4 مثلث بنانا Constractions of triangles

آیئے، سیکھیں

مثلث کے ارکان کی ذیل کے مطابق معلومات دی جائے تو مثلث بنانا۔

- قاعدہ، قاعدے کا کوئی ایک زاویہ اور بقیہ دو اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ
- قاعدہ، قاعدے کا کوئی ایک زاویہ اور باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کا فرق
- مثلث کا احاطہ اور قاعدے پر کے زاویے

آیئے ذرا یاد کریں

گزشتہ جماعت میں ہم نے ذیل کے مثلث بنانے کا عمل سیکھا ہے۔

★ تمام اضلاع کی لمبائی دی ہو تو مثلث بنانا۔

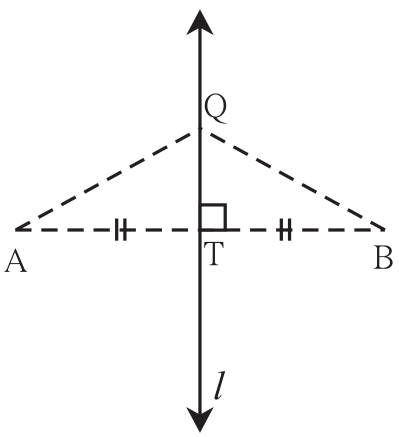
★ قاعدہ اور اسے شامل کرنے والے زاویے دیے ہوں تو مثلث بنانا۔

★ دو اضلاع اور ان میں شامل زاویہ دیا ہو تو مثلث بنانا۔

★ وتر اور ایک ضلع دیا ہو تو مثلث بنانا۔

عمودی ناصف کا مسئلہ :

- دیے ہوئے قطعہ خط کے عمودی ناصف پر واقع ہر نقطہ، اس قطعہ خط کے اختتامی نقاط سے مساوی فاصلہ پر ہوتا ہے۔
- قطعہ خط کے اختتامی نقاط سے مساوی فاصلہ پر واقع ہر نقطہ، قطعہ خط کے سروں سے ہم فاصلہ ہوتا ہے۔



شکل 4.1

آیئے سمجھ لیں

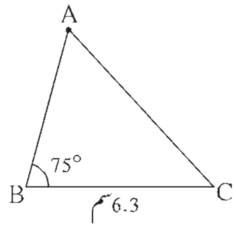
مثلث بنانا (Construction of triangles)

مثلث کی بنانے کے لیے تین اہم ارکان کی ضرورت ہوتی ہے۔ تین زاویے اور تین اضلاع میں سے صرف 2 ارکان اور اس کے علاوہ اس مثلث کے تعلق سے کوئی معلومات دی جائے تب اس معلومات اور دیے ہوئے دو ارکان کا استعمال کر کے مثلث کس طرح بنایا جاتا ہے، اسے دیکھیں گے۔

کوئی نقطہ، دو مختلف خطوط پر واقع ہو تو وہ نقطہ، ان خطوط کا نقطہ تقاطع ہوتا ہے۔ اس خصوصیت کا ذیل کے ہندسی عمل میں کئی مرتبہ استعمال ہوا ہے۔

ہندسی عمل I

مثلث کا قاعدہ، قاعدہ پر کا ایک زاویہ اور باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ دیا ہو تو مثلث بنانا۔



کچی شکل 4.2

مثال : ΔABC اس طرح بنائیے۔ جس میں سم $BC = 6.3$، $\angle B = 75°$ اور سم $AB+AC = 9$

حل : پہلے ہم مطلوبہ مثلث کی کچی شکل بنائیں گے۔

وضاحت : کچی شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق سم $BC = 6.3$ کا قطعہ کھینچیے ۔ نقطہ B پر قطعہ BC سے 75° زاویہ بنانے والی شعاع پر نقطہ D اس طرح لیجیے کہ سم $BD = AB + AC = 9$

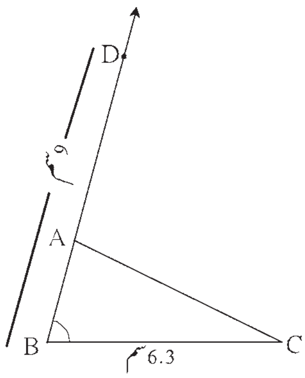
شعاع BD پر نقطہ A معلوم کرنا ہے۔

$$BA+AD = BA+AC = 9$$

$$\therefore\ AD = AC$$

$\therefore$ اس لیے نقطہ A، قطعہ CD کے عمودی ناصف پر ہے۔

اس لیے شعاع BD اور قطعہ CD کا عمودی ناصف کے نقطہ تقاطع یعنی A ہے۔



کچی شکل 4.3

ہندسی عمل کے مراحل :

