



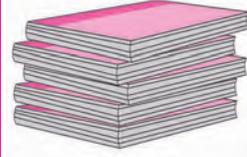
आओ, सीखें

- समुच्चय : परिचय
- समुच्चय प्रकार
- वेन आकृति
- सम समुच्चय, उपसमुच्चय
- विश्वसमुच्चय, पूरक समुच्चय
- छेदन समुच्चय, संघ समुच्चय
- समुच्चयों के घटकों की संख्या



थोड़ा याद करें

नीचे कुछ चित्र दिए हैं। उसमें अपने परिचय के वस्तु समूह हैं।

				1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...
फूलों का गुच्छा	चाबियों का गुच्छा	पक्षियों का समूह	कापियों का गट्ठा	संख्याओं का समूह

उपर्युक्त प्रत्येक वस्तु समूह के लिए हम विशिष्ट शब्द का उपयोग करते हैं। इन सभी उदाहरणों से संबंधित समूह के घटक हमें स्पष्ट रूप से बताना आता है। ऐसी वस्तुओं के समूह को 'समुच्चय' कहते हैं।

समूह की ओर गौर कीजिए - 'गाँव के खुश बच्चे' 'कक्षा के होशियार विद्यार्थी' समूह के दो उदाहरणों में 'खुश' और 'होशियार' इन दोनों शब्दों के अर्थ सापेक्ष है अर्थात् 'खुश' वृत्ति और 'होशियारी' इन दोनों शब्दों का अर्थ स्पष्टता से व्यक्त नहीं कर पाते हैं इसलिए ऐसे समूहों को 'समुच्चय' नहीं कहा जा सकता है।

आगे कुछ उदाहरण दिए हैं। उनमें से कौन-से समूह को समुच्चय कहा जा सकता है, यह स्पष्ट कीजिए।

- (1) सप्ताह के सात दिन
- (2) एक वर्ष के महीने
- (3) कक्षा के पराक्रमी विद्यार्थी
- (4) आरंभ की १० गणन संख्या
- (5) महाराष्ट्र के मजबूत गढ़-किले
- (6) हमारे सौरमंडल के ग्रह



आओ, जानें

समुच्चय (Sets)

जिस समूह के घटकों को अचूक और स्पष्टता से व्यक्त कर सकते हैं, उन समूहों को हम 'समुच्चय' कहते हैं।

समुच्चय को नाम देने के लिए साधारणतः A, B, C, \dots, Z इनमें से अंग्रेजी वर्णमाला के बड़े अक्षरों का उपयोग किया जाता है।

समुच्चय के घटक दर्शाने के लिए a, b, c, \dots इनमें अंग्रेजी के छोटे अक्षरों का उपयोग किया जाता है।

a यह समुच्चय A का घटक है। ' $a \in A$ ' ऐसे लिखा जाता है। a यह समुच्चय A का घटक नहीं है यह दर्शाने के लिए ' $a \notin A$ ' ऐसे लिखा जाता है।

अब हम संख्याओं के समुच्चय को देखते हैं।

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$ यह प्राकृत संख्याओं का समुच्चय (Set of natural numbers) है।

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ यह पूर्ण संख्याओं का समुच्चय (Set of whole numbers) है।

$I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ यह पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय (Set of integers) है।

Q यह सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय (Set of rational numbers) है।

R यह वास्तविक संख्याओं का समुच्चय (Set of real numbers) है।

समुच्चय लिखने की पद्धति

समुच्चय लिखने की दो पद्धतियाँ हैं।

(1) सूची पद्धति (Listing method or roster method)

इस पद्धति में समुच्चय के सभी घटकों को धनु कोष्ठक में लिखा जाता है और प्रत्येक घटक को अलग दर्शाने के लिए इससे संलग्न घटकों के बीच में अल्पविराम चिह्न लगाया जाता है। इसमें घटकों का क्रम महत्वपूर्ण नहीं होता है किंतु सारे घटकों को केवल एक बार दर्शाना आवश्यक होता है।

उदा. 1 से 10 में विषम संख्याओं का समुच्चय सूची पद्धति में इस प्रकार लिखा जाता है।

$A = \{3, 5, 7, 9\}$ अथवा $A = \{7, 3, 5, 9\}$

जैसे remember इसके अक्षरों का समुच्चय $\{r, e, m, b\}$ ऐसा लिखा जाता है यहाँ remember शब्द में अक्षर r, m, e ये अक्षर एक से अधिक बार आए हैं फिर भी समुच्चय में इन शब्दों को एक ही बार लिखा जाता है।

(2) गुण-वर्णन पद्धति (Rule method or set builder form)

इस पद्धति में घटकों की सूची न बनाते हुए समुच्चय का सामान्य घटक चरांक से दर्शाया जाता है और उस के आगे खड़ी रेखा खींची जाती है। खड़ी रेखा के आगे चरांक का गुणधर्म है।

उदा. $A = \{x \mid x \in N, 1 < x < 10\}$ इसका वाचन समुच्चय A के घटक x ऐसे है कि x यह 1 और 10 के बीच प्राकृत संख्या है ऐसे किया जाता है।

उदा. $B = \{x \mid x \text{ यह } 1 \text{ से } 10 \text{ के बीच की अभाज्य संख्या है}\}$ इसमें 1 से 10 संख्याओं में से सभी अभाज्य संख्याओं का समावेश होगा इसीलिए B इस समुच्चय को $\{2, 3, 5, 7\}$ इस प्रकार भी सूची पद्धति से लिखा जाता है ।

Q यह परिमेय संख्या का समुच्चय गुणवर्णन पद्धति से इस प्रकार लिखा जा सकता है ।

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in I, q \neq 0 \right\}$$

इस का वाचन 'Q ऐसा समुच्चय है जिसमें $\frac{p}{q}$ इस गुणवर्णन की ऐसी संख्या है, जिसमें कि p कोई भी पूर्णांक संख्या और q शून्येतर पूर्णांक संख्या होगी ।'

उदा. निम्नलिखित उदाहरणों के प्रत्येक समुच्चय को इन दोनों पद्धतियों से लिखा है ।

गुणवर्णन पद्धति

सूची पद्धति

$A = \{x \mid x \text{ यह DIVISION शब्द के अक्षरों का समुच्चय है}\}$

$A = \{D, I, V, S, O, N\}$

$B = \{y \mid y \text{ यह संख्या इस प्रकार है कि } y^2 = 9\}$

$B = \{-3, 3\}$

$C = \{z \mid z \text{ यह संख्या } 5 \text{ की गुणक है जो } 30 \text{ से छोटी प्राकृतिक संख्या है}\}$

