

Linear Equations in Two Variables

دو متغیری خطی مساواتیں



آئیے، سیکھیں



- ہمزاد مساواتیں حل کرنا
- ہمزاد مساواتوں پر مبنی عبارتی مثالیں
- دو متغیری خطی مساواتیں
- ہمزاد مساواتیں

آئیے ذرا یاد کریں

$$(1) \quad m+3=5 \\ \therefore m = \boxed{}$$

$$(2) \quad 3y+8=22 \\ \therefore y = \boxed{}$$

$$(3) \quad \frac{x}{3}=2 \\ \therefore x = \boxed{}$$

$$(4) \quad 2p=p+\frac{4}{9} \\ \therefore p = \boxed{}$$

$$(6) \quad 8 \text{ میں سے کتنے تفریق کرنے پر باقی } 2 \text{ بچیں گے؟} \\ \therefore 8 - \boxed{} = 2 \\ \therefore 8 - y = 2 \\ \therefore y = \boxed{}$$

$$(5) \quad \text{کس عدد میں } 5 \text{ جمع کرنے پر عدد } 14 \text{ حاصل ہو گا؟} \\ \therefore \boxed{} + 5 = 14 \\ \therefore x + 5 = 14 \\ \therefore x = \boxed{}$$

اوپر کی ہر مساوات میں متغیر کی قوت 1 ہے۔ ان مساواتوں کو ایک متغیری خطی مساواتیں کہتے ہیں۔

آئیے سمجھ لیں

دو متغیری خطی مساواتیں (Linear Equations in Two Variables)

جن دو اعداد کا مجموعہ 14 ہے ایسے اعداد معلوم کیجیے۔

اعداد کے لیے x اور y متغیر کا استعمال کر کے یہ مثال مساوات کی شکل میں $x+y=14$ اس طرح ہو جائے گی۔

یہ دو متغیری مساوات ہے۔ یہاں x اور y ان دونوں متغیروں کی بے شمار قیمتیں ہم معلوم کر سکتے ہیں۔

جیسے،

$$9 + 5 = 14$$

$$7 + 7 = 14$$

$$8 + 6 = 14$$

$$4 + 10 = 14$$

$$(-1) + 15 = 14$$

$$15 + (-1) = 14$$

$$2.6 + 11.4 = 14$$

$$0 + 14 = 14$$

$$100 + (-86) = 14$$

$$(-100) + (114) = 14$$

$$\boxed{} + \boxed{} = 14$$

$$\boxed{} + \boxed{} = 14$$

یعنی اوپر کی مثال کے $(x=9, y=5), (x=7, y=7), (x=8, y=6)$ وغیرہ اس طرح بے شمار حل ملتے ہیں۔

$x = 9, y = 5$ اس حل کو (9,5) اس طرح ترتیب سے قوس میں لکھنے کا رواج ہے۔ اس جوڑی میں پہلا عدد x کی قیمت دوسرا عدد y کی قیمت ہوتی ہے۔ اس مساوات کو متعین کرنے والے $x + y = 14$ ایسی $(2.6, 11.4), (-1, 15), (10, 4), (4, 10), (8, 6), (7, 7), (9, 5)$ ایسی لامدد مرتب جوڑیاں یعنی لامدد حل ہیں۔

اب دوسری مثال دیکھیں۔

ایسے دواعداد تلاش کیجئے جن کا فرق 2 ہے۔

بڑا عدد کے لیے x اور چھوٹا عدد کے لیے y فرض کرنے پر $x - y = 2$ یہ مساوات حاصل ہوگی۔ x اور y قیمتوں کے لیے ذیل کے مطابق بے شمار مساوات حاصل ہوں گے۔

(6) 8 میں سے کتنے تفریق کرنے پر باقی 2 بچیں گے؟

$$10 - 8 = 2, \quad 9 - 7 = 2, \quad 8 - 6 = 2, \quad (-3) - (-5) = 2, \quad 5.3 - 3.3 = 2,$$

$$15 - 13 = 2, \quad 100 - 98 = 2, \quad \square - \square = 2, \quad \square - \square = 2$$

یہاں $x = 10$ اور $y = 8$ ان قیمتوں کو لینے پر مرتب جوڑی (10,8) اس مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔ یعنی یہ جوڑی اس مساوات کا حل ہے۔ مرتب جوڑی (10,8) کو (8,10) نہیں لکھ سکتے۔ کیونکہ (8,10) کا مطلب $x = 8, y = 10$ ہوتا ہے۔ ان قیمتوں سے $x - y = 2$ یہ مساوات مطمئن نہیں ہوتی۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے جوڑی میں اعداد کی ترتیب اہم ہوتی ہے۔ اسے دھیان میں رکھیں۔

اب $x - y = 2$ اس مساوات کے حل مرتب جوڑیوں کی شکل میں لکھیں گے۔

(7, 5), (-2, -4), (0, -2), (5.2, 3.2), (8, 6)

