2 Real Numbers حقیقی اعداد

آیئے، سیکھیں

- ناطق اعداد کی خصوصیات
- غیر ناطق اعداد کی خصوصیات
- جذری مقدار
- مربعی جذری مقداروں کا موازنہ
- مربعی جذری مقداروں پر عمل
- مربعی جذری مقداروں کو ناطق بنانا

آیئے ذرا یاد کریں

گذشتہ جماعت میں ہم نے طبعی اعداد، صحیح اعداد اور حقیقی اعداد کا مطالعہ کر چکے ہیں۔

N = طبعی اعداد کا سیٹ = $\{1, 2, 3, 4, ...\}$

W = مکمل اعداد کا سیٹ = $\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

I = صحیح اعداد کا سیٹ = $\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

Q = ناطق اعداد کا سیٹ = $\{\frac{p}{q} \mid p, q \in I, q \neq 0\}$

R = حقیقی اعداد کا سیٹ

$N \subseteq W \subseteq I \subseteq Q \subseteq R$

ناطق اعداد میں ترتیبی تعلق :

$\frac{p}{q}$ اور $\frac{r}{s}$، ناطق اعداد ہیں اور $q > 0$، $s > 0$ غیر صفر صحیح اعداد ہوں اور اگر

(i) اگر $p \times s = q \times r$ ہو تب $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$

(ii) اگر $p \times s > q \times r$ ہو تب $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

(iii) اگر $p \times s < q \times r$ ہو تب $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$

آیئے سمجھ لیں

Properties of rational numbers ناطق اعداد کی خصوصیات

a، b، c ناطق اعداد ہوں تب

خصوصیت	جمع	ضرب
1. مبادلہ کی خاصیت	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
2. ملتزمی خاصیت	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
3. جمعی وضربی شناخت	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \times 1 = 1 \times a = a$
4. (جمعی اور ضربی) معکوس خاصیت	$a + (-a) = 0$	$a \times \frac{1}{a} = 1 \quad ...(a \neq 0)$

آیئے ذرا یاد کریں

کوئی بھی ناطق عدد کسر اعشاریہ کی صورت میں مختتم یا متوالی غیر مختتم (دہرانے والا) ہوتا ہے۔

متوالی غیر مختتم صورت	مختتم صورت
(1) $\frac{17}{36} = 0.472222... = 0.47\dot{2}$	(1) $\frac{2}{5} = 0.4$
(2) $\frac{33}{26} = 1.2692307692307... = 1.2\overline{692307}$	(2) $-\frac{7}{64} = -0.109375$
(3) $\frac{56}{37} = 1.513513513... = 1.\overline{513}$	(3) $\frac{101}{8} = 12.625$

آیئے سمجھ لیں

متوالی غیر مختتم عشری صورت کو ناطق عدد $\frac{p}{q}$ کی صورت میں لکھنا

مثال (1) ... 0.777 اس غیر متوالی (دہرانے والی) غیر مختتم کسر اعشاریہ کو $\frac{p}{q}$ کی صورت میں لکھیے۔

حل : فرض کیجیے : $x = 0.777... = 0.\dot{7}$

$\therefore \quad 10x = 7.777... = 7.\dot{7}$

$\therefore \quad 10x - x = 7.\dot{7} - 0.\dot{7}$

$\therefore \quad 9x = 7$

$\therefore \quad x = \frac{7}{9}$

$\therefore \quad 0.777... = \frac{7}{9}$

مثال (2) ... 7.529529529 اس متوالی غیر مختتم کسر اعشاریہ کو $\frac{p}{q}$ کی صورت میں لکھیے۔

حل : فرض کیجیے : $x = 7.529529... = 7.\overline{529}$

$\therefore \quad 1000\,x = 7529.529529... = 7529.\overline{529}$

$\therefore \quad 1000\,x - x = 7529.\overline{529} - 7.\overline{529}$

$\therefore \quad 999\,x = 7522.0 \qquad \therefore \quad x = \frac{7522}{999}$

$\therefore \quad 7.\overline{529} = \frac{7522}{999}$

غور کیجیے

$2.4\dot{3}$ اس عدد کو $\frac{p}{q}$ کی صورت میں لکھنے کے لیے کیا کریں گے؟

اسے دھیان میں رکھیں

(1) دیے ہوئے عدد میں اعشاریہ کی علامت کے بعد کتنے ہندسے بار بار آئیں ہیں، اسے دیکھ اسی کے مطابق اس عدد کو 10، 100، 1000 میں سے مناسب عدد سے ضرب دیجیے۔ مثلاً $2.\dot{3}$، اس عدد میں 3، صرف ایک ہی ہندسہ غیر مختتم ہے۔ اس لیے $2.\dot{3}$ عدد کو $\frac{p}{q}$ صورت میں لانے کے لیے اُسے 10 سے ضرب دیجیے۔

$1.\overline{24}$، اس عدد میں 2، 4 یہ دو ہندسے غیر مختتم ہیں۔ اس لیے $1.\overline{24}$ کو 100 سے ضرب دیجیے۔

$1.\overline{513}$، اس عدد میں 5، 1، 3 یہ تین ہندسے غیر مختتم ہیں۔ اس لیے $1.\overline{513}$ کو 1000 سے ضرب دیجیے۔

(2) ناطق عدد کے نسب نما کے مفرد اجزائے ضربی کی جانچ کیجیے، اس میں 2 اور 5 کے علاوہ مفرد عدد نہیں ہوں تو ناطق عدد کی عشری صورت متوالی ہوتی ہے۔ 2 اور 5 کے علاوہ مفرد عدد، نسب نما کے اجزائے ضربی ہوں تو اس عدد کی عشری صورت متوالی غیر مختتم ہوتی ہے۔

مشقی سیٹ 2.1

.1 درج ذیل میں سے کون سے ناطق اعداد کی کسر اعشاریہ کی صورت متوالی ہے اور کون سے عدد کی کسر اعشاریہ کی صورت متوالی غیر مختتم ہے؟ لکھیے۔

(i) $\frac{13}{5}$ (ii) $\frac{2}{11}$ (iii) $\frac{29}{16}$ (iv) $\frac{17}{125}$ (v) $\frac{11}{6}$

