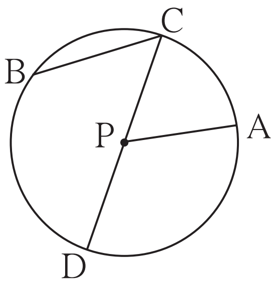
6 वृत्त

आओ, सिखें

- वृत्त
- वृत्त की जीवा के गुणधर्म
- अंतर्वृत्त
- परिवृत्त

थोड़ा सोचें



आकृति 6.1

संलग्न आकृति में P केंद्र वाले वृत्त का निरीक्षण कीजिए ।
इस आकृति के आधार पर नीचे दी गई तालिका पूर्ण कीजिए ।

---	रेख PA	---	---	---	---	∠CPA
जीवा	---	व्यास	त्रिज्या	केंद्र	केंद्रीय कोण	---

आओ, जानें

वृत्त (Circle)

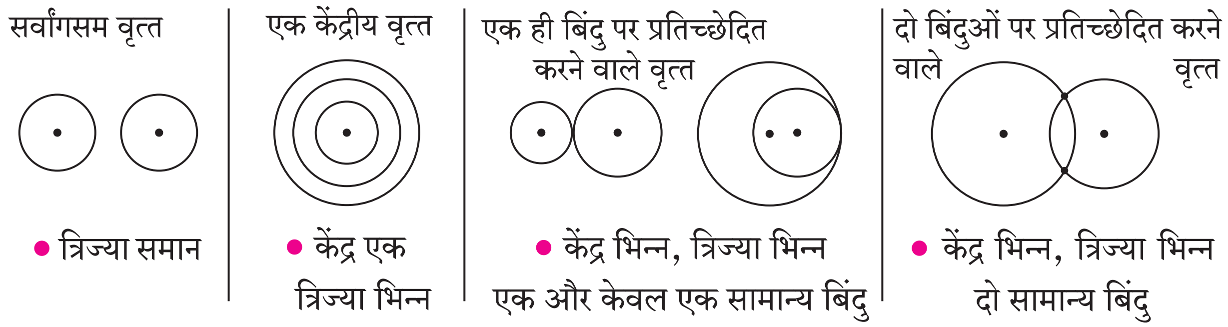
बिंदुओं के समुच्चय के रूप में वृत्त का वर्णन करेंगे ।

- प्रतल के किसी स्थिर बिंदु से उसी प्रतल के समदूरस्थ सभी बिंदुओं के समुच्चय को **वृत्त** (Circle) कहते हैं । उस स्थिर बिंदु को **वृत्त का केंद्र** (Centre of a circle) कहते हैं ।

वृत्त संबंधी कुछ पद (संज्ञा)

- वृत्त के केंद्र तथा वृत्त पर स्थित किसी भी बिंदु को जोड़ने वाले रेखाखंड को **त्रिज्या** (Radius) कहते हैं ।
- वृत्त के केंद्र और वृत्त पर स्थित किसी बिंदु के बीच की दूरी को भी **त्रिज्या** कहते हैं ।
- वृत्त के कोई भी दो बिंदुओं को जोड़ने वाला रेखाखंड **जीवा** (Chord) कहलाता है ।
- वृत्त के केंद्र से जाने वाली जीवा को उस वृत्त का **व्यास** (Diameter) कहते हैं । व्यास वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है ।

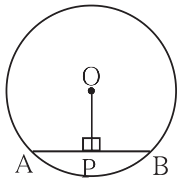
प्रतल में स्थित वृत्त



आकृति 6.2

वृत्त की जीवा के गुणधर्म (Properties of chord)

कृति I : समूह के प्रत्येक विद्‌यार्थी को नीचे दी गई कृति करनी है ।
अपनी कॉपी में एक वृत्त खींचकर उसमें एक जीवा खींचिए ।
वृत्त के केंद्र से जीवा पर लंब खींचिए । जीवा के दो भाग हुए हैं ।
प्रत्येक भाग की लंबाई नापिए ।
समूह पमुख ने निम्नलिखित सारिणी बनाकर उसमें सभी के निरीक्षण अंकित करना है ।



आकृति 6.3

विद्‌यार्थी / लंबाई	1	2	3	4	5	6
l (AP)	...... सेमी					
l (PB)	...... सेमी					

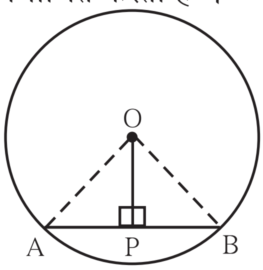
इस निरीक्षण के आधार पर प्राप्त गुणधर्म को लिखिए । इस गुणधर्म को सिद्‌ध करने को विधि (उपपत्ति) देखेंगे ।

