5 Linear Equations in Two Variables
دو متغیری خطی مساوات

آیئے، سیکھیں

- دو متغیری خطی مساواتیں
- ہمزاد مساواتیں حل کرنا
- ہمزاد مساواتیں
- ہمزاد مساواتوں پر مبنی عبارتی مثالیں

آیئے ذرا یاد کریں

مثال : درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(1) $m+3=5$ $\therefore\ m = \square$

(2) $3y+8=22$ $\therefore\ y = \square$

(3) $\frac{x}{3}=2$ $\therefore\ x = \square$

(4) $2p = p+\frac{4}{9}$ $\therefore\ p = \square$

(5) کس عدد میں 5 جمع کرنے پر عدد 14 حاصل ہوگا؟

$\therefore\ \square + 5 = 14$

$\therefore\ x + 5 = 14$

$\therefore\ x = \square$

(6) 8 میں سے کتنے تفریق کرنے پر باقی 2 بچیں گے؟

$\therefore\ 8 - \square = 2$

$\therefore\ 8 - y = 2$

$\therefore\ y = \square$

اوپر کی ہر مساوات میں متغیر کی قوت 1 ہے۔ان مساواتوں کو ایک متغیری خطی مساواتیں کہتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

دو متغیری خطی مساواتیں (Linear Equations in Two Variables)

جن دو اعداد کا مجموعہ 14 ہے ایسے اعداد معلوم کیجیے۔

اعداد کے لیے x اور y متغیر کا استعمال کرکے یہ مثال مساوات کی شکل میں $x + y = 14$ اس طرح ہوجائے گی۔

یہ دو متغیری مساوات ہے۔یہاں x اور y ان دونوں متغیروں کی بے شمار قیمتیں ہم معلوم کرسکتے ہیں۔

جیسے،

$9 + 5 = 14$	$7 + 7 = 14$	$8 + 6 = 14$	$4 + 10 = 14$
$(-1) + 15 = 14$	$15 + (-1) = 14$	$2.6 + 11.4 = 14$	$0 + 14 = 14$
$100 + (-86) = 14$	$(-100) + (114) = 14$	$\square + \square = 14$	$\square + \square = 14$

یعنی اوپر کی مثال کے $(x = 8, y = 6)$, $(x = 7, y = 7)$, $(x = 9, y = 5)$ وغیرہ اس طرح بے شمار حل ملتے ہیں۔

$y = 5$، $x = 9$ اس حل کو (9,5) اس طرح ترتیب سے قوس میں لکھنے کا رواج ہے۔اس جوڑی میں پہلا عدد x کی قیمت دوسرا عدد y کی قیمت ہوتی ہے۔ $x + y = 14$ اس مساوات کو متعین کرنے والے (9,5)، (7,7)، (8,6)، (4,10)، (10,4)، (–1,15)، (2.6,11.4) .... ایسی لامحدود مرتب جوڑیاں یعنی لامحدود حل ہیں۔

اب دوسری مثال دیکھیں۔

ایسے دو اعداد تلاش کیجیے جن کا فرق 2 ہے۔

بڑا عدد کے لیے x اور چھوٹا عدد کے لیے y فرض کرنے پر $x - y = 2$ یہ مساوات حاصل ہوگی۔ x اور y قیمتوں کے لیے ذیل کے مطابق بے شمار مساوات حاصل ہوں گے۔

(6) 8 میں سے کتنے تفریق کرنے پر باقی 2 بچیں گے؟

$10 - 8 = 2$ ، $9 - 7 = 2$ ، $8 - 6 = 2$ ، $(-3) - (-5) = 2$ ، $5.3 - 3.3 = 2$ ،

$15 - 13 = 2$ ، $100 - 98 = 2$ ، $\square - \square = 2$ ، $\square - \square = 2$

یہاں $x = 10$ اور $y = 8$ ان قیمتوں کو لینے پر مرتب جوڑی (10,8) اس مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔یعنی یہ جوڑی اس مساوات کا حل ہے۔ مرتب جوڑی (10,8) کو (8,10) نہیں لکھ سکتے۔کیونکہ (8,10) کا مطلب $x = 8$، $y = 10$ ہوتا ہے۔ان قیمتوں سے $x - y = 2$ یہ مساوات مطمئن نہیں ہوتی۔اس سے ظاہر ہوتا ہے جوڑی میں اعداد کی ترتیب اہم ہوتی ہے۔اسے دھیان میں رکھیں۔

اب ہم $x - y = 2$ اس مساوات کے حل مرتب جوڑیوں کی شکل میں لکھیں گے۔

(7, 5), (–2, –4), (0, –2), (5.2, 3.2), (8, 6) وغیرہ بے شمار حل ہیں۔

$4m - 3n = 2$ اس مساوات کا حل معلوم کیجیے۔

آپ بھی اس قسم کی مختلف تین مساوات بنائیے اور حل معلوم کیجیے۔

اب پہلی دو مساواتیں دیکھیے۔

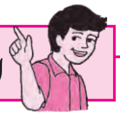
$$x + y = 14 \qquad \ldots \text{I}$$

$$x - y = 2 \qquad \ldots \text{II}$$

مساوات I کے حل : (9, 5), (7, 7), (8, 6)

