गणित भाग-II

नौवीं कक्षा

भारत का संविधान

भाग 4 क

मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य– भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करें;

(ग) भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखें;

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो स्त्रियों के सम्मान के विरुद्ध है;

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्व समझे और उसका परिरक्षण करे;

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करें;

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करे जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू ले;

(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य के लिए शिक्षा के अवसर प्रदान करे ।

शासन निर्णय क्रमांक : अभ्यास-२११६/(प्र.क्र.४३/१६) एसडी-४ दिनांक २५.४.२०१६ के अनुसार समन्वय समिति का गठन किया गया। दि. ३.३.२०१७ को हुई इस समिति की बैठक में यह पाठ्यपुस्तक निर्धारित करने हेतु मान्यता प्रदान की गई।

गणित

भाग-II

नौवीं कक्षा

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे - ४११ ००४

C7HK8G

आपके स्मार्टफोन में 'DIKSHA App' द्वारा, पुस्तक के प्रथम पृष्ठ पर Q.R.Code के माध्यम से डिजिटल पाठ्यपुस्तक एवं प्रत्येक पाठ में अंतर्निहित Q.R.Code में अध्ययन अध्यापन के लिए पाठ से संबंधित उपयुक्त दृक-श्राव्य सामग्री उपलब्ध कराई जाएगी।

प्रथमावृत्ति : 2017
चौथा पुनर्मुद्रण : 2021

© महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे – ४११००४

इस पुस्तक का सर्वाधिकार महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के अधीन सुरक्षित है । इस पुस्तक का कोई भी भाग महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के संचालक की लिखित अनुमति के बिना प्रकाशित नहीं किया जा सकता ।

गणित विषयतज्ञ समिति

डॉ. मंगला नारळीकर (अध्यक्ष)
डॉ. जयश्री अत्रे (सदस्य)
श्री रमाकांत सरोदे (सदस्य)
श्री दादासो सरडे (सदस्य)
श्री संदीप पंचभाई (सदस्य)
श्रीमती लता टिळेकर (सदस्य)
श्रीमती उज्ज्वला गोडबोले (सदस्य-सचिव)

गणित विषय – राज्य अभ्यासगट सदस्य

श्रीमती पूजा जाधव
श्री प्रमोद ठोंबरे
श्री राजेंद्र चौधरी
श्री आण्णापा परीट
श्री श्रीपाद देशपांडे
श्री बन्सी हावळे
श्री उमेश रेळे
श्री चंदन कुलकर्णी
श्रीमती अनिता जावे
श्रीमती बागेश्री चव्हाण
श्री कल्याण कडेकर
श्री संदेश सोनावणे
श्री सुजित शिंदे
डॉ. हनुमंत जगताप
श्री प्रताप काशिद
श्री काशिराम बाविसाने
श्री पप्पु गाडे
श्रीमती रोहिणी शिर्के
श्री राम व्हन्याळकर
श्री अन्सार शेख
श्रीमती सुवर्णा देशपांडे
श्री गणेश कोलते
श्री सुरेश दाते
श्री प्रकाश झेंडे
श्री श्रीकांत रत्नपारखी
श्री सूर्यकांत शहाणे
श्री प्रकाश कापसे
श्री सलीम हाश्मी
श्रीमती आर्या भिडे
श्री मिलिंद भाकरे
श्री ज्ञानेश्वर माशाळकर
श्री लक्ष्मण दावणकर
श्री सुधीर पाटील
श्री राजाराम बंडगर
श्री प्रदीप गोडसे
श्री रवींद्र खंदारे
श्री सागर सकुडे

श्रीमती प्राजक्ती गोखले (निमंत्रित सदस्य)
श्री वि. दि. गोडबोले (निमंत्रित सदस्य)
श्रीमती तरूबेन पोपट (निमंत्रित सदस्य)

प्रमुख संयोजक : **उज्ज्वला श्रीकांत गोडबोले**
प्र. विशेषाधिकारी गणित,
पाठ्यपुस्तक मंडळ, पुणे
मुखपृष्ठ एवं सजावट : धनश्री मोकाशी, पुणे
संगणकीय आरेखन : संदीप कोळी, मुंबई
चित्रकार : धनश्री मोकाशी