प्रमेय : वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब उस जीवा को समद्‌विभाजित करता है ।

पक्ष : O केंद्रवाले वृत्त में रेख AB जीवा है ।
रेख OP $\perp$ जीवा AB

साध्य : रेख AP $\cong$ रेख BP

उपपत्ति : रेख OA तथा रेख OB खींचिए ।



आकृति 6.4

Δ OPA तथा Δ OPB में

$\angle$OPA $\cong$ $\angle$OPB . . . . रेख OP $\perp$ जीवा AB (प्रत्येक कोण 90 का है ।)

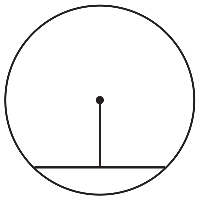
रेख OP $\cong$ रेख OP . . . . सामान्य भुजा

कर्ण OA $\cong$ कर्ण OB . . . . एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ

$\therefore$ Δ OPA $\cong$ Δ OPB . . . . कर्ण भुजा प्रमेय

रेख PA $\cong$ रेख PB . . . . सर्वांगत त्रिभुजों की संगत भुजाएँ

कृति II : समूह के प्रत्येक विद्‌यार्थी को नीचे दी गई कृति करनी है । अपनी कॉपी में एक वृत्त बनाइए । उसमें एक जीवा खींचिए । जीवा का मध्यबिंदु ज्ञात कीजिए । मध्यबिंदु तथा वृत्त के केंद्र को मिलाने वाला रेखाखंड खींचिए । इस रेखाखंड के द्‌वारा जीवा के साथ बनने वाले कोण को मापिए ।
क्या देखा ? आपके द्‌वारा मापे गए कोण का माप एक-दूसरे को बताइए ।
निश्चित कीजिए कि इस कृति के आधार पर कौन-सा गुणधर्म ध्यान में आता है ।


आकृति 6.5

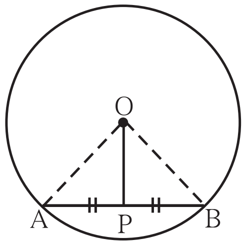
प्रमेय : वृत्त केंद्र तथा जीवा के मध्यबिंदु को जोड़ने वाला रेखाखंड जीवा पर लंब होता है ।

दत्त : O केंद्रवाले वृत्त की रेखा AB यह जीवा है । जीवा AB का P मध्यबिंदु है ।

अतः रेख AP $\cong$ रेख PB

साध्य : रेख OP $\perp$ जीवा AB

उपपत्ति : रेख OA तथा रेख OB खींचिए ।



आकृति 6.6

Δ AOP तथा Δ BOP में

रेख OA $\cong$ रेख OB . . . . (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

रेख OP $\cong$ रेख OP. . . . . (सामान्य भुजा)

रेख AP $\cong$ रेख BP . . . . (दत्त)

$\therefore$ Δ AOP $\cong$ Δ BOP . . . . (भुभुभु कसौटी)

$\therefore$ $\angle$OPA $\cong$ $\angle$OPB . . . . (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण) . . . .(I)

अब $\angle OPA + \angle OPB = 180°$ . . . (रेखीक युगल कोण)

$\angle OPB + \angle OPB = 180°$ . . . . . . (I से)

$2 \angle OPB = 180°$

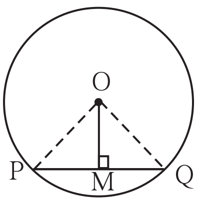
$\angle OPB = 90°$

$\therefore$ रेख OP $\perp$ जीवा AB

हल किए गए उदाहरण

उदा. (1) किसी वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है । उस वृत्त की कोई जीवा 8 सेमी लंबी है तो वह जीवा तथा वृत्त के केंद्र के के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

हल :



आकृति 6.7

सर्वप्रथम दी गई जानकारी के अनुसार आकृति बनाएँ ।

माना, O केंद्रवाले वृत्त की जीवा PQ की लंबाई 8 सेमी है

रेख OM $\perp$ जीवा PQ खींचिए ।

हम जानते हैं कि वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है ।

$\therefore$ PM = MQ = 4 सेमी

वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है अर्थात OQ = 5 सेमी दिया है ।