مساوات II کے حل : (7, 5), (–2, –4), (0, –2), (5.2, 3.2), (8, 6)

(8,6) یہ جوڑی دونوں مساوات کے حل کے جوڑیوں میں مشترک ہے۔یہ جوڑی دونوں مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔اس لیے یہ دونوں مساوات کا مشترک حل ہے۔

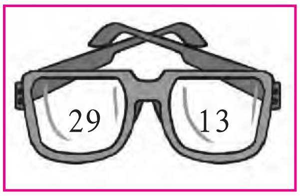


اسے دھیان میں رکھیں

جب دو متغیروں کی دو خطی مساواتوں کا بیک وقت خیال کرتے ہیں تب ان مساواتوں کو ہمزاد مساواتیں (Simultaneous equations) کہتے ہیں۔

عملی کام :

نیچے دیے ہوئے عینک کے شیشوں پر ایسے اعداد لکھیے کہ



(i) جن کا مجموعہ 42 اور فرق 16 ہے۔

(ii) جن کا مجموعہ 37 اور فرق 11 ہے۔

(iii) جن کا مجموعہ 54 اور فرق 20 ہے۔

(iv) جن کا مجموعہ .... اور فرق .... ہے۔

آیئے ذرا یاد کریں

$x + y = 5$ اور $2x + 2y = 10$ یہ دو متغیروں کی دو مساوات ہیں۔

مساوات $x + y = 5$ کے مختلف پانچ حل تلاش کیجیے۔ وہی حل مساوات $2x + 2y = 10$ کو مطمئن کرتے ہیں یا نہیں تصدیق کیجیے۔

ان دونوں مساواتوں پر غور کیجیے۔

دو متغیروں کے دو مساواتوں کے حل مساوی رہنے کے لیے ضروری شرط معلوم کیجیے۔

آیئے سمجھ لیں

متغیر کا اخراج کر کے ہمزاد مساواتیں حل کرنے کا طریقہ (Elimination Method)

ہمزاد مساواتیں $x + y = 14$ اور $x - y = 2$ متغیروں کو قیمت دے کر ہم نے حل کیا۔ لیکن ہر وقت یہ طریقہ مناسب نہیں ہوتا۔ مثلاً $2x + 3y = -4$ اور $x - 5y = 11$ ان مساواتوں میں x اور y کو مختلف قیمتیں دے کر حل کرنے کی کوشش کیجیے۔

آپ سمجھ گئے ہوں گے کہ اس طریقے سے مساواتیں حل کرنا آسان نہیں ہے۔

اس لیے ہمزاد مساواتیں حل کرنے کے لیے دوسرا طریقہ استعمال کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ میں دو متغیروں میں سے ایک متغیر کا اخراج کر کے ایک متغیر کی خطی مساوات حاصل کی جاتی ہے۔ اس بناء پر اس متغیر کی قیمت حاصل کی جاتی ہے۔ اس قیمت کو دی ہوئی کسی بھی مساوات میں رکھنے پر دوسرے متغیر کی قیمت حاصل ہوتی ہے۔

اس طریقے کو سمجھنے کے لیے آگے کی مثال کا مطالعہ کیجیے۔

مثال **(1)** : حل کیجیے۔

$x + y = 14$ اور $x - y = 2$

حل : دونوں مساواتوں کی جمع کر کے ایک متغیری مساوات حاصل کریں۔

$$\begin{array}{rrcll} & x + y & = & 14 & \ldots \text{I} \\ + & x - y & = & 2 & \ldots \text{II} \\ \hline & 2x + 0 & = & 16 & \\ \therefore & 2x & = & 16 & \\ \therefore & x & = & 8 & \end{array}$$

$x = 8$ اس قیمت کو مساوات (I) میں رکھنے پر،

$$x + y = 14$$

$$\therefore \; 8 + y = 14$$

$$\therefore \; y = 6$$

یہاں (8, 6) یہ پہلی مساوات کا حل ہے۔ یہی حل دوسری مساوات کا بھی ہے۔ اس کی تصدیق کریں۔

$x - y = 8 - 6 = 2$ ... (تصدیق ہوا)

(8, 6) یہ دی ہوئی دونوں مساواتوں کا مشترک حل ہے۔

یعنی $x + y = 14$ اور $x - y = 2$ ان ہمزاد مساواتوں کا حل (8, 6) ہے۔

مثال **(2)** : ماں اور بیٹے کی عمروں کا مجموعہ 45 سال ہے۔ ماں کی عمر کے دگنا میں سے بیٹے کی عمر تفریق کرنے پر جواب 54 آتا ہے۔ تو دونوں کی عمریں معلوم کیجیے۔ دی ہوئی معلومات متغیر کا استعمال کر کے لکھیں گے تو مساوات حل کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

