5 दोन चलांतील रेषीय समीकरणे

चला, शिकूया.

- दोन चलांतील रेषीय समीकरणे
- एकसामायिक समीकरणे
- एकसामयिक समीकरणे सोडविणे
- एकसामायिक समीकरणांवरील शाब्दिक उदाहरणे

जरा आठवूया.

उदा. खालील समीकरणे सोडवा.

(1) $m+3=5$ (2) $3y+8=22$ (3) $\frac{x}{3}=2$ (4) $2p=p+\frac{4}{9}$

$m=\square$ $y=\square$ $x=\square$ $p=\square$

(5) कोणत्या संख्येत 5 मिळवल्यास 14 ही संख्या मिळेल ?

$\square + 5 = 14$

$x + 5 = 14$

$x = \square$

(6) 8 मधून किती वजा केल्यास 2 उरतील ?

$8 - \square = 2$

$8 - y = 2$

$y = \square$

वरील प्रत्येक समीकरणात चलाचा घातांक 1 आहे. या समीकरणांना एका चलातील रेषीय समीकरणे म्हणतात.

जाणून घेऊया.

दोन चलांतील रेषीय समीकरणे (Linear equations in two variables)

ज्या दोन संख्यांची बेरीज 14 आहे, अशा संख्या शोधा.

संख्यांसाठी x व y ही चले वापरून हे उदाहरण समीकरण रूपात $x + y = 14$ असे होईल.

हे दोन चलांतील समीकरण आहे. येथे x आणि y या दोन्ही चलांच्या अनेक किमती शोधता येतात.

जसे, $9 + 5 = 14$ $7 + 7 = 14$ $8 + 6 = 14$ $4 + 10 = 14$

$(-1) + 15 = 14$ $15 + (-1) = 14$ $2.6 + 11.4 = 14$ $0 + 14 = 14$

$100 + (-86) = 14$ $(-100) + (114) = 14$ $\square + \square = 14$ $\square + \square = 14$

म्हणजे वरील समीकरणांच्या $(x = 9, y = 5)$ $(x = 7, y = 7)$ $(x = 8, y = 6)$ इत्यादी अनेक उकली मिळतात.

$x = 9$, $y = 5$ ही उकल (9, 5) अशा क्रमाने कंसात लिहिण्याचा संकेत आहे. या जोडीतील पहिली संख्या x ची किंमत व दुसरी संख्या y ची किंमत असते. $x + y = 14$ हे समीकरण सत्य ठरवणाऱ्या (9,5), (7,7), (8,6), (4,10), (10,4), (−1,15), (2.6, 11.4), ... अशा अनंत क्रमित जोड्या म्हणजे अनंत उकली आहेत.

आता दुसरे उदाहरण पाहा.

अशा दोन संख्या शोधा की ज्यांची वजाबाकी 2 आहे.

मोठी संख्या x व लहान संख्या y मानल्यास $x-y = 2$ हे समीकरण मिळेल.

x आणि y किंमतींसाठी पुढीलप्रमाणे अनेक समीकरणे मिळतील.

$10 - 8 = 2$ $\quad 9 - 7 = 2$ $\quad 8 - 6 = 2$ $\quad (-3) - (-5) = 2$ $\quad 5.3 - 3.3 = 2$

$15 - 13 = 2$ $\quad 100 - 98 = 2$ $\quad \square - \square = 2$ $\quad \square - \square = 2$

येथे $x = 10$ आणि $y = 8$ या किंमती घेतल्या तर (10,8) ही क्रमित जोडी या समीकरणाचे समाधान करते म्हणजे ही जोडी या समीकरणाची उकल आहे. (10, 8) ही जोडी (8, 10) अशी लिहून चालणार नाही. कारण (8, 10) याचा अर्थ $x = 8$, $y = 10$ असा आहे. या किमतींनी $x-y = 2$ या समीकरणाचे समाधान होत नाही. यावरून जोडीतील संख्यांचा क्रम महत्त्वाचा असतो, हे नीट लक्षात घ्या.

आता $x-y = 2$ या समीकरणाच्या उकली क्रमित जोड्यांच्या रूपात लिहू.

(7, 5), (−2, −4), (0, −2), (5.2, 3.2), (8, 6) इत्यादी अनंत उकली आहेत.

$4m - 3n = 2$ या समीकरणाच्या उकली काढा.

तुम्हीही अशी तीन वेगवेगळी समीकरणे तयार करा व त्यांच्या उकली शोधा.

आता पहिली दोन समीकरणे पाहा.

$x + y = 14$ I

$x - y = 2$ II

समीकरण I च्या उकली (9, 5), (7, 7), (8, 6)...