समकोण त्रिभुज Δ OMQ में पायथागोरस के प्रमेय अनुसार,

$OM^2 + MQ^2 = OQ^2$

$OM^2 + 4^2 = 5^2$

$\therefore \; OM^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$

$\therefore \; OM = 3$

अर्थात जीवा, वृत्त के केंद्र से 3 सेमी की दूरी पर है ।

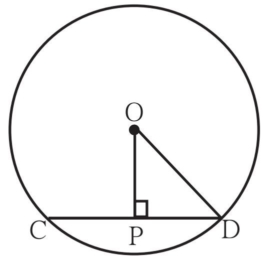
उदा. (2) किसी वृत्त की त्रिज्या 20 सेमी है । इस वृत्त की कोई जीवा वृत्त के केंद्र से 12 सेमी की दूरी पर है तो उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए ।

हल : माना वृत्त का केंद्र O है. त्रिज्या = OD = 20 सेमी जीवा CD केंद्र O से 12 सेमी की दूरी पर है ।

रेख OP $\perp$ रेख CD

$\therefore$ OP = 12 सेमी

$\therefore$ CP = PD ...... वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है ।



आकृति 6.8

समकोण त्रिभुज Δ OPD में पायथागोरस के प्रमेयानुसार,

$OP^2 + PD^2 = OD^2$

$(12)^2 + PD^2 = 20^2$

$PD^2 = 20^2 - 12^2$

$PD^2 = (20+12)\,(20-12)$

$= 32 \times 8 = 256$

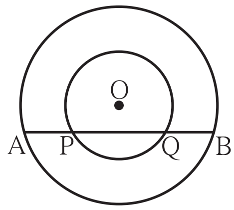
$\therefore$ PD = 16 $\qquad$ $\therefore$ CP = 16

CD = CP + PD = 16 + 16 = 32

$\therefore$ जीवा की लंबाई 32 सेमी है ।

प्रश्नसंग्रह 6.1

1. वृत्त के केंद्र O से 8 सेमी की दूरी पर जीवा AB स्थित है । जीवा AB की लंबाई 12 सेमी है तो वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए ।
2. किसी वृत्त का व्यास 26 सेमी तथा जीवा की लंबाई 24 सेमी है तो वह जीवा वृत्त के केंद्र से कितनी दूरी पर होगी ?
3. 34 सेमी त्रिज्यावाले वृत्त की एक जीवा केंद्र से 30 सेमी की दूरी पर हो तो जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए ।
4. O केंद्रवाले वृत्त की त्रिज्या 41 सेमी है । वृत्त की जीवा PQ की लंबाई 80 सेमी हो तो जीवा PQ की केंद्र से दूरी ज्ञात कीजिए ।
5. आकृति 6.9 में बिंदु O केंद्रवाले दो वृत्त हैं । बड़े वृत्त की जीवा AB यह जीवा छोटे वृत्त के बिंदु P तथा Q पर प्रतिच्छेदित करती है । सिद्‌ध कीजिए कि AP = BQ
6. सिद्‌ध कीजिए कि यदि वृत्त का व्यास दो जीवाओं को समद्विभाजित करता हो तो वे जीवाएँ परस्पर समांतर होती हैं ।



आकृति 6.9

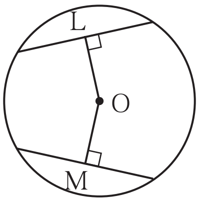
कृति I

(1) सुविधाजनक त्रिज्यावाला वृत्त बनाइए । (2) प्रत्येक वृत्त में समान लंबाईवाली दो जीवाएँ खींचिए ।
(3) वृत्त के केंद्र से प्रत्येक जीवा पर लंब खींचिए । (4) वृत्त के केंद्र से प्रत्येक जीवा की दूरी नापिए ।

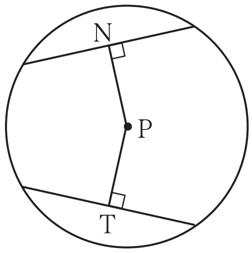
आओ, जानें

वृत्त की सर्वांगसम जीवाओं तथा उनके केंद्र से दूरी संबंधी गुणधर्म

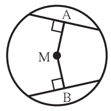
कृति II



आकृति (i)



आकृति (ii)

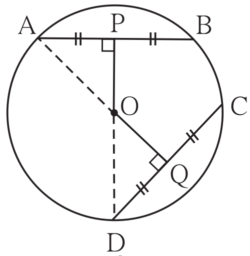


आकृति (iii)

आकृति (i) में OL = OM, आकृति (ii) में PN = PT, आकृति (iii) में MA = MB ऐसा मिलता है क्या ? इस कृति से प्राप्त होने वाले गुणधर्म को शब्दों मे लिखिए ।