حل : فرض کیجیے ماں کی موجودہ عمر x سال اور بیٹے کی موجودہ عمر y سال ہے۔

پہلی شرط کے مطابق، $x + y = 45$ ...I

دوسری شرط کے مطابق، $2x - y = 54$ ...II

(مساوات (I) اور (II) کا مجموعہ کرنے پر) ... $3x + 0 = 99$

$$\therefore \; 3x = 99$$

$$\therefore \; x = 33$$

($x = 33$ اس قیمت کو مساوات (I) میں رکھنے پر) ... $33 + y = 45$

$$\therefore \; y = 45 - 33$$

$$\therefore \; y = 12$$

$x = 33$ اور $y = 12$ یہ حل مساوات نمبر (II) کو مطمئن کرتے ہیں۔ اس بات کی تصدیق کیجیے۔

ماں کی موجودہ عمر 33 سال اور بیٹے کی موجودہ عمر 12 سال ہے۔

$ax + by + c = 0$ اس مساوات میں a, b, c حقیقی اعداد ہیں۔ اور a اور b بیک وقت 0 (صفر) نہ ہوں تو یہ مساوات دو متغیری خطی مساوات کی عام صورت ہوتی ہے۔ اس مساوات میں دونوں متغیروں کی قوت **1** ہے۔ یہ ایک خطی مساوات ہے۔

مثال (1) درج ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

$$3x + y = 5 \quad \ldots \text{(I)}$$

$$2x + 3y = 1 \quad \ldots \text{(II)}$$

یہاں پر کسی ایک متغیر کو خارج کرنے کے لیے دونوں مساواتوں میں کسی بھی متغیر کا ضریب مساوی یا متضاد عدد نہیں ہے۔ اسے مساوی کرنے کے لیے مساوات (I) کے طرفین کو 3 سے ضرب کرنے پر،

$$\therefore \quad 3x \times 3 + 3 \times y = 5 \times 3$$

$$\therefore \quad 9x + 3y = 15 \quad \ldots \text{(III)}$$

$$2x + 3y = 1 \quad \ldots \text{(II)}$$

اب مساوات (II) کو مساوات (III) سے تفریق کرنے پر،

$$\begin{array}{rcl} 9x + 3y &=& 15 \\ \underset{-}{+}\, 2x \underset{-}{+}\, 3y &\underset{-}{=}& 1 \\ \hline 7x &=& 14 \\ x &=& 2 \end{array}$$

$x = 2$ یہ قیمت کسی بھی مساوات میں رکھنے پر،

$$2x + 3y = 1$$

$$\therefore \quad 2 \times 2 + 3y = 1$$

$$\therefore \quad 4 + 3y = 1$$

$$\therefore \quad 3y = -3$$

$$\therefore \quad y = -1$$

یہاں حل $(2, -1)$ دوسری مساوات کو بھی مطمئن کرتا ہے۔ تصدیق کیجیے۔

مثال (2) درج ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

$$3x - 4y - 15 = 0 \quad \ldots \text{(I)}$$

$$y + x + 2 = 0 \quad \ldots \text{(II)}$$

دونوں مساواتوں کے مستقل عدد دائیں جانب لکھنے پر،

$$3x - 4y = 15 \quad \ldots \text{(I)}$$

$$x + y = -2 \quad \ldots \text{(II)}$$

متغیر y کا اخراج کرنے کے لیے مساوات (II) کو 4 سے ضرب کرنے پر اور مساوات (I) میں ملانے پر،

$$\begin{array}{rrcl} & 3x - 4y &=& 15 \\ + & 4x + 4y &=& -8 \\ \hline & 7x &=& 7 \\ & x &=& 1 \end{array}$$

$x = 1$ مساوات (II) میں رکھنے پر،

$$x + y = -2$$

$$\therefore \quad 1 + y = -2$$

$$\therefore \quad y = -2 - 1$$

$$\therefore \quad y = -3$$

حل $(1, -3)$ مساوات (I) کو بھی مطمئن کرتا ہے تصدیق کیجیے۔

غور کیجیے

$3x - 4y - 15 = 0$ اور $y + x + 2 = 0$

کیا ان مساواتوں کو x متغیر کا اخراج کرکے حل کر سکتے ہیں؟

کیا اس کا حل وہی ہوگا؟

آیئے سمجھ لیں

ایک متغیر کی قیمت دوسرے متغیر کی صورت میں رکھ کر متغیر کا اخراج کرنا یا استبدال کے ذریعے اخراج کا طریقہ (Substitution Method)