.2 درج ذیل ناطق اعداد کو کسر اعشاریہ کی صورت میں لکھیے۔

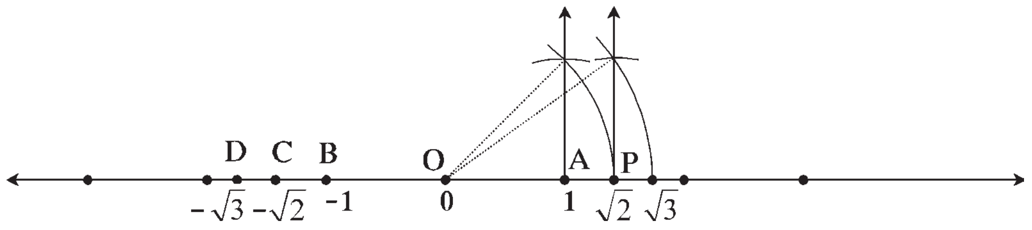
(i) $\frac{127}{200}$ (ii) $\frac{25}{99}$ (iii) $\frac{23}{7}$ (iv) $\frac{4}{5}$ (v) $\frac{17}{8}$

.3 درج ذیل ناطق اعداد کو $\frac{p}{q}$ کی صورت میں لکھیے۔

(i) $0.\dot{6}$ (ii) $0.\overline{37}$ (iii) $3.\overline{17}$ (iv) $15.\overline{89}$ (v) $2.\overline{514}$

آئیے ذرا یاد کریں

ذیل میں عددی خط پر دکھائے ہوئے $\sqrt{2}$ اور $\sqrt{3}$ یہ اعداد ناطق نہیں ہیں یعنی یہ غیر ناطق ہیں۔



اس عددی خط پر اکائی OA = 1 فاصلہ ہے۔ O کے بائیں جانب B نقطہ بھی 1 اکائی فاصلہ پر ہے۔ B نقطہ کا محدد 1 – ہے۔ P نقطہ کا محدد $\sqrt{2}$ ہے، اس کا متضاد عدد 'C' نقطہ سے ظاہر کیا ہوا ہے۔ C نقطہ کا محدد $-\sqrt{2}$ ہے۔ اسی طرح $\sqrt{3}$ کا متضاد عدد دکھانے والے D نقطہ کا محدد $-\sqrt{3}$ ہے۔

آیئے سمجھ لیں

غیر ناطق اعداد اور حقیقی اعداد Irrational and real numbers

$\sqrt{2}$ ، یہ عدد غیر ناطق عدد ہے۔ اسے بالراست ثبوت دے کر ثابت کریں گے۔

ایسا فرض کریں کہ $\sqrt{2}$ ، یہ ناطق عدد ہے۔ فرض کریں وہ $\frac{p}{q}$ ہے۔

$\frac{p}{q}$ اس ناطق عدد کی مختصر ترین صورت ہے، یعنی فرض کیجیے کہ p اور q میں 1 کے علاوہ مختلف مشترک عاد نہیں ہے۔

$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ ، $\therefore \quad 2 = \frac{P^2}{q^2}$ ... (طرفین کا مربع کرنے پر)

$\therefore \quad 2q^2 = p^2$

$\therefore$ p^2، یہ جفت عدد ہے۔

$\therefore$ p بھی جفت عدد ہے، یعنی 2 یہ p کا عاد ہے۔ ... (I)

$\therefore \quad p = 2t$ ، $\therefore \quad p^2 = 4t^2 \qquad t \in I$

$\therefore \quad 2q^2 = 4t^2 \quad \ldots (\because p^2 = 2q^2) \quad \therefore \quad q^2 = 2t^2$

$\therefore$ q^2 یہ جفت عدد ہے۔

$\therefore$ q یہ جفت عدد ہے۔

$\therefore$ 2 یہ q کا بھی عاد ہے۔ ... (II)

بیان (I) اور (II) کی بناء پر 2 یہ p اور q دونوں کا مشترک عاد ہے۔

یہ تضاد ہے۔ کیوں کہ $\frac{p}{q}$ میں p اور q کا 1 کے علاوہ ایک بھی مشترک عاد نہیں ہے۔

$\therefore$ $\sqrt{2}$ ، یہ ناطق عدد ہے۔ یہ فرض کرنا غلط ہے۔

$\therefore$ $\sqrt{2}$، یہ غیر ناطق عدد ہے۔

اسی طرح $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ غیر ناطق اعداد ہیں۔ بتایا جاسکتا ہے۔ اس کے لیے 3 یا 5 یہ n کے عاد ہوں تب ہی وہ n^2 کے عاد ہوتے ہیں۔

اس اصول کا استعمال کیجیے۔

$\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ جیسے اعداد عددی خط پر دکھائے جاسکتے ہیں۔

جو عدد عددی خط پر نقطہ سے دکھایا جاسکتا ہے، وہ حقیقی عدد ہوتا ہے۔

مختصراً عددی خط پر ہر نقطہ کا محدد، حقیقی عدد ہوتا ہے اور ہر حقیقی عدد سے منسلک ہونے والا نقطہ عددی خط پر ہوتا ہے۔

ہمیں معلوم ہے کہ ہر ناطق عدد حقیقی عدد ہوتا ہے۔ لیکن $\sqrt{2}$، $\sqrt{3}$، $-\sqrt{2}$، π، $3 + \sqrt{2}$ جیسے حقیقی اعداد، ناطق اعداد نہیں ہیں۔ یعنی ہر حقیقی عدد ناطق عدد نہیں ہوتا۔ اسے دھیان میں رکھیے۔

غیرناطق اعداد کی کسر اعشاریہ کی صورت میں تحویل

ہم 2 اور 3 اعداد کا جذرالمربع تقسیم کے طریقے سے معلوم کریں گے۔

2 کا جذرالمربع

	1.41421...
1	$2.\overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}$....
+1	-1
24	100
+4	-96
281	400
+ 1	-281
2824	11900
+ 4	-11296
28282	60400
+ 2	- 56564
282841	0383600

$\therefore \quad \sqrt{2} = 1.41421...$

3 کا جذرالمربع

	1.732....
1	$3.\ \overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}$....
+1	-1
27	200
+7	-189
343	1100
+ 3	-1029
3462	007100
+ 2	-6924
3464	0176

$\therefore \quad \sqrt{3} = 1.732...$

یہاں خارج قسمت میں اعشاریہ علامت کے آگے ہندسوں کی تعداد کبھی بھی ختم نہیں ہوتی، یعنی لامحدود ہندسوں کی ترتیب حاصل ہوتی ہے۔ یہاں کوئی بھی ہندسوں کا گروہ یا ہندسہ بار بار نہیں آتا۔ اس لیے یہ عدد کی کسر اعشاریہ صورت غیر متوالی غیر مختتم حاصل ہوتی ہے۔