आओ, जानें

सर्वांगसम जीवाओं के गुणधर्म (Properties of congruent chords)



आकृति 6.10

प्रमेय : एक ही वृत्त की सर्वांगसम जीवाएँ केंद्र से समदूरस्थ होती हैं।

पक्ष : O केंद्रवाले वृत्त में
जीवा AB $\cong$ जीवा CD
OP $\perp$ AB, OQ $\perp$ CD

साध्य : OP = OQ

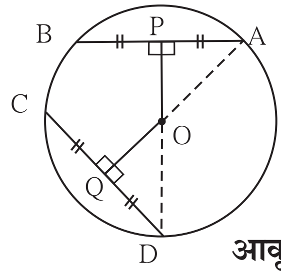
रचना : रेख OA तथा रेख OD खींचिए ।

उपपत्ति : AP = $\frac{1}{2}$ AB, DQ = $\frac{1}{2}$ CD . . . वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है ।

AB = CD . . . . पक्ष
$\therefore$ AP = DQ
$\therefore$ रेख AP $\cong$ रेख DQ . . . . (I) एक ही वृत्त की त्रिज्या
समकोण Δ APO तथा समकोण Δ DQO में,
रेख AP $\cong$ रेख DQ . . . . (I) से
कर्ण OA $\cong$ कर्ण OD . . . . एक ही वृत्त की त्रिज्या
$\therefore$ Δ APO $\cong$ Δ DQO . . . . कर्णभुजा प्रमेय
रेख OP $\cong$ रेख OQ . . . . सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ
$\therefore$ OP = OQ . . . . सर्वांगसम रेखाखंडों की लंबाई समान होती है ।
वृत्त की सर्वांगसम जीवाएँ केंद्र से समदूरस्थ होती हैं ।

प्रमेय : एक ही वृत्त की केंद्र से समदूरस्थ जीवाएँ सर्वांगसम होती हैं ।

पक्ष : O केंद्रवाले वृत्त में
रेख OP $\perp$ जीवा AB
रेख OQ $\perp$ जीवा CD
और OP = OQ



आकृति 6.11

साध्य : जीवाAB $\cong$ जीवा CD

रचना : रेख OA तथा रेख OD खींचिए ।

उपपत्ति : नीचे दिए गए विधानों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।
समकोण Δ OPA तथा समकोण Δ OQD में
कर्ण OA $\cong$ कर्ण OD . . . . [ ]
रेख OP $\cong$ रेख OQ . . . . दत्त
$\therefore$ Δ OPA $\cong$ Δ OQD . . . . [ ]
$\therefore$ रेख AP $\cong$ रेख QD . . . . सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ
$\therefore$ AP = QD . . . . (I)
किंतु AP = $\frac{1}{2}$ AB,   OQ = $\frac{1}{2}$ CD . . . . . [ ]
$\therefore$ AP = QD . . . . विधान (I)
$\therefore$ AB = CD
$\therefore$ रेख AB $\cong$ रेख CD
यह समझ लीजिए कि उपर्युक्त दोनों प्रमेय परस्पर एक-दूसरे के विलोम हैं ।

इसे ध्यान में रखें

एक ही वृत्त की सर्वांगसम जीवाएँ केंद्र से समान दूरी पर (समदूरस्थ) होती हैं ।

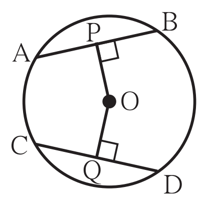
कृति :

1. उपर्युक्त दोनों प्रमेय एक वृत्त या दो सर्वांगसम वृत्त लेकर भी सिद्ध कर सकते हैं ।
2. सर्वांगसम वृत्तों की केंद्र से समदूरस्थ जीवाएँ सर्वांगसम होती है । इन दोनों प्रमेयों के लिए दत्त, साध्य तथा उपपत्ति लिखिए ।

हल किए गए उदाहरण

उदा. दी गई आकृति 6.12 में बिंदु O वृत्त का केंद्र है ।
AB = CD यदि OP = 4 सेमी तो OQ की लंबाई ज्ञात कीजिए ।