متغیر کا اخراج کرنے کا ایک اور دوسرا طریقہ ہے۔ مساوات کے ایک متغیر کی قیمت دوسرے متغیر کی صورت میں معلوم کرا سے دوسری مساوات میں رکھ کر پہلے متغیر کا اخراج کر سکتے ہیں۔ اس طریقہ کو ذیل کی مثالوں کے ذریعے سمجھ لیں۔

مثال (1) حل کیجیے۔

$$8x + 3y = 11 \quad ; \quad 3x - y = 2$$

حل :

$$8x + 3y = 11 \quad \ldots (\text{I})$$

$$3x - y = 2 \quad \ldots (\text{II})$$

مساوات (II) میں y کی قیمت x متغیر میں لکھنا آسان ہوگا۔

$$3x - y = 2$$

$$3x - 2 = y$$

اب $y = 3x - 2$ یہ قیمت مساوات (I) میں رکھنے پر،

$$8x + 3y = 11$$

$$\therefore \; 8x + 3(3x-2) = 11$$

$$\therefore \; 8x + 9x - 6 = 11$$

$$\therefore \; 17x - 6 = 11$$

$$\therefore \; 17x = 11 + 6 = 17$$

$$\therefore \; x = 1$$

x کی قیمت مساوات $y = 3x - 2$ میں رکھنے پر،

$$\therefore \; y = 3 \times 1 - 2$$

$$\therefore \; y = 1$$

$\therefore$ $x = 1$ اور $y = 1$

$\therefore$ (1,1) مساواتوں کا حل ہے۔

مثال (2) حل کیجیے۔

$$3x - 4y = 16 \; ; \; 2x - 3y = 10$$

حل :

$$3x - 4y = 16 \quad \ldots (\text{I})$$

$$2x - 3y = 10 \quad \ldots (\text{II})$$

مساوات (I) میں x اس متغیر کی قیمت y کی صورت میں لکھیں گے۔

$$3x - 4y = 16$$

$$3x = 16 + 4y$$

$$x = \frac{16 + 4y}{3}$$

x کی قیمت کو مساوات (II) میں رکھنے پر،

$$2x - 3y = 10$$

$$\therefore \; 2\left(\frac{16 + 4y}{3}\right) - 3y = 10$$

$$\therefore \; \frac{32 + 8y}{3} - 3y = 10$$

$$\therefore \; \frac{32 + 8y - 9y}{3} = 10$$

$$\therefore \; 32 + 8y - 9y = 30$$

$$\therefore \; 32 - y = 30 \; , \; \therefore \; y = 2$$

اب $y = 2$ مساوات (I) میں رکھنے پر،

$$3x - 4y = 16$$

$$\therefore \; 3x - 4 \times 2 = 16$$

$$\therefore \; 3x - 8 = 16$$

$$\therefore \; 3x = 16 + 8$$

$$\therefore \; 3x = 24$$

$$\therefore \; x = 8$$

$\therefore$ $x = 8$ اور $y = 2$

$\therefore$ (8, 2) مساواتوں کا حل ہے۔

مشقی سیٹ 5.1

(1) متغیر x اور y کا استعمال کر کے 5 دو متغیری خطی مساواتیں لکھیے۔ (2) $x + y = 7$ اس مساوات کے 5 حل لکھیے۔

(3) مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $x + y = 4 \; ; \; 2x - 5y = 1$ (ii) $2x + y = 5 ; \; 3x - y = 5$

(iii) $3x - 5y = 16 ; \; x - 3y = 8$ (iv) $2y - x = 0 ; \; 10x + 15y = 105$

(v) $2x + 3y + 4 = 0 ; \; x - 5y = 11$ (vi) $2x - 7y = 7 ; \; 3x + y = 22$

آیئے سمجھ لیں

ہمزاد مساواتوں پر عبارتی مثالیں

عبارتی مثالیں حل کرتے وقت دی ہوئی معلومات سے مساواتیں بنانا ایک بہت اہم مرحلہ ہوتا ہے۔ مساواتوں کا حل معلوم کرنے کا نظام ذیل کے مراحل سے دکھایا گیا ہے۔

مراحل	مثال
عبارتی مثال غور سے پڑھ کر سمجھنے کی کوشش کریں۔	دو اعداد کا مجموعہ 36 ہے، ایک عدد کے 8 گنا میں سے 9 تفریق کریں تو دوسرا عدد حاصل ہوتا ہے۔
↓	↓
مثال میں دی ہوئی معلومات کے مطابق الجبری عبارت بنانے کے لیے متغیروں کا استعمال کیجیے۔	فرض کیجیے۔ پہلا عدد $= x$ دوسرا عدد $= y$
↓	↓
متغیروں کا مناسب استعمال کر کے فقرے ریاضیاتی صورت میں لکھیے۔	$\therefore x + y = 36$ ... ($\because$ اعداد کا مجموعہ 36 ہے۔) پہلے عدد کا 8 گنا $= 8x$ پہلے عدد کا 8 گنا $- 9 = 8x - 9$ $\therefore$ دوسرا عدد $= y = 8x - 9$
↓	↓
مناسب طریقے کا استعمال کر کے مساواتیں حل کیجیے۔	$x + y = 36$ $\therefore 8x - y = 9$ $\therefore 9x = 45$ $\therefore x = 5$ $\therefore 5 + y = 36$ $\therefore y = 36 - 5$ $\therefore y = 31$
↓	↓
حل معلوم کیجیے۔	$x = 5 , y = 31$
↓	↓
حاصل ہوئے حل کو مساواتوں میں لکھ کر تصدیق کیجیے۔	$31 + 5 = 36$ ... (I) $31 = 8 \times 5 - 9$ ... (II)
↓	↓
جواب لکھیے	اس لیے وہ اعداد 5 اور 31 ہیں۔