اس مساوات کا حل معلوم کیجئے۔

آپ بھی اس قسم کی مختلف تین مساوات بنائیے اور حل معلوم کیجئے۔

اب پہلی دو مساوات میں دیکھیے۔

$$x + y = 14 \quad \dots \text{I}$$

$$x - y = 2 \quad \dots \text{II}$$

(9, 5), (7, 7), (8, 6) : مساوات I کے حل

(7, 5), (-2, -4), (0, -2), (5.2, 3.2), (8, 6) : مساوات II کے حل

(8,6) یہ جوڑی دونوں مساوات کے حل کے جوڑیوں میں مشترک ہے۔ یہ جوڑی دونوں مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔ اس لیے یہ دونوں مساوات کا مشترک حل ہے۔



جب دو تینیوں کی دو خاطری مساواتوں کا بیک وقت خیال کرتے ہیں تب ان مساواتوں کو ہمزاد مساوات میں

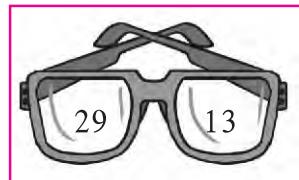
کہتے ہیں۔ (Simultaneous equations)

عملی کام :

نیچ دیے ہوئے عینک کے شیشوں پر ایسے اعداد لکھیے کہ



(ii) جن کا مجموعہ 37 اور فرق 11 ہے۔



(i) جن کا مجموعہ 42 اور فرق 16 ہے۔



(iv) جن کا مجموعہ اور فرق ہے۔



(iii) جن کا مجموعہ 54 اور فرق 20 ہے۔



$x + y = 10$ اور $2x + 2y = 5$ یہ دو متغیروں کی دو مساوات ہیں۔

مساوات $x + y = 5$ کے مختلف پانچ حل تلاش کیجیے۔ وہی حل مساوات $2x + 2y = 10$ کو مطسین کرتے ہیں یا نہیں صدقیت کیجیے۔
ان دونوں مساواتوں پر غور کیجیے۔

دو متغیروں کے دو مساواتوں کے حل مساوی رہنے کے لیے ضروری شرط معلوم کیجیے۔



متغیر کا اخراج کر کے ہمزاد مساوات میں حل کرنے کا طریقہ (Elimination Method)

ہمزاد مساوات میں $x + y = 14$ اور $x - y = 2$ متغیروں کو قیمت دے کر ہم نے حل کیا۔ لیکن ہر وقت یہ طریقہ مناسب نہیں ہوتا۔ مثلاً

$2x + 3y = -4$ اور $x - 5y = 11$ ان مساواتوں میں x اور y کو مختلف قیمتیں دے کر حل کرنے کی کوشش کیجیے۔

آپ سمجھ گئے ہوں گے کہ اس طریقے سے مساوات میں حل کرنا آسان نہیں ہے۔

اس لیے ہمزاد مساوات میں حل کرنے کے لیے دوسرا طریقہ استعمال کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ میں دو متغیروں میں سے ایک متغیر کا اخراج کر کے ایک متغیر کی خطی مساوات حاصل کی جاتی ہے۔ اس بناء پر اس متغیر کی قیمت حاصل کی جاتی ہے۔ اس قیمت کو دوی ہوئی کسی بھی مساوات میں رکھنے پر دوسرے متغیر کی قیمت حاصل ہوتی ہے۔

اس طریقے کو سمجھنے کے لیے آگے کی مثال کا مطالعہ کیجیے۔

مثال (1) : حل کیجیے۔

$$x - y = 2 \text{ اور } x + y = 14$$

حل : دونوں مساوات کی جمع کر کے ایک متغیری مساوات حاصل کریں۔

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 14 & \dots \text{I} \\ + \quad x - y & = & 2 & \dots \text{II} \\ \hline 2x + 0 & = & 16 \\ \therefore \quad 2x & = & 16 \\ \therefore \quad x & = & 8 \end{array}$$

$x = 8$ اس قیمت کو مساوات (I) میں رکھنے پر،

$$\begin{array}{l} x + y = 14 \\ \therefore 8 + y = 14 \\ \therefore y = 6 \end{array}$$

یہاں (6, 8) یہ پہلی مساوات کا حل ہے۔ یہی حل دوسری مساوات کا بھی ہے۔ اس کی تصدیق کریں۔

$$x - y = 8 - 6 = 2 \quad \dots \text{(تصدیق ہوا)}$$

(8, 6) یہ دوئی دونوں مساوات کا مشترک حل ہے۔

یعنی $x + y = 14$ اور $x - y = 2$ ان ہم زاد مساوات کا حل (8, 6) ہے۔

مثال (2) : ماں اور بیٹی کی عمروں کا مجموعہ 45 سال ہے۔ ماں کی عمر کے دگنا میں سے بیٹی کی عمر تفریق کرنے پر جواب 54 آتا ہے۔ تو دونوں کی عمریں معلوم کیجیے۔ دی ہوئی معلومات متغیر کا استعمال کر کے لکھیں گے تو مساوات حل کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