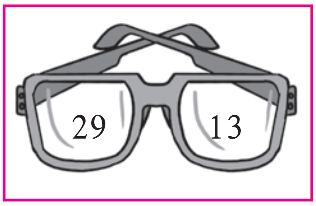
समीकरण II च्या उकली (7, 5), (−2, −4), (0, −2), (5.2, 3.2), (8, 6)...

(8, 6) ही जोडी उकलींच्या दोन्ही समूहांत सामाईक आहे. ही जोडी दोन्ही समीकरणांचे समाधान करते. म्हणून ती दोन्ही समीकरणांची सामाईक उकल आहे.

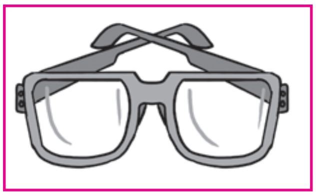
हे लक्षात ठेवूया.

जेव्हा दोन चलांतील दोन रेषीय समीकरणांचा एकाच वेळी विचार करतो तेव्हा त्या समीकरणांना **एकसामयिक समीकरणे** (Simultaneous equations) म्हणतात.

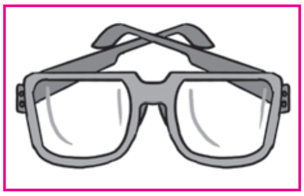
कृती : खाली दिलेल्या चश्म्यांच्या काचांवर अशा संख्या लिहा की,



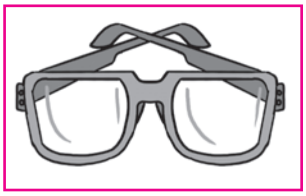
(i) ज्यांची बेरीज 42 आणि वजाबाकी 16 आहे.



(ii) ज्यांची बेरीज 37 आणि वजाबाकी 11 आहे.



(iii) ज्यांची बेरीज 54 आणि वजाबाकी 20 आहे.



(iv) ज्यांची बेरीज.. आहे आणि वजाबाकी.. आहे.

विचार करूया.

$x+y = 5$ आणि $2x + 2y = 10$ ही दोन चलांतील दोन समीकरणे आहेत.

$x+y = 5$ या समीकरणाच्या वेगवेगळ्या पाच उकली शोधा. त्याच उकलींनी $2x + 2y = 10$ या समीकरणाचेही समाधान होते का हे तपासा.

या दोन्ही समीकरणांचे निरीक्षण करा.

दोन चलांतील दोन समीकरणांच्या सर्व उकली समान असणे यासाठी आवश्यक असणारी अट मिळते का ते पाहा.

जाणून घेऊया.

चलाचा लोप करून एकसामायिक समीकरण सोडवण्याची पद्धत (Elimination method)

$x + y = 14$ आणि $x - y = 2$ हे एकसामायिक समीकरण चलांना किंमती देऊन आपण सोडवले. परंतु प्रत्येक वेळी ही रीत सोईची होईल असे नाही. उदाहरणार्थ, $2x + 3y = -4$ आणि $x - 5y = 11$ हे समीकरण x व y यांना वेगवेगळ्या किमती देऊन सोडवण्याचा प्रयत्न करून पाहा. या रीतीने उकल मिळवणे सोपे नाही हे तुमच्या लक्षात येईल.

म्हणून एकसामायिक समीकरण सोडवण्यासाठी वेगळी पद्धत वापरली जाते. या पद्धतीत दोनपैकी एका चलाचा लोप करून एका चलातील रेषीय समीकरण मिळवतात. त्यावरून त्या चलाची किंमत काढतात. ही किंमत दिलेल्यापैकी कोणत्याही समीकरणात मांडली की दुसऱ्या चलाची किंमत मिळते.

ही पद्धत समजण्यासाठी पुढील उदाहरणे अभ्यासा.

उदा (1) सोडवा : $x + y = 14$ आणि $x - y = 2$.

उकल : दोन्ही समीकरणांची बेरीज करून एका चलातील समीकरण मिळवू.

$$\begin{aligned} x + y &= 14 \quad \text{.........I} \\ + \quad x - y &= 2 \quad \text{.........II} \\ \hline 2x + 0 &= 16 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$x = 8$ ही किंमत समीकरण (I) मध्ये ठेवू.

$$x + y = 14$$

$$\therefore\ 8 + y = 14$$

$$\therefore\ y = 6$$

येथे (8, 6) ही पहिल्या समीकरणाची उकल आहे. हीच उकल दुसऱ्या समीकरणाचीही आहे याचा पडताळा घेऊ.

$x - y = 8 - 6 = 2$ हे सत्य आहे.

(8,6) ही दिलेल्या दोन्ही समीकरणांची सामाईक उकल आहे.

