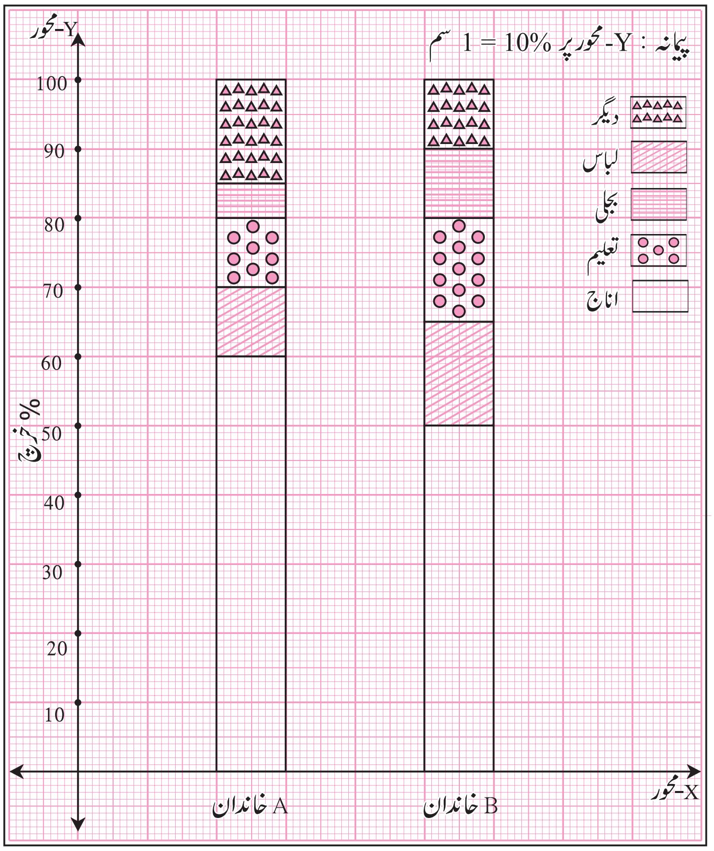
(iii) گیہوں کی پیداوار کا کل پیداوار سے فیصد لیے ہوئے پیمانے کے تناسب سے ستون پر نشان کے ذریعے دکھایا گیا۔

(iv) ستون کا بقیہ حصہ کل پیداوار سے جوار کی پیداوار کا فیصد ظاہر کرتا ہے۔

دو سے زیادہ مدوں کی معلومات بھی تقسیمی ستونی ترسیم یا فیصدی ستونی ترسیم میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

حل شدہ مثالیں

مثال **(1)** : بازو کی شکل میں فیصدی ستونی ترسیم دی ہوئی ہے۔ اس میں دو خاندانوں کا مختلف مدوں پر ہونے والے خرچ کی معطیات دی ہوئی ہے۔



اسی بنا پر ذیل کے سوالات کے جوابات لکھیے۔

(i) ہر خاندان کا مختلف مدوں پر ہونے والے خرچ کا فیصد لکھیے۔

(ii) کس خاندان کا اناج کا خرچ اس کے کل خرچ کے تناسب کے لحاظ سے زیادہ ہے؟ کتنے فیصدی زیادہ ہے؟

(iii) دونوں خاندانوں کے دیگر اخراجات کا فیصدی کتنا ہے؟ الگ الگ بتایئے۔

(iv) کس خاندان کا بجلی خرچ کا فیصد زیادہ ہے؟

(v) کس خاندان کا تعلیمی خرچ کا فیصد زیادہ ہے؟

حل : (i)

خاندان / خرچ	اناج	لباس	تعلیم	بجلی	دیگر
A	60%	10%	10%	5%	15%
B	50%	15%	15%	10%	10%

(ii) خاندان A کے کا اناج کا خرچ، کل خرچ کے تناسب میں خاندان B کے خرچ سے 10% زیادہ ہے۔

(ii) خاندان A کا دیگر خرچ 15% اور خاندان B کا دیگر خرچ 10% ہے۔

(iv) خاندان B کے بجلی خرچ کا فیصد زیادہ ہے۔

(v) خاندان B کے تعلیمی خرچ کا فیصد زیادہ ہے۔

مشقی سیٹ 7.1

(1) درج ذیل جدول میں بھارت کے موٹر اور بس کی تعداد تقریباً مکمل لاکھ میں دی ہوئی ہے۔اس بنا پر فیصدی ستونی ترسیم بنائیے۔ (فیصدی تقریباً صحیح عدد میں لیجیے)

سال	موٹر کی تعداد	بس کی تعداد
2006 - 2007	47	9
2007 - 2008	56	13
2008 - 2009	60	16
2009 - 2010	63	18

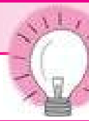
(2) درج ذیل جدول میں بھارت کی پکی سڑکیں اور کچی سڑکوں کی معطیات دی ہوئی ہے۔اس بنا پر تقسیمی ستونی ترسیم اور فیصدی ستونی ترسیم بنائیے۔ (فیصدی تقریباً صحیح عدد میں لیجیے)

سال	پکی سڑکیں (لاکھ کلومیٹر)	کچی سڑکیں (لاکھ کلومیٹر)
2000 - 2001	14	10
2001 - 2002	15	11
2002- 2003	17	13
2003 - 2004	20	19

عملی کام : ذیل کے جدول میں مختلف ریاستوں میں ہر 1000 لڑکوں کے لحاظ سے لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔اس بناء پر جدول کے خالی چوکون مکمل کیجیے۔

ریاست	لڑکوں کی تعداد	لڑکیوں کی تعداد	کل	لڑکوں کا فیصدی (تقریباً مکمل عدد)	لڑکیوں کا فیصدی (تقریباً مکمل عدد)
آسام	1000	960	1960	$\frac{1000}{1960} \times \frac{100}{1} \approx 51\%$	$100 - 51 = 49\%$
بہار	1000	840	1840		
پنجاب	1000	900			
کیرل	1000	1080			
مہاراشٹر	1000	900			

جدول کے مطابق حاصل ہوئی معطیات کا فیصدی ستونی ترسیم بنائیے اور اس بناء پر نتیجہ اخذ کیجیے اور بحث کیجیے۔



غور کیجیے

صفحہ نمبر 111 پر دیے ہوئے عملی کام کی جدول میں پانچ ریاستوں کے ہر ہزار لڑکوں کے مقابلے میں لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔ انھیں ریاستوں کی خواندگی کا فیصد ذیل میں دیا ہوا ہے۔

آسام (73%)، بہار (64%)، پنجاب (77%)، کیرل (94%)، اور مہاراشٹر (83%)

جدول میں لڑکیوں کی تعداد اور ان ریاستوں کی خواندگی کے تناسب پر غور کیجیے۔اس بناء پر کیا نتیجہ حاصل ہوتا ہے؟

آیئے، بحث کریں

ذیل کی معطیات کے لیے کس قسم کا ستونی ترسیم بنانا مناسب ہوگا؟

(1) چار گاؤں میں خواندگی کا فی صدی تناسب

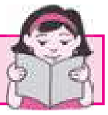
(2) ایک خاندان کا مختلف مدوں پر ہونے والا خرچ

(3) پانچ فریقوں میں سے ہر فریق کے لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد

(4) تین روزہ جاری رہنے والی سائنس نمائش میں معائنہ کے لئے آنے والے لوگوں کی تعداد

(5) جنوری سے جون ہر مہینہ کا آپ کے گاؤں / شہر کا اعلیٰ اور ادنیٰ درجہ حرارت

(6) دو پہیہ سواری چلاتے وقت ہیلمٹ کا استعمال کرنے والے اور نہ کرنے والے 100 خاندانوں کے افراد کی تعداد



آیئے سمجھ لیں

شماریات (Statistics)

کسی بڑے گروہ کا مطالعہ کرنے کے لیے اس میں سے کچھ اجزا کا مناسب چھوٹا گروہ بے ترتیب طریقے سے منتخب کرتے ہیں ۔ یہ بڑے گروہ کی نمائندگی کرنے والا گروہ ہوتا ہے۔اس نمائندہ گروہ کے مطالعہ کے لیے معطیات جمع کی جاتی ہیں ۔ یہ معطیات اکثر عددی صورت میں ہوتی ہیں۔اس کا تجزیہ کر کے کچھ نتائج اخذ کیے جاتے ہیں۔اس قسم کے مطالعہ کو شماریات (Statistics) نام دیا گیا ہے۔

Statisics لاطینی لفظ ''Status'' سے بنا ہوا ہے۔اس کا مطلب ریاست کی حالت ہوتا ہے۔اس بناء پر پہلے شماریات کا علم ریاستوں کے انتظامی امور سے تعلق رکھتا تھا۔لیکن فی الحال اس علم کا استعمال سبھی شعبوں میں کیا جاتا ہے۔''سر رونالڈ ایلمر فشر'' (Sir Ronald Aylmer Fisher) (17/فروری 1890 - 29/جولائی 1962) کو جدید علم شماریات کا بانی تسلیم کیا جاتا ہے۔

معطیات جمع کرنا (Data Collection)

استانی : ایک گاؤں میں ہر خاندان کے پاس کتنی کھیتی ہے۔ان معلومات کو کس طرح جمع کرو گے؟

رابرٹ : میڈم، گاؤں میں جتنے گھر ہیں ہر ایک کے گھر جا کر کتنی کھیتی ہے اس کا اندراج کریں گے۔

استانی : بالکل صحیح ،عزیز طلبہ! کسی مخصوص گروہ کے تعلق سے ہم جو معلومات جمع کرتے ہیں وہ خاص طور پر اعداد کی شکل میں ہوتی ہیں۔اسے معطیات کہتے ہیں۔

معطیات جمع کرنے سے پہلے اسے ہم کس لیے استعمال کرنے والے ہیں یہ معلوم ہونا ضروری ہے۔ جب کوئی فرد معلومات حاصل کرنے کی جگہ جا کر سوالات پوچھ کر، تعداد گن کر وغیرہ طریقے سے معطیات جمع کرتا ہے تو اس معطیات کو ابتدائی معطیات (Primery Data) کہتے ہیں۔

آفرین : یعنی رابرٹ کے کہنے کے مطابق ہر گھر جا کر کھیتی کی جمع کی گئی معلوات ابتدائی معطیات کہلاتی ہے۔

استانی : شاباش آفرین!