भाषांतरकार : श्री प्रेमवल्लभ ओझा
श्री सुनील श्रीवास्तव
समीक्षक : श्री लीलाराम बोपचे
श्री धीरज बी. शर्मा
विषयतज्ञ : श्रीमती संगीता संझगिरी
श्री अरविंदकुमार आर. तिवारी
श्रीमती वृंदा कुलकर्णी
श्रीमती मंजुला त्रिपाठी मिश्रा
भाषांतर संयोजन : **डॉ अलका पोतदार**
विशेषाधिकारी, हिंदी
संयोजन सहायक : **सौ. संध्या विनय उपासनी**
विषय सहायक हिंदी

निर्मिति : **सच्चितानंद आफळे**
मुख्य निर्मिति अधिकारी
संजय कांबळे, निर्मिति अधिकारी
प्रशांत हरणे, सहा. निर्मिति अधिकारी
अक्षरांकन : **रासी ग्राफिक्स,** मुंबई
कागज : ७० जी.एस.एम.क्रिमव्होव
मुद्रणादेश : N/PB/2021-22/8,000
मुद्रक : HITECH GRAPHICS, PANVEL

प्रकाशक

विवेक उत्तम गोसावी, नियंत्रक
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडळ, प्रभादेवी, मुंबई २५

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक **संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**
विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की **स्वतंत्रता,**
प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और राष्ट्र की एकता
और अखंडता सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो हजार छह विक्रमी) **को एतद् द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं ।**

राष्ट्रगीत

जनगणमन – अधिनायक जय हे
भारत – भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
भारत – भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
जय जय जय, जय हे ।।

प्रतिज्ञा

भारत मेरा देश है । सभी भारतीय मेरे भाई-बहन हैं ।

मुझे अपने देश से प्यार है । अपने देश की समृद्ध तथा विविधताओं से विभूषित परंपराओं पर मुझे गर्व है ।

मैं हमेशा प्रयत्न करूँगा/करूँगी कि उन परंपराओं का सफल अनुयायी बनने की क्षमता मुझे प्राप्त हो ।

मैं अपने माता-पिता, गुरुजनों और बड़ों का सम्मान करूँगा/करूँगी और हर एक से सौजन्यपूर्ण व्यवहार करूँगा/करूँगी ।

मैं प्रतिज्ञा करता/करती हूँ कि मैं अपने देश और अपने देशवासियों के प्रति निष्ठा रखूँगा/रखूँगी । उनकी भलाई और समृद्धि में ही मेरा सुख निहित है ।

प्रस्तावना

विद्यार्थी मित्रो,

नौवीं कक्षा में आप सभी का स्वागत !

प्राथमिक शिक्षण का अभ्यासक्रम पूर्ण कर आप माध्यमिक स्तर का अध्ययन आरंभ कर रहे हैं ।

आठवीं कक्षा के अध्ययन तक एक ही पाठ्यपुस्तक थी, अब गणित भाग I तथा गणित भाग II ऐसी दो पाठ्यपुस्तकों का अध्ययन करना है ।

आठवीं कक्षा गणित की पाठ्यपुस्तक में रेखा, त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त आदि के गुणधर्मों की जाँच की । अब और कुछ गुणधर्मों को तर्कशुद्ध सोपानों से सिद्ध करना सीखने वाले हैं । तार्किक पद्धति से प्रस्तुत करना यह कौशल व्यवहार तथा सभी क्षेत्रों में महत्त्वपूर्ण है । पाठ्यपुस्तक में यह कौशल तनावमुक्त प्राप्त कर सकते हैं ।

पाठ्यपुस्तक में दी गई कृतियों के संबंध में शिक्षकों से, कक्षा में अपने मित्र सहयोगी से चर्चा करें तथा उन कृतियों से प्राप्त गुणधर्म को सिद्ध करने का अध्ययन करें । उपपत्ति के प्रत्येक चरण में दिए गए कारणों की चर्चा करें तथा उस गुणधर्म को समझ कर कीजिए ।

इस पाठ्यपुस्तक में उच्च गणित के अध्ययन हेतु उपयोगी घटक त्रिकोणमिति तथा निर्देशांक भूमिति जैसे घटकों को समाविष्ट किया गया है । उसी प्रकार व्यवहार में उपयोग में आने वाले पृष्ठफल, घनफल का अध्ययन भी हम यहा करने वाले हैं ।