(1) 6.3 سم لمبائی کا قطعہ BC کھینچیے ۔

(2) نقطہ B سے 75° کا زاویہ بنانے والی شعاع BP کھینچیے ۔

(3) شعاع BP، پر نقطہ D اس طرح لیجیے کہ سم $d(B, D) = 9$

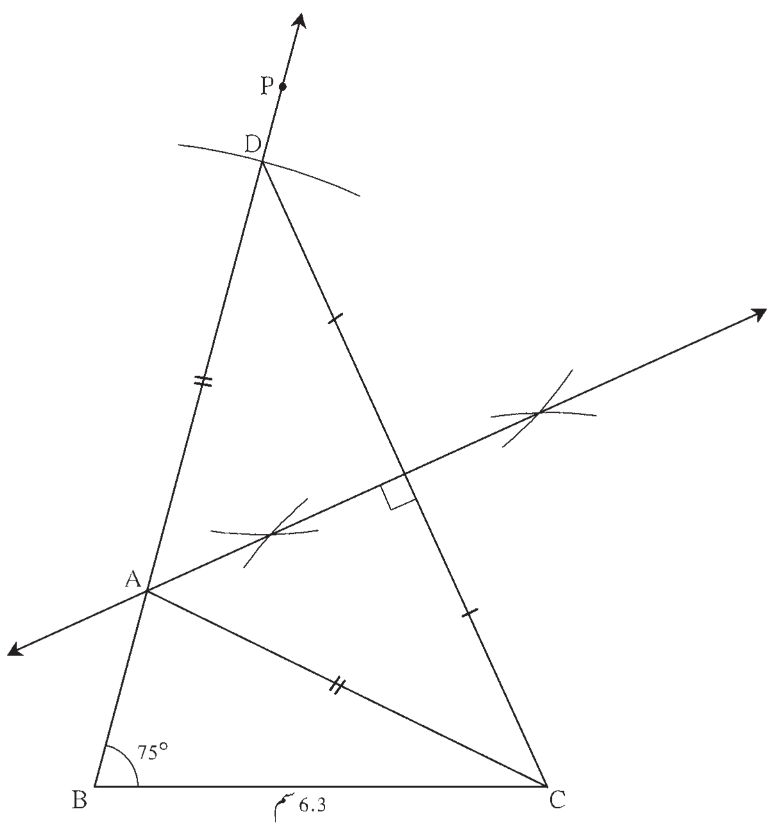
(4) قطعہ DC کھینچیے ۔

(5) قطعہ DC کا عمودی ناصف کھینچیے ۔

(6) قطعہ DC کا عمودی ناصف اور شعاع BP کے نقطہ تقاطع کو A نام دیجیے۔

(7) قطعہ AC کھینچیے ۔

ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔



پکی شکل 4.4

مشقی سیٹ 4.1

.1 ΔPQR بنائیے۔ جس میں $QR = 4.2$ سم قاعدہ، $m\angle Q = 40^\circ$ اور $PQ + PR = 8.5$ سم

.2 ΔXYZ بنائیے۔ جس میں $YZ = 6$ سم قاعدہ، $XY + XZ = 9$ سم اور $m\angle XYZ = 50^\circ$

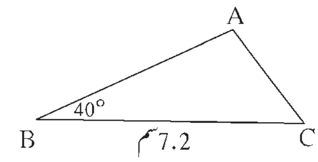
.3 ΔABC بنائیے۔ جس میں $BC = 6.2$ سم قاعدہ، $m\angle ACB = 50^\circ$ اور $AB+AC = 9.8$ سم

.4 ΔABC بنائیے۔ جس میں $BC = 3.2$ سم قاعدہ، $m\angle ACB = 45^\circ$ اور Δ ABC کا احاطہ 10 سم ہے۔

ہندسی عمل II

مثلث کا قاعدہ، باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کا فرق اور قاعدہ پر کا کوئی ایک زاویہ دیا ہوا ہو تو مثلث بنانا۔

مثال : ΔABC میں $BC = 7.5$ سم، $m\angle ACB = 40^\circ$،
$AB - AC = 3$ سم ہو تو Δ ABC بنائیے۔