हल : O केंद्रवाले वृत्त में
जीवा AB $\cong$ जीवा CD दिया गया है ।



आकृति 6.12

OP ⊥ AB, OQ ⊥ CD

OP = 4 सेमी अर्थात जीवा AB वृत्त के केंद्र O से 4 सेमी की दूरी पर है ।

हमे जानते है कि एक ही वृत्त की सर्वांगसम जीवाएँ केंद्र से समदूरस्थ होती हैं ।

∴ OQ = 4 सेमी

प्रश्नसंग्रह 6.2

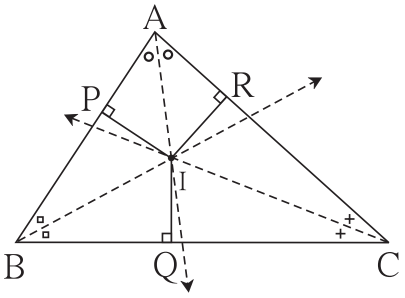
1. किसी वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है । उस वृत्त में 16 सेमी लंबाईवाली दो जीवाएँ हैं तो उन जीवाओं की केंद्र से दूरी ज्ञात कीजिए ?
2. एक वृत्त में समान लंबाईवाली दो जीवाएँ हैं । वे जीवाएँ केंद्र से 5 सेमी दूरी पर है । वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है तो जीवाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए ।
3. C केंद्रवाले वृत्त में रेख PM तथा रेख PN सर्वांगसम जीवाएँ है तो सिद्ध कीजिए किरण PC यह ∠NPM की समद्विभाजक है ।

थोड़ा याद करें

पिछली कक्षा में हमने विभिन्न त्रिभुज खींचकर यह जाँच कीया कि उनके कोण के समद्विभाजक संगामी होते हैं । त्रिभुज के कोणों के समद्विभाजकों के संगामी बिंदु को 'I' इस अक्षर द्वारा दर्शाया जाता है ।

आओ, जानें

त्रिभुज का अंतर्वृत्त (Incircle of a triangle)



आकृति 6.13

Δ ABC के तीनों कोणों के समद्विभाजक बिंदु I पर मिलते हैं ।

कोणों के समद्विभाजकों के संगामी बिंदु I से त्रिभुज को तीनों भुजाओं पर लंब खींचे गए हैं ।

IP ⊥ AB, IQ ⊥ BC, IR ⊥ AC

हमने यह अध्ययन किया है कि कोणों के समद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु कोण की दोनों भुजाओं से समदूरस्थ होता है ।

∠B के समद्विभाजक पर बिंदु I है । अतः IP = IQ

∠C के समद्विभाजक पर बिंदु I है । अतः IQ = IR

IP = IQ= IR

बिंदु I यह त्रिभुज की तीनों भुजाओं अर्थात AB, AC तथा BC से समदूरस्थ है ।

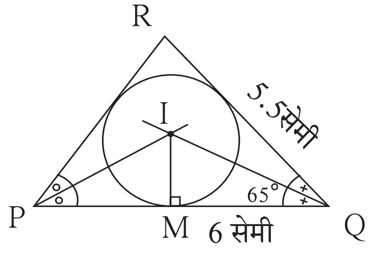
∴ बिंदु I को केंद्र मानकर तथा IP त्रिज्या लेकर खींचा गया वृत्त त्रिभुज की भुजा AB, AC तथा BC को अतः स्पर्श करता है तो ऐसे वृत्त को त्रिभुज का अंतर्वृत्त कहते हैं ।

आओ, जानें

त्रिभुज के अंतर्वृत्त की रचना करना (To construct incircle of a triangle)

उदा. Δ PQR के अतः वृत्त की रचना कीजिए, जिसमें PQ = 6 सेमी, $\angle Q = 35°$, QR = 5.5 सेमी

पहले कच्ची आकृति खींचकर उसमें दी गई जानकारी दर्शाइए ।



कच्ची आकृति 6.14

रचना के सोपान :

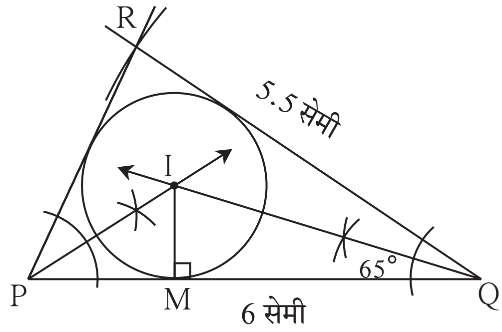
(1) दिए गए माप के आधार पर Δ PQR की रचना कीजिए ।