$C = \{5, 10, 15, 20, 25\}$

उदा. : निम्नलिखित सारिणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

सूची पद्धति	गुणवर्णन पद्धति
$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$	$A = \{x \mid x \text{ यह संख्या } 15 \text{ से छोटी सम प्राकृत संख्या है}\}$
.....	$B = \{x \mid x \text{ यह संख्या } 1 \text{ से } 20 \text{ के बीच की पूर्ण वर्ग संख्या है}\}$
$C = \{a, e, i, o, u\}$
.....	$D = \{y \mid y \text{ यह इंद्रधनुष के रंग हैं}\}$
.....	$P = \{x \mid x \text{ यह एक ऐसी पूर्णांक संख्या है कि } -3 < x < 3\}$
$M = \{1, 8, 27, 64, 125, \dots\}$	$M = \{x \mid x \text{ यह धन पूर्णांक का घन है}\}$

प्रश्नसंग्रह 1.1

(1) निम्नलिखित समुच्चय सूची पद्धति में लिखिए ।

(i) सम प्राकृत संख्याओं का समुच्चय

(ii) 1 से 50 तक की संख्याओं में से अभाज्य संख्याओं का समुच्चय

(iii) सभी ऋण पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय

(iv) संगीत के सात मूल स्वरों का समुच्चय

(2) निम्नलिखित चिह्न में दिए हुए कथन शब्दों में स्पष्ट कीजिए ।

(i) $\frac{4}{3} \in Q$

(ii) $-2 \notin N$

(iii) $P = \{p \mid p \text{ यह विषम संख्या है}\}$

- (3) किन्हीं दो समुच्चयों को सूची पद्धति तथा गुण-वर्णन पद्धति में लिखिए ।
- (4) निम्नलिखित समुच्चय सूची पद्धति में लिखिए ।
- भारतीय सौर वर्ष के सभी महीनों का समुच्चय ।
 - 'COMPLEMENT' शब्द के अक्षरों का समुच्चय ।
 - मानव की ज्ञानेंद्रियों का समुच्चय ।
 - 1 से 20 तक की अभाज्य संख्याओं का समुच्चय ।
 - पृथ्वी पर स्थित महाद्वीपों का समुच्चय ।
- (5) निम्नलिखित समुच्चयों को गुण-वर्णन पद्धति में लिखिए ।
- $A = \{ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 \}$
 - $B = \{ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 \}$
 - $C = \{ S, M, I, L, E \}$
 - $D = \{ \text{रविवार, सोमवार, मंगलवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार} \}$
 - $X = \{ a, e, t \}$



आओ जानें

समुच्चयों के प्रकार (Types of sets)

समुच्चय का नाम	विशेषताएँ	उदाहरण
एकल समुच्चय (Singleton Set)	एक ही घटक समाविष्ट होने वाले समुच्चय को 'एकल समुच्चय' कहते हैं ।	$A = \{ 2 \}$ A यह सम अभाज्य संख्या का समुच्चय है ।
रिक्त समुच्चय (Null Set) (Empty Set)	जिस समुच्चय में दिए गए गुण-वर्णनों का एक भी घटक नहीं होता है, उसे 'रिक्त समुच्चय' कहते हैं । इस समुच्चय को $\{ \}$ अथवा ϕ (फाय) इस चिह्न से दर्शाया जाता है ।	$B = \{ x x \text{ यह 2 और 3 संख्याओं के बीच की प्राकृत संख्या है } \}$ $\therefore B = \{ \}$ अथवा ϕ
सीमित समुच्चय (Finite Set)	जो समुच्चय रिक्त है अथवा जिस समुच्चयों के घटकों की संख्या मर्यादित होती है और जिनकी गिनती संभव होती है, उसे सीमित समुच्चय कहते हैं ।	$C = \{ p p \text{ यह 1 से 22 संख्याओं में से 4 से विभाज्य संख्या है } \}$ $C = \{ 4, 8, 12, 16, 20 \}$
अनंत समुच्चय (Infinite Set)	जिस समुच्चय के घटकों की संख्या अनंत होती है तथा घटकों को गिना नहीं जा सकता उसे अनंत समुच्चय कहते हैं ।	$N = \{ 1, 2, 3, \dots \}$

उदा. निम्नलिखित समुच्चयों को सूची पद्धति में लिखकर उनको सीमित और अनंत समुच्चयों में विभाजित कीजिए ।

(i) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ और } x \text{ यह विषम संख्या है}\}$ (ii) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ और } 3x - 1 = 0\}$

(iii) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ और } x \text{ यह 7 से विभाजित होने वाली संख्या है}\}$

(iv) $D = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{W}, a + b = 9\}$ (v) $E = \{x \mid x \in \mathbb{I}, x^2 = 100\}$

(vi) $F = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a + b = 11\}$

हल : (i) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ और } x \text{ विषम संख्या है}\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ अनंत समुच्चय है ।

(ii) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ और } 3x - 1 = 0\}$

$3x - 1 = 0 \quad \therefore 3x = 1 \quad x = \frac{1}{3}$

किंतु $\frac{1}{3} \notin \mathbb{N} \quad \therefore B = \{ \}$ $\therefore B$ यह सीमित समुच्चय है ।

(iii) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ और } x \text{ यह 7 से विभाजित होने वाली संख्या है}\}$

$C = \{7, 14, 21, \dots\}$ यह अनंत समुच्चय है ।

(iv) $D = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{W}, a + b = 9\}$

हम a और b की ऐसी जोड़ी खोजें जिसमें a, b पूर्ण संख्या हो और $a + b = 9$

पहले a तत्पश्चात् b का मान इस क्रम में लेकर D समुच्चय सूची पद्धति में निम्नलिखित प्रकार से लिखा जाएगा ।

$D = \{(0, 9), (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1), (9, 0)\}$,

इस समुच्चय के घटक अर्थात् संख्याओं की जोड़ियाँ निश्चित हैं तथा गिनी जा सकती हैं ।

$\therefore D$ यह समुच्चय सीमित समुच्चय है ।

(v) $E = \{x \mid x \in \mathbb{I}, x^2 = 100\}$

$E = \{-10, 10\}$. $\therefore E$ यह सीमित समुच्चय है ।

(vi) $F = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a + b = 11\}$

$F = \{(6, 5), (3, 8), (3.5, 7.5), (-15, 26), \dots\}$ ऐसी असंख्य जोड़ियाँ मिलती हैं ।

$\therefore F$ यह अनंत समुच्चय है ।



इसे ध्यान में रखें

संख्याओं के $\mathbb{N}, \mathbb{W}, \mathbb{I}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ यह सारे समुच्चय अनंत समुच्चय हैं ।



आओ, जानें

सम समुच्चय (Equal sets)

समुच्चय A के प्रत्येक घटक समुच्चय B में और B समुच्चय के प्रत्येक घटक समुच्चय A में हों तो उन्हें सम समुच्चय कहते हैं।

‘A और B सम समुच्चय हैं’ इसे चिह्न में $A = B$ इस प्रकार लिखा जाता है।

उदा. (1) $A = \{x \mid x \text{ यह 'listen' शब्द का वर्णाक्षर है}\} \quad \therefore A = \{l, i, s, t, e, n\}$

$B = \{y \mid y \text{ यह 'silent' शब्द का वर्णाक्षर है}\} \quad \therefore B = \{s, i, l, e, n, t\}$