کچی شکل 4.5

حل : پہلے ہم مطلوبہ شکل کی کچی شکل بنائیں گے۔

وضاحت : $AB - AC = 3$ سم اس لیے $AB > AC$، قطعہ BC کھینچیے۔ قطعہ BC سے 40° زاویہ بنانے والی شعاع BL کھینچیے۔ اس شعاع پر نقطہ A معلوم کرنا ہے۔

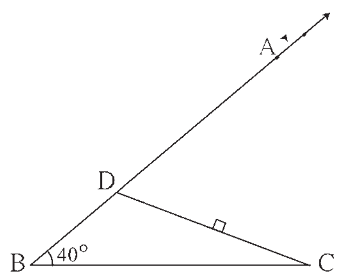
نقطہ D شعاع BL پر اس طرح لیجیے کہ $BD = 3$ سم اور B–D–A

$BD = AB - AD = 3$ اور $AB - AC = 3$ (دیا ہوا ہے)

$AD = AC$

اس لیے نقطہ A قطعہ DC کے عمودی ناصف پر واقع ہے۔

اس لیے نقطہ A شعاع BL اور قطعہ DC کے عمودی ناصف کا نقطہ تقاطع ہے۔



کچی شکل 4.6

ہندسی عمل کے مراحل :

(1) 7.5 سم لمبائی کا قطعہ BC کھینچیے۔

(2) نقطہ B سے 40° زاویہ بنانے والی شعاع BL کھینچیے۔

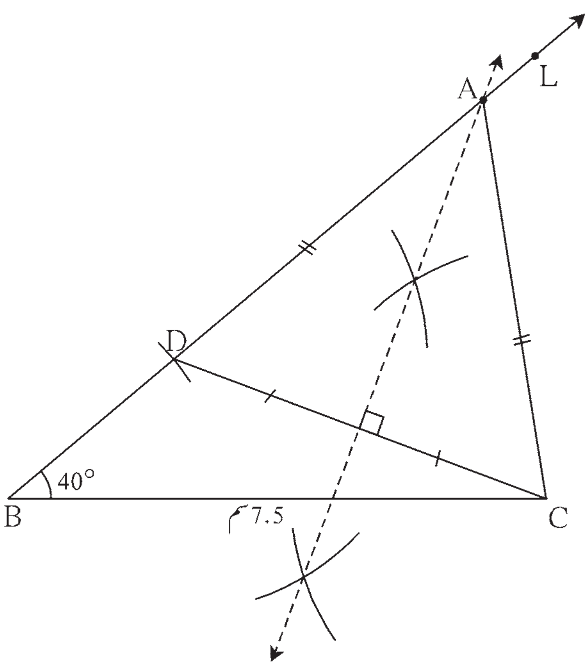
(3) شعاع BL پر نقطہ D اس طرح لیجیے کہ $BD = 3$ سم

(4) قطعہ CD پر اس کا عمودی ناصف کھینچیے۔

(5) قطعہ CD کا عمودی ناصف، شعاع BL کو جہاں قطع کرتا ہے، اس نقطہ کا نام A دیجیے۔

(6) قطعہ AC کھینچیے۔

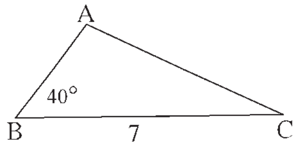
ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔



پکی شکل 4.7

مثال 2. ΔABC میں سم BC = 7 ضلع، $\angle B = 40^\circ$ اور سم AC − AB = 3 ہو تو ΔABC بنائیے۔

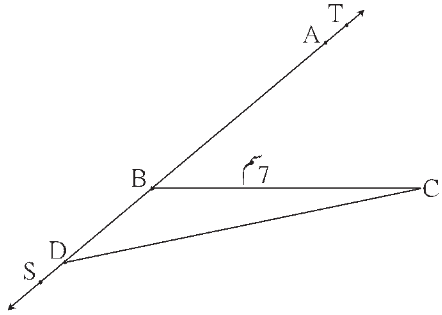
حل : کچی شکل بنائیں گے۔



کچی شکل 4.8

سم BC = 7 کھینچیے ۔ AC > AB

قطعہ BC کے نقطہ B سے 40° کا زاویہ بنانے والی شعاع BT کھینچ سکتے ہیں۔اس شعاع پر نقطہ A واقع ہے شعاع BT کی مخالف شعاع پر نقطہ D اس طرح لیجیے کہ سم BD = 3



کچی شکل 4.9

اب $AD = AB + BD = AB + 3 = AC$

کیونکہ دیا ہوا ہے۔سم AC − AB = 3

$\therefore \quad AD = AC$

اس لیے نقطہ A قطعہ CD کے عمودی ناصف پر واقع ہے۔

هندسی عمل کے مراحل :