म्हणजेच $x + y = 14$ आणि $x - y = 2$ या एकसामयिक समीकरणांची (8, 6) ही उकल आहे.

उदा (2) आई व मुलगा यांच्या वयांची बेरीज 45 आहे. आईच्या वयाच्या दुपटीतून मुलाचे वय वजा केले तर वजाबाकी 54 येते, तर त्या दोघांची वये काढा.

दिलेली माहिती चलाचा उपयोग करून लिहिली की, उदाहरण सोडवणे सोपे जाते.

उकल : आईचे आजचे वय x वर्षे व मुलाचे आजचे वय y वर्षे मानू.

पहिल्या अटीनुसार $x + y = 45$ I

दुसऱ्या अटीनुसार $2x - y = 54$ II

समीकरण (I) व (II) यांची बेरीज करून

$$\begin{aligned} 3x + 0 &= 99 \\ 3x &= 99 \\ x &= 33 \end{aligned}$$

$x = 33$ ही किंमत पहिल्या समीकरणात घालू

$$\begin{aligned} 33 + y &= 45 \\ y &= 45 - 33 \\ y &= 12 \end{aligned}$$

$x = 33$ व $y = 12$ ही उकल दुसऱ्या समीकरणाचे समाधान करते. याचा पडताळा घ्या.

आईचे आजचे वय 33 वर्षे व मुलाचे वय 12 वर्षे आहे.

दोन चलांतील रेषीय समीकरणांचे सामान्यरूप

$ax + by + c = 0$ या समीकरणात a, b, c या वास्तव संख्या असतील आणि a व b एकाच वेळी 0 नसतील तर हे समीकरण दोन चलांतील रेषीय समीकरणाचे सामान्य रूप असते.

या समीकरणात दोन्ही चलांचा घातांक 1 आहे. हे समीकरण रेषीय आहे.

उदा (1) खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा

$$3x + y = 5 \ldots\ldots\ldots\ (I)$$
$$2x + 3y = 1 \ldots\ldots (II)$$

येथे एका चलाचा लोप करण्यासाठी दोन्ही समीकरणांतील एकाही चलाचा सहगुणक समान किंवा विरुद्ध संख्या नाही. तो समान करून घेऊ.

समीकरण I च्या दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणू.

$$\therefore \quad 3x \times 3 + 3 \times y = 5 \times 3$$
$$\therefore \quad 9x + 3y = 15 \quad \ldots\ldots (III)$$
$$2x + 3y = 1 \quad \ldots\ldots (II)$$

आता समीकरण II हे समीकरण III मधून वजा करू

$$\begin{array}{rcl} 9x + 3y & = & 15 \\ \underset{-}{+}\, 2x \underset{-}{+}\, 3y & \underset{-}{=} & 1 \\ \hline 7x & = & 14 \\ x & = & 2 \end{array}$$

$x = 2$ ही किंमत कोणत्याही समीकरणात ठेवू.

$$\begin{array}{rrcl} & 2x + 3y & = & 1 \\ \therefore & 2 \times 2 + 3y & = & 1 \\ \therefore & 4 + 3y & = & 1 \\ \therefore & 3y & = & -3 \\ \therefore & y & = & -1 \end{array}$$

येथे $(2, -1)$ ही उकल दुसऱ्या समीकरणासाठीही सत्य आहे, हे पडताळा.

उदा (2) खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

$$3x - 4y - 15 = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ (I)$$
$$y + x + 2 = 0 \ldots\ldots (II)$$

दोन्ही समीकरणे स्थिरांक उजवीकडे घेऊन लिहू.

$$3x - 4y = 15 \ldots\ldots (I)$$
$$x + y = -2 \ \ldots\ldots\ldots\ (II)$$

y चलाचा लोप करण्यासाठी समीकरण II ला 4 ने गुणू व समीकरण I मध्ये ते मिळवू.

$$\begin{array}{rrcl} & 3x - 4y & = & 15 \\ + & 4x + 4y & = & -8 \\ & 7x & = & 7 \\ & x & = & 1 \\ \hline \end{array}$$

$x = 1$ ही किंमत समीकरण II मध्ये ठेवू.

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & -2 \\ \therefore 1 + y & = & -2 \\ \therefore y & = & -2 - 1 \\ \therefore y & = & -3 \end{array}$$

$(1, -3)$ ही उकल आहे. ही उकल समीकरण I साठी सुद्धा सत्य आहे, हे पडताळा.

विचार करूया.

$3x - 4y - 15 = 0$ आणि $y + x + 2 = 0$ हीच समीकरणे x या चलाचा लोप करून सोडवता येतील का? त्याची उकल तीच येईल का?

जाणून घेऊया.

एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रूपात ठेवून चलाचा लोप करणे (Substitution method)

चलाचा लोप करण्याची आणखी एक पद्धत आहे. समीकरणातील एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रूपात काढून ती दुसऱ्या समीकरणात ठेवून पहिल्या चलाचा लोप करता येतो. ही पद्धत पुढील उदाहरणांतून समजावून घेऊ.

उदा (1) सोडवा : $8x + 3y = 11$; $3x - y = 2$

उकल : $8x + 3y = 11$.................. (I)

$3x - y = 2$.......................(II)

समीकरण (II) मध्ये y ची किंमत x चलात मांडणे सोपे होईल.

$3x - y = 2$

$3x - 2 = y$

आता $y = 3x - 2$ ही किंमत समीकरण (I) मध्ये ठेवू.

$8x + 3y = 11$

$\therefore\ 8x + 3(3x-2) = 11$

$\therefore\ 8x + 9x - 6 = 11$

$\therefore\ 17x - 6 = 11$

$\therefore\ 17x = 11 + 6 = 17$

$\therefore\ x = 1$

x ची ही किंमत $y = 3x - 2$ यात ठेवू.

$\therefore\ y = 3 \times 1 - 2$

$\therefore\ y = 1$

$\therefore$ (1, 1) ही या समीकरणांची उकल आहे.

उदा (2) सोडवा. $3x - 4y = 16$; $2x - 3y = 10$

उकल : $3x-4y=16$..........(I)

$2x - 3y = 10$.............(II)

समी. I वरून x या चलाची किंमत y च्यारूपात मांडू.

$3x - 4y = 16$

$3x = 16 + 4y$

$x = \dfrac{16+4y}{3}$

x ची ही किंमत समीकरण (II) मध्ये ठेवू.

$2x - 3y = 10$

$2\left(\dfrac{16+4y}{3}\right) - 3y = 10$

$\dfrac{32+8y}{3} - 3y = 10$

$\dfrac{32+8y-9y}{3} = 10$

$32 + 8y - 9y = 30$

$32 - y = 30 \qquad \therefore\ y = 2$

आता $y = 2$ ही किंमत समीकरण (I) मध्ये ठेवून

$3x - 4y = 16$

$\therefore\ 3x - 4\times2 = 16$

$\therefore\ 3x - 8 = 16$

$\therefore\ 3x = 16 + 8$

$\therefore\ 3x = 24$

$\therefore\ x = 8$

$\therefore\ x = 8$ व $y = 2$

$\therefore$ (8, 2) ही या समीकरणांची उकल आहे.

सरावसंच 5.1

(1) x आणि y या चलांचा उपयोग करून दोन चलांतील 5 रेषीय समीकरणे लिहा.

(2) $x + y = 7$ या समीकरणाच्या 5 उकली लिहा.

(3) खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

(i) $x + y = 4$; $2x - 5y = 1$

(ii) $2x + y = 5$; $3x - y = 5$

(iii) $3x - 5y = 16$; $x - 3y = 8$

(iv) $2y - x = 0$; $10x + 15y = 105$

(v) $2x + 3y + 4 = 0$; $x - 5y = 11$

(vi) $2x - 7y = 7$; $3x + y = 22$

जाणून घेऊया.

एकसामयिक समीकरणांवरील शाब्दिक उदाहरणे

शाब्दिक उदाहरणे सोडवताना दिलेल्या माहितीवरून समीकरण तयार करणे हा एक अत्यंत महत्त्वाचा टप्पा आहे. समीकरणाची उकल काढण्याची प्रणाली पुढील पायऱ्यांमधून दाखविली आहे.

पायऱ्या	उदाहरण
शाब्दिक उदाहरण काळजीपूर्वक वाचून समजून घ्या.	दोन संख्यांची बेरीज 36 आहे एका संख्येच्या आठ पटींतून 9 वजा केले असता दुसरी संख्या मिळते.
↓	↓
उदाहरणातील माहितीवरून राशींसाठी चले वापरा.	पहिली संख्या = x मानू. दुसरी संख्या = y मानू.
↓	↓
चले वापरून विधाने गणिती भाषेत लिहा.	संख्यांची बेरीज 36 $\therefore x + y = 36$ लहान संख्येची 8 पट = $8x$ लहान संख्येची 8 पट − 9 = $8x - 9$ $\therefore$ मोठी संख्या = $y = 8x - 9$
↓	↓
योग्य पद्धतींचा उपयोग करून समीकरणे सोडवा.	$x + y = 36$ $\therefore 8x - y = 9$ $\therefore\ 9x = 45$ $\therefore\ x = 5$ $\therefore\ 5 + y = 36$ $\therefore\ y = 36 - 5$ $\therefore\ y = 31$
↓	↓
उकल मिळवा.	$x = 5,\ y = 31$
↓	↓
आलेले उत्तर समीकरणात ठेवून पडताळा घ्या.	$31 + 5 = 36$ ....(I) $31 = 8 \times 5 - 9$ ....(II)
↓	↓
उत्तर लिहा.	$\therefore$ त्या संख्या 5 व 31 आहेत.