A और B में घटकों का क्रम भिन्न है, पर घटक वही हैं, इसलिए A और B समुच्चय समान हैं।

जैसे कि $A = B$

उदा. (2) $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}, 0 < x \leq 10\}, \quad A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$B = \{y \mid y \text{ यह सम संख्या है, } 1 \leq y \leq 10\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$\therefore A$ और B सम समुच्चय हैं।

निम्नलिखित समुच्चयों पर विचार कीजिए।

$C = \{1, 3, 5, 7\} \quad D = \{2, 3, 5, 7\}$

C और D सम समुच्चय हैं, ऐसा कहा जा सकता है, अर्थात् नहीं।

क्योंकि $1 \in C, 1 \notin D, 2 \in D, 2 \notin C$

इसलिए C और D सम समुच्चय नहीं है अर्थात् $C \neq D$

उदा. (3) अगर $A = \{1, 2, 3\}$ और $B = \{1, 2, 3, 4\}$ तो $A \neq B$ इसकी जाँच करें।

उदा. (4) $A = \{x \mid x \text{ यह अभाज्य संख्या और } 10 < x < 20\}$ तथा $B = \{11, 13, 17, 19\}$

यहाँ $A = B$ की जाँच कीजिए।

प्रश्नसंग्रह 1.2

(1) निम्नलिखित समुच्चयों से कौन-से समुच्चय समान हैं और कौन-से समान नहीं हैं, यह कारणसहित स्पष्ट कीजिए।

$A = \{x \mid 3x - 1 = 2\}$

$B = \{x \mid x \text{ प्राकृत संख्या है, किंतु } x \text{ न तो अभाज्य संख्या और न ही संयुक्त (भाज्य) संख्या है}\}$

$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 2\}$

(2) A और B समान है ? यह कारणसहित स्पष्ट कीजिए।

$A = \text{सम संख्या जो अभाज्य संख्या भी है।} \quad B = \{x \mid 7x - 1 = 13\}$

(3) निम्नलिखित समुच्चयों में से कौन-से समुच्चय रिक्त समुच्चय हैं, यह कारणसहित स्पष्ट कीजिए।

(i) $A = \{a \mid a \text{ यह शून्य से भी छोटी प्राकृत संख्या है।}\}$

(ii) $B = \{x \mid x^2 = 0\}$ (iii) $C = \{x \mid 5x - 2 = 0, x \in \mathbb{N}\}$

(4) निम्नलिखित समुच्चयों में से कौन-से समुच्चय सीमित और कौन-से समुच्चय अनंत हैं, कारणसहित लिखिए ।

- (i) $A = \{x \mid x < 10, x \text{ यह प्राकृत संख्या}\}$ (v) प्रयोगशाला के उपकरणों का समुच्चय
(ii) $B = \{y \mid y < -1, y \text{ यह पूर्णांक संख्या}\}$ (vi) पूर्ण संख्याओं का समुच्चय
(iii) $C =$ आपकी पाठशाला के कक्षा 9 वीं में पढ़ने वाले सभी विद्यार्थियों का समुच्चय
(iv) आपके गाँव के निवासियों का समुच्चय (vii) परिमेय संख्याओं का समुच्चय



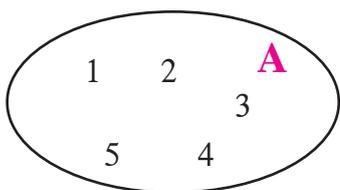
आओ, जानें

वेन आकृति (Venn diagrams)

समुच्चयों को प्रदर्शित करने के लिए सर्वप्रथम बंदिस्त आकृतियों का उपयोग ब्रिटिश तर्कशास्त्रज्ञ जॉन वेन ने किया । इसलिए इन आकृतियों को 'वेन आकृति' कहा जाता है । अलग-अलग समुच्चयों का संबंध समझने और समुच्चयों पर आधारित उदाहरण हल करने के लिए इन्हीं आकृतियों का उपयोग किया जाता है । वेन आकृतियों का समुच्चय किस प्रकार दर्शाया जाता है यह निम्नलिखित उदाहरणों से समझिए ।

उदा. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

वेन आकृति द्वारा समुच्चय A नीचे दर्शाया है ।



1834-1923

तर्कशास्त्र और संभाव्यता विषयों को गणितीय रूप देने का कार्य सर्वप्रथम जान वेन ने किया । 'लॉजिक ऑफ चान्स' यह उनकी प्रसिद्ध पुस्तक है ।

$B = \{x \mid -10 \leq x \leq 0, x \text{ पूर्णांक}\}$

संलग्न वेन आकृति B यह समुच्चय दर्शाती है ।

0	-1	-2	-3	B
-4	-5	-6	-7	
-8	-9	-10		

उप समुच्चय (Subset)

A और B दो समुच्चय हैं, समुच्चय B का प्रत्येक घटक समुच्चय A का भी घटक हो तो समुच्चय B को A का उप समुच्चय कहा जाता है और $B \subseteq A$ इस चिह्न से दर्शाया जाता है । इसका वाचन 'B उप समुच्चय A' या 'B यह A का उप समुच्चय है' ऐसे किया जाता है ।

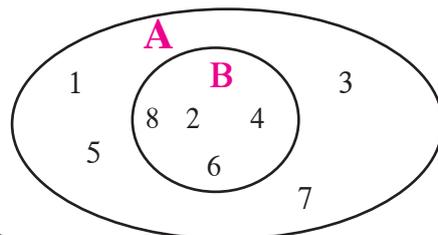
उदा. (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

समुच्चय B का प्रत्येक घटक A का भी घटक है ।

अर्थात् $B \subseteq A$

यह जानकारी वेन आकृति द्वारा कैसे दर्शाई गई है इसे देखिए ।



कृति : कक्षा के विद्यार्थियों का समुच्चय और उसी कक्षा के

‘साइकिल चलाने वाले ऐसे विद्यार्थियों का समुच्चय’ वेन आकृति से दर्शाया है ।

इसी प्रकार निम्नलिखित उप समुच्चयों के लिए
वेन आकृतियाँ बनाइए।



- (1) (i) कक्षा के विद्यार्थियों का समुच्चय
(ii) कक्षा के साइकिल चलाने वाले ऐसे विद्यार्थियों का समुच्चय

(2) नीचे कुछ फलों का एक समुच्चय दिया है

{अमरूद, संतरा, आम, कटहल, चीकू, जामुन, सीताफल, पपीता, करौंदा}

इस प्रकार उप समुच्चय दर्शाएँ : (i) एक बीजवाले फल (ii) एक से अधिक बीजवाले फल

अब और कुछ समुच्चयों का उदाहरण देखिए ।

उदा. (2) $N =$ प्राकृत संख्या समुच्चय $I =$ पूर्णांक संख्या समुच्चय

यहाँ पर $N \subseteq I$. क्योंकि सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्णांक संख्याएँ भी हैं, हमें इसकी जानकारी है ।