حل : فرض کیجیے ماں کی موجودہ عمر x سال اور بیٹی کی موجودہ عمر y سال ہے۔

$$x + y = 45 \quad \dots \text{I} \quad \text{پہلی شرط کے مطابق،}$$

$$2x - y = 54 \quad \dots \text{II} \quad \text{دوسری شرط کے مطابق،}$$

(مساوات (I) اور (II) کا مجموعہ کرنے پر) ...

$$\therefore 3x = 99$$

$$\therefore x = 33$$

$x = 33$ اس قیمت کو مساوات (I) میں رکھنے پر ...

$$\therefore y = 45 - 33$$

$$\therefore y = 12$$

$x = 33$ اور $y = 12$ یہ مساوات نمبر (II) کو مطمئن کرتے ہیں۔ اس بات کی تصدیق کیجیے۔

ماں کی موجودہ عمر 33 سال اور بیٹی کی موجودہ عمر 12 سال ہے۔

$ax + by + c = 0$ اس مساوات میں a, b, c حقیقی اعداد ہیں۔ اور a اور b بیک وقت 0 (صفر) نہ ہوں تو یہ مساوات دو متغیری خطی

مساوات کی عام صورت ہوتی ہے۔ اس مساوات میں دونوں متغیروں کی قوت 1 ہے۔ یہ ایک خطی مساوات ہے۔

مثال (2) درج ذیل ہم زاد مساواتیں حل کیجیے۔

$$3x - 4y - 15 = 0 \quad \dots \text{(I)}$$

$$y + x + 2 = 0 \quad \dots \text{(II)}$$

دونوں مساوات کے مستقل عدداً میں جانب لکھنے پر،

$$3x - 4y = 15 \quad \dots \text{(I)}$$

$$x + y = -2 \quad \dots \text{(II)}$$

متغیر y کا اخراج کرنے کے لیے مساوات (II) کو 4 سے ضرب کرنے

پر اور مساوات (I) میں ملانے پر،

$$3x - 4y = 15$$

$$+ \frac{4x + 4y = -8}{7x = 7}$$

$$x = 1$$

مساوات (II) میں رکھنے پر $x = 1$

$$x + y = -2$$

$$\therefore 1 + y = -2$$

$$\therefore y = -2 - 1$$

$$\therefore y = -3$$

حل (3) (1, -3) مساوات (I) کو بھی مطمئن کرتا ہے تصدیق کیجیے۔



غور کیجیے

$$y + x + 2 = 0 \text{ اور } 3x - 4y - 15 = 0$$

کیا ان مساواتوں کو x متغیر کا اخراج کر کے حل کر سکتے ہیں؟

کیا اس کا حل وہی ہوگا؟

مثال (1) درج ذیل ہم زاد مساواتیں حل کیجیے۔

$$3x + y = 5 \quad \dots \text{(I)}$$

$$2x + 3y = 1 \quad \dots \text{(II)}$$

یہاں پر کسی ایک متغیر کو خارج کرنے کے لیے دونوں مساوات میں کسی بھی متغیر کا ضریب مساوی یا متقابل عدد نہیں ہے۔ اسے مساوی کرنے کے لیے مساوات (I) کے طرفین کو 3 سے ضرب کرنے پر،

$$\therefore 3x \times 3 + 3 \times y = 5 \times 3$$

$$\therefore 9x + 3y = 15 \quad \dots \text{(III)}$$

$$2x + 3y = 1 \quad \dots \text{(II)}$$

اب مساوات (III) کو مساوات (III) سے تفریق کرنے پر،

$$9x + 3y = 15$$

$$+ 2x + 3y = 1$$

$$-----$$

$$7x = 14$$

$$x = 2$$

یہ قیمت کسی بھی مساوات میں رکھنے پر، $x = 2$

$$2x + 3y = 1$$

$$\therefore 2 \times 2 + 3y = 1$$

$$\therefore 4 + 3y = 1$$

$$\therefore 3y = -3$$

$$\therefore y = -1$$

یہاں حل (1, -1) دوسری مساوات کو بھی مطمئن کرتا ہے۔

تصدیق کیجیے۔

(Substitution Method)

متغیر کا اخراج کرنے کا ایک اور دوسرا طریقہ ہے۔ مساوات کے ایک متغیر کی قیمت دوسرے متغیر کی صورت میں معلوم کرائے تو دوسری مساوات میں رکھ کر پہلے متغیر کا اخراج کر سکتے ہیں۔ اس طریقہ کو ذیل کی مثالوں کے ذریعے سمجھ لیں۔