رمیش : لیکن اوپر کی معلومات بہت کم وقت میں جمع کرنی ہو تو؟

استانی : رمیش کا کہنا بالکل صحیح ہے۔ایسے وقت معلومات جمع کرنے کا دوسرا حل کیا ہو سکتا ہے اس پر غور کیجیے۔

فردوس : سر، ہم تلاٹھی آفس میں جا کر ان سے دستیاب کھیتی کے اندراج کی معلومات جمع کر سکتے ہیں۔

استاد : بالکل ٹھیک، کچھ حالات میں وقت کی دستیابی، آلات کی کمی جیسی وجوہات کی بناء پر معطیات جمع کرنے کا اندراج ذاتی طور پر ممکن نہیں ہوتا۔ایسے وقت دوسروں کے ذریعے جمع کی ہوئی معطیات، سرکاری دفتروں کے ذریعے شائع کردہ معطیات، سرکاری شعبوں میں دستیاب معلومات، تحقیقی مضامین کی صورت میں موجود معطیات استعمال کرتے ہیں۔ایسے معطیات کو ثانوی معطیات (Secondry Data) کہتے ہیں۔یعنی فردوس کی رائے کے مطابق تلاٹھی آفس میں جا کر کھیتی کی جمع کی گئی معلومات ثانوی معطیات کہلائے گی۔

ذیل کے مثالیں دیکھیے۔

(i) اخبارات کی معلومات کا استعمال کر کے بنائی گئی جدول میں ثانوی معطیات ہوگی۔

(ii) ریستوراں کی چیزوں کا معیار سمجھنے کے لیے گاہکوں سے ان کی رائے پوچھ کر ملنے والی معلومات ابتدائی معطیات ہوگی۔

(iii) کلاس روم کے طلبہ کی اونچائی ناپ کر کیے گئے اندراج میں معلومات ابتدائی معطیات ہوگی۔

ابتدائی معطیات	ثانوی معطیات
(1) اندراج کرنے کے لیے بہت وقت درکار ہوتا ہے۔	(1) فوراً دستیاب ہو سکتی ہے۔
(2) تازہ ترین اور تفصیلی ہوتی ہے۔	(2) اس میں پہلے اندراج کی ہوئی معلومات لینے کی وجہ سے وہ تازہ ترین ہی ہوگی ایسا کہہ نہیں سکتے۔معلومات کی تفصیل کبھی کبھار کم پڑتی ہے۔
(3) درست اور قابل اعتماد ہوتی ہے۔	(3) یہ کم قابل اعتماد ہو سکتی ہے۔

عملی کام : آپ کئی مرتبہ مختلف وجوہات کے لیے معلومات جمع کرتے ہیں۔ایسی 3 سے 4 مثالیں لیجیے اور جمع کی ہوئی معطیات ابتدائی ہے یا ثانوی۔ اس پر بحث کیجیے۔

مشقی سیٹ 7.2

(1) ذیل کے مطابق جمع کی گئی معطیات کی ابتدائی معطیات یا ثانوی معطیات میں جماعت بندی کیجیے۔

(i) براہ راست اسکول کے ہر کلاس روم میں جا کر ہر طالب علم کی حاضری کی معلومات جمع کی گئی۔

(ii) ہر طالب علم کے اونچائی کی معلومات ہیڈ آفس میں فوراً بھیجنے کے لیے اسکول کے جسمانی تعلیم کے شعبہ کے اندراجات سے معلومات حاصل کی گئی۔

(iii) ناندپور کے ہر خاندان کے اسکول نہ جانے والے طلبہ کی معلومات ذاتی طور پر گھر گھر جا کر جمع کی گئی۔

(iv) سائنس پروجیکٹ کے لیے براہ راست جنگل میں جا کر درختوں کا مشاہدہ کر کے معلومات جمع کی گئی۔

آیئے ذرا یاد کریں

معطیات کی جماعت بندی (Classification of Data) :

مثال (1) : ایک اسکول کے نویں جماعت کے 50 طلبہ نے پہلے میقاتی امتحان میں ریاضی میں 20 میں سے حاصل کردہ نمبرات درج ذیل ہیں۔

20, 6, 14, 10, 13, 15, 12, 14, 17, 17, 18, 11, 19, 9, 16, 18, 14, 7, 17, 20,
8, 15, 16, 10, 15, 12, 18, 17, 12, 11, 11, 10, 16, 14, 16, 18, 10, 7, 17, 14,
20, 17, 13, 15, 18, 20, 12, 12, 15, 10

یہاں جمع کی گئی عددی معلومات کو کیا کہتے ہیں؟ — خام معطیات

اس کے ہر عدد کو کیا کہتے ہیں؟ — شمارہ

اوپر کی معلومات کے بناء پر ذیل کے سوالات کے جوابات حاصل کیجیے۔

(1) 15 نمبرات حاصل کرنے والے کل کتنے طلبہ ہیں؟

(2) سب سے کم نمبر کتنے ہیں؟

(3) 15 نمبرات سے زیادہ حاصل کرنے والے کل کتنے طلبہ ہیں؟

(4) سب سے زیادہ نمبر کتنے ہیں؟

(5) 16 نمبرات سے کم نمبر حاصل کرنے والے کل کتنے طلبہ ہیں؟

آیئے، بحث کریں

(1) آپ کو اوپر کے سوالوں کے جواب آسانی سے مل گئے یا ہر مرتبہ نمبرات کا معائنہ کرنا پڑا؟

(2) اوپر کے کام میں آسانی لانے کے لیے کیا کر سکتے ہیں۔

شمیم : اوپر کے جواب ہر وقت بغور مشاہدہ سے حاصل ہونے کی وجہ سے کام پیچیدہ اور الجھن والا معلوم ہوتا ہے لیکن دی ہوئی خام معطیات کو صعودی یا نزولی ترتیب میں لکھنے پر آسانی پیدا ہو سکتی ہے۔

شمیم کے کہنے کے مطابق معطیات کے نمبرات صعودی ترتیب میں لکھیں گے۔

6, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13,
14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17,
18, 18, 18, 18, 18, 19, 20, 20, 20, 20

معلومات صعودی ترتیب میں لکھنے پر مثال (1) کے پانچوں سوالوں کے جواب دینا آسان ہوتا ہے؟ تصدیق کیجیے۔

تصدیق کرنے پر یہ ظاہر ہوا کہ معطیات کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر پانچوں سوالوں کے جواب بالکل آسانی سے مل گئے۔

آیئے ذرا یاد کریں

طوبیٰ : میڈم، معطیات کو جدول کی صورت میں لکھنے پر بھی اوپر کے کام میں زیادہ آسانی پیدا کر سکتے ہیں۔ ہم نے گذشتہ جماعت میں مطالعہ کر چکے ہیں کہ اس جدول کو تعددی تقسیم کی جدول کہتے ہیں۔

استانی : طوبیٰ، بالکل صحیح کہا آپ نے! اب یہ جدول اوپر کی مثال 1 کے تعلق سے بنائیے۔

مثال (1) میں سب سے کم نمبر 6 اور سب سے زیادہ نمبر 20 ہے۔اس لیے جدول میں شماروں کے ستون میں 6 سے 20 شمارے لکھیے ۔دوسرے ستون میں شماریاتی نشان لگائیے اور آخری ستون میں نشان گن کر تعداد لکھیے ۔

غیر جماعت بند تعددی تقسیمی جدول

شمارہ نمبر	شماریاتی نشان	(طلبہ کی تعداد) (*f*) تعداد
6	I	1
7	II	2
8		
9		
10	卌	5
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17	卌 I	6
18		
19		
20	IIII	4
		کل $N = \Sigma f = 50$

N تمام تعددوں کی جمع ہے

آیئے، بحث کریں

جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول (Grouped Frequency Distribution Data)

مذکورہ بالا تعددی تقسیمی جدول میں،

(1) یہ جدول بہت بڑی ہے کیا آپ کو ایسا محسوس ہو رہا ہے؟

(2) جب معطیات کے شماروں کی تعداد زیادہ ہو تب کیا یہ جدول بنانا مشکل ہوگا؟

استانی : اوپر کی بحث سے ایسا سمجھ میں آتا ہے کہ جب معطیات کے شماروں کی تعداد زیادہ ہوتی ہے تب غیر جماعت بند تعددی تقسیمی جدول کی وسعت زیادہ ہوتی ہے۔اسے بنانے میں بہت وقت درکار رہتا ہے۔جدول کی وسعت اور وقت کی بچت کے لیے کیا کوئی ترکیب تجویز پیش کرسکتے ہیں؟

روہیت : سر ایسے وقت معطیات کے گروہ بنائے جائیں۔

استانی : شاباش روہیت! معطیات کے گروہ بنانا یعنی جماعت تیار کرنے پر معطیات کو آسانی سے کم وقت میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ ایسے جدول کو ہی جماعت بند تعددی تقسیمی جدول کہتے ہیں۔

یہ جدول دو طریقوں سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ (1) مشمولی طریقہ (غیر مسلسل طریقہ) اور (2) غیر مشمولی یا مستثنائی طریقہ

(1) مشمولی طریقہ (غیر مسلسل طریقہ) (Inclusive Method)

6, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13,
14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17,
18, 18, 18, 18, 18, 19, 20, 20, 20, 20

اوپر کی معطیات میں سب سے چھوٹا شمارہ ☐ اور سب سے بڑا شمارہ ☐ ہے۔ سب سے بڑا اور سب سے چھوٹے شمارے کا فرق 20 - 6 = 14 ہے۔ اسی فرق کو ہی معطیات کی وسعت کہتے ہیں۔ اس وسعت کو خیال میں رکھ کر معطیات کے مناسب ایسے کون سے گروہ بنائے جا سکتے ہیں؟

(i) 6 سے 8، 9 سے 11، 12 سے 14، 15 سے 17، 18 سے 20 یا

(ii) 6 سے 10، 11 سے 15، 16 سے 20 اس طرح جماعت بنا سکتے ہیں۔

6 سے 10، 11 سے 15 اور 16 سے 20 جماعتوں کو لے کر اوپر کی معطیات کا تعددی تقسیمی جدول بنائیں گے۔

جماعت بند تعددی تقسیمی جدول (مشمولی طریقہ)

(طلبہ کی تعداد) (f) تعدد	شماریاتی نشان	جماعت
10	卌 卌	6 سے 10
		11 سے 15
20		16 سے 20
کل $N = \Sigma f = 50$		