عبارتی مثالیں

اب ہم مختلف قسم کے عبارتی مثالوں پر غور کریں گے۔

(1) عمر سے متعلق مثالیں۔ (2) اعداد سے متعلق مثالیں۔

(3) کسروں سے متعلق مثالیں۔ (4) معاشی لین دین سے متعلق مثالیں۔

(5) ہندسی اشکال کی خصوصیات پر منحصر مثالیں۔ (6) رفتار، فاصلہ اور وقت پر منحصر مثالیں۔

مثال **(1)** دو اعداد کا مجموعہ 103 ہے۔ اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کیا جائے تو خارج قسمت 2 اور باقی 19 بچتا ہے۔ تو وہ اعداد معلوم کیجیے۔

حل : مرحلہ 1 : عبارتی مثال سمجھنے کی کوشش کیجیے۔

مرحلہ 2 : اعداد معلوم کرنے کے لیے متغیروں کا استعمال کیجیے۔

اُسی طرح اس اصول (باقی + خارج قسمت × مقسوم علیہ = مقسوم) کو دھیان میں رکھیں۔

فرض کیجیے بڑا عدد x اور چھوٹا عدد y

مرحلہ 3 : دی ہوئی معلومات : 103 = اعداد کا مجموعہ

فرض کیجیے بڑا عدد x اور چھوٹا عدد y

(ایک مساوات حاصل ہوگی) ... $\therefore\ x + y = 103$

بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت 2 اور باقی 19 بچتا ہے۔

(باقی + خارج قسمت × مقسوم علیہ = مقسوم) $\therefore\ x = 2 \times y + 19$

(اس طرح دوسری مساوات حاصل ہوتی ہے۔) ... $\therefore\ x - 2y = 19$

مرحلہ 4 : اب حاصل ہوئی مساواتوں کا حل معلوم کریں گے۔

$$x + y = 103 \quad \ldots\text{(I)}$$
$$x - 2y = 19 \quad \ldots\text{(II)}$$

مساوات (I) میں سے مساوات (II) تفریق کرنے پر،

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 103 \\ x - 2y & = & 19 \\ - \quad + & & - \\ \hline 0 + 3y & = & 84 \\ \therefore \quad y & = & 28 \end{array}$$

مرحلہ 5 : مساوات $x + y = 103$ میں y کی قیمت رکھنے پر،

$$\therefore\ x + 28 = 103$$
$$\therefore\ x = 103 - 28$$
$$\therefore\ x = 75$$

مرحلہ 6 : دیے ہوئے اعداد 75 اور 28 ہیں۔

مثال (2) سلیل کی عمر، سنگرام کی عمر کے نصف سے 23 سال زیادہ ہے۔ پانچ سال پہلے ان کی عمروں کا مجموعہ 55 سال تھا تو ان کی موجودہ عمریں دریافت کیجیے۔

حل : فرض کیجیے سلیل کی موجودہ عمر x سال اور سنگرام کی موجودہ عمر y سال ہے۔

سلیل کی عمر، سنگرام کی عمر کے نصف سے 23 سال زیادہ ہے۔ اس لیے $x = \frac{y}{2} + \square$

پانچ سال پہلے سلیل کی عمر $= (x - 5)$ سال اور سنگرام کی عمر $= (y - 5)$ سال

پانچ سال پہلے ان کی عمروں کا مجموعہ $=$ 55 سال

$$\square + \square = 55$$

مساواتیں حل کر کے حل معلوم کرنا۔

$2x = y + 46 \quad , \quad \therefore \ 2x - y = 46 \quad \ldots \text{(I)}$

$(x - 5) + (y - 5) = 55$

$x + y = 65 \quad \ldots \text{(II)}$

مساوات (I) اور (II) کی جمع کرنے پر،

$$\begin{aligned} 2x - y &= 46 \\ + \quad x + y &= 65 \\ \hline \therefore \ 3x &= 111 \\ \therefore \ x &= 37 \end{aligned}$$