शाब्दिक उदाहरणे

आता आपण विविध प्रकारच्या शाब्दिक उदाहरणांचा विचार करू.

(1) वयांशी निगडित उदाहरणे

(2) संख्यांशी निगडित उदाहरणे

(3) अपूर्णांकांवर आधारित उदाहरणे

(4) आर्थिक व्यवहारांवर आधारित उदाहरणे

(5) भौमितिक आकृत्यांच्या गुणधर्मांवर आधारित उदाहरणे

(6) वेग, अंतर, वेळ यांवर आधारित उदाहरणे

उदा (1) दोन संख्यांची बेरीज 103 आहे. जर मोठ्या संख्येला लहान संख्येने भागले तर भागाकार 2 येतो व बाकी 19 उरते, तर त्या संख्या शोधा.

उकल : पायरी 1 : शाब्दिक उदाहरण समजावून घेणे.

पायरी 2 : शोधण्याच्या संख्यांसाठी अक्षरे मानणे.

तसेच भाज्य = भाजक × भागाकार + बाकी हा नियम लक्षात घेणे.

मोठी संख्या x मानू व लहान संख्या y मानू.

पायरी 3 : दिलेली माहिती : संख्यांची बेरीज = 103

म्हणून $x + y = 103$ हे एक समीकरण मिळाले.

मोठ्या संख्येला लहान संख्येने भागल्यास भागाकार 2 येतो, बाकी 19 उरते म्हणून

$x = 2 \times y + 19$ ...(भाज्य = भाजक × भागाकार + बाकी)

म्हणजेच $x - 2y = 19$ हे दुसरे समीकरण मिळते.

पायरी 4 : आता तयार समीकरणांची उकल काढू.

$$x + y = 103 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$
$$x - 2y = 19 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

समीकरण (I) मधून समीकरण (II) वजा करू.

$$\begin{array}{rcl} x + y &=& 103 \\ x - 2y &=& 19 \\ - \quad + & & - \\ \hline 0 + 3y &=& 84 \\ \therefore \quad y &=& 28 \end{array}$$

पायरी 5 : $x + y = 103$ या समीकरणात y ची किंमत ठेवू.

$\therefore \quad x + 28 = 103$

$\therefore \quad x = 103 - 28$

$\therefore \quad x = 75$

पायरी 6 : दिलेल्या संख्या 75 व 28 आहेत.

उदा (2) सलीलचे वय संग्रामच्या वयाच्या निम्म्यापेक्षा 23 वर्षांनी जास्त आहे. पाच वर्षांपूर्वी त्यांच्या वयांची बेरीज 55 वर्षे होती, तर त्यांची आजची वये काढा.

उकल : सलीलचे आजचे वय x मानू व संग्रामचे आजचे वय y मानू.

सलीलचे वय संग्रामच्या वयाच्या निम्म्यापेक्षा 23 ने जास्त आहे, म्हणून $x = \frac{y}{2} + \square$

पाच वर्षांपूर्वीचे सलीलचे वय $= x - 5$. पाच वर्षांपूर्वीचे संग्रामचे वय $= y - 5$

पाच वर्षांपूर्वीची त्यांच्या वयांची बेरीज = 55

$\square + \square = 55$

समीकरणे सोडवून उकल काढणे.

$2x = y + 46$ $\qquad 2x - y = 46$ ....(I)

$(x - 5) + (y-5) = 55$

$x + y = 65$ ....(II)

समीकरण (I) व समीकरण (II) यांची बेरीज करू.

$$\begin{array}{rrl} & 2x - y & = 46 \\ + & x + y & = 65 \\ \hline \therefore & 3x & = 111 \\ \therefore & x & = 37 \end{array}$$

$x = 37$ ही किंमत समीकरण (II) मध्ये ठेवू.

$$\begin{array}{rrl} & x+y & = 65 \\ \therefore & 37 + y & = 65 \\ \therefore & y & = 65 - 37 \\ \therefore & y & = 28 \end{array}$$

सलीलचे आजचे वय 37 वर्षे आहे व संग्रामचे आजचे वय 28 वर्षे आहे.

उदा (3) एक दोन अंकी संख्या तिच्या अंकांच्या बेरजेच्या चौपट आहे. तिच्या अंकांची अदलाबदल केल्यास मिळणारी संख्या ही मूळच्या संख्येच्या दुपटीपेक्षा 9 ने कमी आहे, तर ती संख्या शोधा.