اس جدول کو بناتے وقت 6، 10 اور اس کے درمیان تمام شماروں کا 6 سے 10 جماعت میں شامل کرتے ہیں۔ جدول بنانے کے اس طریقے کو مشمولی طریقہ کہتے ہیں۔ 6 سے 10، 11 سے 15، 16 سے 20 ان جماعتوں کو غیر مسلسل وقفہ جماعت بھی کہتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

علم شماریات کی کچھ بنیادی اصطلاحات (Basic term in Statistics)

(1) جماعت (Class) : شماروں کے آسان اور مناسب جماعت کے گروہ کو جماعت کہتے ہیں۔
جماعت 6 سے 10، 11 سے 15 وغیرہ کو 6–10، 11–15 لکھا جاتا ہے۔

(2) جماعت کی حدیں (Class limits) : جماعت کو ظاہر کرنے والے اعداد کو جماعت کی حدیں کہتے ہیں۔
جماعت 6 سے 10 کی نچلی حد جماعت 6 اور اوپری حد جماعت 10 ہے۔

(3) تعدد (Frequency) : ہر جماعت میں جتنے شمارے ہوتے ہیں، ان تمام شماروں کے کل تعداد کو اس جماعت کا تعدد کہتے ہیں۔
مندرجہ بالا جدول میں جماعت 11 سے 15 میں 20 شمارے شامل ہیں اس لیے جماعت 11–15 کا تعدد 20 ہے۔

(4) طول جماعت **(Class width or Class interval) :** مسلسل جماعتیں دی ہوئی ہوں تو متواتر آنے والی دو جماعتوں کے نچلی (اوپری) حد جماعتوں کے فرق کو طول جماعت یا جماعت کا عرض یا جماعت کی وسعت کہتے ہیں۔

مثال : 10 – 5, 15 – 10، 20 – 15، .... ہو تو 5 = 5 - 10 = طول جماعت

(5) وسط جماعت (Class mark) : جماعت کی نچلی اور اوپری حد جماعت کے اوسط کو وسط جماعت کہتے ہیں۔

$$\text{وسط جماعت} = \frac{\text{نچلی حد جماعت} + \text{اوپری حد جماعت}}{2}$$

مثال : $\frac{\square + \square}{2} = \frac{26}{2} = 13$ = جماعت 15 – 11 کا وسط جماعت

(2) غیر مشمولی یا مستثنائی طریقہ (Exclusive Method)

مثال : 6، 10، 10.3، 11، 15.7، 19، 20، 12، 13 یہ شمارے دیے ہوئے ہیں۔

جماعت 10 – 6، 15 – 11، 20 – 16 لے کر جماعت بند تعددی جدول بنائیے۔

حل :

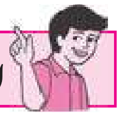
جماعت (شمارے)	شماریاتی نشان	تعدد (*f*)
6 – 10	|	2
11 – 15	||	3
16 – 20	|	2

اوپر کی جدول میں دیے ہوئے شماروں میں سے 10.3 اور 15.7 ان شماروں کو شامل نہیں کر سکتے۔ کیونکہ 10.3 اور 15.7 یہ اعداد 20 – 16, 15 – 11, 10 – 6 ان میں سے کسی بھی جماعت میں شامل نہیں ہیں۔ اس لیے جماعت کی نوعیت بدلنا ہوگی۔ اس لیے جماعت 10 – 5، 15–10، 20 – 15، ... اس طرح مسلسل لکھنے پر اس قسم کے سوال پیدا نہیں ہوں گے۔ لیکن 10 اس شمارے کا اندراج 10–5، 15 – 10 ان میں سے کس جماعت میں کیا جائے یہ مسئلہ پیدا ہوتا ہے۔ یہ مسئلہ دور کرنے کے لیے شمارہ 10 جماعت 10–5 میں نہ لیتے ہوئے جماعت 15–10 میں شامل کریں۔ ایسا مفروضہ مان لیا گیا ہے۔ اس لیے شمارہ 10 جماعت 15 –10 میں ہوگا۔ اس طریقے کو غیر مشمولی یا مستثنائی طریقہ کہتے ہیں اس طرح جماعت بنانے سے 10.3 اور 15.7 جیسے اعداد جدول میں شامل کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

اب اس اصول کے مطابق جماعت بنائیں اور اوپر دیا ہوا مفروضہ تسلیم کرتے ہوئے بتائی ہوئی جدول دیکھیے۔

جماعت بند تعددی تقسیمی جدول (غیر مشمولی طریقہ)

جماعت (مسلسل) (شمارے)	شماریاتی نشان	(طلبہ کی تعداد) تعدد (*f*)
5 – 10	|	1
10 – 15	卌	5
15 – 20	|	2
20 – 25	|	1



اسے دھیان میں رکھیں

تعددی تقسیمی جدول

غیر جماعت بند

طلبہ کی تعداد	نویں جماعت میں طلبہ کی عمر
12	14
23	15
10	16

جماعت بند

مشمولی طریقہ (وقفہ جماعت)

طلبہ کی تعداد	جوتے کا نمبر
12	2–4
29	5–7
7	8–10

مشمولی طریقہ میں (مسلسل جماعت)

طلبہ کی تعداد	اونچائی (سم)
18	145–150
27	150–155
3	155–160

مشقی سیٹ 7.3

(1) جماعت 20 سے 25 کی نچلی حد جماعت اور اوپری حد جماعت لکھیے۔

(2) جماعت 35 سے 40 کا وسط جماعت معلوم کیجیے۔

*(3) ایک جماعت کا وسط جماعت 10 ہے، طول جماعت 6 ہے تو وہ جماعت کون سی ہو گی؟

(4) درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

تعدد (*f*) طلبہ کی تعداد	شماریاتی نشان	جماعت (عمر سال میں)
☐	𝍸	12 - 13
☐	𝍸 𝍸 ||||	13 - 14
☐		14 - 15
☐	||||	15 - 16
کل $N = \Sigma f = 50$		

(5) ایک اسکول سبز فوج نیچر کلب (ہریت سینا) کے 45 طالب علموں میں سے ہر ایک کے ذریعے کی گئی شجر کاری کی تعداد ذیل میں دی ہوئی ہے۔

3, 5, 7, 6, 4, 3, 5, 4, 3, 5, 4, 7, 5 , 3, 6, 6, 5, 3, 4, 5, 7, 3, 5, 6, 4, 4, 3, 5, 6, 6, 4, 3, 5, 7, 3, 4, 5, 7, 6, 4, 3, 5, 4, 4, 7.

اس معطیات کے لیے غیر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(6) π کی 50 عشری مقام تک قیمت دی ہوئی ہے۔

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

اس بنا پر علامت عشاریہ کے بعد ہندسوں کی غیر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(7) ذیل کے جدول میں دی ہوئی معلومات کی بناء پر طول جماعت معلوم کیجیے اور غیر مشمولی اور مشمولی جماعت کے تعددی تقسیم کے جدول تیار کیجیے۔

(i)

تعدد	وسط جماعت
3	5
9	15
15	25
13	35

(ii)

تعدد	وسط جماعت
6	22
7	24
13	26
4	28

(8) ایک اسکول کے نویں جماعت کے 45 طلبہ کو کمپاس بکس میں موجود پنسل کی لمبائی ناپنے کے لیے کہا گیا ہے۔ وہ معطیات سینٹی میٹر میں درج ذیل کے مطابق ہے۔

16, 15, 7, 4.5, 8.5, 5.5, 5, 6.5, 6, 10, 12,
13, 4.5, 4.9, 16, 11, 9.2, 7.3, 11.4, 12.7, 13.9, 16,
5.5, 9.9, 8.4, 11.4, 13.1, 15, 4.8, 10, 7.5, 8.5, 6.5,
7.2, 4.5, 5.7, 16, 5.7, 6.9, 8.9, 9.2, 10.2, 12.3, 13.7,
14.5, 10

0-5, 5-10, 10-15, ... کے مطابق جماعت لے کر غیر مشمولی طریقے سے جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(9) ایک گاؤں میں امداد باہمی دودھ سینٹر پر 50 لوگ روزانہ کتنے لٹر دودھ جمع کرتے ہیں وہ معلومات ذیل میں دی ہوئی ہے۔

27, 75, 5, 99, 70, 12, 15, 20, 30, 35, 45, 80,
77, 90, 92, 72, 4, 33, 22, 15, 20, 28, 29, 14,
16, 20, 72, 81, 85, 10, 16, 9, 25, 23, 26, 46,
55, 56, 66, 67, 51, 57, 44, 43, 6, 65, 42, 36,
7, 35

مناسب جماعت لے کر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(10) ایک ادارے نے گاؤں کے 38 لوگوں میں سے ہر ایک سے 'معذور بہبودی فنڈ' جمع کیا۔ جو ذیل میں دیا ہوا ہے۔

101, 500, 401, 201, 301, 160, 210, 125, 175, 190, 450, 151
101, 351, 251, 451, 151, 260, 360, 410, 150, 125, 161, 195
351, 170, 225, 260, 290, 310, 360, 425, 420, 100, 105, 170
250, 100

(i) (100–149, 150–199, 200–249, ...) اس طرح جماعت لے کر جماعت بند تعددی تقسیم کی جدول تیار کیجیے۔

(ii) جدول کی مدد سے بتائیے کہ 350 روپے اور اس سے زیادہ فنڈ دینے والے اشخاص کی تعداد کتنی ہے؟

آیئے سمجھ لیں

اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعددی جدول (Less than Cummulative Frequency)

مثال : نویں جماعت میں 50 طلبہ نے پہلے میقاتی امتحان میں ریاضی میں 40 میں سے حاصل کردہ نمبرات کی تعددی تقسیمی جدول ذیل میں دی ہوئی ہے۔

جماعت	تعدد (*f*) (طلبہ کی تعداد)
0 - 10	02
10 - 20	12
20 - 30	20
30 - 40	16
	کل N = 50

(1) جدول کی مدد سے مندرجہ ذیل خالی چوکون پر کیجیے۔

(i) جماعت 10 سے 20 اس جماعت کی نچلی حد جماعت ☐ اور اوپری حد جماعت ☐ ہے۔

(ii) 10 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ [2]

(iii) 20 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ 2 + ☐ = 14

(iv) 30 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ ☐ + ☐ = 34

(v) 40 سے کم نمبرات حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ ☐ + ☐ = 50

اسے دھیان میں رکھیں

کسی مخصوص جماعت کا تعدد اور اس جماعت کے پہلے کے تمام جماعت کے تعددوں کا مجموعہ کو اس جماعت کی اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعدد (Less than Cummulative Frequency) کہتے ہیں۔ مختصراً اسے ''سے کم تر اجتماعی تعدد'' بھی کہتے ہیں۔

اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعددی جدول کا مطلب

جماعت	اجتماعی تعدد	اوپری حد سے کم تر اجتماعی تعدد کا مطلب
0 - 10	2	2 طلبہ کے مارکس 10 سے کم ہیں
10 - 20	14	14 طلبہ کے مارکس 20 سے کم ہیں
20 - 30	34	34 طلبہ کے مارکس 30 سے کم ہیں
30 - 40	50	50 طلبہ کے مارکس 40 سے کم ہیں
	کل = 50	

جماعت (نمبر)	تعدد	سے کم تر اجتماعی تعدد
0 - 10	2	2
10 - 20	12	2 + 12 = ☐
20 - 30	20	☐ + 20 = 34
30 - 40	10	34 + ☐ = 50
	کل = 50	

(2) نچلی حد جماعت کے مساوی یا سے زیادہ تر قسم کی اجتماعی تعددی جدول

نچلی حد جماعت کے مساوی یا نچلی حد جماعت سے زیادہ کا مطلب	اجتماعی تعدد	جماعت
50 طلبہ نے 0 یا 0 سے زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں	50	0 - 10
48 طلبہ نے 10 یا 10 زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں	48	10 - 20
36 طلبہ نے 20 یا 20 زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں	36	20 - 30
16 طلبہ نے 30 یا 30 زیادہ مارکس حاصل کیے ہیں	16	30 - 40

اجتماعی تعدد	تعدد	جماعت
50	2	0 - 10
50 — 2 = 48	12	10 - 20
4 — 12 = 36	20	20 - 30
36 — 20 = 16	16	30 - 40
	کل = 50	

مثال : ایک اسپورٹس کلب میں ٹیبل ٹینس کے مقابلے میں شریک کھلاڑیوں کی عمروں کی جماعت بند تعدد ذیل میں دیا ہوا ہے۔ اس بناء پر نچلی حد جماعت یا اس سے زیادہ تر اجتماعی تعددی جدول مکمل کیجیے۔

حل : نچلی حد جماعت سے زیادہ تر اجتماعی تعددی جدول

سے زیادہ قسم کی اجتماعی تعدد	تعدد (طلبہ کی تعداد)	شماریاتی نشان	عمر (سال)
50	9	卌 ||||	10 – 12
□ - 9 = 41	□	卌 卌 卌 卌 |||	12 – 14
41 - 23 = □	□	卌 卌 |||	14 – 16
□ - 13 = □	5	卌	16 – 18
	کل N = 50		

مشقی سیٹ 7.4

(1) ذیل کی اجتماعی تعددی جدول مکمل کیجیے۔

سے کم تر قسم کی اجتماعی تعدد	تعدد (طلبہ کی تعداد)	جماعت (اونچائی سم میں)
05	05	150 – 153
05+ □ = □	07	153 – 156
□ + 15 = □	15	156 – 159
□ + □ = 37	10	159 – 162
37+5=42	05	162 – 165
□ + □ = 45	03	165 – 188
	کل N = 45	

(2) ذیل کی اجتماعی تعددی جدول مکمل کیجیے۔

جماعت (ماہانہ آمدنی روپے میں)	تعدد (افراد کی تعداد)	سے زیادہ تر یا اُس کے مساوی اجتماعی تعدد
1000 – 5000	45	....
5000 – 10,000	19	....
150,000 – 15,000	16	....
15,000 – 20,000	02	....
20,000 – 25,000	05	....
	کل N = 87	

(3) ایک کلاس کے 62 طلبہ کو ریاضی مضمون میں 100 مارکس میں سے حاصل کردہ مارکس ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ جماعت ...20 –10 , 10–0 کا استعمال کر کے تعددی جدول اور اس سے زیادہ تر قسم کی اجتماعی تعددی جدول تیار کیجیے۔

55,	60,	81,	90,	45,	65,	45,	52,	30,	85,	20,	10,
75,	95,	09,	20,	25,	39,	45,	50,	78,	70,	46,	64,
42,	58,	31,	82,	27,	11,	78,	97,	07,	22,	27,	36,
35,	40,	75,	80,	47,	69,	48,	59,	32,	83,	23,	17,
77,	45,	05,	23,	37,	38,	35,	25,	46,	57,	68,	45,
47,	49										

بنائے گئے جدول کی بنا پر ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) 40 یا 40 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(ii) 90 یا 90 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 60 یا 60 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iv) جماعت 0-10 کا سے زیادہ تر یا اس کے مساوی اجتماعی تعدد کتنا ہے؟

(4) اوپر کے مثال (3) میں دی ہوئی سے کم تر اجتماعی تعددی جدول تیار کر کے اس کی مدد سے درج ذیل سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) 40 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(ii) 10 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 60 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iv) جماعت 50-60 کی سے کم تر اجتماعی تعدد کتنا ہے؟

آیئے سمجھ لیں

مرکزی رجحان کی پیمائشیں (Measures of Central Tendency)

مرکزی رجحان : سروے سے حاصل ہوئی معطیات میں عام طور پر ایک خصوصیت ملتی ہے۔ معطیات کے کسی عدد کے اردگرد دیگر اعداد کا ہجوم زیادہ نظر آتا ہے۔ گروہ کے اس خصوصیت کو گروہ کی مرکزی رجحان کی خصوصیت کہتے ہیں۔

گروہ کے جس عدد کے نزدیک دیگر اعداد کا مجمع (ہجوم) زیادہ ہوتا ہے، وہ عدد اس کی نمائندگی کرتا ہے ایسا مان لیا جاتا ہے۔ ایسے عدد کو مرکزی رجحان کی پیمائش کہتے ہیں۔

شماریات میں خصوصاً ذیل کے مطابق مرکزی رجحان کی پیمائشیں استعمال کی جاتی ہیں۔

(I) میانیہ (Mean) : معطیات کے تمام اعداد کا حسابی وسط اس معطیات کا میانہ کہلاتا ہے۔

$$\text{معطیات کا میانہ} = \frac{\text{معطیات کے تمام شماروں کا مجموعہ}}{\text{معطیات کے شماروں کی تعداد}}$$

مثال (1) : 23, 27, 30, 25 اور 25 ان شماروں کا میانہ معلوم کیجیے۔

حل :

$$\text{میانیہ} = \frac{25 + 30 + 27 + 23 + 25}{5} = \frac{130}{5} = 26$$

مثال (2) : جماعت نہم کے 35 طلبہ کو ششماہی امتحان میں الجبرا میں 40 میں سے حاصل ہوئے مارکس ذیل کے مطابق ہیں۔ اس بناء پر میانہ معلوم کیجیے۔

40, 35, 30, 25, 23, 20, 14, 15, 16, 20, 17, 37,

37, 20, 36, 16, 30, 25, 25, 36, 37, 39, 39, 40,

15, 16, 17, 30, 16, 39, 40, 35, 37, 23, 16.

حل : یہاں شماروں کی تعداد زیادہ ہے اس لیے مجموعہ تو معلوم کر سکتے ہیں لیکن یہ پیچیدہ ہوگا۔ یہاں 3 طلبہ کو 30 مارکس ہیں۔ ان کے مارکس کا مجموعہ $30 + 30 + 30 = 90$ اس طرح کرنے کے بجائے $30 \times 3 = 90$ اس طرح کرنا آسان ہوگا۔ اس کے لیے تعددی جدول کارآمد ہوتی ہے۔

مارکس	طلبہ کی تعداد	$f_i \times x_i$
14	1	$14 \times 1 = 14$
15	2	$15 \times 2 = ...$
16	5	$16 \times .... = ...$
17	2	$17 \times 2 = 34$
20	3	$.... \times 3 = ...$
23	2	$23 \times 2 = ...$
25	3	$25 \times 3 = ...$
30	3	$.... \times .... = ...$
35	2	$35 \times 2 = 70$
36	2	$.... \times .... = ...$
37	4	$.... \times .... = ...$
39	3	$39 \times 3 = 117$
40	3	$.... \times .... = 120$
	N =..........	$\sum f_i x_i = 956$

متصلہ جدول میں :

$14 \times 1 + 15 \times 2 + ...$

$+ 40 \times 3$

حاصل ضربوں کی جمع 956 ہے۔

14×1، 15×2، ..... 40×3

یہ شمارے ہیں۔ اور اُن کے نظیری تعدد یعنی x اور f کے حاصل ضرب ہیں۔

پہلا شمارہ 1 × 14 اور پہلے تعدد کے حاصل ضرب کو $f_1 \times x_1$ لکھتے ہیں۔

دوسرا شمارہ 2 × 15 اور دوسرے تعدد کو حاصل ضرب $f_2 \times x_1$ لکھتے ہیں۔

عام طور پر i - واں شمارہ اور اس کا نظیری i - واں تعدد کے حاصل ضرب کو $f_i \times x_i$ لکھتے ہیں۔

شماریات میں حاصل ضربوں کی جمع کو ظاہر کرنے کے لیے Σ (سگما) لاطینی حرف استعمال کرتے ہیں۔

$f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + ... f_i \times x_i$ حاصل ضربوں کی جمع کو مختصراً $\Sigma f_i \times x_i$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$\text{میانہ } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{956}{35}$$

$$= 27.31 \text{ تقریباً}$$

اس لیے دیے ہوئے معطیات کا میانہ 27.3 ہے۔

وسطانیہ(Median) : معطیات کوصعودی یانزولی ترتیب میں لکھتے ہیں۔اس ترتیب میں بالکل درمیان میں آنے والے عدد کوان معطیات کا وسطانیہ کہتے ہیں۔

معطیات کے شماروں کی تعداد جفت ہوتو وسط میں آنے والے دو اعداد کے اوسط کو وسطانیہ مانتے ہیں۔

مثال : 72, 66, 87, 92, 63, 78, 54 ان معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

حل : دیے ہوئے شماروں کوصعودی ترتیب میں لکھنے پر 54, 63, 66, 72, 78, 87, 92

اس ترتیب میں چوتھا عدد درمیان میں آتا ہے۔وہ 72 ہے۔

$\therefore$ دیے ہوئے معطیات کا وسطانیہ = 72

مثال (2) : 30, 25, 32, 23, 42, 36, 40, 33,21, 43 ان معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

حل : دیے ہوئے شماروں کو چڑھتی (صعودی) ترتیب میں لکھیں تو 21, 23, 25, 30, 32, 33, 36, 40, 42, 43