مساوات (II) میں $x = 37$ رکھنے پر،

$$\begin{aligned} x + y &= 65 \\ \therefore \ 37 + y &= 65 \\ \therefore \ y &= 65 - 37 \\ \therefore \ y &= 28 \end{aligned}$$

سلیل کی موجودہ عمر 37 سال اور سنگرام کی موجودہ عمر 28 سال ہے۔

مثال (3) ایک دو ہندسی عدد اس کے ہندسوں کے مجموعے کا چار گنا ہے۔ اس کے ہندسوں کا مقام تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والا عدد، اصل عدد کے دگنا سے 9 کم ہے وہ عدد معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے اصل عدد کے اکائی کا ہندسہ x اور دہائی کا ہندسہ y ہے۔

ہندسوں کا مجموعہ	عدد	اکائی کے مقام کا ہندسہ	دہائی کے مقام کا ہندسہ	
$y + x$	$10y + x$	x	y	اصل عدد کے لیے
$x + y$	$10x + y$	y	x	ہندسوں کا مقام تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد کے لیے

پہلی شرط کے مطابق،

$10y + x = 4\ (y + x)$

$\therefore 10y + x = 4y + 4x$

$\therefore \ x - 4x + 10y - 4y = 0$

$\therefore \ -3x + 6y = 0 \ , \quad \therefore \ -3x = -6y \ , \quad \therefore \ x = 2y \quad \ldots \text{(I)}$

دوسری شرط کے مطابق،

$$10x + y = 2(10y+x)-9$$

$\therefore \quad 10x+y = 20y + 2x-9$

$\therefore \quad 10x-2x+y-20y = -9$

$\therefore \quad 8x - 19y = -9 \qquad ...(II)$

$x = 2y \qquad ...(I)$

$x = 2y$ کو مساوات (II) میں رکھنے پر،

$16y - 19y = -9 \qquad ...(I)$

$\therefore \quad -3y = -9$

$\therefore \quad y = 3$

$y = 3$ مساوات (I) میں رکھنے پر،

$x - 2y = 0$

$x -2 \times 3 = 0 \;,\; \therefore \; x - 6 = 0 \;,\; \therefore \; x = 6$

$\therefore$ دو ہندسی اصل عدد $= 10y + x = 10 \times 3 + 6$

$= 36$

مثال **(4)** ایک گاؤں کی آبادی گذشتہ سال 50000 تھی۔ایک سال میں مردوں کی تعداد میں 5% کا اضافہ اور عورتوں کی تعداد میں 3% کا اضافہ ہوا۔ اس لیے اس سال آبادی 52020 ہوگئی۔تو گذشتہ سال اس گاؤں میں مردوں اور عورتوں کی تعداد کتنی تھی؟

حل : فرض کیجیے گذشتہ سال مردوں کی تعداد x اور عورتوں کی تعداد y تھی۔

پہلی شرط کے مطابق،

$\square + \square = 50000 \qquad ...(I)$

(مردوں کی تعداد میں 5% کا اضافہ کرنے پر) ... مردوں کی تعداد $= \frac{\square}{\square} \times x$

(عورتوں کی تعداد میں 3% کا اضافہ کرنے پر) ... عورتوں کی تعداد $= \frac{\square}{\square} \times y$