$\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ یہ اعداد غیر ناطق اعداد ہیں۔ اس لیے ....1.4142 اور ....1.732 یہ بھی غیر ناطق اعداد ہیں۔ اس بنا پر دھیان دیجیے کہ غیر متوالی غیر مختتم کسر اعشاریہ کی صورت میں عدد غیر ناطق ہوتا ہے۔

عدد π

عملی کام I :

موٹے دبیر کارڈ پر مختلف نصف قطر کے دائرے بنایئے۔ تین چار دائروی شکل کی ٹکیہ کاٹیے۔ ہر ٹکیہ کے کناروں پر دھاگا گھما کر ہر دائروی شکل کی ٹکیہ کا قطر اور محیط ناپیے۔ درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	نصف قطر	قطر (d)	محیط (c)	نسبت = $\frac{c}{d}$
1	7 سم			
2	8 سم			
3	5.5 سم			

متصلہ جدول کی بناء پر ہمیں سمجھ میں آتا ہے کہ $\frac{c}{d}$ یہ نسبت ہر مرتبہ تقریباً 3.1 آتی ہے۔ یعنی مستقل رہتی ہے۔ اس نسبت کو π علامت سے ظاہر کرتے ہیں۔

عملی کام II :

π کی تقریباً قیمت معلوم کرنے کے لیے 11 سم، 22 سم اور 33 سم لمبائی کے تار کے ٹکڑے لیجیے۔ ہر تار سے دائرہ بنائیے۔ اُن دائروں کے قطر ناپیے اور ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

دائرہ نمبر	محیط	قطر	محیط اور قطر کی نسبت
1	11 سم		
2	22 سم		
3	33 سم		

کیا محیط اور قطر کی نسبت تقریباً $\frac{22}{7}$ آتی ہے؟

اس کی تصدیق کیجیے۔

دائرے کے محیط اور قطر کی نسبت مستقل عدد ہوتی ہے۔ وہ غیر ناطق ہوتا ہے۔ اس عدد کو π علامت سے ظاہر کرتے ہیں۔ π کی تقریباً قیمت $\frac{22}{7}$ یا 3.14 لیتے ہیں۔

عظیم بھارتی ریاضی داں آریہ بھٹ نے 499 عیسوی میں π کی قیمت $3.1416 = \frac{62832}{20000}$ معلوم کیا۔

ہمیں معلوم ہے کہ $\sqrt{3}$، غیر ناطق عدد ہے کیوں کہ اس عدد کی کسر اعشاریہ کی صورت میں تحویل غیر متوالی غیر مختتم ہے۔ اب $2+\sqrt{3}$، یہ عدد غیر ناطق عدد ہے یا نہیں۔ معلوم کریں گے۔

فرض کیجیے $2+\sqrt{3}$ یہ عدد غیر ناطق عدد نہیں ہے یعنی وہ ناطق عدد ہی ہونا چاہیے۔

اگر $2+\sqrt{3}$ ناطق عدد ہے تب فرض کیجیے کہ $2+\sqrt{3} = \frac{p}{q}$

(یہ مساوات حاصل ہوتی ہے۔) .... $\therefore \quad \sqrt{3} = \frac{p}{q} - 2$

یہاں بائیں جانب غیر ناطق عدد ہے اور دائیں جانب ناطق عدد ہے۔ یہ تضاد ہے۔

لہٰذا $2+\sqrt{3}$ یہ ناطق عدد نہیں ہے، یعنی غیر ناطق عدد ہے۔ یہ ثابت ہوتا ہے۔

اسی طرح $2\sqrt{3}$ غیر ناطق عدد ہے۔ دکھایا جاسکتا ہے۔

دو ناطق اعداد کی جمع یا ضرب ناطق ہوسکتی ہے۔ اس کی ذیل کے مطابق تصدیق کر سکتے ہیں۔ مثلاً

$(3+\sqrt{5}) - (\sqrt{5}) = 3$، $4\sqrt{5} \div \sqrt{5} = 4$، $2+\sqrt{3}+(-\sqrt{3}) = 2$،

$2\sqrt{5}-\sqrt{5} = \sqrt{5}$ ، $\sqrt{2}\times\sqrt{5} = \sqrt{10}$ ، $2\sqrt{3}\times\sqrt{3} = 6$

اسے دھیان میں رکھیں

غیر ناطق اعداد کی خصوصیات

(1) ناطق عدد اور غیر ناطق عدد کی جمع یا تفریق غیر ناطق عدد ہوتی ہے۔

(2) غیر صفر ناطق عدد اور غیر ناطق عدد کا حاصل ضرب یا خارج قسمت بھی غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

(3) دو غیر ناطق اعداد کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم ناطق عدد یا غیر ناطق عدد ہوسکتی ہے۔

آیئے سمجھ لیں

حقیقی اعداد پر ترتیبی تعلق کی خصوصیات

1. اگر a اور b دو حقیقی اعداد ہوں تب اُن میں $a = b$ یا $a < b$ یا $a > b$ میں سے کوئی بھی ایک تعلق ہوتا ہے۔
2. اگر $a < b$ اور $b < c$ ہوتب $a < c$
3. اگر $a < b$ ہوتب $a + c < b + c$
4. اگر $a < b$ اور $c > 0$ ہوتب $ac < bc$ اور اگر $c < 0$ ہوتب $ac > bc$

ناطق عدد اور غیر ناطق عدد لے کر اوپر دیے ہوئے اصول کی تصدیق کیجیے۔

منفی عدد کا جذر المربع

اگر $\sqrt{a} = b$ ہوتب $b^2 = a$ ..... (یہ ہمیں معلوم ہے۔)

اس بناء پر اگر $\sqrt{5} = x$ ہوتب $x^2 = 5$ ..... (یہ ہمیں سمجھ میں آتا ہے۔)

اسی طرح ہمیں یہ معلوم ہے کہ کسی بھی حقیقی عدد کا مربع ہمیشہ مثبت عدد ہوتا ہے۔ یعنی کسی بھی حقیقی عدد کا مربع کبھی بھی منفی نہیں ہوتا۔

لیکن $(\sqrt{-5})^2 = -5$

$\therefore$ $\sqrt{-5}$، یہ حقیقی عدد نہیں ہے۔ لہٰذا منفی حقیقی عدد کے جذر المربع حقیقی عدد نہیں ہوتے۔