इंटरनेट का उपयोग कर कई कृति समझें । पाठ्यपुस्तक का गहन वाचन कृतियुक्त अध्ययन तथा प्रश्नसंग्रह इन तीन सूत्रों से गणित की मात्रा आनंदपूर्वक तय होगी, इसमें कोई संदेह नहीं ।

तो फिर चलिए ! अब शिक्षक, पालक, मित्र-मैत्रीण, सहयोगी इंटरनेट इन सभी को लेकर गणित का अध्ययन करें । इस अध्ययन के लिए आप सभी को शुभकामनाएँ ।

(डॉ. सुनिल मगर)
संचालक
महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व
अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे

पुणे
दिनांक : २८ एप्रिल २०१७
भारतीय सौर दिनांक : अक्षय तृतीया
८ वैशाख १९३९

कक्षा नौवीं गणित भाग II अभ्यासक्रम से निम्नलिखित क्षमताएँ विद्यार्थियों में विकसित होंगी ।

क्षेत्र	घटक	क्षमता कथन
1. भूमिति	1.1 युक्लिड की भूमिति	• दिए गए कथन में उपयोग करने योग्य जानकारी (दत्त) तथा उसके आधार पर सिद्ध करने वाले (साध्य) को उचित रूप से प्रस्तुत कर सकना । • तर्कसंगत प्रस्तुति कर साध्य कथन को सिद्ध करने की क्षमता विकसित होना ।
	1.2 समांतर रेखा तथा कोणों की जोडियाँ	• समांतर रेखा तथा तिर्यक रेखा के कारण बनने वाले विभिन्न कोणों की जोड़ियाँ पहचान सकना । • कोणों की जोड़ियों के गुणधर्म समझना तथा उपयोग कर सकना । • दी गई जानकारी को दत्त तथा साध्य के रूप में लिखकर उपपत्ति लिख सकना ।
	1.3 त्रिभुजों के कोण तथा भुजाओं का प्रमेय	• समरूप त्रिभुज पहचानकर उनकी भुजाओं का अनुपात लिख सकना ।
	1.4 समरूप त्रिभुज	• समरूप त्रिभुजों की कसौटियों का उपयोग कर वृत्त के गुणधर्म सिद्ध कर सकना ।
	1.5 वृत्त	• अंतर्वृत्त, परिवृत्त की रचना कर सकना ।
	1.6 भूमितीय रचना	• त्रिभुज की विशिष्ट जानकारी दिए जाने पर त्रिभुज की रचना कर सकना ।
	1.7 चतुर्भुज	• विशिष्ट चतुर्भुजों के गुणधर्म की सिद्धता लिख सकना । • ICT Tools की सहायता से त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त के गुणधर्मों की जाँच कर सकना ।
2. निर्देशांक भूमिति	2.1 निर्देशांक भूमिति	• प्रतल में स्थित प्रत्येक बिंदु से संबंधित बिंदु के निर्देशांकों की जोड़ी का अर्थ बता सकना । • निर्देशांकों का उपयोग कर विशिष्ट बिंदु का वर्णन कर सकना । • ICT Tools का उपयोग कर प्रतल पर के बिंदु के निर्देशांकों को खोज सकना ।
3. महत्त्वमापन	3.1 पृष्ठफल तथा घनफल	• गोले तथा शंकु का पृष्ठफल तथा घनफल ज्ञात कर सकना ।
4. त्रिकोणमिति	4.1 त्रिकोणमिति	• समरूप त्रिभुज तथा पायथागोरस के प्रमेय की सहायता से त्रिकोणमिति के अनुपात बता सकना तथा उनका उपयोग कर सकना ।

शिक्षकों के लिए सूचना

सर्वप्रथम शिक्षकों ने कक्षा नौवीं भाग II इस पाठ्यपुस्तक का गहन वाचन करना अपेक्षित है । उसमें दी गई सभी कृतियों तथा प्रात्यक्षिकों को समझ लें । कृतियों के दो भाग हैं । पहला सिद्ध करना (उपपत्ति लिखना) और दूसरा गुणधर्म तथा सीखे हुए निष्कर्षों की जाँच प्रात्यक्षिकों द्वारा करना । इन कृतियों को करने तथा पाठ्यपुस्तक अधिक उद्बोधक इस हेतु चर्चा, प्रश्नोत्तर तथा सामूहिक उपक्रम जैसे विभिन्न पद्धतियों का उपयोग करना यह शिक्षकों से अपेक्षित है । पाठ्यपुस्तक में दी गई कृति विद्यार्थी करें तथा उसी तरह की कृति तैयार करने में विद्यार्थियों का मार्गदर्शन करें ।