دوسری شرط کے مطابق،

$\frac{\square}{\square}x + \frac{\square}{\square}y = 52020$

$\square x + \square y = 5202000 \qquad ...(II)$

مساوات (I) کو 103 سے ضرب کرنے پر

$\square x + \square y = 5150000 \qquad ...(III)$

مساوات (II) میں سے مساوات (III) تفریق کرنے پر

$2x = 5202000 - 5150000$

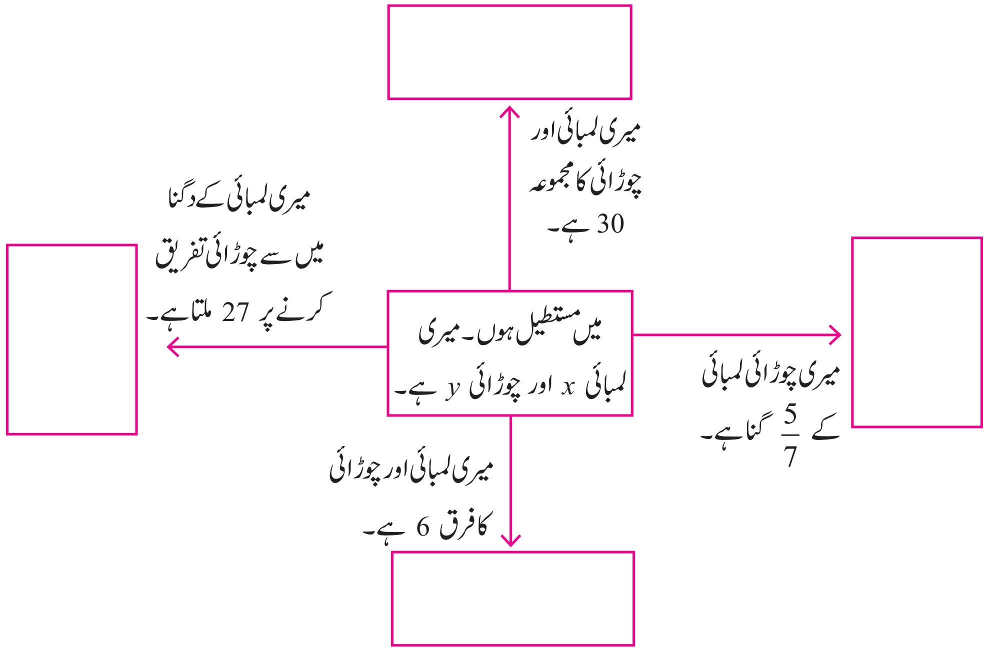
$2x = 52000$

$\therefore$ مردوں کی تعداد $= x = \square$ اور عورتوں کی تعداد $= y = \square$

عملی کام :

درج ذیل شکل میں کچھ ہدایات دی ہوئی ہیں۔ان سے حاصل ہونے والی مساوات کو تیر کے نشان کے سامنے خالی چوکون میں سے کوئی دو مساواتیں لے کر ان کا حل معلوم کیجیے اور اس کی تصدیق کیجیے۔

ان میں سے کسی دو مساوات کی ایک جوڑی جیسی کتنی جوڑیاں ملتی ہیں؟ ان کے حل پر تبادلہ خیال کیجیے۔



مشقی سیٹ 5.2

(1) ایک پرس میں کچھ 5 روپے کے اور کچھ 10 روپے کے نوٹ ہیں۔نوٹوں کی کل قیمت 350 روپے ہے۔ 5 روپے کے نوٹوں کی تعداد، 10 روپے کے نوٹ کی تعداد کے دگنا سے 10 کم ہے تو 5 روپے اور 10 روپے کے نوٹ کتنے ہیں؟

(2) ایک کسر کا نسب نما، شمار کنندہ کے دگنا سے 1 کم ہے۔شمار کنندہ اور نسب نما میں 1 جمع کرنے پر شمار کنندہ کی نسب نما سے 3 : 5 نسبت ہو جاتی ہے تو وہ کسر معلوم کیجیے۔

(3) سائرہ اور ساجدہ کی عمروں کا مجموعہ 34 سال ہے۔سائرہ، ساجدہ سے 6 سال بڑی ہے تو ان کی عمریں معلوم کیجیے۔

(4) ایک چڑیا گھر میں شیر اور مور کی کل تعداد 50 ہے۔ان کے پیروں کا مجموعہ 140 ہے۔تو چڑیا گھر میں شیر اور مور کی تعداد کتنی ہے؟ معلوم کیجیے۔

(5) سنجے کو ملازمت میں کچھ ماہانہ تنخواہ ملتی ہے۔ہر سال اس کی تنخواہ میں متعین اضافہ ہوتا ہے۔اگر چار سال بعد اس کی ماہانہ تنخواہ 4500 روپے اور 10 سال بعد ماہانہ تنخواہ 5400 روپے ہو جائے گی تو اس کی ابتدائی تنخواہ اور سالانہ اضافہ کی رقم معلوم کیجیے۔

(6) 3 کرسیوں اور 2 میز کی قیمت 4500 روپے ہے۔ 5 کرسیوں اور 3 میز کی قیمت 7000 روپے ہے تو 2 کرسیوں اور 2 میز کی کل قیمت معلوم کیجیے۔

(7) ایک دو ہندسی عدد کے ہندسوں کا مجموعہ 9 ہے۔اگر ہندسوں کا مقام تبدیل کیا جائے تو حاصل ہونے والا عدد، اصل عدد سے 27 زیادہ ہوجاتا ہے تو وہ دو ہندسی عدد معلوم کیجیے۔

*(8) $\triangle ABC$ میں، $\angle A$ کی پیمائش $\angle B$ اور $\angle C$ کی پیمائشوں کے مجموعے کے برابر ہے۔اسی طرح $\angle B$ اور $\angle C$ کی پیمائشوں کا تناسب $5:4$ ہے تو مثلث کے زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

*(9) ایک 560 سم لمبی رسی کے دو ٹکڑے اس طرح کرنا ہے کہ چھوٹے ٹکڑے کی لمبائی کے دگنا، بڑے ٹکڑے کی لمبائی کا $\frac{1}{3}$ گنا ہے تو بڑے ٹکڑے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

(10) ایک مقابلہ جاتی امتحان میں 60 سوالات پوچھے گئے۔ہر سوال کے صحیح جواب کے لیے 2 نمبر ملتے ہیں اور غلط جواب پر 1 نمبر کم ہوجاتا ہے۔یشونت نے تمام 60 سوالات حل کیے تب اس کو 90 نمبر ملے تو بتائیے اس نے کتنے صحیح اور کتنے غلط جوابات لکھے تھے۔