مشقی سیٹ 2.2

(1) ثابت کیجیے کہ $4\sqrt{2}$ یہ غیر ناطق عدد ہے۔

(2) ثابت کیجیے کہ $3 + \sqrt{5}$ غیر ناطق عدد ہے۔

(3) $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{10}$ ان اعداد کو عددی خط پر دکھائیے۔

(4) ذیل میں دیے ہوئے اعداد کے درمیان کے کوئی بھی تین ناطق اعداد لکھیے۔

(i) 0.3 اور -0.5 (ii) -2.3 اور -2.33 (iii) 5.2 اور 5.3 (iv) -4.5 اور -4.6

آیئے سمجھ لیں

مثبت ناطق عدد کے جذر Root of positive rational numbers

اگر $x^2 = 2$ ہوتب $x = \sqrt{2}$ یا $x = -\sqrt{2}$ ہوتا ہے۔ یہ ہمیں معلوم ہے کہ $\sqrt{2}$ اور $-\sqrt{2}$ یہ دونوں غیر ناطق اعداد ہیں۔ $\sqrt[3]{7}$، $\sqrt[4]{8}$ جیسے اعداد بھی غیر ناطق ہیں۔

n مثبت صحیح عدد ہو اور $x^n = a$ ہوتب ہم کہتے ہیں کہ x یہ a کا n واں جذر ہے۔

یہ جذر ناطق یا غیر ناطق عدد ہوسکتا ہے۔

مثال : $2^5 = 32$، اس لیے 32 کا 5 واں جذر 2 ناطق عدد ہے، لیکن $x^5 = 2$ ہوتب $x = \sqrt[5]{2}$ یہ غیر ناطق عدد ہے۔

جذری مقداریں (Surds)

ہمیں معلوم ہے کہ 5 ناطق عدد ہے لیکن $\sqrt{5}$ ناطق عدد نہیں ہے۔ جس طرح حقیقی اعداد کے جذر المربع یا جذر المکعب ناطق یا غیر ناطق ہو سکتے ہیں۔ اُسی طرح ان کا n واں جذر بھی ناطق یا غیر ناطق ہو سکتے ہیں۔

اگر n، یہ 1 سے بڑا صحیح عدد ہو اور 'a' اس مثبت حقیقی عدد کے n واں جذر کو x سے دکھائیں تو $x^n = a$ یا $\sqrt[n]{a} = x$ لکھتے ہیں۔

اگر a مثبت ناطق عدد ہو اور a کا n واں جذر x غیر ناطق ہو تو x جذری مقدار (غیر ناطق عدد کا جذر) کہلاتا ہے۔

$\sqrt[n]{a}$، یہ جذری مقدار ہو تب $\sqrt{\ }$، اس علامت کو جذری علامت (radical sign) کہتے ہیں۔ n کو اس جذری مقدار کا درجہ (order of the surd) کہتے ہیں اور a کو جذری عدد (radicand) کہتے ہیں۔

(1) فرض کیجیے $a = 7$، $n = 3$ ہو تب $\sqrt[3]{7}$ جذری مقدار ہے۔ کیوں کہ $\sqrt[3]{7}$ غیر ناطق ہے۔

(2) فرض کیجیے $a = 27$ اور $n = 3$ ہو تب $\sqrt[3]{27} = 3$ یہ غیر ناطق عدد نہیں ہے اس لیے $\sqrt[3]{27}$ جذری مقدار نہیں ہے۔

(3) $\sqrt[3]{8}$، کیا یہ جذری مقدار ہے؟

فرض کیجیے $\sqrt[3]{8} = p$، $p^3 = 8$ ∴ ، کس عدد کا مکعب 8 ہے؟

ہمیں معلوم ہے کہ 2 کا مکعب 8 ہے۔

$\sqrt[3]{8}$ میں $a = 8$، یہ ناطق عدد ہے۔ یہاں $n = 3$، یہ مثبت صحیح عدد ہے لیکن $\sqrt[3]{8}$ یہ عدد غیر ناطق نہیں ہے۔ کیوں کہ 8 کا جذر المکعب 2 ہے۔

∴ $\sqrt[3]{8}$ جذری مقدار نہیں ہے۔

(4) اب $\sqrt[4]{8}$ پر غور کریں گے۔

یہاں $a = 8$، جذری مقدار کا درجہ $n = 4$ ہے۔ لیکن 8، یہ عدد کسی بھی ناطق عدد کی چوتھی قوت نہیں ہے۔ یعنی $\sqrt[4]{8}$ یہ غیر ناطق عدد ہے۔

∴ $\sqrt[4]{8}$ جذری مقدار ہے۔

اس سال ہم صرف 2 درجہ والی یعنی $\sqrt{3}$، $\sqrt{7}$، $\sqrt{42}$ وغیرہ جذری مقداروں پر غور کرنے والے ہیں۔

دو درجہ والی جذری مقداروں کو مربعی جذری مقدار کہتے ہیں۔

جذری مقداروں کی مختصر ترین صورت

کبھی کبھی جذری مقداروں کو مختصر ترین صورت دی جاتی ہے۔ مثلاً

(i) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

(ii) $\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$، $\sqrt{3}$، $\sqrt{5}$ .... جیسی کچھ جذری مقداروں کی مختصر ترین صورت میں جذری مقداریں ہیں۔ ان کی مزید مختصر صورت نہیں دی جا سکتی۔

مشابہ جذری مقداریں (Similar or like surds)

$\sqrt{2}$، $-3\sqrt{2}$، $\frac{4}{5}\sqrt{2}$ یہ کچھ مشابہ جذری مقداریں ہیں۔ اگر p اور q ناطق اعداد ہوں تب $p\sqrt{a}$، $q\sqrt{a}$ کو مشابہ جذری مقداریں کہتے ہیں۔ دو جذری مقداروں کو مشابہ ہونے کے لیے اُن کا درجہ مساوی ہونا چاہیے۔ اسی طرح جذری عدد بھی مساوی ہونا چاہیے۔

$\sqrt{45}$ اور $\sqrt{80}$ ان جذری مقداروں کا درجہ 2 ہے، یعنی ان کا درجہ مساوی ہے۔لیکن جذری اعداد مساوی نہیں ہیں۔اس لیے یہ جذری مقداریں مشابہ نہیں ہیں ایسا دکھائی دیتا ہے۔ان جذری مقداروں کو مختصر ترین صورت لکھیں گے۔

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \quad \text{اور} \quad \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

یہاں $3\sqrt{5}$ اور $4\sqrt{5}$ مشابہ جذری مقداریں ہیں۔لہٰذا $\sqrt{45}$ اور $\sqrt{80}$ جذری مقداروں کی مختصر ترین صورت مشابہ جذری مقداریں ہیں۔