उदा. (3) $P = \{ x | x \text{ यह } 25 \text{ का वर्गमूल है} \}$ $S = \{ y | y \in I, -5 \leq y \leq 5 \}$

सूची पद्धति से P यह समुच्चय लिखते हैं $P = \{-5, 5\}$

सूची पद्धति से S यह समुच्चय लिखते हैं $S = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

यहाँ पर P का प्रत्येक घटक S का घटक है ।

$\therefore P \subseteq S$



इसे ध्यान में रखें

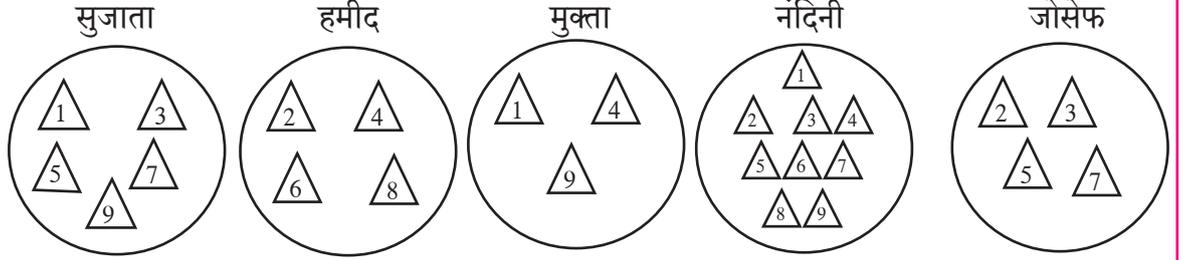
- (i) प्रत्येक समुच्चय स्वयं का उप समुच्चय होता है अर्थात् $A \subseteq A$
(ii) रिक्त समुच्चय प्रत्येक समुच्चय का उप समुच्चय होता है अर्थात् $\phi \subseteq A$
(iii) यदि $A = B$ तो $A \subseteq B$ और $B \subseteq A$
(iv) यदि $A \subseteq B$ और $B \subseteq A$ तो $A = B$

उदा. $A = \{ 1, 3, 4, 7, 8 \}$ समुच्चय के सभी उप समुच्चय लिखिए ।

जैसे $P = \{ 1, 3 \}$, $T = \{ 4, 7, 8 \}$, $V = \{ 1, 4, 8 \}$, $S = \{ 1, 4, 7, 8 \}$

ऐसे और भी समुच्चय बनाए जा सकते हैं । इनमें से कोई पाँच समुच्चय लिखिए ।

कृति : प्रत्येक विद्यार्थी को कागज के समान आकार के नौ त्रिभुज और एक थाली लेनी है। त्रिभुज पर 1 से 9 संख्याओं को लिखना है फिर प्रत्येक विद्यार्थी को अपनी अपनी थाली में संख्या लिखे हुए कुछ त्रिभुजाकार कागज रखने हैं। अब प्रत्येक विद्यार्थी के पास 1 से 9 इन संख्याओं के समुच्चय का उप समुच्चय तैयार होगा।



सुजाता, हमीद, मुक्ता, नंदिनी और जोसेफ की थालियों में कौन-कौन-सी संख्याएँ दिखाई देती हैं, निरीक्षण करें। प्रत्येक विद्यार्थी ने क्या सोचकर इन संख्याओं को चुना है यह पहचानें और इस आधार पर प्रत्येक समुच्चय को गुण वर्णन पद्धति में लिखिए।



उदा. नीचे कुछ समुच्चय दिए हैं।

$$A = \{ \dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3, \dots \}$$

$$C = \{ \dots, -12, -6, 0, 6, 12, 18, \dots \}$$

$$D = \{ \dots, -8, -4, 0, 4, 8, \dots \}$$

$$I = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

इस आधार पर निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं इसपर चर्चा कीजिए।

(i) A यह B, C, D इन प्रत्येक समुच्चय का उप समुच्चय है।

(ii) B यह उपरोक्त सभी समुच्चयों का उप समुच्चय है।



विश्व समुच्चय (Universal set)

हम जिन समुच्चयों पर विचार करने वाले हैं उन सभी को समाविष्ट करने वाले एक बड़े समुच्चय को विश्व समुच्चय समझ सकते हैं। इसके बाहरी घटकों का विचार नहीं किया जाता। विचाराधीन प्रत्येक समुच्चय विश्व समुच्चय का उप समुच्चय होता है।

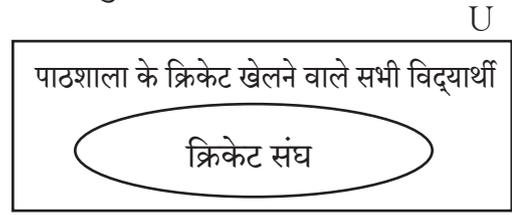
उदा.(1) यदि हमारी पाठशाला के कक्षा 9 वीं के एक वर्ग के विद्यार्थियों की उपस्थिति का अध्ययन करना है तो 9 वीं कक्षा के विद्यार्थियों के समुच्चय का विचार करना होगा। यहाँ उस कक्षा के सभी विद्यार्थियों का समुच्चय अथवा विद्यालय के सभी विद्यार्थियों के समुच्चय को विश्व समुच्चय माना जा सकता है।

अब दूसरा उदाहरण देखते हैं ।

उदा. (2) हमें पाठशाला के क्रिकेट खेलने वाले विद्यार्थियों में से 15 विद्यार्थियों का संघ चुनना है तो पाठशाला के क्रिकेट खेलने वाले सभी खिलाड़ियों का समुच्चय विश्व समुच्चय होगा ।

उसमें से 15 खिलाड़ियों का संघ उस विश्व समुच्चय का उप समुच्चय होगा ।

विश्व समुच्चय साधारणतः 'U' अक्षर से दर्शाते हैं । वेन आकृति में विश्व समुच्चय सामान्यतः आयत से दर्शाते हैं ।



पूरक समुच्चय (Complement of a set)

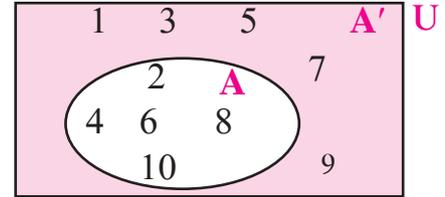
मान लीजिए U यह विश्व समुच्चय है । अगर $B \subseteq U$, तो समुच्चय B में शामिल नहीं होने वाला परंतु विश्व समुच्चय U में समाविष्ट होने वाले घटकों के समुच्चय को समुच्चय B का पूरक समुच्चय कहते हैं । समुच्चय B का पूरक समुच्चय B' अथवा B^c से दर्शाया जाता है ।

$\therefore B' = \{x | x \in U, \text{ और } x \notin B\}$ ऐसे B' का वर्णन कर सकते हैं ।

उदा. (1) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$\therefore A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

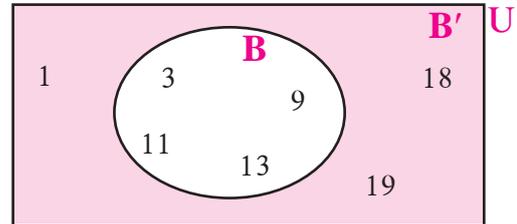


उदा. (2) मान लें $U = \{1, 3, 9, 11, 13, 18, 19\}$

$B = \{3, 9, 11, 13\}$

$\therefore B' = \{1, 18, 19\}$

अब $(B')'$ ज्ञात कीजिए । इससे क्या निष्कर्ष प्राप्त होता है ?