مثال (2) حل کیجیے۔

$$3x - 4y = 16 ; 2x - 3y = 10$$

حل :

$$3x - 4y = 16 \quad \dots (I)$$

$$2x - 3y = 10 \quad \dots (II)$$

مساوات (I) میں x اس متغیر کی قیمت y کی صورت میں لکھیں گے۔

$$3x - 4y = 16$$

$$3x = 16 + 4y$$

$$x = \frac{16+4y}{3}$$

x کی قیمت کو مساوات (II) میں رکھنے پر،

$$2x - 3y = 10$$

$$\therefore 2\left(\frac{16+4y}{3}\right) - 3y = 10$$

$$\therefore \frac{32+8y}{3} - 3y = 10$$

$$\therefore \frac{32+8y-9y}{3} = 10$$

$$\therefore 32 + 8y - 9y = 30$$

$$\therefore 32 - y = 30 , \therefore y = 2$$

اب 2 مساوات (I) میں رکھنے پر،

$$3x - 4y = 16$$

$$\therefore 3x - 4 \times 2 = 16$$

$$\therefore 3x - 8 = 16$$

$$\therefore 3x = 16 + 8$$

$$\therefore 3x = 24$$

$$\therefore x = 8$$

$$y = 2 \text{ اور } x = 8 \quad \therefore$$

(8, 2) مساواتوں کا حل ہے۔

مثال (1) حل کیجیے۔

$$8x + 3y = 11 ; 3x - y = 2$$

حل :

$$8x + 3y = 11 \quad \dots (I)$$

$$3x - y = 2 \quad \dots (II)$$

مساوات (II) میں y کی قیمت x متغیر میں لکھنا آسان ہوگا۔

$$3x - y = 2$$

$$3x - 2 = y$$

اب $y = 3x - 2$ یہ قیمت مساوات (I) میں رکھنے پر،

$$8x + 3y = 11$$

$$\therefore 8x + 3(3x-2) = 11$$

$$\therefore 8x + 9x - 6 = 11$$

$$\therefore 17x - 6 = 11$$

$$\therefore 17x = 11 + 6 = 17$$

$$\therefore x = 1$$

x کی قیمت مساوات 2 میں رکھنے پر،

$$\therefore y = 3 \times 1 - 2$$

$$\therefore y = 1$$

$$y = 1 \text{ اور } x = 1 \quad \therefore$$

(1,1) مساواتوں کا حل ہے۔

مشقی سیٹ 5.1

(1) متغیر x اور y کا استعمال کر کے 5 دو متغیری خطی مساواتیں لکھیے۔ $x + y = 7$ (2)

(3) مندرجہ ذیل ہزار مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $x + y = 4$; $2x - 5y = 1$

(ii) $2x + y = 5$; $3x - y = 5$

(iii) $3x - 5y = 16$; $x - 3y = 8$

(iv) $2y - x = 0$; $10x + 15y = 105$

(v) $2x + 3y + 4 = 0$; $x - 5y = 11$

(vi) $2x - 7y = 7$; $3x + y = 22$



ہزار مساواتیں پر عبارتی مثالیں

عبارتی مثالیں حل کرتے وقت دی ہوئی معلومات سے مساواتیں بنانا ایک بہت اہم مرحلہ ہوتا ہے۔ مساواتیں کا حل معلوم کرنے کا نظام ذیل کے مرال جیسا کچھ گیا ہے۔

مثال

دو اعداد کا مجموعہ 36 ہے، ایک عدد کے 8 گناہیں سے
9 تفریق کریں تو دوسرا عدد حاصل ہوتا ہے۔

مراحل

عبارتی مثال غور سے پڑھ کر سمجھنے کی کوشش کریں۔

فرض کیجیے۔ پہلا عدد x
دوسرا عدد y

مثال میں دی ہوئی معلومات کے مطابق الجبری عبارت
بنانے کے لیے متغیروں کا استعمال کیجیے۔

$$\begin{aligned} \therefore x + y &= 36 \quad \dots (I) \\ \text{پہلے عدد کا } 8 &= 8x \\ \text{پہلے عدد کا } 8 &- 9 = 8x - 9 \quad \text{گناہیں سے} \\ \therefore &y = 8x - 9 \quad \text{دوسرا عدد} \end{aligned}$$

متغیروں کا مناسب استعمال کر کے فقرے ریاضیاتی صورت
میں لکھیے۔

$$\begin{aligned} x + y &= 36 & \therefore 5 + y &= 36 \\ \therefore 8x - y &= 9 & \therefore y &= 36 - 5 \\ \therefore 9x &= 45 & \therefore y &= 31 \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