(2) किन्हीं दो कोणों के समद्विभाजक खींचिए ।

(3) कोण समद्विभाजकों के प्रतिच्छेदन बिंदु को I नाम दीजिए ।

(4) बिंदु Q से रेख PQ पर IM लंब खींचिए ।

(5) IM त्रिज्या तथा I को केंद्र मानकर वृत्त खींचिए ।



आकृति 6.15

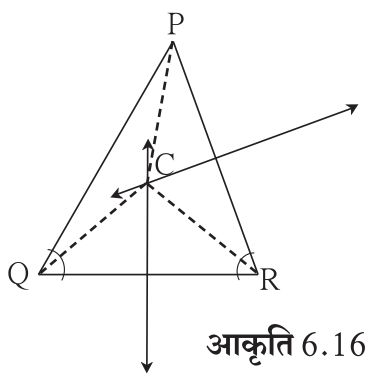
इसे ध्यान में रखें

त्रिभुज की तीनों भुजाओं को स्पर्श करने वाले वृत्त को उस त्रिभुज का अंतर्वृत्त कहते हैं ।
उस वृत्त के केंद्र को अंतर्वृत्त केंद्र या अंतःकेंद्र कहते हैं ।

थोड़ा याद करें

पिछली कक्षाओं में हमने विभिन्न त्रिभुजों की रचना कर जाँच की थी कि त्रिभुज की भुजाओं के लंबसमद्विभाजक संगामी होते हैं । त्रिभुज की भुजाओं के लंबसमद्विभाजकों के संगामी बिंदु को C इस अक्षर द्वारा दर्शाते हैं ।

आओ, जानें



आकृति 6.16

Δ PQR की भुजाओं के लंबसमद्विभाजक बिंदु C पर मिलते हैं अर्थात लंबसमद्विभाजकों का संगामी बिंदु C है ।

त्रिभुज का परिवृत्त (Circumcircle)

Δ PQR को तीनों भुजाओं के लंबसमद्विभाजकों का संगामी बिंदु C है। PC, QC, तथा RC खींचिए। हमने अध्ययन किया है कि रेखाखंड के लंबसमद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु रेखाखंड के अंतःबिंदुओं से समान दूरी पर होता है।

बिंदु C यह रेख PQ के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है। $\therefore$ PC = QC I

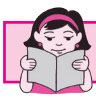
बिंदु C यह रेख QR के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है। $\therefore$ QC = RC II

$\therefore$ PC = QC = RC . . . . . विधान I व II से

$\therefore$ बिंदु C को केंद्र मानकर तथा PC त्रिज्या लेकर खींचा गया वृत्त यह त्रिभुज के तीनों शीर्षबिंदुओं से होकर जाता है। इस प्रकार के वृत्त को त्रिभुज का परिवृत्त कहते हैं।

इसे ध्यान में रखें

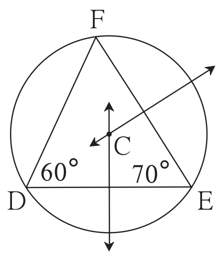
त्रिभुज के सभी शीर्षबिंदुओं से होकर जाने वाले वृत्त के त्रिभुज का परिवृत्त कहते हैं
और वृत्त के केंद्र को परिकेंद्र कहते हैं।



आओ, जानें

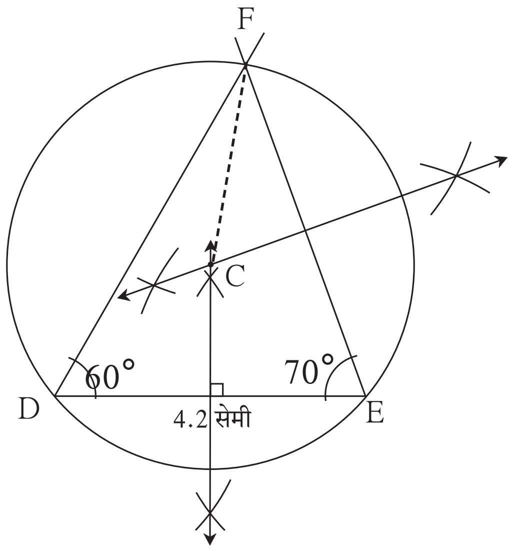
त्रिभुज के परिवृत्त की रचना करना

उदा. Δ DEF के परिवृत्त की रचना कीजिए जिसमें DE = 4.2 सेमी, $\angle D = 60^\circ$, $\angle E = 70^\circ$
पहले कच्ची आकृति बनाइए, उसमें दी गई जानकारी दर्शाइए।



कच्ची आकृति

आकृति 6.17



आकृति 6.18

रचना के सोपान :