یہاں شماروں کی تعداد جفت یعنی 10 ہے۔

یہاں، پانچواں اور چھٹا دو اعداد درمیان میں آتے ہیں۔وہ بالترتیب 32 اور 33 ہیں۔

$\therefore$ معطیات کا وسطانیہ $= \frac{32+33}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$

آیئے ذرا یاد کریں

معطیات کے شماروں کی تعداد n ہوتو

(i) n طاق عدد ہوتو کون سا شمار اس معطیات کا وسطانیہ ہوگا؟

(ii) n جفت عدد ہوتو کن دو شماروں کا اوسط ان معطیات کا وسطانیہ ہوگا؟

(3) کثیریہ (Mode) : معطیات میں سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا شمارہ ہی اس معطیات کا کثیریہ کہلاتا ہے۔

مثال : 90, 55, 67, 55, 75, 75, 40, 35, 55, 95 اس معطیات کا کثیریہ معلوم کیجیے۔

حل : معطیات کو چڑھتی ترتیب میں لکھنے پر کون سا شمارہ سب سے زیادہ مرتبہ آیا ہے اسے پہچاننے میں آسانی ہوجائے گی۔

دی ہوئی معطیات کی چڑھتی ترتیب : 35, 40, 55, 55, 55, 67, 75, 90, 95

اس بناء پر سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا شمارہ = 55

معطیات کا کثیریہ = 55

مثال (2) : ایک کارخانے کے مزدوروں کی عمریں ذیل کی جدول میں دی ہوئی ہیں۔

عمر (سال)	19	21	25	27	30
مزدور	5	15	13	15	7

اس بناء پر ان کی عمروں کا کثیریہ معلوم کیجیے۔

حل : یہاں سب سے زیادہ تعدد 15 ہے۔لیکن دو شماروں کا تعدد 15 ہے۔

$\therefore$ کثیریہ = 27 اور 21

اس لیے عمروں کا کثیریہ 21 سال اور 27 سال

مشقی سیٹ 7.5

(1) مکند کی 7 سالوں کی سویابین فصل کی فی ایکڑ پیداوار کوئنٹل میں 10, 7, 5, 3, 9, 6, 9 ہے۔اس بناء پر فی ایکٹر پیداوار کا میانیہ معلوم کیجیے۔

(2) ذیل کے معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے 59, 75, 68, 70, 74, 75, 80

(3) ریاضی کے ہوم ورک میں 7 طلبہ کو 100 مارکس میں سے حاصل کردہ مارکس ذیل کے مطابق ہیں۔
99, 100, 95, 100, 100, 80, 90 اس کی مدد سے حاصل کردہ مارکس کا کثیریہ معلوم کیجیے۔

(4) ایک کارخانے کے 30 مزدوروں کو ذیل کے مطابق ماہانہ تنخواہ روپے میں ملتی ہے۔
5000, 7000, 3000, 4000, 4000, 3000, 3000, 3000, 8000, 4000,
4000, 9000, 3000, 5000, 5000, 4000, 4000, 3000, 5000, 5000,
6000, 8000, 3000, 3000, 6000, 7000, 7000, 6000, 6000, 4000
اس معطیات کی مدد سے مزدوروں کے ماہانہ تنخواہ کا میانیہ معلوم کیجیے۔

(5) ایک ٹوکری کے 10 ٹماٹروں کا فی ٹماٹر وزن گرام میں 60, 70, 90, 95, 50, 65, 70, 80, 85, 95 ہے۔
اس بناء پر ٹماٹروں کے وزن کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

(6) ہاکی کے ایک کھلاڑی کے ذریعے 9 مقابلوں میں کیے گئے گول ذیل کے مطابق ہیں۔
5, 4, 0, 2, 2, 4, 4, 3, 3 اس بناء پر میانیہ، وسطانیہ اور کثیریہ معلوم کیجیے۔

(7) 50 شماروں کا میانیہ 80 ہے۔لیکن بعد میں ایسا سمجھ میں آیا کہ اس میں 19 واں شمارہ غلطی سے 91 لیا گیا ہے تو درستی کے بعد میانیہ معلوم کیجیے۔

(8) ذیل میں 10 شمارہ چڑھتی ترتیب میں لکھے ہوئے ہیں۔ان کا وسطانیہ 11 ہے۔
2, 3, 5, 9, $x + 1$, $x + 3$, 14, 16, 19, 20 اس بناء پر x کی قیمت معلوم کیجیے۔

(9) 35 شماروں کا میانیہ 20 ہے۔ان میں سے پہلے 18 شماروں کا میانیہ 15 اور آخری 18 شماروں کا میانیہ 25 ہو تو 18 واں شمارہ معلوم کیجیے۔

(10) پانچ شماروں کا میانیہ 50 ہے۔ان میں سے ایک شمارہ کم ہوجائے تو میانیہ 45 ہوجاتا ہے۔وہ شمارہ معلوم کیجیے۔

(11) ایک کلاس میں 40 طلبہ ہیں۔ان میں 15 لڑکے ہیں۔ایک امتحان میں لڑکوں کو حاصل ہوئے مارکس کا میانیہ 33 اور لڑکیوں کی مارکس کا میانیہ 35 ہے۔اس معلومات کی بناء پر کلاس میں کل طلبہ کے حاصل کردہ مارکس کا میانیہ معلوم کیجیے۔

(12) 10 طلبہ کے وزن کلوگرام میں ذیل کے مطابق ہیں۔
40, 35, 42, 43, 37, 35, 37, 42, 37 اس بناء پر کثیریہ معلوم کیجیے۔

(13) ذیل کے جدول میں کچھ خاندانوں کے 14 سال سے چھوٹی اولاد کی تعداد دی ہوئی ہے۔اس بناء پر 14 سال سے چھوٹی اولاد کی تعداد کا کثیریہ معلوم کیجیے۔

اولاد کی تعداد	1	2	3	4
خاندان (تعدد)	15	25	5	5

(14) ذیل کی معطیات کا کثیریہ معلوم کیجیے۔

شمارہ مارکس	35	36	37	38	39	40
طلبہ کی تعداد	09	07	09	04	04	02

'مرکزی رجحان کی کون سی پیائش لینا مناسب ہوتا ہے؟' اس سوال کا جواب کہ اسے کس مقصد کے لیے منتخب کرنا ہے، اس بات پر منحصر ہوتا ہے۔

فرض کیجیے کسی کرکٹ کھلاڑی نے مسلسل 11 مقابلوں میں بالترتیب 9 ,107 ,48 ,63 ,12 ,23 ,80 ,35 ,58 ,41 اور 73 رن بنائے۔ اس کی کل کارکردگی طے کرتے وقت اس نے ہر مقابلے میں بنائے ہوئے رن کی تعداد کو ذہن میں لینا ضروری ہے۔ اس لیے رنوں کے مرکزی رجحان کی پیائش ''میانیہ'' کے ذریعے طے کرنا مناسب ہوگا۔

اسی طرح ریڈی میڈ کپڑے بنانے والی کسی کمپنی کو کس ناپ کے شرٹ زیادہ تعداد میں سلوانا طے کرنا ہے۔ اس کے لیے ان میں (34, 36, 38, 40, 42, 44 میں سے) کس ناپ کے شرٹ لوگ زیادہ سے زیادہ استعمال کرتے ہیں اس کا سروے کرکے معلوم کرنا ہوگا۔ یعنی مرکزی رجحان کی پیائش کثیریہ کا منتخب کرنا مناسب ہوگا۔

مجموعہ سوالات 6

(1) مناسب متبادل منتخب کیجیے۔

(i) ذیل میں سے کونسی معطیات ابتدائی معطیات نہیں ہے۔

(A) کلاس میں جا کر طلبہ کی حاضری کی معلومات حاصل کی۔

(B) گھر گھر جا کر براہ راست افراد کی تعداد کی معلومات جمع کی۔

(C) تلاٹھی کے پاس جا کر گاؤں کے ہر کسان کی سویابین فصل کے لیے زیر کاشت زمین کے رقبے کا اندراج کرنا۔

(D) ذاتی طور پر معائنہ کرکے نالوں کی صاف صفائی کی معلومات حاصل کرنا۔

(ii) جماعت 25-35 کی اوپری حد جماعت کون سی ہے؟

(A) 25 (B) 35 (C) 60 (D) 30

(iii) جماعت 25-35 کا وسط جماعت کون سا ہے؟

(A) 25 (B) 35 (C) 60 (D) 30

(iv) جماعت .... ,0-10, 10-20, 20-30 کے تعددی جدول میں شمارہ 10 کس جماعت میں شامل کریں گے؟

(A) 0 – 10 (B) 10 – 20 (C) 0 – 10 اور 10 – 20 دونوں میں (D) 20 – 30

*(v) اگر [illegible] کا میانیہ [illegible] اور [illegible] کا میانیہ $\bar{y}$ ہو اور [illegible] کا میانیہ [illegible] ہو تو [illegible] = ?