اسے دھیان میں رکھیں

مختصر ترین صورت میں جذری مقداروں کا درجہ اور جذری عدد مساوی ہوں تب ہی اُن جذری مقداروں کو مشابہ جذری مقداریں کہتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

جذری مقداروں کا موازنہ (Comparison of surds)

فرض کیجیے a ، b اور k یہ مثبت حقیقی اعداد ہیں۔ تب $a < b$ کی بنا پر $ak < bk$ حاصل ہوتا ہے۔

$\therefore\ a^2 < ab$ اسی طرح $ab < b^2$, یعنی $a^2 < ab < b^2$, $\therefore\ a^2 < b^2$

اس کے برعکس $a^2 < b^2$ ہو تب $a < b$ ہے کیوں کہ $a > b$ ہو تب $a^2 > b^2$

اگر $a = b$ ہو تب $a^2 = b^2$، اور اگر $a > b$ کی بناء پر $a^2 > b^2$ حاصل ہوتا ہے۔

اس بناء پر اگر $a < b$ ہو تب $a^2 < b^2$ اور اگر $a^2 < b^2$ ہو تب $a < b$

یہاں a اور b، حقیقی اعداد ہونے کی وجہ سے وہ ناطق عدد یا جذری مقدار ہو سکتے ہیں۔

اس کا استعمال کر کے جذری مقداروں میں چھوٹا بڑا پن کی جانچ کی جا سکتی ہے۔

(i) $6\sqrt{2}\ ,\ 5\sqrt{5}$

$\sqrt{36} \times \sqrt{2}$ [?] $\sqrt{25} \times \sqrt{5}$

$\sqrt{72}$ [?] $\sqrt{125}$

لیکن , 72 [<] 125

$\therefore\ 6\sqrt{2}$ [<] $5\sqrt{5}$

یا

$(6\sqrt{2})^2$ [ ] $(5\sqrt{5})^2$,

$72 < 125$

$\therefore\ 6\sqrt{2}$ [<] $5\sqrt{5}$

(ii) $8\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{192}$

$\sqrt{64} \times \sqrt{3}$ [?] $\sqrt{192}$

$\sqrt{192}$ [?] $\sqrt{192}$

لیکن , 192 [=] 192

$\therefore\ \sqrt{192}$ [=] $\sqrt{192}$

$\therefore\ 8\sqrt{3}$ [=] $\sqrt{192}$

(iii) $7\sqrt{2}\ ,\ 5\sqrt{3}$

$\sqrt{49} \times \sqrt{2}$ [?] $\sqrt{25} \times \sqrt{3}$

$\sqrt{98}$ [?] $\sqrt{75}$

لیکن , 98 [>] 75

$\therefore\ 7\sqrt{2}$ [>] $5\sqrt{3}$

یا

$(7\sqrt{2})^2$ [ ] $(5\sqrt{3})^2$,

$98 > 75$

$\therefore\ 7\sqrt{2}$ [>] $5\sqrt{3}$

مشابہ جذری مقداروں پر عمل (Operations on like surds)

مشابہ جذری مقداروں پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کا عمل کر سکتے ہیں۔

غور کیجیے

$\sqrt{9+16} \overset{?}{=} \sqrt{9}+\sqrt{16}$

$\sqrt{100+36} \overset{?}{=} \sqrt{100}+\sqrt{36}$

مثال (1) : مختصر کیجیے : $7\sqrt{3} + 29\sqrt{3}$

حل :
$$7\sqrt{3} + 29\sqrt{3} = (7 + 29)\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

مثال (2) : مختصر کیجیے : $7\sqrt{3} - 29\sqrt{3}$

حل :
$$7\sqrt{3} - 29\sqrt{3} = (7 - 29)\sqrt{3} = -22\sqrt{3}$$

مثال (3) : مختصر کیجیے : $\sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{8} - 5\sqrt{8}$

حل :
$$13\sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{8} - 5\sqrt{8} = \left(13 + \frac{1}{2} - 5\right)\sqrt{8} = \left(\frac{26+1-10}{2}\right)\sqrt{8}$$
$$= \frac{17}{2}\sqrt{8} = \frac{17}{2}\sqrt{4\times 2}$$
$$= \frac{17}{2} \times 2\sqrt{2} = 17\sqrt{2}$$

مثال (4) : مختصر کیجیے : $8\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{125}$

حل :
$$8\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{125} = 8\sqrt{5} + \sqrt{4\times 5} - \sqrt{25\times 5}$$
$$= 8\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$$
$$= (8 + 2 - 5)\sqrt{5}$$
$$= 5\sqrt{5}$$

مثال (5) : جذری مقداروں کا ضرب کیجیے : $\sqrt{7} \times \sqrt{42}$

حل : $\sqrt{7} \times \sqrt{42} = \sqrt{7\times 42} = \sqrt{7\times 7\times 6} = 7\sqrt{6}$ ... ($7\sqrt{6}$ غیر ناطق عدد ہے۔)

مثال (6) : جذری مقداروں کی تقسیم کیجیے : $\sqrt{125} \div \sqrt{5}$

حل : $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = \sqrt{25} = 5$ ... (5 ناطق عدد ہے۔)

مثال (7) : حل کیجیے : $\sqrt{50} \times \sqrt{18}$

$$\sqrt{50} \times \sqrt{18} = \sqrt{25\times 2}\times\sqrt{9\times 2} = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 15\times 2 = 30$$

دو جذری مقداروں کا حاصل ضرب یا خارج قسمت ناطق عدد ہو سکتا ہے۔ یہ مذکورہ بالا مثالوں سے سمجھ میں آتا ہے۔

جذری مقداروں کو ناطق بنانا (Rationalization of Surds)

دو جذری مقداروں کا حاصل ضرب ناطق عدد آتا ہو تب اُن میں سے کسی بھی ایک جذری مقدار کو دوسری جذری مقدار کا ناطق کار جز ضربی (Rationalizing Factor) کہتے ہیں۔

مثال (1) : $\sqrt{2}$، اس جذری مقدار کو $\sqrt{2}$ سے ضرب دیں تو $\sqrt{4} = \sqrt{2 \times 2}$ حاصل ہوتا ہے۔ $2 = \sqrt{4}$ یہ ناطق عدد ہے۔

$\therefore$ $\sqrt{2}$ کا ناطق کار جز ضربی $\sqrt{2}$ ہے۔

مثال (2) : ضرب کیجیے : $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$

$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ ... (یہ ناطق عدد ہے۔)