مناسب طریقے کا استعمال کر کے مساواتیں حل کیجیے۔

$x = 5, y = 31$

حل معلوم کیجیے۔

$$\begin{aligned} 31 + 5 &= 36 \quad \dots (I) \\ 31 &= 8 \times 5 - 9 \quad \dots (II) \end{aligned}$$

حاصل ہوئے حل کو مساواتیں میں لکھ کر تصدیق کیجیے۔

اس لیے وہ اعداد 5 اور 31 ہیں۔

جواب لکھیے

اب ہم مختلف قسم کے عبارتی مثالوں پر غور کریں گے۔

- (1) عمر سے متعلق مثالیں۔
- (2) اعداد سے متعلق مثالیں۔
- (3) کسروں سے متعلق مثالیں۔
- (4) معاشی لین دین سے متعلق مثالیں۔
- (5) ہندسی اشکال کی خصوصیات پر مختصہ مثالیں۔
- (6) رفتار، فاصلہ اور وقت پر مختصہ مثالیں۔

مثال (1) دو اعداد کا مجموعہ 103 ہے۔ اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کیا جائے تو خارج قسمت 2 اور باقی 19 بچتا ہے۔ تو وہ اعداد معلوم کیجیے۔
حل : مرحلہ 1 : عبارتی مثال سمجھنے کی کوشش کیجیے۔

مرحلہ 2 : اعداد معلوم کرنے کے لیے متغیروں کا استعمال کیجیے۔

اُسی طرح اس اصول (باقی + خارج قسمت \times مقسوم علیہ = مقسوم) کو دھیان میں رکھیں۔

فرض کیجیے بڑا عدد x اور چھوٹا عدد y

مرحلہ 3 : دی ہوئی معلومات : $x + y = 103$ = اعداد کا مجموعہ

فرض کیجیے بڑا عدد x اور چھوٹا عدد y

$\therefore x + y = 103$ (ایک مساوات حاصل ہوگی)

بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت 2 اور باقی 19 بچتا ہے۔

$\therefore x = 2 \times y + 19$ (باقی + خارج قسمت \times مقسوم علیہ = مقسوم)

$\therefore x - 2y = 19$ (اس طرح دوسری مساوات حاصل ہوتی ہے۔)

مرحلہ 4 : اب حاصل ہوئی مساواتوں کا حل معلوم کریں گے۔

$$x + y = 103 \quad \dots \text{(I)}$$

$$x - 2y = 19 \quad \dots \text{(II)}$$

مساوات (I) میں سے مساوات (II) تفریق کرنے پر،

$$\begin{array}{r} x + y = 103 \\ - x - 2y = 19 \\ \hline 0 + 3y = 84 \\ \therefore y = 28 \end{array}$$

مرحلہ 5 : مساوات $x + y = 103$ میں y کی قیمت رکھنے پر،

$$\therefore x + 28 = 103$$

$$\therefore x = 103 - 28$$

$$\therefore x = 75$$

مرحلہ 6 : دیے ہوئے اعداد 75 اور 28 ہیں۔

مثال (2) سلیل کی عمر، سنگرام کی عمر کے نصف سے 23 سال زیادہ ہے۔ پانچ سال پہلے ان کی عروں کا مجموعہ 55 سال تھا تو ان کی موجودہ عمر میں دریافت

کیجیے۔

حل : فرض کیجیے سلیل کی موجودہ عمر x سال اور سنگرام کی موجودہ عمر y سال ہے۔

$$x = \frac{y}{2} + \square \quad \text{سلیل کی عمر، سنگرام کی عمر کے نصف سے 23 سال زیادہ ہے۔ اس لیے}$$

$$\text{پانچ سال پہلے سلیل کی عمر} = (x - 5) \quad \text{سال اور سنگرام کی عمر} = (y - 5) \quad \text{سال}$$

$$\text{پانچ سال پہلے ان کی عروں کا مجموعہ} = 55 \text{ سال}$$

$$\square + \square = 55$$

مساوات میں حل کر کے حل معلوم کرنا۔

$$2x = y + 46 \quad , \quad \therefore 2x - y = 46 \quad \dots (\text{I})$$

$$(x - 5) + (y - 5) = 55$$

$$x + y = 65 \quad \dots (\text{II})$$

مساوات (II) میں $x = 37$ رکھنے پر،

$$x + y = 65$$

$$\therefore 37 + y = 65$$

$$\therefore y = 65 - 37$$

$$\therefore y = 28$$

مساوات (I) اور (II) کی جمع کرنے پر،

$$2x - y = 46$$

$$+ x + y = 65$$

$$\therefore 3x = 111$$

$$\therefore x = 37$$

سلیل کی موجودہ عمر 37 سال اور سنگرام کی موجودہ عمر 28 سال ہے۔

مثال (3) ایک دوہنڈی عدد اس کے ہندسوں کے مجموعے کا چار گناہے۔ اس کے ہندسوں کا مقام تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والا عدد، اصل عدد کے دو گناہے