(A) [illegible] (B) [illegible] (C) [illegible] (D) [illegible]

*(vi) پانچ اعداد کا میانیہ 50 ہے۔ اس میں سے 4 اعداد کا میانیہ 46 ہے تو پانچواں عدد کون سا ہوگا؟

(A) 4 (B) 20 (C) 434 (D) 66

*(vii) 100 شماروں کا میانیہ 40 ہے۔ اگر اس میں 9 واں شمارہ 30 کی بجائے 70 لیا جائے اور باقی ماندہ شمارے ویسے ہی رکھے جائیں تو نیا میانیہ کتنا ہے؟

(A) 40.6 (B) 40.4 (C) 40.3 (D) 40.7

(viii) 19, 19, 15, 20, 25, 15, 20, 15 اس معطیات کا کثیریہ کتنا ہے؟

(A) 15 (B) 20 (C) 19 (D) 25

(ix) معطیات 7, 10, 7, 5, 9, 10 کا وسطانیہ کتنا ہوگا؟

(A) 7 (B) 9 (C) 8 (D) 10

(x) ذیل کے جدول کے مطابق جماعت 40–30 کی اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعدد کتنا ہوگا؟

جماعت	0 – 10	20 – 10	30 – 20	30 – 40	40 – 50
تعدد	7	3	12	13	2

(A) 13 (B) 15 (C) 35 (D) 21

(2) 20 ملازموں کی تنخواہ کا میانیہ 10250 روپے ہے۔ اگر اس میں دفتر کے آفیسر کی تنخواہ جمع کی جائے تو میانیہ 750 روپے سے بڑھ جاتا ہے۔ تو دفتر کے آفیسر کی تنخواہ معلوم کیجیے۔

(3) '9' اعداد کا میانیہ 77 ہے۔ اگر اس میں مزید ایک عدد جمع کیا جاتا ہے تو میانیہ میں 5 کا اضافہ ہوتا ہے تو وہ عدد معلوم کیجیے۔

(4) ایک شہر کے ایک مہینے کی روزانہ کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت سیلسیس میں ذیل کے مطابق ہے۔ مناسب جماعت لے کر جماعت بند تعددی تقسیمی جدول (مسلسل جماعت) تیار کیجیے۔

29.2, 29.0, 28.1, 28.5, 32.9, 29.2, 34.2, 36.8, 32.0, 31.0,
30.5, 30.0, 33, 32.5, 35.5, 34.0, 32.9, 31.5, 30.3, 31.4,
30.3, 34.7, 35.0, 32.5, 33.5, 29.0, 29.5, 29.9, 33.2, 30.2

جدول کی مدد سے ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) اعلیٰ درجہ حرارت 34°C سے کم تر درجہ حرارت کے دن کتنے ہیں؟

(ii) اعلیٰ درجہ حرارت 34°C یا اس سے زیادہ تر درجہ حرارت کے دن کتنے ہیں؟

(5) اگر ذیل کے شماروں کا میانیہ 20.2 ہو تو p کی قیمت معلوم کیجیے۔

x_i	10	15	20	25	30
f_i	6	8	p	10	6

(6) شاہین ہائی اسکول، کراڈ کی نویں جماعت کے 68 طلبہ نے ریاضی کے تحریری امتحان میں 80 مارکس میں سے حاصل کردہ مارکس ذیل کے مطابق دیے ہوئے ہیں۔

70, 50, 60, 66, 45, 46, 38, 30, 40, 47, 56, 68,
80, 79, 39, 43, 57, 61, 51, 32, 42, 43, 75, 43,
36, 37, 61, 71, 32, 40, 45, 32, 36, 42, 43, 55,
56, 62, 66, 72, 73, 78, 36, 46, 47, 52, 68, 78,
80, 49, 59, 69, 65, 35, 46, 56, 57, 60, 36, 37,
45, 42, 70, 37, 45, 66, 56, 47

جماعت ... ,30-40, 40-50 لے کر اوپری حد جماعت سے کم تر اجتماعی تعددی جدول تیار کیجیے۔ اس جدول کی مدد سے ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

(i) 80 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟ (ii) 40 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(iii) 60 سے کم مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(7) مثال 6 کے معطیات کی مدد سے وقفۂ جماعت ... ,50–40 ,40–30 لے کر نچلی حد جماعت سے زیادہ تر اجتماعی تعددی جدول تیار کیجیے۔

(i) 70 یا 70 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(ii) 30 یا 30 سے زیادہ مارکس حاصل کرنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

(8) ذیل کے 10 شمارے چڑھتی ترتیب میں دیے ہوئے ہیں۔

$45, 47, 50, 52, x, x+2, 60, 62, 63, 74$ ان کا وسطانیہ 53 ہے۔اس معلومات کی بناء پر x کی قیمت معلوم کیجیے۔اسی طرح دی ہوئی معطیات کا میانیہ اور کثیریہ معلوم کیجیے۔

◈◈◈

ریاضیاتی لطف

پاسکل کا مثلث

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

- -

- -

- -

اعداد کو مندرجہ بالا طریقے سے مثلثی ڈھانچے میں مرتب کیا گیا ہے۔اس مرتب کردہ خاکہ کو پاسکل کا مثلث کہتے ہیں۔اسی ترتیب میں آگے کے تین سطر آپ لکھیے۔اس ترتیب میں افقی سطر میں آنے والے اعداد، دو رکنی $(x+y)$ کے قوت نما کی توسیع کے ترتیب وار آنے والے ضریب ہوتے ہیں۔ذیل کی توسیع دیکھیے۔

$$(x+y)^0 = 1$$
$$(x+y)^1 = 1x + 1y$$
$$(x+y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2$$
$$(x+y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3$$
$$(x+y)^4 = 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4$$

اس توسیع میں x اور y کے قوت نما کا مشاہدہ کیجیے۔اس کی مدد سے $(x+y)^{10}$ کی توسیع لکھنے کی کوشش کیجیے۔

جوابات کی فہرست

1 - سیٹ

مشقی سیٹ 1.1

(1) (i) $\{2, 4, 6, 8, ...\}$ (ii) $\{2\}$ (iii) $\{-1, -2, -3, ...\}$ (iv) {سا، رے، گ، مَ، پَ، دَ، نی}

(2) (i) $\frac{4}{3}$ ، سیٹ Q کا رکن ہے۔ (ii) -2 ، سیٹ N کا رکن نہیں ہے۔

(iii) سیٹ P کا رکن p اس طرح ہے کہ p طاق عدد ہے۔

(4) (i) A = {چیتر، ویشاکھ، جیٹھ، اشاڑھ، ساون، بھادرید، اشوین، کارتک، اگرہاین، پوش، ماگھ، فالگن}

(ii) $X = \{C, O, M, P, L, E, N, T\}$ (iii) Y = {ناک، کان، آنکھ، زبان، جلد}

(iv) $Z = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ (v) E = {ایشیا، افریقہ، یورپ، آسٹریلیا، انٹارکٹیکا، جنوبی امریکہ، شمالی امریکہ}

(5) (i) $A = \{x \mid x = 2n, n \in N, n < 10\}$ (ii) $B = \{x \mid x = 6n, n \in N, n < 9\}$

(iii) C = {y | y ، SMILE لفظ کا حرف ہے۔} (iv) D = {z | z , ہفتہ کا دن ہے۔} (v) X = {y | y, لفظ eat کا حرف ہے۔}

مشقی سیٹ 1.2

(1) A = B = C (2) A = B (3) سیٹ A اور سیٹ C خالی سیٹ ہیں۔

(4) (i) ، (iii) ، (iv) ، (v) مثال میں محدود سیٹ ہیں جبکہ (ii) , (vi) اور (vii) میں لامحدود سیٹ ہیں۔

مشقی سیٹ 1.3

(1) (i) ، (ii) ، (iii) ، (v) کے بیانات غلط ہیں جبکہ (iv) اور (vi) کے بیانات صحیح ہیں۔

(4) $\{1\}, \{3\}, \{2\}, \{7\}, \{1, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 7\}, \{3, 2\}, \{3, 7\}, \{2, 7\}, \{1, 3, 2\},$

$\{1, 2, 7\}, \{3, 2, 7\}, \{1, 3, 2, 7\}$ میں سے کوئی بھی تین

(5) (i) $P \subset E, P \subset B, I \subset N, I \subset B, N \subset B, W \subset B$ (ii) سیٹ B

(6) (i) I, W, N میں سے کوئی بھی سیٹ (ii) I, W, N میں سے کوئی بھی سیٹ

(7) ریاضی میں 50% سے کم نمبر حاصل کرنے والے طلبہ کا سیٹ

مشقی سیٹ 1.4

(1) $n(B) = 21$ (2) ایک بھی مشروب نہیں پینے والے طلبہ کی تعداد = 5 (3) کل طلبہ کی تعداد = 70

(4) کوہ پیمائی اور آرٹ کاش درشنی، دونوں میں سے کوئی بھی پسند نہ کرنے والے طلبہ کی تعداد = 20

صرف کوہ پیمائی پسند کرنے والے طلبہ کی تعداد = 20, صرف آرٹ کاش درشنی پسند کرنے والے طلبہ کی تعداد = 20

(5) (i) $A = \{x, y, z, m, n\}$ (ii) $B = \{p, q, r, m, n\}$

(iii) $A \cup B = \{x, y, z, m, n, p, q, r\}$ (iv) $U = \{x, y, z, m, n, p, q, r, s, t\}$

(v) $A' = \{p, q, r, s, t\}$ (vi) $B' = \{x, y, z, s, t\}$ (vii) $(A \cup B)' = \{s, t\}$

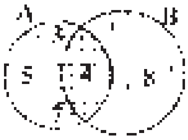
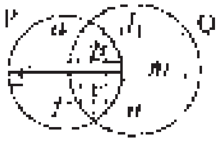
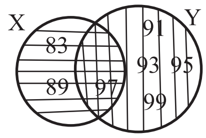
مجموعہ سوالات 1

(1) (i) (C) (ii) (D) (iii) (C) (iv) (B) (v) (A) (vi) (A

(2) (i) (A) (ii) (A) (iii) (3) (iv) (C)

(3) صرف انگریزی بولنے والے 57 ، صرف فرانسیسی بولنے والے 28 ، دونوں زبانیں بولنے والے 15

(4) 135 (5) 12 (6) 4

(7) (i)  (ii)  (iii) 

(8) $S \subseteq X$, $V \subseteq X$, $S \subseteq X$, $T \subseteq X$, $S \subseteq Y$, $S \subseteq V$, $S \subseteq T$, $V \subseteq T$, $Y \subseteq T$.