(1) 7 سم لمبائی کا قطعہ BC کھینچیے ۔

(2) نقطہ B سے 40° زاویہ بنانے والی شعاع BT کھینچیے ۔

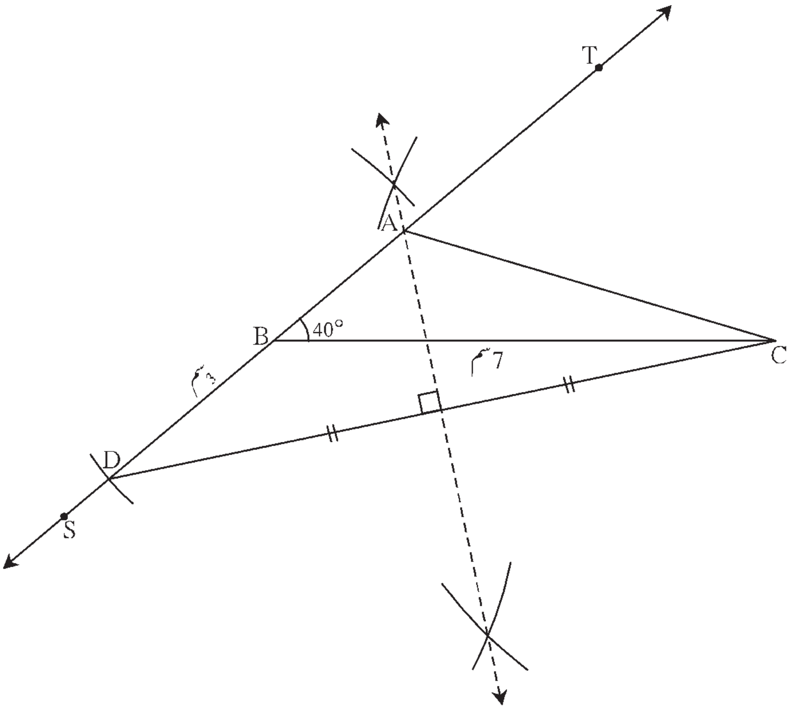
(3) شعاع BT کے مخالف شعاع BS پر نقطہ D اس طرح لیجیے کہ سم BD = 3

(4) قطعہ DC کا عمودی ناصف کھینچیے ۔

(5) قطعہ DC کا عمودی ناصف، شعاع BT کو جہاں قطع کرتا ہے،اس نقطہ کو A نام دیجیے۔

(6) قطعہ AC کھینچیے ۔

ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔



پکی شکل 4.10

مشقی سیٹ 4.2

1) ΔXYZ بنائیے۔جس میں سم YZ = 7.4 ، $m\angle XYZ=45^\circ$ اور سم XY − XZ = 2.7

2) ΔPQR بنائیے۔جس میں سم QR = 6.5 ، $m\angle PQR=40^\circ$ اور سم PQ − PR = 2.5

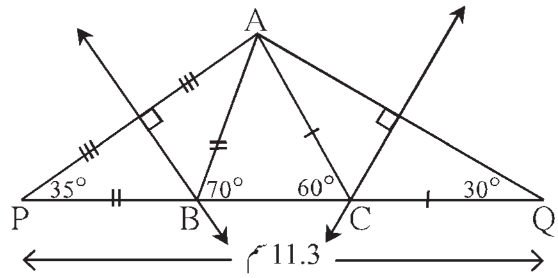
3) ΔABC بنائیے۔جس میں سم BC = 6 ، $m\angle ABC=100^\circ$ اور سم AC − AB = 2.5

ہندسی عمل III

مثلث کا احاطہ اور قاعدہ پر کے دونوں زاویے دیے ہوں تو مثلث بنانا۔

مثال : ΔABC میں سم $AB + BC + AC = 11.3$ ،$\angle B = 70°$ ،$\angle C = 60°$ ہو تب ΔABC بنائیے۔

حل : کچی شکل بنائیں گے۔



کچی شکل 4.11

وضاحت : اس شکل میں قطعہ BC پر نقاط P اور Q اس طرح لیا کہ

$PB = AB, \; CQ = AC$

$PQ = PB + BC + CQ = AB + BC + AC = 11.3$ سم

اب ΔPAB میں، $PB = BA$ ..... (عمل)