$(B')'$ यह समुच्चय अर्थात B' में समाविष्ट नहीं होने वाला परंतु U में समाविष्ट होने वाले घटकों का समुच्चय $(B')' = B$ उत्तर मिला ?

उपर्युक्त जानकारी वेन आकृति से समझिए ।

पूरक समुच्चय का पूरक समुच्चय अर्थात दिया हुआ समुच्चय होता है ।



थोड़ा याद करें

पूरक समुच्चय के गुणधर्म (गुण प्रमाण)

- (i) A और A' में सामान्य घटक नहीं होता है ।
- (ii) $A \subseteq U$ और $A' \subseteq U$
- (iii) विश्व समुच्चय पूरक समुच्चय यह रिक्त समुच्चय होता है । $U' = \phi$
- (iv) रिक्त समुच्चय का पूरक समुच्चय विश्व समुच्चय होता है । $\phi' = U$

प्रश्नसंग्रह 1.3

- (1) यदि $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, d, e, f\}$, $C = \{b, d\}$, $D = \{a, e\}$ तो निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं लिखिए ।
 (i) $C \subseteq B$ (ii) $A \subseteq D$ (iii) $D \subseteq B$ (iv) $D \subseteq A$ (v) $B \subseteq A$ (vi) $C \subseteq A$
- (2) 1 से 20 तक की प्राकृत संख्याओं का विश्व समुच्चय लेकर X और Y वेन आकृति में दर्शाए ।
 (i) $X = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \text{ और } 7 < x < 15\}$
 (ii) $Y = \{y \mid y \in \mathbb{N}, y \text{ यह } 1 \text{ ते } 20 \text{ के बीच की अभाज्य संख्या है } \}$
- (3) $U = \{1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $P = \{1, 3, 7, 10\}$
 तो (i) U, P और P' वेन आकृति में दर्शाए । (ii) $(P')' = P$ की जाँच कीजिए ।
- (4) यदि $A = \{1, 3, 2, 7\}$ तो A समुच्चय के कोई भी तीन उप समुच्चय लिखिए ।
- (5) (i) निम्नलिखित समुच्चयों में से कौन-सा समुच्चय दूसरे कौन-से समुच्चय का उप समुच्चय है, लिखिए ।
 P पुणे के निवासियों का समुच्चय है । M मध्य प्रदेश के निवासियों का समुच्चय है ।
 I इंदौर के निवासियों का समुच्चय है । B भारत के निवासियों का समुच्चय है ।
 H महाराष्ट्र के निवासियों का समुच्चय है ।
 (ii) उपर्युक्त समुच्चयों में से कौन-सा समुच्चय विश्व समुच्चय कहा जाएगा ?
- (6) नीचे कुछ समुच्चय दिए गए हैं । इनका अध्ययन कीजिए तथा बताइए कौन-सा समुच्चय उस समुच्चय के लिए विश्व समुच्चय लिया जा सकता है ?
 (i) $A = 5$ की गुणज संख्याओं का समुच्चय, $B = 7$ के पहाड़े की संख्याओं का समुच्चय
 $C = 12$ की गुणज संख्याओं का समुच्चय
 (ii) $P = 4$ की गुणज पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय $T =$ सभी समवर्ग संख्याओं का समुच्चय
- (7) कक्षा के सभी विद्यार्थियों के समुच्चय को विश्व समुच्चय मानते हैं । गणित में 50% या उससे अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों का समुच्चय A मान लिया जाए तो A का पूरक समुच्चय लिखिए ।



आओ, जानें

समुच्चयों पर संक्रियाएँ (Operation on sets)

दो समुच्चयों का प्रतिच्छेदन (Intersection of two sets)

यदि A और B ये दो समुच्चय हैं । A और B समुच्चयों के सामान्य घटक समुच्चय को A और B समुच्चयों का प्रतिच्छेदन समुच्चय कहा जाता है । इसे $A \cap B$ लिखा जाता है और 'A प्रतिच्छेदन B' पढ़ा जाता है ।

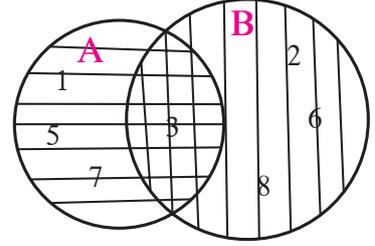
$$\therefore A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ और } x \in B\}$$

उदा. (1) $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ $B = \{ 2, 3, 6, 8 \}$

वेन आकृति की रचना करते हैं ।

A और B दोनों समुच्चयों में 3 सामान्य घटक है ।

$$\therefore A \cap B = \{3\}$$



उदा. (2) $A = \{1, 3, 9, 11, 13\}$ $B = \{1, 9, 11\}$

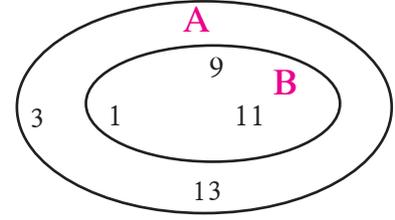
समुच्चय A और समुच्चय B में 1, 9, 11 ये सामान्य घटक हैं ।

$$\therefore A \cap B = \{1, 9, 11\} \text{ परंतु } B = \{1, 9, 11\}$$

$$\therefore A \cap B = B$$

यहाँ पर B यह A का उप समुच्चय है, इसे ध्यान में रखें ।

$$\therefore \text{यदि } B \subseteq A \text{ तो } A \cap B = B. \text{ इसी प्रकार } B \cap A = B, \text{ तो } B \subseteq A$$



इसे ध्यान में रखें

प्रतिच्छेदन समुच्चयों के गुणधर्म

(1) $A \cap B = B \cap A$

(2) यदि $A \subseteq B$ तो $A \cap B = A$

(3) यदि $A \cap B = B$ तो $B \subseteq A$

(4) $A \cap B \subseteq A$ और $A \cap B \subseteq B$

(5) $A \cap A' = \phi$

(6) $A \cap A = A$

(7) $A \cap \phi = \phi$

कृति : भिन्न-भिन्न उदाहरणों द्वारा उपर्युक्त गुणधर्मों की जाँच कीजिए ।



आओ, जानें

विसंघित समुच्चय (Disjoint sets)