उकल : मूळच्या संख्येतील एककस्थानचा अंक x आणि दशकस्थानचा अंक y मानू.

	दशकस्थानचा अंक	एककस्थानचा अंक	संख्या	अंकांची बेरीज
मूळच्या संख्येसाठी	y	x	$10y + x$	$y + x$
अंकांची अदलाबदल केल्यावर मिळणाऱ्या संख्येसाठी	x	y	$10x + y$	$x + y$

पहिल्या अटीनुसार $\quad 10y + x = 4\,(y+x)$

$\therefore 10y + x = 4y + 4x$

$\therefore x - 4x + 10y - 4y = 0$

$\therefore -3x + 6y = 0 \qquad \therefore -3x = -6y \qquad \therefore x = 2y$ .....(I)

दुसऱ्या अटीनुसार $10x + y = 2(10y+x)-9$

$$10x+y = 20y + 2x-9$$

$$10x-2x+y-20y = -9$$

$$8x - 19y = -9 \quad \text{.............(II)}$$

$$x = 2y \quad \text{..............(I)}$$

$x = 2y$ ही किंमत समीकरण (II) मध्ये ठेवून.

$$16y - 19y = -9 \quad \text{...............(I)}$$

$$\therefore\ -3y = -9$$

$$\therefore\ y = 3$$

$y = 3$ ही किंमत समीकरण (I) मध्ये ठेवू. $x - 2y = 0$

$$x - 2 \times 3 = 0 \qquad \therefore\ x - 6 = 0 \qquad \therefore\ x = 6$$

मूळची दोन अंकी संख्या : $10y + x = 10 \times 3 + 6$

$$= 36$$

उदा (4) एका गावाची लोकसंख्या 50,000 होती. एका वर्षात पुरुषांची संख्या 5% ने वाढली व स्त्रियांची संख्या 3% ने वाढली. त्यामुळे या वर्षी लोकसंख्या 52,020 झाली. तर गेल्या वर्षी त्या गावात पुरुष किती होते व स्त्रिया किती होत्या?

उकल : आधीच्या वर्षी गावातील पुरुषांची संख्या x व स्त्रियांची संख्या y होती असे मानू.

पहिल्या अटीनुसार $\square + \square = 50000$ ....(I)

पुरुषांची संख्या 5% ने वाढली. पुरुषांची संख्या $\frac{\square}{\square}x$ झाली.

स्त्रियांची संख्या 3% ने वाढली. स्त्रियांची संख्या $\frac{\square}{\square}y$ झाली.

दुसऱ्या अटीनुसार $\frac{\square}{\square}x + \frac{\square}{\square}y = 52020$

$$\square x + \square y = 5202000 \quad \text{.......(II)}$$

समीकरण (I) ला 103 ने गुणू.

$$\square x + \square y = 5150000 \quad \text{.......(III)}$$

समीकरण (II) मधून समीकरण (III) वजा करू.