$\therefore$ $\sqrt{2}$ کا $\sqrt{8}$ ناطق کار جز ضربی ہے۔

اسی طرح $8\sqrt{2}$ یہ جذری مقدار بھی $\sqrt{2}$ کا ناطق کار جز ضربی ہے۔

کیوں کہ $\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} = 8 \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8 \times 2 = 16$

کیا $\sqrt{6}$، $\sqrt{16}$، $\sqrt{50}$ یہ $\sqrt{2}$ کے ناطق کار جز ضربی ہیں؟ اس کی تصدیق کیجیے۔

اسے دھیان میں رکھیں

دی ہوئی جذری مقدار کا ناطق کار جز ضربی صرف ایک ہی نہیں ہوتا۔کوئی جذری مقدار، دی ہوئی جذری مقدار کی ناطق کار جز ضربی ہوتب اُسے غیر صفر ناطق عدد سے ضرب دے کر حاصل ہونے والی جذری مقدار بھی دی ہوئی جذری مقدار کی ناطق کار جز ضربی ہوتی ہے۔

مثال (3) : $\sqrt{27}$ کا ناطق کار جز ضربی لکھیے۔

حل : $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$, $\therefore 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \times 3 = 9$ ... (یہ ناطق عدد ہے۔)

$\sqrt{3}$ یہ $\sqrt{27}$ جذری مقدار کا ناطق کار جز ضربی ہے۔

غور کیجیے کہ، $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ یعنی، $3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 9 \times 3 = 27$

یعنی $\sqrt{27}$، اس دی ہوئی جذری مقدار کا $3\sqrt{3}$ بھی ناطق کار جز ضربی ہے۔اس کے علاوہ $4\sqrt{3}$، $7\sqrt{3}$ ایسے کئی ناطق کار جز ضربی ہوسکتے ہیں۔ان میں سے $\sqrt{3}$ سب سے مختصر ترین ناطق کار جز ضربی ہے۔

مثال (4) : $\frac{1}{\sqrt{5}}$ کے نسب نما کو ناطق بنائیے۔

حل : (شمار کنندہ اور نسب نما کو $\sqrt{5}$ سے ضرب دیا۔) ...

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

مثال (5) : $\frac{3}{2\sqrt{7}}$ کے نسب نما کو ناطق بنائیے۔

حل : (یہاں $2\sqrt{7}$ کو $\sqrt{7}$ سے ضرب دینا کافی ہے۔) ...

$$\frac{3}{2\sqrt{7}} = \frac{3}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{2 \times 7} = \frac{3\sqrt{7}}{14}$$

اسے دھیان میں رکھیں

نسب نما کو ناطق بنانے کے لیے ناطق کار جز ضربی کا استعمال ہوتا ہے۔

کسی بھی عدد کا نسب نما ناطق عدد ہونا سہولت بخش ہوتا ہے اس لیے نسب نما کو ناطق بناتے ہیں۔

مشقی سیٹ 2.3

(1) ذیل کی جذری مقداروں کا درجہ بتائیے۔

(i) $\sqrt[3]{7}$ (ii) $5\sqrt{12}$ (iii) $\sqrt[4]{10}$ (iv) $\sqrt{39}$ (v) $\sqrt[3]{18}$

(2) درج ذیل میں سے کون سا عدد جذری مقدار ہے۔ بتائیے؟

(i) $\sqrt[3]{51}$ (ii) $\sqrt[4]{16}$ (iii) $\sqrt[5]{81}$ (iv) $\sqrt{256}$ (v) $\sqrt[3]{64}$ (vi) $\sqrt{\frac{22}{7}}$

(3) درج ذیل جوڑیوں میں سے کون سی جذری مقدار کی جوڑی مشابہ اور کون سی جوڑی غیر مشابہ ہے؟ پہچانیے۔

(i) $\sqrt{52}\,,\ 5\sqrt{13}$ (ii) $\sqrt{68}\,,\ 5\sqrt{3}$ (iii) $4\sqrt{18}\,,\ 7\sqrt{2}$

(iv) $19\sqrt{12}\,,\ 6\sqrt{3}$ (v) $5\sqrt{22}\,,\ 7\sqrt{33}$ (vi) $5\sqrt{5}\,,\ \sqrt{75}$

(4) درج ذیل جذری مقداروں کو مختصر کیجیے۔

(i) $\sqrt{27}$ (ii) $\sqrt{50}$ (iii) $\sqrt{250}$ (iv) $\sqrt{112}$ (v) $\sqrt{168}$

(5) درج ذیل اعداد کے درمیان چھوٹا۔ بڑا پن طے کیجیے۔

(i) $7\sqrt{2}\,,\ 5\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{247}\,,\ \sqrt{274}$ (iii) $2\sqrt{7}\,,\ \sqrt{28}$

(iv) $5\sqrt{5}\,,\ 7\sqrt{2}$ (v) $4\sqrt{42}\,,\ 9\sqrt{2}$ (vi) $5\sqrt{3}\,,\ 9$ (vii) $7,\ 2\sqrt{5}$

(6) مختصر کیجیے۔

(i) $5\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$ (ii) $9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{125}$

(iii) $7\sqrt{48} - \sqrt{27} - \sqrt{3}$ (iv) $\sqrt{7} - \frac{3}{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$

(7) ضرب کیجیے اور مختصر کیجیے۔

(i) $3\sqrt{12} \times \sqrt{18}$ (ii) $3\sqrt{12} \times 7\sqrt{15}$

(iii) $3\sqrt{8} \times \sqrt{5}$ (iv) $5\sqrt{8} \times 2\sqrt{8}$

(8) تقسیم کیجیے اور اُسے مختصر کرکے لکھیے۔

(i) $\sqrt{98} \div \sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{125} \div \sqrt{50}$ (iii) $\sqrt{54} \div \sqrt{27}$ (iv) $\sqrt{310} \div \sqrt{5}$

(9) نسب نما کو ناطق بنائیے۔

(i) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{14}}$ (iii) $\frac{5}{\sqrt{7}}$ (iv) $\frac{6}{9\sqrt{3}}$ (v) $\frac{11}{\sqrt{3}}$

آیئے ذرا یاد کریں

ہمیں معلوم ہے کہ

اگر $a>0$، $b>0$ ہوتب $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$

$\sqrt{a^2}=a$; $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$; $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

ضرب کیجیے :