(1) दिए गए माप के आधार पर DEF की रचना कीजिए।

(2) किन्हीं दो भुजाओं के लंबसमद्विभाजक खींचिए।

(3) वे लंबसमद्विभाजक जहाँ मिलते हैं, उस बिंदु को C नाम दीजिए।

(4) रेख CF खींचिए।

(5) CF त्रिज्या तथा C केंद्र लेकर वृत्त की रचना कीजिए।

कृति

विभिन्न मापवाले विभिन्न प्रकार के त्रिभुजों की रचना कीजिए। उनके अंतर्वृत्त तथा परिवृत्त खींचिए। अपना निरीक्षण नीचे दी गई तालिका में अंकित कीजिए तथा चर्चा कीजिए।

त्रिभुज का प्रकार	समबाहु त्रिभुज	समद्विबाहु त्रिभुज	विषमबाहु त्रिभुज
अंतर्वृत्त के केंद्र का स्थान	त्रिभुज के अंतः भाग में	त्रिभुज के अंतः भाग में	त्रिभुज के अंतः भाग में
परिवृत्त के केंद्र का स्थान	त्रिभुज के अंतः भाग में	त्रिभुज के अंतः भाग या बाह्यभाग या त्रिभुज पर	

त्रिभुज का प्रकार	न्यूनकोण त्रिभुज	समकोण त्रिभुज	अधिककोण त्रिभुज
अंतर्वृत्त के केंद्र का स्थान			
परिवृत्त के केंद्र का स्थान		कर्ण के मध्यबिंदु पर	

इसे ध्यान में रखें

- त्रिभुज का अंतर्वृत्त त्रिभुज की तीनों भुजाओं को स्पर्श करता है।
- त्रिभुज का अंतर्वृत्त बनाने के लिए किन्हीं दो कोणों के समद्विभाजक खींचना होता है।
- त्रिभुज का परिवृत्त त्रिभुज के तीनों शीर्ष बिंदुओं से होकर जाता है।
- त्रिभुज का परिवृत्त बनाने के लिए उसकी दो भुजाओं के लंबसमद्विभाजक खींचना होता है।
- न्यूनकोण त्रिभुज का परिकेंद्र त्रिभुज के अंतः भाग में होता है।
- समकोण त्रिभुज का परिकेंद्र कर्ण का मध्यबिंदु होता है।
- अधिककोण त्रिभुज का परिकेंद्र त्रिभुज के बाह्यभाग में होता है।
- किसी भी त्रिभुज का अंतः केंद्र त्रिभुज के अंतः भाग में होता है।

कृति : कोई भी एक समबाहु त्रिभुज बनाकर उसके परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त की रचना कीजिए।

यह कृति करते समय निम्नलिखित के संदर्भ में क्या ध्यान में आता है ?

(1) त्रिभुज का परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त बनाते समय उसके कोणों के समद्विभाजक तथा भुजाओं के लंबसमद्विभाजक एक ही है क्या ?

(2) परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त का केंद्र एक ही है क्या ? यदि हाँ तो उसका कारण क्या होगा ?

(3) परिवृत्त की त्रिज्या तथा अंतर्वृत्त की त्रिज्या नापिए तथा उनका अनुपात ज्ञात कीजिए।

इसे ध्यान में रखें

- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त की रचना करते समय उसके कोणों के समद्विभाजक तथा भुजाओं के लंबसमद्विभाजक एक ही होते हैं ।
- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त का केंद्र एक ही होता है ।
- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या तथा अंतर्वृत्त की त्रिज्या का अनुपात 2 : 1 होता है ।

प्रश्नसंग्रह 6.3

1. Δ ABC के अंतर्वृत्त की रचना कीजिए, जिसमें $\angle B = 100^\circ$, BC = 6.4 सेमी $\angle C = 50^\circ$ ।

2. Δ PQR के परिवृत्त की रचना कीजिए, जिसमें $\angle P = 70^\circ$, $\angle R = 50^\circ$, QR = 7.3 सेमी ।

3. Δ XYZ के अंतर्वृत्त की रचना कीजिए,जिसमें XY = 6.7 सेमी, YZ = 5.8 सेमी, XZ = 6.9 सेमी ।

4. Δ LMN में LM = 7.2 सेमी, $\angle M = 105^\circ$, MN = 6.4 सेमी तो Δ LMN परिवृत्त की रचना कीजिए ।

5. Δ DEF के परिवृत्त की रचना कीजिए, जिसमें DE = EF = 6 सेमी $\angle F = 45^\circ$ ।

प्रकीर्ण प्रश्नसंग्रह 6

1. निम्नलिखित बहु वैकल्पिक प्रश्नों के दिए गए उत्तरों में से सही विकल्प चुनिए ।

(i) एक वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी तथा जीवा की केंद्र से दूरी 6 सेमी है तो उस जीवा की लंबाई कितनी होगी ?