(9) $M \cup \phi = M$, $M \cap \phi = \phi$

(10) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13\}$, $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 5, 8, 9, 10\}$

$M \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$, $A \cap B = \{1, 5\}$

(11) $n(A \cup B) = 16$

2 - حقیقی اعداد

مشقی سیٹ 2.1

(1) متوالی : (i), (ii), (iv) ; غیر متوالی، غیر مختتم : (ii), (v)

(2) (i) 0.635 (ii) 0.25 (iii) 3.285714 (iv) 0.8 (v) 2.125

(3) (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{37}{99}$ (iii) $\frac{311}{99}$ (iv) $\frac{1574}{99}$ (v) $\frac{2512}{999}$

مشقی سیٹ 2.2

(4) (i) جیسے بے شمار اعداد -0.4, -0.3, 0.2

(ii) جیسے بے شمار اعداد -2.310, -2.320, -2.325

(iii) جیسے بے شمار اعداد 5.21, 5.22, 5.23 (iv) جیسے بے شمار اعداد -4.51, -4.55, -4.58

مشقی سیٹ 2.3

(1) (i) 3 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 2 (v) 3

(2) جذری مقداریں : (i), (iii), (vi) ; جذری مقداریں نہیں ہیں (ii), (v), (vi)

(3) مشابہ جذری مقداریں : (i), (ii), (iv) ; غیر مشابہ جذری مقداریں : (ii), (v), (vi)

(4) (i) $3\sqrt{3}$ (ii) $5\sqrt{2}$ (iii) $5\sqrt{10}$ (iv) $4\sqrt{7}$ (v) $2\sqrt{42}$

(5) (i) $7\sqrt{2} > 5\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{247} < \sqrt{274}$ (iii) $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$

(iv) $5\sqrt{5} < 7\sqrt{3}$ (v) $4\sqrt{42} > 9\sqrt{2}$ (vi) $5\sqrt{3}$ 9 (vii) $7 > 2\sqrt{5}$

(6) (i) $13\sqrt{5}$ (ii) $10\sqrt{5}$ (iii) $24\sqrt{3}$ (iv) $\frac{12}{5}\sqrt{7}$

(7) (i) $18\sqrt{6}$ (ii) $126\sqrt{5}$ (iii) $6\sqrt{10}$ (iv) 80

(8) (i) 7 (ii) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (iii) $\sqrt{2}$ (iv) $\sqrt{62}$

(9) (i) $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ (ii) $\frac{\sqrt{14}}{14}$ (iii) $\frac{5\sqrt{7}}{7}$ (iv) $\frac{2}{9}\sqrt{3}$ (v) $\frac{11}{3}\sqrt{3}$

مشقی سیٹ 2.4

(1) (i) $-3+\sqrt{21}$ (ii) $\sqrt{10}-\sqrt{14}$ (iii) $-18+13\sqrt{6}$

(2) (i) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5}$ (ii) $\frac{3(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})}{2}$ (iii) $28-16\sqrt{3}$ (iv) $4-\sqrt{15}$

مشقی سیٹ 2.5

(1) (i) 13 (ii) 5 (iii) 28 (2) (i) 2 , $\frac{4}{3}$ (ii) 1 , 6 (iii) −2 , 18 (iv) 0 , −40

مجموعہ سوالات 2

(1) (i) B (ii) D (iii) C (iv) D (v) A

(vi) C (vii) C (viii) C (ix) C (x) B

(2) (i) $\frac{555}{1000}$ (ii) $\frac{29539}{999}$ (iii) $\frac{9306}{999}$ (iv) $\frac{357060}{999}$ (v) $\frac{30189}{999}$

(3) (i) −0.714285 (ii) 0.81 (iii) 2.2360679... (iv) 9.307692 (v) 3.625

(5) (i) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (ii) $-\frac{5}{3}\sqrt{5}$

(6) (i) $\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{2}$ (iii) $\sqrt{3}$ (iv) $\sqrt{10}$ (v) $\sqrt{2}$ (vi) $\sqrt{11}$

(7) (i) $6\sqrt{3}$ (ii) $\frac{34}{3}\sqrt{3}$ (iii) $\frac{15}{2}\sqrt{6}$ (iv) $-25\sqrt{3}$ (v) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

(8) (i) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (ii) $\frac{2\sqrt{7}}{21}$ (iii) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (iv) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{37}$ (v) $\frac{6(4\sqrt{3}-\sqrt{2})}{23}$

3 - کثیر رکنیاں

مشقی سیٹ 3.1

(1) (i) نہیں، کیونکہ $\frac{1}{y}$ میں y کی قوت (-1) ہے۔ (ii) نہیں، کیونکہ $5\sqrt{x}$ میں x کی قوت $\left(\frac{1}{2}\right)$ کسر ہے۔

(iii) ہاں (iv) نہیں، کیونکہ $2m^{-2}$ میں قوت (-2) ہے (v) ہاں

(2) (i) 1 (ii) $-\sqrt{3}$, (iii) $-\frac{[illegible]}{3}$

(3) (i) $x^{[illegible]}$ (ii) $2x^{6}-7$ (iii) $x^{[illegible]}-2x^{5}+3$ (ان تینوں مثالوں کے جیسے کئی جواب ہو سکتے ہیں)

(4) (i) 0 (ii) درجہ، یقین سے نہیں کہا جا سکتا (iii) 2 (iv) 10 (v) 1 (vi) 5 (vii) 3 (viii) 10

(5) (i) مربعی (ii) خطی (iii) خطی (iv) مکعبی (v) مربعی (vi) مکعبی

(6) (i) $m^3 + 5m + 3$ (ii) $y^5 + 2y^4 + 3y^3 - y^2 - 7y - \frac{1}{2}$

(7) (i) (1, 0, 0, −2) (ii) (5, 0) (iii) (2, 0, −3, 0, 7) (iv) $\left(\frac{2}{3}\right)$

(8) (i) $x^2 + 2x + 3$ (ii) $5x^4 - 7$ (iii) $-2x^3 + 2x^2 - 2x + 2$

(9) مربعی کثیر رکنیاں : y^2; $2x^2 + 5x + 10$; $3x^2 + 5x$; مکعبی کثیر رکنیاں : $x^3 + x^2 + x + 5$; $x^3 + 9$
خطی کثیر رکنیاں : $x + 7$; دو رکنیاں : $x + 7$, $x^3 + 9$; سہ رکنیاں $= 2x^2 + 5x + 10$; , یک رکنی $= x^2$

مشقی سیٹ 3.2

(1) (i) $a + bx$ (ii) xy (iii) $10n + m$

(2) (i) $6x^3 - 2x^2 + 2x$ (ii) $-2m^4 + 2m^3 + 2m^2 + 3m - 6 + \sqrt{2}$ (iii) $5y^2 + 6y + 11$

(3) (i) $-6x^2 + 10x$ (ii) $10ab^2 + a^2b - 7ab$

(4) (i) $2x^3 - 4x^2 - 2x$ (ii) $x^8 + 2x^7 + 2x^5 - x^3 - 2x^2 - 2$ (iii) $-4y^4 + 7y^2 + 3y$

(5) (i) $x^3 - 64 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16) + 0$
(ii) $5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 2 = (x^2 - x)(5x^3 + 9x^2 + 6x + 8) + (8x + 2)$

(6) $a^4 + 7a^2b^2 + 2b^4$

مشقی سیٹ 3.3

(1) (i) خارج قسمت $= 2m + 7$, باقی $= 45$ (ii) خارج قسمت $= x^2 + 3x - 2$, باقی $= 9$
(iii) خارج قسمت $= y^2 + 6y + 36$, باقی $= 0$ (iv) خارج قسمت $= 2x^3 - 3x^2 + 7x - 17$, باقی $= 51$
(v) خارج قسمت $= x^3 - 4x^2 + 13x - 52$, باقی $= 200$ (vi) خارج قسمت $= y^2 - 2y + 3$, باقی $= 2$

مشقی سیٹ 3.4

(1) 5 (2) 1 (3) $4a^2 + 20$ (4) −11

مشقی سیٹ 3.5

(1) (i) −41 (ii) 7 (iii) 7 (2) (i) 1, 0, −8 (ii) 4, 5, 13 (iii) −2, 0, 10

(3) 0 (4) 2 (5) (i) 17 (ii) $3a^3 - a^2 - a$ (iii) 1544 (6) 92 (7) ہاں

(8) 2 (9) (i) نہیں (ii) ہاں (10) 30 (11) ہاں (13) (i) −3 (ii) 80

مشقی سیٹ 3.6

(1) (i) $(x + 1)(2x - 1)$ (ii) $(m + 3)(2m - 1)$ (iii) $(3x + 7)(4x + 11)$
(iv) $(y - 1)(3y + 1)$ (v) $(x + \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 1)$ (vi) $(x - 4)\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$

(2) (i) $(x - 3)(x + 2)(x - 2)(x + 1)$ (ii) $(x - 13)(x - 2)$
(iii) $(x - 8)(x + 2)(x - 4)(x - 2)$ (iv) $(x^2 - 2x + 10)(x^2 - 2x - 2)$
(v) $(y^2 + 5y - 22)(y + 4)(y + 1)$ (vi) $(y + 6)(y - 1)(y + 4)(y + 1)$
(vii) $(x^2 - 8x + 18)(x^2 - 8x + 13)$

مجموعہ سوالات 3

(1) (i) D (ii) D (iii) C (iv) A (v) C (vi) A (vii) D (viii) C (ix) A (x) A

(2) (i) 4 (ii) 0 (iii) 9

(3) (i) $7x^4 - x^3 + 4x^2 - x + 9$ (ii) $5p^4 + 2p^3 + 10p^2 + p - 8$

(4) (i) (1, 0, 0, 0, 16) (ii) (1, 0, 0, 2, 3, 15)

(5) (i) $3x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 7x + 18$ (ii) $6x^3 + x^2 + 0x + 7$ (iii) $4x^3 + 5x^2 - 3x + 6$

(6) (i) $10x^4 + 13x^3 + 9x^2 - 7x + 12$ (ii) $p^3q + 4p^2q + 4pq + 7$

(7) (i) $2y^2 - 7y + 16$ (ii) $x^2 + 5x + 2$

(8) (i) $m^6 - 4m^5 + 6m^4 + 6m^3 - 12m^2 + 5m + 6$

(ii) $5m^5 - 5m^4 + 15m^3 - 2m^2 + 2m - 6$

(9) باقی $= 19$ (10) $m = 1$ (11) کل آبادی $= 10x^2 + 5y^2 - xy$

(12) $h = \frac{1}{2}$ (13) $11m^2 - 8m + 5$ (14) $-2x^2 + 8x + 11$ (15) $2m + n + 7$

4 - نسبت اور تناسب

مشقی سیٹ 4.1

(1) (i) 6 : 5 (ii) 2 : 3 (iii) 2 : 3

(2) (i) 25 : 11 (ii) 35 : 31 (iii) 2 : 1 (iv) 10 : 17 (v) 2 : 1 (vi) 220 : 153

(3) (i) 3 : 4 (ii) 11 : 25 (iii) 1 : 16 (iv) 13 : 25 (v) 4 : 625

(4) 4 افراد (5) (i) 60% (ii) 94 % (iii) 70% (iv) 91% (v) 43.75%

(6) آبھا کی عمر 18 سال, والدہ کی عمر 45 سال (7) 6 سال سے (8) ثریا کی موجودہ عمر 8 سال

مشقی سیٹ 4.2

(1) (i) بالترتیب : 20, 49, 2.5 (ii) بالترتیب : 7, 27, 2.25

(iv) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{27}}$ (v) $\frac{9.2}{5.1} > \frac{3.4}{7.1}$