مثال (1) :

$$\sqrt{2}(\sqrt{8}+\sqrt{18})$$
$$=\sqrt{2\times8}+\sqrt{2\times18}$$
$$=\sqrt{16}+\sqrt{36}$$
$$=4+6$$
$$=10$$

مثال (2) :

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})$$
$$=\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)$$
$$=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-\sqrt{3}\times3\sqrt{2}-\sqrt{2}\times2\sqrt{3}+\sqrt{2}\times3\sqrt{2}$$
$$=2\times3-3\sqrt{6}-2\sqrt{6}+3\times2$$
$$=6-5\sqrt{6}+6$$
$$=12-5\sqrt{6}$$

آیئے سمجھ لیں

مربعی جذری مقدار کی دورکنی صورت (Binomial quadratic surd)

- $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ ؛ $\sqrt{5}+\frac{3}{4}$ یہ مربعی جذری مقداروں کی دورکنی صورت ہے۔اسی طرح $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ ، $\sqrt{5}-\frac{3}{4}$ بھی مربعی جذری مقداروں کی دورکنی صورت ہے۔

درج ذیل ضرب کا مطالعہ کیجیے۔

- $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$
- $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2=5-3=2$
- $(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{3}-\sqrt{7})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2=3-7=-4$
- $(\frac{3}{2}+\sqrt{5})(\frac{3}{2}-\sqrt{5})=(\frac{3}{2})^2-(\sqrt{5})^2=\frac{9}{4}-5=\frac{9-20}{4}=-\frac{11}{4}$

$(\sqrt{3}+\sqrt{5})$، $(\sqrt{3}-\sqrt{5})$ یہ دورکنی جذری مقداروں کی جوڑی کا حاصل ضرب ناطق عدد ہے۔ایسی دورکنی جذری مقداروں کی جوڑیوں کو مزدوج جوڑیاں کہتے ہیں۔

دورکنی جذری مقدار اور اس کی مزدوج جوڑی، یہ دونوں اعداد ایک دوسرے کے ناطق کار جز ضربی ہوتے ہیں۔

$\sqrt{3}-\sqrt{5}$ یا $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ان میں سے ہر ایک دورکنی جذری مقدار، $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ دورکنی جذری مقدار کی مزدوج جوڑی ہے۔

اسی طرح $\sqrt{3}+7$ کی مزدوج جوڑی $\sqrt{3}-7$ ہے۔

اسے دھیان میں رکھیں

دو رکنی جذری مقداروں کی مزدوج جوڑی کے ارکان کا حاصل ضرب ہمیشہ ناطق عدد آتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں

نسب نما کو ناطق بنانا **(Rationalization of the denominator)**

دو رکنی مربعی جذری مقدار اور اس کی مزدوج جوڑی کا حاصل ضرب ناطق عدد ہوتا ہے۔ اس خصوصیت کا استعمال کر کے، نسب نما کی دو رکنی جذری مقدار والے عدد کے نسب نما کو ناطق بنایا جا سکتا ہے۔

مثال (1) : $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ اس عدد کے نسب نما کو ناطق بنایئے۔

حل : $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ، اس دو رکنی جذری مقدار کی مزدوج جوڑی $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ ہے۔

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$$

مثال (2) : $\frac{8}{3\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ اس عدد کے نسب نما کو ناطق بنایئے۔

حل : $3\sqrt{2}+\sqrt{5}$ ، اس دو رکنی جذری مقدار کی مزدوج جوڑی $3\sqrt{2}-\sqrt{5}$ ہے۔

$$\frac{8}{3\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{8}{3\sqrt{2}+\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{8(3\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{8\times3\sqrt{2}-8\sqrt{5}}{9\times2-5} = \frac{24\sqrt{2}-8\sqrt{5}}{18-5} = \frac{24\sqrt{2}-8\sqrt{5}}{13}$$

مشقی سیٹ **2.4**

(1) ضرب کیجیے۔

(i) $\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ (ii) $(\sqrt{5}-\sqrt{7})\sqrt{2}$ (iii) $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})(4\sqrt{3}-\sqrt{2})$

(2) درج ذیل اعداد کے نسب نماؤں کو ناطق بنایئے۔

(i) $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$ (ii) $\frac{3}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$ (iii) $\frac{4}{7+4\sqrt{3}}$ (iv) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

آیئے سمجھ لیں

مطلق قیمت (Absolute Value)

x، حقیقی عدد ہو تب x کی مطلق قیمت (Absolute Value) یا عددی خط پر صفر سے اُس کا فاصلہ $|x|$ لکھتے ہیں۔ $|x|$ کو x کی مطلق قیمت پڑھتے۔

مطلق قیمت کی تعریف ذیل کے مطابق کرتے ہیں۔

اگر $0 < x$ ہو تب $|x| = x$ یعنی اگر x مثبت عدد ہو تب x کی مطلق قیمت x ہوتی ہے۔

اگر $x = 0$ ہو تب $|x| = 0$ یعنی اگر x صفر ہو تب x کی مطلق قیمت صفر ہی ہوتی ہے۔

اگر $x < 0$ ہو تب $|x| = -x$ یعنی اگر x منفی ہو تب x کی مطلق قیمت x کے متضاد عدد کے مساوی ہوتی ہے۔

مثال (1) : $|3| = 3$ ، $|-3| = (-3) = 3$ ، $|0| = 0$

کسی بھی حقیقی عدد کی مطلق قیمت منفی نہیں ہوتی۔

مثال (2) : درج ذیل کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $|9-5| = |4| = 4$ (ii) $|8-13| = |-5| = 5$

(iii) $|8| - |-3| = 5$ (iv) $|8| \times |4| = 8 \times 4 = 32$

مثال (3) : حل کیجیے۔ $|x-5| = 2$

حل :

$|x-5| = 2$ $\therefore\ x-5 = +2$ یا $x-5 = -2$

$\therefore\ x = 2+5$ یا $x = -2+5$

$\therefore\ x = 7$ یا $x = 3$

مشقی سیٹ 2.5

(1) قیمت معلوم کیجیے۔

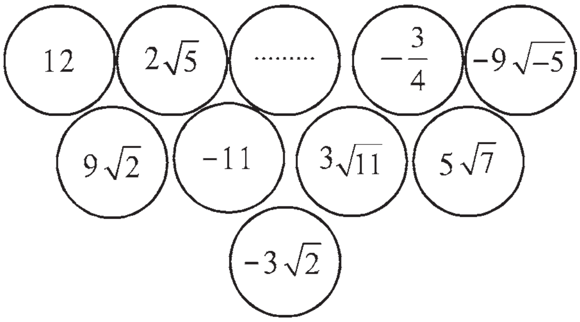
(i) $|15-2|$ (ii) $|4-9|$ (iii) $|7| \times |-4|$