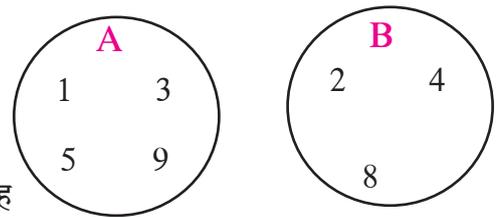
यदि, $A = \{ 1, 3, 5, 9 \}$

और $B = \{ 2, 4, 8 \}$ ये दो समुच्चय दिए हैं ।

समुच्चय A और B में एक भी सामान्य घटक नहीं है । इसका मतलब यह

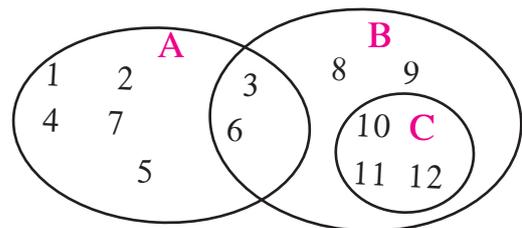
समुच्चय पूर्णतः भिन्न अर्थात् विभक्त है । इसीलिए उन्हें 'विभक्त' अथवा

'विसंघित' समुच्चय कहते हैं । इन समुच्चयों की वेन आकृति देखिए ।



कृति I : यहाँ पर A, B, C यह समुच्चय वेन आकृतियों द्वारा दर्शाए गए हैं ।

इनमें से कौन-से दो समुच्चय विसंघित है लिखिए ।



कृति II : मान लें अंग्रेजी के अक्षरों का समुच्चय विश्व समुच्चय है ।

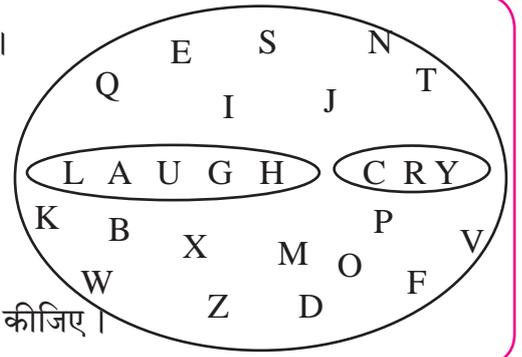
यहाँ पर समुच्चय के घटक अंग्रेजी अक्षर है ।

माना, LAUGH शब्द के अक्षर का एक समुच्चय है ।

और CRY शब्द के अक्षर दूसरा समुच्चय है ।

ये विसंधित समुच्चय हैं, ऐसा कह सकते हैं ।

इन दोनों समुच्चयों का प्रतिच्छेदन रिक्त है इसका अनुभव कीजिए ।



दो समुच्चयों का संघ (Union of two sets)

A और B यह दो समुच्चय हैं । इन दोनों समुच्चय के घटकों को मिलाकर बनने वाले समुच्चय को A और B का संघ समुच्चय कहते हैं । उसे $A \cup B$ इस प्रकार लिखा जाता है और 'A संघ B' इस प्रकार पढ़ा जाता है ।

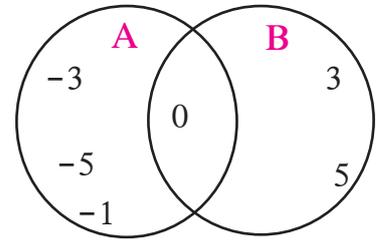
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ अथवा } x \in B\}$$

उदा. (1) $A = \{-1, -3, -5, 0\}$

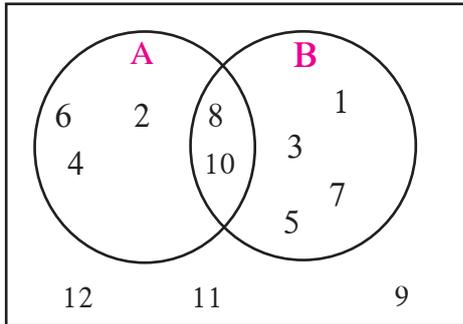
$$B = \{0, 3, 5\}$$

$$A \cup B = \{-3, -5, 0, -1, 3, 5\}$$

ध्यान दें कि $A \cup B = B \cup A$



उदा. (2)



U

संलग्न वेन आकृति में दर्शाए हुए समुच्चय के आधार पर निम्नलिखित समुच्चय को सूची पद्धति में लिखिए ।

(i) U (ii) A (iii) B (iv) $A \cup B$ (v) $A \cap B$

(vi) A' (vii) B' (viii) $(A \cup B)'$ (ix) $(A \cap B)'$

हल : $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\},$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 8, 10\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$$

$$A \cap B = \{8, 10\}$$

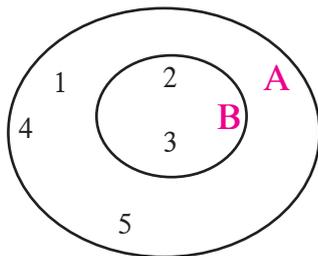
$$A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 12\}$$

$$B' = \{2, 4, 6, 9, 11, 12\}$$

$$(A \cup B)' = \{9, 11, 12\}$$

$$(A \cap B)' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12\}$$

उदा. (3)



$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{2, 3\}$$

इस उदाहरण की वेन आकृति देखिए ।

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

समुच्चय A और समुच्चय $A \cup B$ में वही घटक हैं ।

इससे, यदि $B \subseteq A$ तो $A \cup B = A$



थोड़ा याद करें

संघ समुच्चय के गुणधर्म

$$(1) A \cup B = B \cup A$$

$$(2) \text{जर } A \subseteq B \text{ तर } A \cup B = B$$

$$(3) A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$$

$$(4) A \cup A' = U$$

$$(5) A \cup A = A$$

$$(6) A \cup \phi = A$$



आओ, जानें

समुच्चय घटकों की संख्या (Number of elements in a set)

यदि $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ यह समुच्चय है जिसमें 5 घटक हैं।

समुच्चय A की घटक संख्या $n(A)$ ऐसे दर्शाई जाती है। $\therefore n(A) = 5$

यदि $B = \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$ $\therefore n(B) = 6$

संघ समुच्चय और प्रतिच्छेदन समुच्चयों के घटकों की संख्या

समुच्चय A और समुच्चय B पर ध्यान दीजिए,

$$n(A) + n(B) = 5 + 6 = 11 \text{ -----(1)}$$

$$A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 24, 30, 36\} \therefore n(A \cup B) = 9 \text{ -----(2)}$$

$A \cap B$ ज्ञात कीजिए अर्थात्, समुच्चय A और समुच्चय B में से सामान्य घटक ज्ञात कीजिए।

$$A \cap B = \{6, 12\} \therefore n(A \cap B) = 2 \text{ -----(3)}$$

ध्यान दें, $n(A)$ और $n(B)$ की गिनती करते समय $A \cap B$ के घटक दो बार गिने गए हैं।

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 6 - 2 = 9 \text{ इसी प्रकार } n(A \cup B) = 9$$