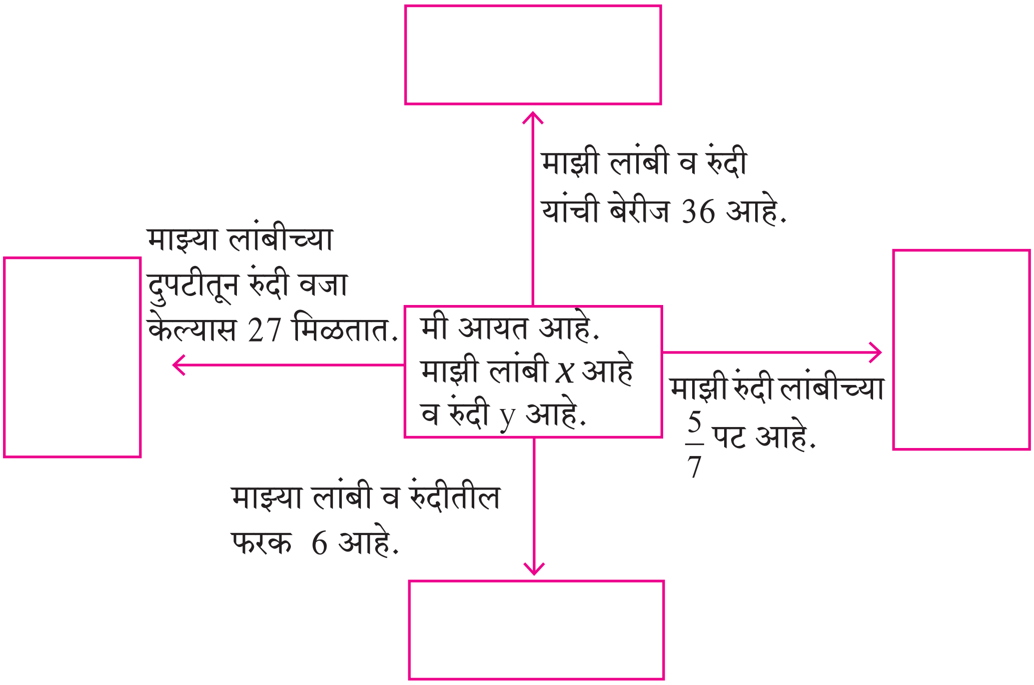
$$2x = 5202000 - 5150000$$

$$2x = 52000$$

$\therefore$ पुरुषांची संख्या $= x = \square$ $\therefore$ स्त्रियांची संख्या $= y = \square$

कृती I : पुढे दिलेल्या आकृतीत बाणाजवळ काही सूचना लिहिल्या आहेत. त्यावरून मिळणारे समीकरण बाणांपुढील चौकटींत लिहा. चौकटींतील कोणतीही दोन समीकरणे घेऊन त्या समीकरणांची उकल काढा. उकलींचा पडताळा घ्या.

यांपैकी कोणत्याही दोन समीकरणांची एक जोडी, अशा किती जोड्या मिळतील? त्यांच्या उकलींवर चर्चा करा.



सराव संच 5.2

(1) एका पाकिटात काही 5 रुपयांच्या व काही 10 रुपयांच्या नोटा आहेत. नोटांची एकूण किंमत 350 रु. आहे. 5 रुपयांच्या नोटांची संख्या 10 रुपयांच्या नोटांच्या संख्येच्या दुपटीपेक्षा 10 ने कमी आहे, तर पाकिटात 5 रुपयांच्या व 10 रुपयांच्या किती नोटा आहेत?

(2) एका अपूर्णांकाचा छेद अंशाच्या दुपटीपेक्षा 1 ने कमी आहे. अंश व छेद यांत प्रत्येकी 1 मिळवल्यास अंशाचे छेदाशी असलेले गुणोत्तर 3 : 5 होते, तर तो अपूर्णांक काढा.

(3) प्रियांका व दीपिका यांच्या वयांची बेरीज 34 वर्षे आहे. प्रियांका दीपिकापेक्षा 6 वर्षांनी मोठी आहे, तर त्यांची वये काढा.

(4) एका प्राणिसंग्रहालयात सिंह आणि मोर यांची एकूण संख्या 50 आहे. त्यांच्या पायांची एकूण संख्या 140 आहे, तर प्राणिसंग्रहालयातील सिंहांची व मोरांची संख्या काढा.

(5) संजयला नोकरीमध्ये काही मासिक पगार मिळतो. दरवर्षी त्याच्या पगारामध्ये निश्चित रकमेची वाढ होते. जर चार वर्षांनी त्याचा मासिक पगार 4,500 रुपये झाला व 10 वर्षांनी मासिक पगार 5,400 रुपये झाला, तर त्याचा सुरुवातीचा पगार व वार्षिक वाढीची रक्कम काढा.

(6) 3 खुर्च्या व 2 टेबलांची किंमत 4500 रुपये आहे. 5 खुर्च्या व 3 टेबलांची किंमत 7000 रुपये आहे, तर 2 खुर्च्या व 2 टेबलांची एकूण किंमत काढा.

(7) एका दोन अंकी संख्येतील अंकांची बेरीज 9 आहे. जर अंकांची अदलाबदल केली तर मिळणारी संख्या ही आधीच्या संख्येपेक्षा 27 ने मोठी आहे, तर ती दोन अंकी संख्या काढा.

(8*) Δ ABC मध्ये कोन A चे माप हे $\angle$ B व $\angle$ C या कोनांच्या मापांच्या बेरजेएवढे आहे. तसेच $\angle$ B व $\angle$ C यांच्या मापांचे गुणोत्तर 4:5 आहे. तर त्या त्रिकोणाच्या कोनांची मापे काढा.

(9*) एका 560 सेमी लांबीच्या दोरीचे दोन तुकडे असे करायचे आहेत, की लहान तुकड्याच्या लांबीची दुप्पट ही मोठ्या तुकड्याच्या लांबीच्या $\frac{1}{3}$ पट आहे, तर मोठ्या तुकड्याची लांबी काढा.

(10) एका स्पर्धा परीक्षेत 60 प्रश्न होते. प्रत्येक प्रश्नांच्या बरोबर उत्तराकरिता 2 गुण आणि चुकीच्या उत्तराकरिता ऋण एक गुण देण्यात येणार होता. यशवंतने सर्व 60 प्रश्न सोडवले तेव्हा त्याला 90 गुण मिळाले, तर त्याची किती प्रश्नांची उत्तरे चुकली होती ?