प्रमेय की उपपत्ति याद करने के बजाय उसपर तर्कसंगत विचार कर प्रस्तुत करना (लिखना) अधिक महत्त्वपूर्ण है । इन तर्कसंगत विचारशक्ति को गति देने वाले विभिन्न उदाहरणों के पाठ्यपुस्तक में समाविष्ट किया गया है । आव्हानात्मक उदाहरणों को पाठ्यपुस्तक में तारांकित किया गया हैं । यदि विद्यार्थी अलग से विचार कर तर्कशुद्ध पद्धति से उदाहरण हल करता है तो उस विद्यार्थी को शिक्षकों ने प्रोत्साहन देना चाहिए ।

मूल्यमापन करते समय शिक्षकों द्वारा मुक्त प्रश्न तथा कृतिपत्रिका का भी उपयोग करना अपेक्षित है । शिक्षकों को इस प्रकार की मूल्यमापन पद्धति को विकसित करने के लिए प्रयत्न करना चाहिए । इसी प्रकार पाठ्यपुस्तक में नमूने के तौर पर प्रात्यक्षिकों की सूची दी है ।

इसके अतिरिक्त उपलब्ध साहित्य से आप स्वयं विभिन्न प्रात्यक्षिक तैयार कर सकते हैं, उसी प्रकार साहित्य निर्मिति भी कर सकते हैं । पाठ्यपुस्तक की विभिन्न कृतियों को प्रात्यक्षिक में अंतर्भूत किया गया है । उसपर आधारित मूलयमापन पद्धति का उपयोग अगली कक्षाओं में क्षमता विकसित करने के लिए निश्चित तौर पर होगा, ऐसी हमें आशा है ।

प्रात्यक्षिकों की सूची

(1) संख्या रेखा पर दो बिंदुओं के बीच की दूरी ज्ञात करना ।

(2) समांतर रेखा तथा तर्यक रेखा के कारण बनने वाले गुणधर्मों की जाँच साहित्य का उपयोग करके करना ।

(3) विभिन्न साहित्यों के आधार पर त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों के गुणधर्मों को जाँचना ।

(4) समकोण त्रिभुज तथा माध्यिका के गुणधर्मों की जाँच करना ।

(5) त्रिभुज की रचना के लिए विभिन्न माप लेकर सभी प्रकार की भूमितीय रचना करना ।

(6) शंकु के वक्रपृष्ठफल का अंदाज लेने के लिए एक कृति दी गई है । वह कृति 'r' त्रिज्या वाले वृत्त के लिए करना और साथ ही जाँच करें की वृत्त का क्षेत्रफल πr^2 है ।

(7) किसी कमरे (कक्ष) में रखीं सभी वस्तुओं का माप ध्यान में रखकर पैमानायुक्त मानचित्र आलेख कागज पर बनाना ।

(8) विद्यालय के मैदान में x तथा y अक्ष बनाकर विद्यार्थियों के स्थान का निर्देशांक निर्धारित करने की कृति करना ।

(9) लंब वृत्ताकार बेलन के डिब्बे का घनफल सूत्र की सहायता से ज्ञात करना । उसी डिब्बे पर ऊपर तक पानी पूर्णतः भरकर पानी का घनफल मापना । दोनों उत्तरों की तुलना करना । इसी प्रकार अनेक त्रिमितीय आकार वाले वस्तुओं के घनफल की जाँच करना ।

अनुक्रमणिका

	प्रकरण	पृष्ठ
1.	भूमिति के मूलभूत संबोध	1 से 12
2.	समांतर रेखाएँ	13 से 23
3.	त्रिभुज	24 से 50
4.	त्रिभुजों की रचनाएँ	51 से 56
5.	चतुर्भुज	57 से 75
6.	वृत्त	76 से 87
7.	निर्देशांक भूमिति	88 से 99
8.	त्रिकोणमिति	100 से 113
9.	पृष्ठफल तथा घनफल	114 से 123
•	उत्तर सूची	124 से 128