समीकरण (1), (2) और (3) से यह निष्कर्ष पाया जाता है कि,

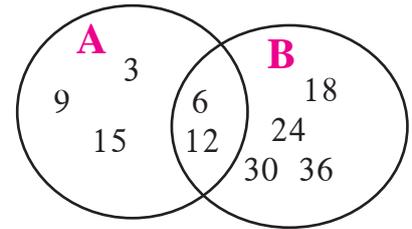
$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

उपरोक्त नियमों की जाँच संलग्न वेन आकृति द्वारा कीजिए।

$$n(A) = \square, n(B) = \square$$

$$n(A \cup B) = \square, n(A \cap B) = \square$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



इसे ध्यान में रखें

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\text{अर्थात् } n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$$

$$\text{अब } A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 6, 8, 12, 13\}$$

यह समुच्चय लेकर उपरोक्त नियम जाँच लीजिए।



आओ, जानें

समुच्चय पर आधारित शाब्दिक उदाहरण

उदा. एक कक्षा में 70 विद्यार्थी हैं। उनमें से 45 विद्यार्थियों का मनपसंद खेल क्रिकेट है। 52 विद्यार्थियों को खो-खो पसंद है। ऐसा एक भी विद्यार्थी नहीं है जिसे इनमें से एक भी खेल पसंद नहीं। तो क्रिकेट और खो-खो ये दोनों खेल पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए। केवल क्रिकेट पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या कितनी है?

हल: इस उदाहरण को हम दो विधियों से हल करेंगे।

विधि I: कक्षा के कुल विद्यार्थी = 70

माना क्रिकेट पसंद करने वाले विद्यार्थियों का समुच्चय A है।

खो-खो पसंद करने वाले विद्यार्थियों का समुच्चय B है।

प्रत्येक विद्यार्थी को क्रिकेट अथवा खो-खो में से एक खेल तो पसंद है।

क्रिकेट अथवा खो-खो पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या अर्थात् $n(A \cup B)$

$$\therefore n(A \cup B) = 70$$

क्रिकेट और खो-खो यह दोनों खेल पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = $n(A \cap B)$

$$n(A) = 45, \quad n(B) = 52$$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ यह हम जानते हैं।

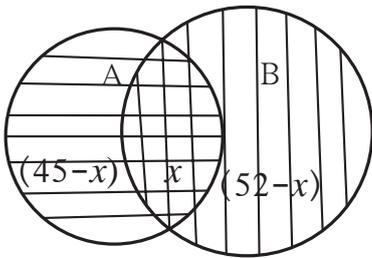
$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 45 + 52 - 70 = 97 - 70 = 27 \end{aligned}$$

\therefore दोनों खेल पसंद करने वाले विद्यार्थी 27, क्रिकेट पसंद करने वाले विद्यार्थी 45 है।

\therefore केवल क्रिकेट पसंद करने वाले विद्यार्थी = $45 - 27 = 18$

$A \cap B$ यह दोनों खेल पसंद करने वाले विद्यार्थियों का समुच्चय है। $\therefore n(A \cap B) = 27$

विधि II: उपरोक्त जानकारी वेन आकृति में दर्शाकर दोनों खेल पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या निम्नलिखित पद्धति से पा सकते हैं।



माना $n(A \cap B) = x$ हैं, $n(A) = 45$, $n(B) = 52$,

$n(A \cup B) = 70$ यह हम जानते हैं।

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B) = x &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 45 + 52 - 70 = 27 \end{aligned}$$

वेन आकृति द्वारा केवल क्रिकेट पसंद करने वाले विद्यार्थी

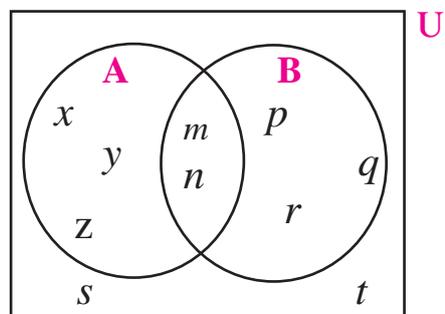
$$= 45 - 27 = 18$$

प्रश्नसंग्रह 1.4

- (1) यदि $n(A) = 15$, $n(A \cup B) = 29$, $n(A \cap B) = 7$ तो $n(B) =$ कितने ?
- (2) एक छात्रवास में 125 विद्यार्थी हैं, उनमें से 80 विद्यार्थी चाय पीते हैं, 60 विद्यार्थी कॉफी पीते हैं और 20 विद्यार्थी चाय और कॉफी दोनों प्रकार के पेय पीते हैं। तो एक भी पेय न पीने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- (3) एक विद्यार्थी प्रतियोगिता परीक्षा में 50 विद्यार्थी अंग्रेजी में उत्तीर्ण हुए। 60 विद्यार्थी गणित में उत्तीर्ण हुए। 40 विद्यार्थी दोनों विषयों में उत्तीर्ण हुए। एक भी विद्यार्थी दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण नहीं हुआ। तो दोनों में से कम-से-कम एक विषय में कितने विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए ?
- (4) एक विद्यालय में कक्षा 9 वीं के 220 विद्यार्थियों की रुचियों का सर्वेक्षण किया गया। इनमें से 130 विद्यार्थियों को पर्वतारोहण में रुचि है और 180 विद्यार्थियों को आकाशदर्शन में रुचि है। 110 विद्यार्थियों ने पर्वतारोहण और आकाशदर्शन दोनों में रुचि दर्शाई तो ऐसे कितने विद्यार्थी हैं, जिन्हें दोनों में से एक में भी रुचि नहीं है? कितने विद्यार्थियों को सिर्फ पर्वतारोहण में रुचि है? कितने विद्यार्थियों को सिर्फ आकाशदर्शन में रुचि है ?

- (5) संलग्न आकृति के माध्यम से निम्नलिखित सभी समुच्चय लिखिए।

- (i) A (ii) B (iii) $A \cup B$ (iv) U
 (v) A' (vi) B' (vii) $(A \cup B)'$



प्रकीर्ण प्रश्नसंग्रह 1

- (1) निम्नलिखित प्रश्नों के लिए सही विकल्प चुनकर लिखिए।
- (i) $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{2, 4, 6\}$, तो $M \cap N = ?$
 (A) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (B) $\{1, 3, 5\}$ (C) ϕ (D) $\{2, 4, 6\}$
- (ii) $P = \{x \mid x \text{ यह विषम प्राकृत संख्या, } 1 < x \leq 5\}$ इस समुच्चय को सूची पद्धति में किस प्रकार लिखा जाएगा ?
 (A) $\{1, 3, 5\}$ (B) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{3, 5\}$
- (iii) $P = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, यह किस प्रकार का समुच्चय है ?
 (A) रिक्त समुच्चय (B) अनंत समुच्चय (C) सीमित समुच्चय (D) इनमें से एक भी नहीं
- (iv) $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ और $M = \{1, 2, 4\}$ तो निम्नलिखित में से N यह समुच्चय कौन-सा है ?
 (A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{3, 4, 5, 6\}$ (C) $\{2, 5, 6\}$ (D) $\{4, 5, 6\}$
- (v) यदि $P \subseteq M$, तो $P \cap (P \cup M)$ यह निम्नलिखित में से कौन-सा समुच्चय है ?
 (A) P (B) M (C) $P \cup M$ (D) $P' \cap M$