$\therefore \; \angle APB = \angle PAB$ اور $\angle APB + \angle PAB =$ کا خارجہ زاویہ $\triangle ABC = 70°$ ... (بعید داخلہ زاویوں کا مسئلہ)

$\therefore \; \angle APB = \angle PAB = 35°$ اسی طرح , $\angle CQA = \angle CAQ = 30°$

اب مثلث ΔPAQ بنایا جاسکتا ہے کیونکہ اس کے دو زاویے اور ان کو شامل کرنے والا ضلع PQ معلوم ہے۔

پھر $BA = BP$، اس لیے نقطہ B قطعہ AP کے عمودی ناصف پر ہے۔اور $CA = CQ$

اس لیے نقطہ C قطعہ AQ کے عمودی ناصف پر ہے۔

$\therefore$ AP اور AQ کے عمودی ناصف کھینچیے۔ یہ خط PQ کو جہاں قطع کرتے ہیں وہاں بالترتیب B اور C نقطہ حاصل ہوتا ہے۔

ہندسی عمل کے مراحل :

(1) 11.3 سم لمبائی کا قطعہ PQ کھینچیے ۔

(2) نقطہ P پر 35° پیمائش کا زاویہ بنانے والی شعاع کھینچیے ۔

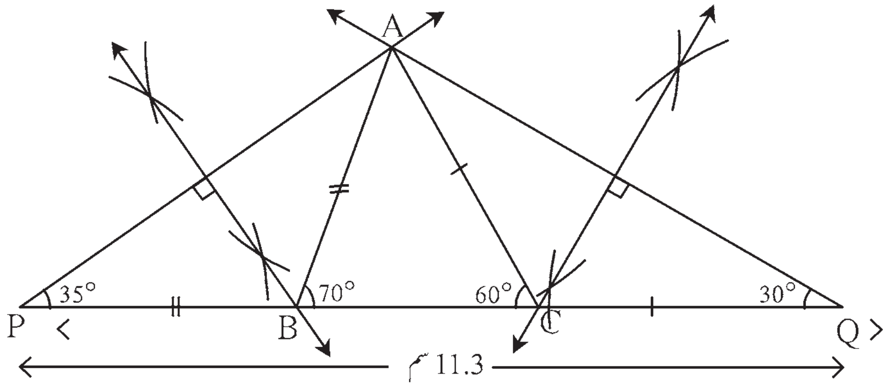
(3) نقطہ Q پر 30° پیمائش کا زاویہ بنانے والی شعاع کھینچیے ۔

(4) دونوں شعاعوں کے نقطہ تقاطع کو A نام دیجیے۔

(5) قطعہ AP اور AQ کا عمودی ناصف کھینچیے ۔وہ خط PQ کو جن نقاط پر قطع کرتے ہیں انھیں بالترتیب B اور C نام دیجیے۔

(6) قطعہ AB اور قطعہ AC کھینچیے ۔

ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔



پکی شکل 4.12

مشقی سیٹ 4.3

.1 ΔPQR اس طرح بنائیے کہ $\angle Q = 70°$، $\angle R = 80°$ اور $PQ + QR + PR = 9.5$ سم

.2 ΔXYZ اس طرح بنائیے کہ $\angle Y = 58°$، $\angle X = 46°$ اور مثلث کا احاطہ 10.5 سم ہے۔

.3 ΔLMN اس طرح بنائیے کہ $\angle M = 60°$، $\angle N = 80°$ اور $LM + MN + NL = 11$ سم

مجموعہ سوالات 4

.1 ΔXYZ اس طرح بنائیے کہ $XY + XZ = 10.3$ سم، $YZ = 4.9$ سم، $\angle XYZ = 45°$

.2 ΔABC اس طرح بنائیے کہ $\angle B = 70°$، $\angle C = 60°$ اور $AB + BC + CA = 11.2$

.3 ایسا مثلث بنائیے۔ جس مثلث کا احاطہ 14.4 سم ہے اور جس کے اضلاع کی نسبت 4 : 3 : 2 ہے۔

.4 ΔPQR اس طرح بنائیے کہ سم $PQ - PR = 2.4$ سم، $QR = 6.4$ سم اور $\angle PQR = 55°$

ITC Tools or Links

دیے ہوئے مثلث کو کمپیوٹر پر 'جیو جبرا' سافٹ ویئر کی مدد سے بنائیے اور لطف اٹھائیے۔ ہندسی عمل 3 کو سافٹ ویئر میں مختلف طریقوں سے بنا کر دکھایا گیا ہے۔ اس طریقہ کا بھی عملی مطالعہ کیجیے۔