(A) 16 सेमी (B) 8 सेमी (C) 12 सेमी (D) 32 सेमी

(ii) त्रिभुज के तीनों कोणों के समद्विभाजक संगामी होते हैं । उनके संगामी बिंदु को क्या कहते हैं ?

(A) माध्यिका संगम (B) परिकेंद्र (C) अंतः केंद्र (D) लंब केंद्र

(iii) त्रिभुज के सभी शीर्ष बिंदुओं से जाने वाले वृत्त को क्या कहते हैं ?

(A) परिवृत्त (B) अंतःवृत्त (C) सर्वांगसम वृत्त (D) एक केंद्रीय वृत्त

(iv) किसी वृत्त की जीवा की लंबाई 24 सेमी तथा केंद्र से जीवा 5 सेमी दूरी पर है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ?

(A) 12 सेमी (B) 13 सेमी (C) 14 सेमी (D) 15 सेमी

(v) 2.9 सेमी त्रिज्यावाले वृत्त की सबसे बड़ी जीवा की लंबाई कितनी हो सकती है ?

(A) 3.5 सेमी (B) 7 सेमी (C) 10 सेमी (D) 5.8 सेमी

(vi) किसी O केंद्रवाले वृत्त की त्रिज्या 4 सेमी है । $l(OP) = 4.2$ सेमी हो तो बिंदु 'P' कहाँ होगा ?

(A) केंद्र पर (B) वृत्त के अंतःभाग में (C) वृत्त के बहिर्भाग में (D) वृत्त पर

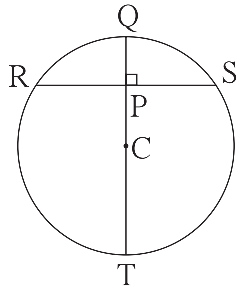
(vii) किसी वृत्त की समांतर जीवाओं की लंबाई क्रमशः 6 सेमी तथा 8 सेमी है । उस वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी हो तो उन जीवाओं के बीच दूरी कितनी होगी?

(A) 2 सेमी (B) 1 सेमी (C) 8 सेमी (D) 7 सेमी

2. समबाहु त्रिभुज Δ DSP में DS = 7.5 सेमी तो Δ DSP के परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त की रचना कीजिए । परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त की त्रिज्या का अनुपात ज्ञात कीजिए ।

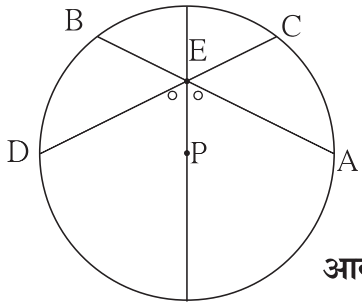
3. Δ NTS में परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त की रचना कीजिए जिसमें NT = 5.7 सेमी, TS = 7.5 सेमी $\angle NTS = 110°$

4. आकृति 6.19 में C वृत्त का केंद्र है । रेख QT व्यास है । CT = 13, CP = 5 हो तो जीवा RS ज्ञात कीजिए ।



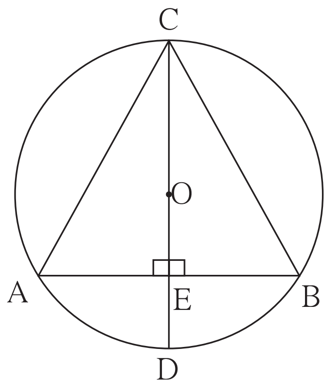
आकृति 6.19

5. आकृति 6.20 में P वृत्त का केंद्र है । जीवा AB तथा जीवा CD परस्पर व्यास के बिंदु E पर प्रतिच्छेदित करते हैं । यदि $\angle AEP \cong \angle DEP$ तो सिद्ध कीजिए कि AB = CD.



आकृति 6.20

6. आकृति 6.21 में O केंद्रवाले वृत्त का व्यास CD तथा जीवा AB है । व्यास CD जीवा AB के बिंदु E पर लंब है तो सिद्ध कीजिए कि Δ ABC समद्विबाहु त्रिभुज है ।



आकृति 6.21

ICT Tools or Links

Geogebra software की सहायता से विभिन्न वृत्त खींचकर उसमें जीवाओं के गुणधर्म प्रत्यक्ष करके देखिए अलग-अलग त्रिभुजों के परिवृत्तों तथा अंतर्वृत्तों को खींचिए । Move option का उपयोग कर मूल त्रिभुज का आकार बदलकर अंतःकेंद्र, परिकेंद्र का स्थान कैसे बदलता है, इसे प्रत्यक्ष रूप से करके देखिए ।