(2) حل کیجیے۔

(i) $|3x-5| = 1$ (ii) $|7-2x| = 5$

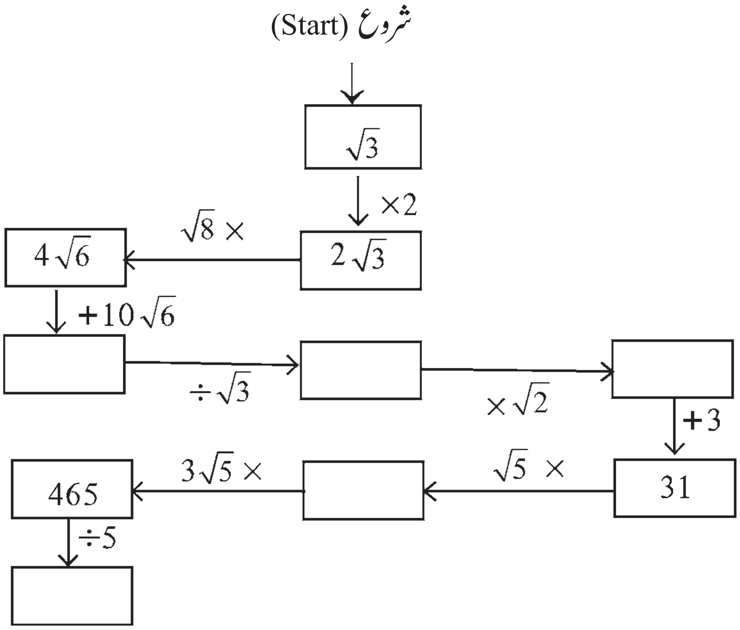
(iii) $\left|\frac{8-x}{2}\right| = 5$ (iv) $\left|5+\frac{x}{4}\right| = 5$

عملی کام I :



متصلہ شکل میں کارڈ پر کچھ حقیقی اعداد لکھے ہوئے ہیں۔اُن کا استعمال کر کے جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کی دو۔دو مثالیں بنائیے اور حل کیجیے۔

عملی کام II :



مجموعہ سوالات 2

(1) درج ذیل سوالوں کے کثیر متبادل جواب میں سے صحیح متبادل جواب تلاش کیجیے۔

(i) درج ذیل میں سے غیر ناطق عدد کون سا؟

(A) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\frac{3}{9}$ (D) $\sqrt{196}$

(ii) درج ذیل میں سے غیر ناطق عدد کون سا؟

(A) 0.17 (B) $1.\overline{513}$ (C) $0.27\overline{46}$ (D) $0.101001000.....$

(iii) درج ذیل میں سے کس عدد کی کسرا عشاریہ صورت غیر متوالی غیر مختتم دہرانے والی ہوگی؟

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{3}{11}$ (D) $\frac{137}{25}$

(iv) عددی خط پر ہر نقطہ کیا ظاہر کرتا ہے؟

(A) طبعی عدد (B) غیر ناطق عدد (C) ناطق عدد (D) حقیقی عدد

(v) $0.\dot{4}$ اس عدد کی ناطق صورت کون سی ہے؟

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{40}{9}$ (C) $\frac{3.6}{9}$ (D) $\frac{36}{9}$

(vi) اگر n کامل مربع عدد نہیں ہوتب $\sqrt{n}$، درج ذیل میں سے کون سا عدد ہوگا؟

(A) طبعی عدد (B) ناطق عدد (C) غیر ناطق عدد (D) A، B، C یہ تینوں متبادل ہوسکتے ہیں

(vii) درج ذیل میں سے کون سا عدد جذری مقدار نہیں ہے؟

(A) $\sqrt{7}$ (B) $\sqrt[3]{17}$ (C) $\sqrt[3]{64}$ (D) $\sqrt{193}$

(viii) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$، اس جذری مقدار کا درجہ کتنا ہے؟

(A) 3 (B) 2 (C) 6 (D) 5

(ix) $2\sqrt{5}+\sqrt{3}$، اس دورکنی جذری مقدار کی مزدوج جوڑی کون سی ہے؟

(A) $-2\sqrt{5}+\sqrt{3}$ (B) $-2\sqrt{5}-\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}-\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{3}+2\sqrt{5}$

(x) $|12-(13+7)\times 4|$ کی قیمت کتنی ہے؟

(A) -68 (B) 68 (C) -32 (D) 32

(2) درج ذیل اعداد کو $\frac{p}{q}$ کی صورت میں لکھیے۔

(i) 0.555 (ii) $29.\overline{568}$ (iii) 9.315 315 ... (iv) 357.417417... (v) $30.\overline{219}$

(3) درج ذیل اعداد کو کسر اعشاریہ کی صورت میں لکھیے۔

(i) $\frac{-5}{7}$ (ii) $\frac{9}{11}$ (iii) $\sqrt{5}$ (iv) $\frac{121}{13}$ (v) $\frac{29}{8}$

(4) دکھائیے کہ $5+\sqrt{7}$ غیر ناطق عدد ہے۔

(5) درج ذیل جذری مقداروں کو مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{3}{4}\sqrt{8}$ (ii) $-\frac{5}{9}\sqrt{45}$

(6) درج ذیل جذری مقداروں کا مختصر ترین ناطق کار جز ضربی لکھیے۔

(i) $\sqrt{32}$ (ii) $\sqrt{50}$ (iii) $\sqrt{27}$ (iv) $\frac{3}{5}\sqrt{10}$ (v) $3\sqrt{72}$ (vi) $4\sqrt{11}$

(7) مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{4}{7}\sqrt{147}+\frac{3}{8}\sqrt{192}-\frac{1}{5}\sqrt{75}$ (ii) $5\sqrt{3}+2\sqrt{27}+\frac{1}{\sqrt{3}}$ (iii) $\sqrt{216}-5\sqrt{6}+\sqrt{294}-\frac{3}{\sqrt{6}}$

(iv) $4\sqrt{12}-\sqrt{75}-7\sqrt{48}$ (v*) $2\sqrt{48}-\sqrt{75}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(8) نسب نما کو ناطق بنائیے۔

(i) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{2}{3\sqrt{7}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{1}{3\sqrt{5}+2\sqrt{2}}$ (v) $\frac{12}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}$