9 کم ہے وہ عدد معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے اصل عدد کے اکائی کا ہندسہ x اور دہائی کا ہندسہ y ہے۔

	دہائی کے مقام کا ہندسہ	اکائی کے مقام کا ہندسہ	عدد	ہندسوں کا مجموعہ
اصل عدد کے لیے	y	x	$10y + x$	$y + x$
ہندسوں کا مقام تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد کے لیے	x	y	$10x + y$	$x + y$

$$10y + x = 4(y + x)$$

پہلی شرط کے مطابق،

$$\therefore 10y + x = 4y + 4x$$

$$\therefore x - 4x + 10y - 4y = 0$$

$$\therefore -3x + 6y = 0 , \quad \therefore -3x = -6y , \quad \therefore x = 2y \quad \dots (\text{I})$$

دوسری شرط کے مطابق،

$$10x + y = 2(10y+x)-9$$

$$\therefore 10x+y = 20y+2x-9$$

$$\therefore 10x-2x+y-20y = -9$$

$$\therefore 8x-19y = -9 \quad \dots(\text{II})$$

$$x = 2y \quad \dots(\text{I})$$

$x = 2y$ کو مساوات (II) میں رکھنے پر،

$$16y-19y = -9 \quad \dots(\text{I})$$

$$\therefore -3y = -9$$

$$\therefore y = 3$$

$$x = 2y = 6$$

$$x - 2 \times 3 = 0, \therefore x - 6 = 0, \therefore x = 6$$

$$\therefore \text{دوہنڈی اصل عدد} = 10y + x = 10 \times 3 + 6$$

$$= 36$$

$y = 3$ مساوات (I) میں رکھنے پر،

مثال (4) ایک گاؤں کی آبادی گذشتہ سال 50000 تھی۔ ایک سال میں مردوں کی تعداد میں 5% کا اضافہ اور عورتوں کی تعداد میں 3% کا اضافہ ہوا۔ اس لیے اس سال آبادی 52020 ہو گئی۔ تو گذشتہ سال اس گاؤں میں مردوں اور عورتوں کی تعداد کتنی تھی؟

حل : فرض کیجیے گذشتہ سال مردوں کی تعداد x اور عورتوں کی تعداد y تھی۔

پہلی شرط کے مطابق،

$$\boxed{x} + \boxed{y} = 50000 \quad \dots(\text{I})$$

$$\boxed{x} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{100}} \times x \quad \text{(مردوں کی تعداد میں 5% کا اضافہ کرنے پر)} \dots$$

$$\boxed{y} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{100}} \times y \quad \text{(عورتوں کی تعداد میں 3% کا اضافہ کرنے پر)} \dots$$

دوسری شرط کے مطابق،

$$\frac{\boxed{5}}{\boxed{100}} x + \frac{\boxed{3}}{\boxed{100}} y = 52020$$

$$\boxed{x} + \boxed{y} = 5202000 \quad \dots(\text{II})$$

مساوات (I) کو 103 سے ضرب کرنے پر

$$\boxed{x} + \boxed{y} = 5150000 \quad \dots(\text{III})$$

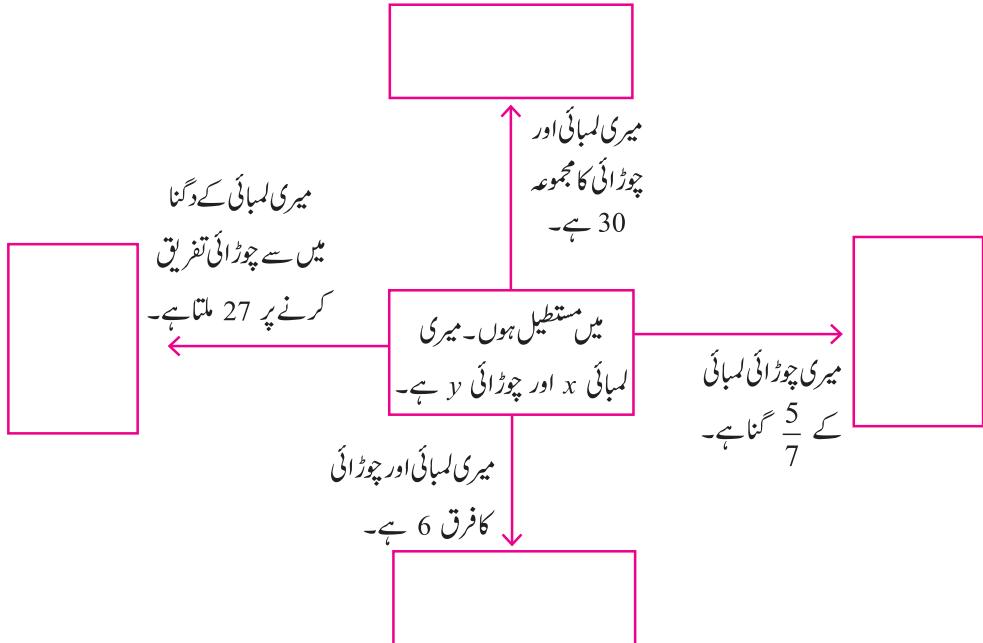
مساوات (II) میں سے مساوات (III) تفریق کرنے پر

$$2x = 5202000 - 5150000$$

$$2x = 52000$$

$$\therefore \boxed{x} = \boxed{y} = 26000 \quad \text{عورتوں کی تعداد اور مردوں کی تعداد}$$