- (vi) निम्नलिखित में से कौन-सा समुच्चय रिक्त समुच्चय है ?
 (A) समांतर रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिंदुओं का समुच्चय
 (B) सम अभाज्य संख्याओं का समुच्चय
 (C) 30 से कम दिन वाले अंग्रेजी महीनों का समुच्चय
 (D) $P = \{x \mid x \in I, -1 < x < 1\}$
- (2) निम्नलिखित उप प्रश्नों के लिए योग्य विकल्प चुनकर लिखिए ।
 (i) निम्नलिखित में से कौन-सा विकल्प समुच्चय है ?
 (A) इंद्रधनुष के रंग (B) पाठशाला के प्रांगण के ऊँचे वृक्ष
 (C) गाँव में रहने वाले अमीर लोग (D) किताब के आसान उदाहरण
 (ii) $N \cap W$ समुच्चय निम्नलिखित समुच्चयों में से कौन-सा ?
 (A) $\{1, 2, 3, \dots\}$ (B) $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ (C) $\{0\}$ (D) $\{ \}$
 (iii) $P = \{x \mid x \text{ यह indian इस शब्द के अक्षर है } \}$ तो P यह समुच्चय सूची पद्धतिनुसार निम्नलिखित में से कौन-सा होगा ?
 (A) $\{i, n, d\}$ (B) $\{i, n, d, a\}$ (C) $\{i, n, d, i, a\}$ (D) $\{n, d, a\}$
 (iv) यदि $T = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ तथा $M = \{3, 4, 7, 8\}$ तो $T \cup M = ?$
 (A) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ (B) $\{1, 2, 3, 7, 8\}$
 (C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ (D) $\{3, 4\}$
- (3) किसी समूह के 100 सदस्यों में से 72 सदस्य अंग्रेजी भाषा बोलते हैं और 43 सदस्य फ्रेंच भाषा बोलते हैं । ये 100 सदस्य अंग्रेजी अथवा फ्रेंच इनमें से (कम से कम) एक भाषा बोलते हैं तो कितने सदस्य है जो सिर्फ अंग्रेजी बोलते हैं? कितने सदस्य सिर्फ फ्रेंच बोलते हैं और कितने सदस्य अंग्रेजी और फ्रेंच ये दोनों भाषाएँ बोलते हैं?
- (4) पार्थ ने वृक्षसंवर्धन सप्ताह में 70 वृक्षों का वृक्षारोपण किया तो प्रज्ञा ने 90 वृक्षों का रोपण किया । उनमें से दोनों ने मिलकर 25 वृक्षों का रोपण किया, तो पार्थ अथवा प्रज्ञा ने कुल कितने वृक्षों का रोपण किया ?
- (5) यदि $n(A) = 20$, $n(B) = 28$ तथा $n(A \cup B) = 36$ तो $n(A \cap B) = ?$
- (6) किसी एक कक्षा के 28 विद्यार्थियों में से 8 विद्यार्थियों के घर सिर्फ कुत्ता पाला है, 6 विद्यार्थियों के घर सिर्फ बिल्ली पाली है 10 विद्यार्थियों के घर में कुत्ता और बिल्ली दोनों को पाला है । तो कितने विद्यार्थियों के घर कुत्ता अथवा बिल्ली में से एक भी प्राणी को नहीं पाला है ?
- (7) निम्नलिखित प्रत्येक उदाहरण में से समुच्चयों का प्रतिच्छेदन संच समुच्चय वेन आकृति के द्वारा दर्शाइए ।
 (i) $A = \{3, 4, 5, 7\}$ $B = \{1, 4, 8\}$
 (ii) $P = \{a, b, c, e, f\}$ $Q = \{l, m, n, e, b\}$

(iii) $X = \{x | x \text{ यह } 80 \text{ और } 100 \text{ बीच की अभाज्य संख्या है।}\}$

$Y = \{y | y \text{ ही } 90 \text{ व } 100 \text{ बीच की विषम संख्या है।}\}$

(8) निम्नलिखित समुच्चयों में से कौन-सा समुच्चय किस समुच्चय का उप समुच्चय है यह स्पष्ट कीजिए।

$X =$ सभी चतुर्भुजों का समुच्चय

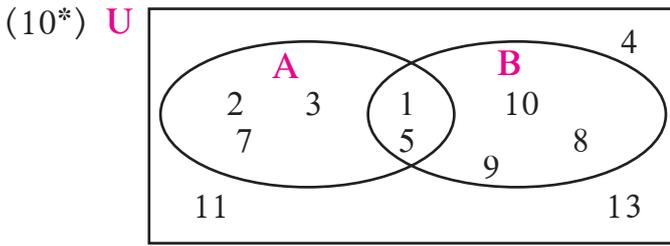
$Y =$ सभी सम चतुर्भुजों का समुच्चय

$S =$ सभी वर्गों का समुच्चय

$T =$ सभी समांतर चतुर्भुजों का समुच्चय

$V =$ सभी आयतों का समुच्चय

(9) यदि M कोई एक समुच्चय, तो $M \cup \phi$ और $M \cap \phi$ लिखिए।



संलग्न आकृति के आधार पर U , A , B , $A \cup B$ और $A \cap B$ समुच्चय लिखिए।

(11) यदि $n(A) = 7$, $n(B) = 13$, $n(A \cap B) = 4$, तो $n(A \cup B) = ?$

कृति I : रिक्त स्थान में समुच्चय घटक लिखिए।

$U = \{1, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15\}$

$A = \{1, 11, 13\}$ $B = \{8, 5, 10, 11, 15\}$ $A' = \{\dots\dots\dots\}$ $B' = \{\dots\dots\dots\}$

$A \cap B = \{\dots\dots\dots\}$

$A' \cap B' = \{\dots\dots\dots\}$

$A \cup B = \{\dots\dots\dots\}$

$A' \cup B' = \{\dots\dots\dots\}$

$(A \cap B)' = \{\dots\dots\dots\}$

$(A \cup B)' = \{\dots\dots\dots\}$

जाँच कीजिए : $(A \cap B)' = A' \cup B'$, $(A \cup B)' = A' \cap B'$

कृति II : आप के पास-पड़ोस में रहने वाले 20 परिवारों से निम्नलिखित जानकारी लीजिए।

(i) मराठी समाचार पत्र लेने वाले परिवारों की संख्या

(ii) अंग्रेजी समाचार पत्र लेने वाले परिवारों की संख्या

(iii) अंग्रेजी और मराठी दोनों भाषाओं के समाचार पत्र लेने वाले परिवारों की संख्या

ली हुई जानकारी को वेन आकृति द्वारा स्पष्ट कीजिए।