مجموعہ سوالات 5

(1) درج ذیل میں سے مناسب متبادل چن کر لکھیے۔

(i) اگر $3x + 5y = 9$ اور $5x + 3y = 7$ ہو تو $x + y$ کی قیمت درج ذیل میں سے کون سی ہے؟

(A) 2 (B) 16 (C) 9 (D) 7

(ii) ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی میں سے 5 تفریق کرنے پر اس کا احاطہ 26 ہوجاتا ہے۔اس معلومات کو ریاضیاتی طریقے سے کس طرح لکھیں گے؟

(A) $x - y = 8$ (B) $x + y = 8$ (C) $x + y = 23$ (D) $2x + y = 21$

(iii) ریحان، ندیم سے 5 سال چھوٹا ہے۔ان دونوں کی عمروں کا مجموعہ 25 ہے تو ریحان کی عمر کتنی ہوگی؟

(A) 20 (B) 15 (C) 10 (D) 5

(2) درج ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $2x + y = 5$; $3x - y = 5$

(ii) $x - 2y = -1$; $2x - y = 7$

(iii) $x + y = 11$; $2x - 3y = 7$

(iv) $2x + y = -2$; $3x - y = 7$

(v) $2x - y = 5$; $3x + 2y = 11$

(vi) $x - 2y = -2$; $x + 2y = 10$

(3) متغیروں کے ضریب مساوی کر کے درج ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $3x-4y=7$; $5x+2y=3$

(ii) $5x + 7y=17$; $3x-2y=4$

(iii) $x-2y= -10$; $3x-5y= -12$

(iv) $4x + y=34$; $x+4y= 16$

(4) مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=4$; $\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=1$

(ii) $\frac{x}{3}+5y=13$; $2x+\frac{y}{2}=19$

(iii) $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=13$; $\frac{5}{x}-\frac{4}{y}=-2$

*(5) ایک دو ہندسی عدد اس کے ہندسوں کے مجموعہ کے 4 گنا سے 3 زیادہ ہے۔ اگر اس عدد میں 18 جمع کیے جائیں تو وہ مجموعہ، اصل عدد کے ہندسوں کا مقام ادل بدل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد ہوتا ہے۔ وہ عدد معلوم کیجیے۔

(6) 8 کتابیں اور 5 قلم کی کل قیمت 420 روپے ہے۔ 5 کتابوں اور 8 قلم کی قیمت 321 روپے ہو تو ایک کتاب اور دو قلم کی قیمت معلوم کیجیے۔

*(7) دو افراد کی آمدنی کی نسبت 7 : 9 ہے اور ان کے اخراجات کی نسبت 3 : 4 ہے۔ ہر ایک کی بچت 200 روپے ہو تو ہر ایک کی ماہانہ آمدنی معلوم کیجیے۔

*(8) ایک مستطیل کی لمبائی 5 اکائی کم کی جائے اور چوڑائی 3 اکائی بڑھائی جائے تو اس کا رقبہ 9 مربع اکائی کم ہو جاتا ہے۔ اگر لمبائی 3 اکائی کم اور چوڑائی 2 اکائی بڑھائی جائے تو اس کا رقبہ 67 مربع اکائی بڑھ جاتا ہے۔ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔

*(9) ایک راستہ پر مقام A اور B کے درمیان کا فاصلہ 70 کلومیٹر ہے۔ ایک کار مقام A سے اور دوسری کار مقام B سے نکلتی ہے۔ اگر وہ دونوں کار ایک ہی سمت میں نکلتی ہیں تو 7 گھنٹے میں آپس میں ملتی ہیں۔ اور اگر مخالف سمت میں نکلتی ہیں تو 1 گھنٹہ میں آپس میں ملتی ہیں۔ ان کی رفتار معلوم کیجیے۔

*(10) ایک دو ہندسی عدد اور ان کے ہندسوں کے مقام میں تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد کا مجموعہ 99 ہے تو وہ عدد معلوم کیجیے۔

عملی کام :

کسر معلوم کیجیے۔

$\dfrac{x \text{ شمار کنندہ}}{y \text{ نسب نما}}$

کسر کے شمار کنندہ کو 3 سے ضرب اور نسب نما میں سے 3 تفریق کرنے پر حاصل ہونے والی کسر $\frac{18}{11}$ ہے۔

↓ مساوات (I)

$11x - 6y + 18 = 0$

کسر کے شمار کنندہ میں 8 کا اضافہ کیا جائے اور نسب نما کو دگنا کیا جائے تو حاصل ہونے والی کسر $\frac{1}{2}$ ہے۔

↓ مساوات (II)

$x - y + 8 = 0$

$\therefore$ دی ہوئی کسر $= \dfrac{\square}{\square}$