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह 5

(1) खालीलपैकी योग्य पर्याय निवडा.

(i) $3x + 5y = 9$ आणि $5x + 3y = 7$ तर $x + y$ ची किंमत खालीलपैकी कोणती आहे ?

(A) 2 (B) 16 (C) 9 (D) 7

(ii) आयताच्या लांबीतून व रुंदीतून 5 वजा केले तर त्याची परिमिती 26 येते. या माहितीचे गणिती भाषेतील रूपांतर खालीलपैकी कोणते ?

(A) $x - y = 8$ (B) $x + y = 8$ (C) $x + y = 23$ (D) $2x + y = 21$

(iii) अजय हा विजयपेक्षा 5 वर्षांनी लहान आहे. त्या दोघांच्या वयाची बेरीज 25 आहे, तर अजयचे वय किती ?

(A) 20 (B) 15 (C) 10 (D) 5

(2) खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

(i) $2x + y = 5$; $3x - y = 5$

(ii) $x - 2y = -1$; $2x - y = 7$

(iii) $x + y = 11$; $2x - 3y = 7$

(iv) $2x + y = -2$; $3x - y = 7$

(v) $2x - y = 5$; $3x + 2y = 11$

(vi) $x - 2y = -2$; $x + 2y = 10$

(3) चलाचे सहगुणक समान करून खालील समीकरणे सोडवा.

(i) $3x-4y=7$; $5x+2y=3$

(ii) $5x + 7y=17$; $3x-2y=4$

(iii) $x-2y= -10$; $3x-5y= -12$

(iv) $4x + y=34$; $x+4y= 16$

(4) खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

(i) $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=4$; $\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=1$

(ii) $\frac{x}{3}+5y=13$; $2x+\frac{y}{2}=19$

(iii) $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=13$; $\frac{5}{x}-\frac{4}{y}=-2$

(5*) एक दोन अंकी संख्या, त्या संख्येतील अंकांच्या बेरजेच्या चौपटीपेक्षा 3 ने मोठी आहे. जर त्या संख्येमध्ये 18 मिळवले तर येणारी बेरीज ही मूळ संख्येतील अंकांची अदलाबदल करून येणारी संख्या मिळते, तर ती संख्या काढा.

(6) 8 पुस्तके व 5 पेन यांची एकूण किंमत 420 रुपये आहे आणि 5 पुस्तके व 8 पेन यांची एकूण किंमत 321 रुपये आहे, तर एक पुस्तक व दोन पेन यांची किंमत काढा.

(7*) दोन व्यक्तींच्या उत्पन्नांचे गुणोत्तर 9:7 आहे व त्यांच्या खर्चांचे गुणोत्तर 4:3 आहे. प्रत्येकाची बचत 200 रुपये असेल तर प्रत्येकाचे उत्पन्न काढा.

(8*) एका आयताची लांबी 5 एककाने कमी केली व रुंदी 3 एककाने वाढवली तर त्याचे क्षेत्रफळ 9 चौरस एककाने कमी होते. जर लांबी 3 एककाने कमी केली व रुंदी 2 एककाने वाढवली तर त्याचे क्षेत्रफळ 67 चौरस एककाने वाढते, तर आयताची लांबी व रुंदी काढा.

(9*) एका रस्त्यावरील A व B या दोन ठिकाणांमधील अंतर 70 किमी आहे. एक कार A ठिकाणाहून व दुसरी कार B या ठिकाणाहून निघते. जर त्या एकाच दिशेने निघाल्या तर एकमेकींना 7 तासात भेटतात व विरुद्ध दिशेने निघाल्यास 1 तासात भेटतात, तर त्यांचे वेग काढा.

(10*) एक दोन अंकी संख्या व त्या संख्येतील अंकांची अदलाबदल करून येणारी संख्या यांची बेरीज 99 आहे, तर ती संख्या काढा.

कृती : अपूर्णांक शोधा.

$\dfrac{\text{अंश } x}{\text{छेद } y}$

अपूर्णांकाच्या अंशाला 3 ने गुणले व छेदातून 3 वजा केले तर मिळणारा अपूर्णांक $\frac{18}{11}$ आहे.

↓ समीकरण I

$11x - 6y + 18 = 0$

अपूर्णांकाचा अंश 8 ने वाढवला आणि छेद दुप्पट केला तर मिळणारा अपूर्णांक $\frac{1}{2}$ आहे.

↓ समीकरण II

$x - y + 8 = 0$

∴ दिलेला अपूर्णांक = $\dfrac{\square}{\square}$

आलेल्या उत्तराचा पडताळा घ्या.

◈◈◈