درج ذیل شکل میں کچھ بدلایات دی ہوئی ہیں۔ ان سے حاصل ہونے والی مساوات کو تیر کے نشان کے سامنے خالی چوکون میں سے کوئی دو مساواتیں لے کر ان کا حل معلوم کیجیے اور اس کی تصدیق کیجیے۔
ان میں سے کسی دو مساوات کی ایک جوڑی جیسی کتنی جوڑیاں ملتی ہیں؟ ان کے حل پر تبادلہ خیال کیجیے۔



مشتقی سیٹ 5.2

- (1) ایک پرس میں کچھ 5 روپے کے اور کچھ 10 روپے کے نوٹ ہیں۔ نوٹوں کی کل قیمت 350 روپے ہے۔ 5 روپے کے نوٹوں کی تعداد، 10 روپے کے نوٹ کی تعداد کے دگنا سے 10 کم ہے تو 5 روپے اور 10 روپے کے نوٹ کتنے ہیں؟
- (2) ایک کسر کا نسب نما، شمارکنندہ کے دگنا سے 1 کم ہے۔ شمارکنندہ اور نسب نما میں 1 جمع کرنے پر شمارکنندہ کی نسب نما سے 5 : 3 نسبت ہو جاتی ہے تو وہ کسر معلوم کیجیے۔
- (3) سارہ اور ساجدہ کی عمروں کا مجموعہ 34 سال ہے۔ سارہ، ساجدہ سے 6 سال بڑی ہے تو ان کی عمر میں معلوم کیجیے۔
- (4) ایک چڑیا گھر میں شیر اور مور کی کل تعداد 50 ہے۔ ان کے پیروں کا مجموعہ 140 ہے۔ تو چڑیا گھر میں شیر اور مور کی تعداد کتنی ہے؟ معلوم کیجیے۔
- (5) بخے کو ملازمت میں کچھ ماہانہ تنخواہ ملتی ہے۔ ہر سال اس کی تنخواہ میں معین اضافہ ہوتا ہے۔ اگر چار سال بعد اس کی ماہانہ تنخواہ 4500 روپے اور 10 سال بعد ماہانہ تنخواہ 5400 روپے ہو جائے گی تو اس کی ابتدائی تنخواہ اور سالانہ اضافہ کی رقم معلوم کیجیے۔
- (6) 3 کرسیوں اور 2 میز کی قیمت 4500 روپے ہے۔ 5 کرسیوں اور 3 میز کی قیمت 7000 روپے ہے تو 2 کرسیوں اور 2 میز کی کل قیمت معلوم کیجیے۔

(7) ایک دو ہندسی عد کے ہندسوں کا مجموعہ 9 ہے۔ اگر ہندسوں کا مقام تبدیل کیا جائے تو حاصل ہونے والا عدد، اصل عدد سے 27 زیادہ ہو جاتا ہے تو وہ دو ہندسی عد معلوم کیجیے۔

(8)* $\triangle ABC$ میں، $\angle A$ کی پیمائش $\angle B$ اور $\angle C$ کی پیمائشوں کے مجموعے کے برابر ہے۔ اسی طرح $\angle B$ اور $\angle C$ کی پیمائشوں کا تناسب 5 : 4 ہے تو مثلث کے زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے۔

(9)* ایک 560 سم لمبی ری کے دو لکڑے اس طرح کرنا ہے کہ چھوٹے لکڑے کی لمبائی کے دگنا، بڑے لکڑے کی لمبائی کا $\frac{1}{3}$ گنا ہے تو بڑے لکڑے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

(10) ایک مقابلہ جاتی امتحان میں 60 سوالات پوچھے گئے۔ ہر سوال کے صحیح جواب کے لیے 2 نمبر ملتے ہیں اور غلط جواب پر 1 نمبر کم ہو جاتا ہے۔ یہ شوت نے تمام 60 سوالات حل کیے تب اس کو 90 نمبر ملے تو بتائیے اس نے کتنے صحیح اور کتنے غلط جوابات لکھتے تھے۔

◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆	مجموعہ سوالات 5	◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆
-------------------	-----------------	-------------------