(2) (i) $1 : 2\pi$ (ii) $2 : r$ (iii) $\sqrt{2} : 1$ (iv) 34 : 35

(3) (i) $\frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{3}{\sqrt{7}}$ (ii) $\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{125}}$ (iii) $\frac{5}{18} > \frac{17}{121}$

(iv) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{27}}$ (v) $\frac{9.2}{5.1} > \frac{3.4}{7.1}$

(4) (i) 80° (ii) البرٹ کی موجودہ عمر 25 سال ، سلیم کی موجودہ عمر 45 سال

(iii) لمبائی 13.5 سم , چوڑائی 4.5 سم (iv) 124, 92 (v) 20, 18

(5) (i) 729 (ii) 45 : 7 (6) 2 : 125 (7) $x = 5$

مشقی سیٹ 4.3

(1) (i) 22 : 13 (ii) 125 : 71 (iii) 316 : 27 (iv) 38 : 11

(2) (i) 3 : 5 (ii) 1 : 6 (iii) 7 : 43 (iv) 71 : 179 (3) 170 : 173

(4) (i) $x = 8$ (ii) $x = 9$ (iii) $x = 2$ (iv) $x = 6$ (v) $x = \frac{9}{14}$ (vi) $x = 7$

مشقی سیٹ 4.4

(1) (i) 36, 22 (ii) 16, $2a - 2b + 2c$

(2) (i) 29 : 21 (ii) 23 : 7 (4) (i) $x = 2$ (ii) $x = 1$

مشقی سیٹ 4.5

(1) $x = 4$ (2) $x = \frac{347}{14}$ (3) 18, 12, 8 ; 8, 12, 18 (6) $\frac{x + y}{xy}$

مجموعہ سوالات 4

(1) (i) B (ii) C (iii) B (iv) D (v) C

(2) (i) 7 : 16 (ii) 2 : 5 (iii) 5 : 9 (iv) 6 : 7 (v) 6 : 7

(3) (i) 1 : 2 (ii) 5 : 4 (iii) 1 : 1

(4) (ii) اور (iv) : مسلسل تناسب میں نہیں ہیں۔ (i) اور (iii) مسلسل تناسب میں ہیں۔ (5) $b = 9$

(6) (i) 7.4% (ii) 62.5% (iii) 73.33% (iv) 31.25% (v) 12%

(7) (i) 5 : 6 (ii) 85 : 128 (iii) 1 : 2 (iv) 50 : 1 (v) 3 : 5

(8) (i) $\frac{17}{9}$ (ii) 19 (iii) $\frac{35}{27}$ (iv) $\frac{13}{29}$

(11) $x = 9$

5 - دو متغیروں والی خطی مساواتیں

مشقی سیٹ 5.1

(3) (i) $x = 3;\ y = 1$ (ii) $x = 2;\ y = 1$ (iii) $x = 2;\ y = -3$

(iv) $x = 6;\ y = 3$ (v) $x = 1;\ y = -2$ (vi) $x = 7;\ y = 1$

مشقی سیٹ 5.2

(1) 5 روپے کے 30 نوٹ اور 10 روپے کے 20 نوٹ ہیں۔

(2) $\frac{5}{9}$ (3) سائرہ کی عمر 20 سال، ساجدہ کی عمر 14 سال (4) 30 مور , 20 شیر

(5) ابتدائی تنخواہ ₹ 3900 , سالانہ اضافہ ₹ 150

(6) ₹ 4000 (7) 36 (8) $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 50^\circ$

(9) 480 سم (10) 10

مجموعہ سوالات 5

(1) (i) A (ii) C (iii) C

(2) (i) $x = 2; y = 1$ (ii) $x = 5; y = 3$ (iii) $x = 8; y = 3$

(iv) $x = 1; y = -4$ (v) $x = 3; y = 1$ (vi) $x = 4; y = 3$

(3) (i) $x = 1; y = 1$ (ii) $x = 2; y = 1$ (iii) $x = 26; y = 18$ (iv) $x = 8; y = 2$

(4) (i) $x = 6; y = 8$ (ii) $x = 9; y = 2$ (iii) $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$ (5) 35

(6) ₹ 69 (7) ہر ایک کی ماہانہ آمدنی بالترتیب ₹1800 اور ₹1400

(8) چوڑائی 207 اکائی ; لمبائی 347 اکائی (9) 30 کلومیٹر فی گھنٹہ ; 40 کلومیٹر فی گھنٹہ

(10) (i) 54, 45 (ii) 36, 63 وغیرہ

6 - معاشی منصوبہ بندی

مشقی سیٹ 6.1

(1) ₹1200 (2) دوسرے سال کے بعد سرمایہ ₹42,000 ; اصل سرمایہ پر 16 فی صدی کا نقصان ہوا

(3) ماہانہ آمدنی ₹50000 (4) شری فرنانڈیس (5) ₹25,000

مشقی سیٹ 6.2

(1) (i) انکم ٹیکس ادا کرنا نہیں ہوگا (ii) ادا کرنا ہوگا (iii) ادا کرنا ہوگا (iv) ادا کرنا ہوگا (v) ادا کرنا نہیں ہوگا

(2) ₹9836.50

مجموعہ سوالات 6

(1) (i) A (ii) B (2) آمدنی ₹8750 (3) ہیرالال , رمن لال کا فی صدی منافع 16.64 , ہیرالال کا فی صدی منافع 36.73

(4) ₹ 99383.75 (5) ₹ 4,00,000 (6) 12.5%

(7) ریحان کی بچت ₹ 48000 ; ذیشان کی بچت ₹ 51000 ; آفرین کی بچت ₹ 36009

(8) (i) ₹2,13,000 (ii) ₹7500 (iii) ٹیکس نہیں

7 - علم شماریات

مشقی سیٹ 7.2

(1) ابتدائی معطیات : (i), (iii), (iv) , ثانوی معطیات : (ii)

مشقی سیٹ 7.3

(1) نچلی حد جماعت = 20, اوپری حد جماعت = 25 (2) 57.5 (3) 7-1[illegible]

مشقی سیٹ 7.4

(3) (i) 38 (ii) 5 (iii) 19 (iv) 62 (4) (i) 24 (ii) 3 (iii) 43 (iv) 4[illegible]

مشقی سیٹ 7.5

(1) 7 کوئنٹل (2) 74 (3) 100 (4) ₹49000 (5) 75 گرام

(6) میانیہ = 3 ; وسطانیہ = 3 , کثیریہ = 4 (7) 78.56 (8) $x = 9$ (9) 20 (10) 76

(11) 34.25 (12) 37 کلوگرام (13) 2 (14) 37 اور 35

مجموعہ سوالات 7

(1) (i) C (ii) B (iii) D (iv) B (v) A (vi) E

(vii) B (viii) A (ix) C (x) C

(2) ₹ 26000 (3) ₹ 127

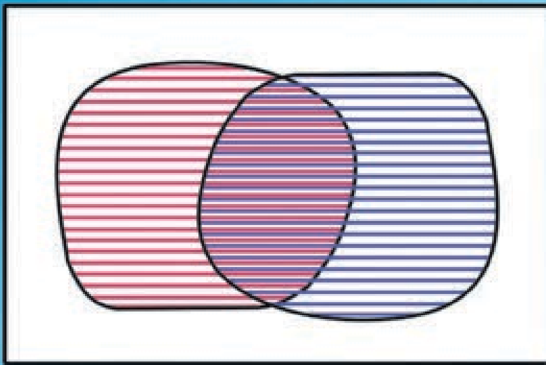
(4) (i) 24 (ii) 06

(5) P = 20

(6) (i) 66 (ii) 14 (iii) 45

(7) (i) 11 (ii) 68

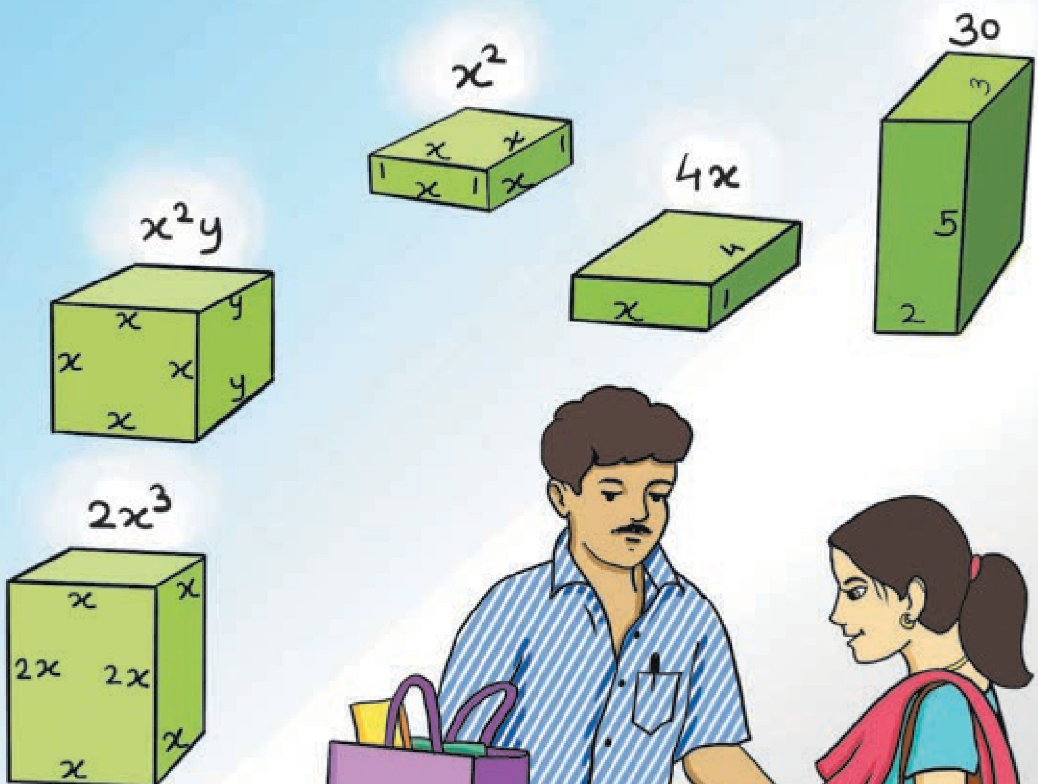
(8) $x = 52$, میانیہ = 55.9 , کثیریہ = 52



$$x + y = 4$$

$$2x + 3y = 3$$

$$x = \square, \quad y = \square$$



مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک

نرمتی وابھیاس کرم سنشودھن

منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴

₹ 64.00 उर्दू गणित इ. ९वी भाग-१