(1) درج ذیل میں سے مناسب متبادل چن کر لکھیے۔

- (i) اگر $9 = 3x + 5y$ اور $7 = 5x + 3y$ ہو تو $x + y$ کی قیمت درج ذیل میں سے کون سی ہے؟
 (A) 2 (B) 16 (C) 9 (D) 7

(ii) ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی میں سے 5 تفریق کرنے پر اس کا احاطہ 26 ہو جاتا ہے۔ اس معلومات کو ریاضیاتی طریقے سے کس طرح لکھیں گے؟

- (A) $x - y = 8$ (B) $x + y = 8$ (C) $x + y = 23$ (D) $2x + y = 21$

(iii) ریحان، ندیم سے 5 سال چھوٹا ہے۔ ان دونوں کی عروں کا مجموعہ 25 ہے تو ریحان کی عمر کتنی ہوگی؟
 (A) 20 (B) 15 (C) 10 (D) 5

(2) درج ذیل ہمزا دمساواتیں حل کیجیے۔

(i) $2x + y = 5$; $3x - y = 5$ (ii) $x - 2y = -1$; $2x - y = 7$

(iii) $x + y = 11$; $2x - 3y = 7$ (iv) $2x + y = -2$; $3x - y = 7$

(v) $2x - y = 5$; $3x + 2y = 11$ (vi) $x - 2y = -2$; $x + 2y = 10$

(3) متغیروں کے ضریب مساوی کر کے درج ذیل ہمزا دمساواتیں حل کیجیے۔

(i) $3x - 4y = 7$; $5x + 2y = 3$ (ii) $5x + 7y = 17$; $3x - 2y = 4$

(iii) $x - 2y = -10$; $3x - 5y = -12$ (iv) $4x + y = 34$; $x + 4y = 16$

(4) مندرجہ ذیل ہمزا دمساواتیں حل کیجیے۔

(i) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 4$; $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$ (ii) $\frac{x}{3} + 5y = 13$; $2x + \frac{y}{2} = 19$

(iii) $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$; $\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$

- (5) ایک دوہنڈی عدوان کے ہندسوں کے مجموعہ کے 4 گنا سے 3 زیادہ ہے۔ اگر اس عدد میں 18 جمع کیے جائیں تو وہ مجموعہ، اصل عدد کے ہندسوں کا مقام ادل بدل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد ہوتا ہے۔ وہ عدد معلوم کیجیے۔
- (6) 8 کتابیں اور 5 قلم کی کل قیمت 420 روپے ہے۔ 5 کتابیں اور 8 قلم کی قیمت 321 روپے ہو تو ایک کتاب اور دو قلم کی قیمت معلوم کیجیے۔
- (7) دو افراد کی آمدی کی نسبت 7 : 9 ہے اور ان کے اخراجات کی نسبت 3 : 4 ہے۔ ہر ایک کی بچت 200 روپے ہو تو ہر ایک کی ماہانہ آمدی معلوم کیجیے۔
- (8) ایک مستطیل کی لمبائی 5 اکائی کم کی جائے اور چوڑائی 3 اکائی بڑھائی جائے تو اس کارقبہ 9 مربع اکائی کم ہو جاتا ہے۔ اگر لمبائی 3 اکائی کم اور چوڑائی 2 اکائی بڑھائی جائے تو اس کارقبہ 67 مربع اکائی بڑھ جاتا ہے۔ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔
- (9) ایک راستہ پر مقام A اور B کے درمیان کافاصلہ 70 کلومیٹر ہے۔ ایک کار مقام A سے اور دوسرا کار مقام B سے نکلتی ہے۔ اگر وہ دونوں کار ایک ہی سمت میں نکلتی ہیں تو 7 گھنٹے میں آپس میں ملتی ہیں۔ اور اگر مختلف سمت میں نکلتی ہیں تو 1 گھنٹے میں آپس میں ملتی ہیں۔ ان کی رفتار معلوم کیجیے۔
- (10) ایک دوہنڈی عدوان کے ہندسوں کے مقام میں تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والے عدد کا مجموعہ 99 ہے تو وہ عدد معلوم کیجیے۔

عملی کام :

کسر معلوم کیجیے۔

$$\frac{x}{y}$$



کسر کے شمارکنندہ کو 3 سے ضرب اور نسب نمائیں سے 3 تفہیق کرنے پر حاصل ہونے والی کسر $\frac{18}{11}$ ہے۔

مساوات (I)

$$11x - 6y + 18 = 0$$

کسر کے شمارکنندہ میں 8 کا اضافہ کیا جائے اور نسب نمائی کو دگنا کیا جائے تو حاصل ہونے والی کسر $\frac{1}{2}$ ہے۔

مساوات (II)

$$x - y + 8 = 0$$

$$\therefore \frac{\square}{\square} = \text{دی ہوئی کسر}$$

