

ہندسی عمل Construction

آئیے سیکھیں



• تشابہ مثلاوں کی تشکیل

- * دو تشابہ مثلاوں میں سے ایک مثال کے ضلعوں اور دوسرے مثال کے ظیরی ضلعوں کی نسبت دی جائے تو دوسرا مثال بنانا۔
 - (i) ایک بھی نقطہ راس مشترک نہ ہو۔
 - (ii) ایک نقطہ راس مشترک ہو۔
- * دائرے کا مماس بنانا۔
- * دائرے پر واقع نقطے سے گزرتا ہوا دائرے پر مماس بنانا۔
 - (i) دائرے کے مرکز کا استعمال کر کے۔
 - (ii) دائرے کے مرکز کا استعمال کیے بغیر
- * دائرے کے پیروںی نقطے سے دائرے پر مماس بنانا۔

آئیے ذرا یاد کریں



درج ذیل ہندسی عمل ہم گذشتہ جماعتوں میں سیکھ چکے ہیں۔ ان اعمال کا اعادہ کریں۔

- دیے ہوئے خط کے باہر دیے ہوئے نقطے سے خط کے متوازی گزرتا ہوا خط کھینچنا۔
- دیے ہوئے قطعہ خط کا عمودی ناصف کھینچنا۔
- مثال کے اضلاع کی لمبائیوں اور زاویوں میں سے کافی اجزاء دیے ہوں تو مثال بنانا۔
- دیے ہوئے قطعہ کو دی ہوئی تعداد کے مساوی حصوں میں تقسیم کرنا۔
- دی ہوئی نسبت میں دیے ہوئے قطعہ خط کو تقسیم کرنا۔
- دیے ہوئے زاویے کے متماثل زاویہ بنانا۔

نویں جماعت میں ہم نے اسکول کے اطراف کا نقشہ تیار کرنے کی سرگرمی کی ہے۔ کوئی عمارت تعمیر کرنے سے پہلے اس عمارت کا خاکہ تیار کرتے ہیں۔ اسکول کے اطراف کا ماحول اور اس کا نقشہ، عمارت اور اس کا خاکہ ایک دوسرے کے تشابہ ہوتے ہیں۔ جغرافیہ، فن تعمیر، میکانیات وغیرہ شعبوں میں تشابہ اشکال بنانے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ مثال سب سے آسان بند مشکل ہے۔ لہذا آئیے اس کا مشاہدہ کریں کہ دیے ہوئے مثال کے تشابہ مثال کس طرح بناتے ہیں۔

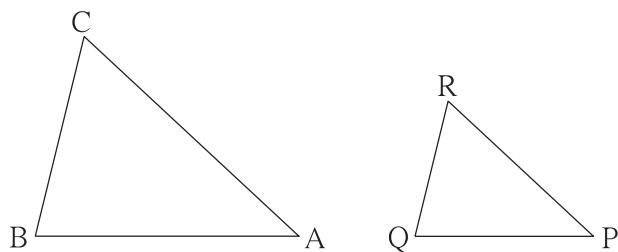


متشابہ مثلث بنانا (Construction of similar triangles)

جب ایک مثلث کے اضلاع دیے ہوئے ہوں تو اس کے متشابہ مثلث کے نظیری ضلعوں کی نسبت کی شرط پوری کرنے والا مثلث بنانا۔ دو متشابہ مثلشوں کے نظیری اضلاع یکساں تناسب میں ہوتے ہیں اور ان کے نظیری زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ اس کا استعمال کر کے دیے ہوئے مثلث کے متشابہ مثلث بنایا جاسکتا ہے۔

مثال (1) : $\triangle ABC$ میں سم متر $AC = 6.0 \text{ cm}$, $BC = 4.2 \text{ cm}$, $AB = 5.4 \text{ cm}$ میں متر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ہو تو $\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ بنائیے۔

پہلے دی ہوئی پیمائشوں کے مطابق $\triangle ABC$ بنائیے۔



شکل 4.1

(کچی شکل)

پہلے دی ہوئی پیمائشوں کے مطابق $\triangle ABC$ بنائیے۔

اور $\triangle PQR$ متشابہ ہیں۔

\therefore ان کے نظیری اضلاع تناسب میں ہیں۔

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{3}{2} \quad \dots (I)$$

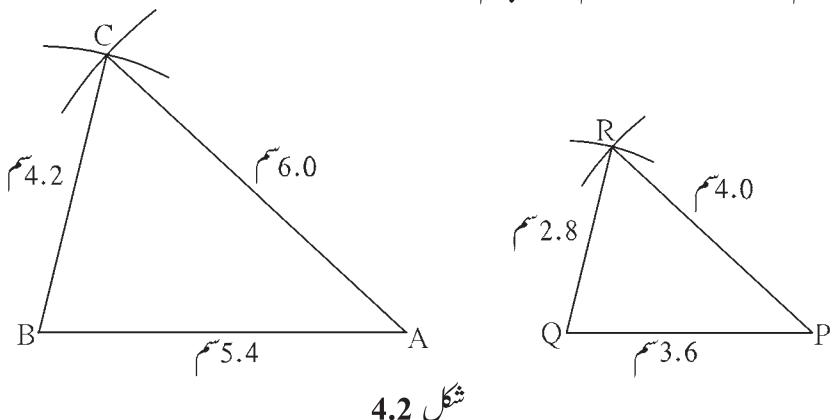
اور AC کی لمبائیاں معلوم ہیں اس لیے درج بالامساوات کی رو سے PQ , QR , PR اضلاع کی لمبائیاں حاصل ہوتی ہیں۔

$$\frac{5.4}{PQ} = \frac{4.2}{QR} = \frac{6.0}{PR} = \frac{3}{2}$$

مساوات (1) سے

$$\therefore PQ = 3.6 \text{ cm}, QR = 2.8 \text{ cm}, PR = 4.0 \text{ cm}$$

$\triangle PQR$ کے تمام اضلاع کی لمبائیاں معلوم ہونے پر ہم وہ مثلث بناسکتے ہیں۔



شکل 4.2

مزید معلومات کے لیے

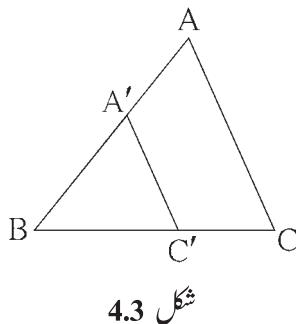
بعض مرتبہ دیے ہوئے مثلث کے تشابہ مثلث بنانا ہوتا ہے اس کے ضلع کی لمبائی اسکیل پڑی کی مدد سے معلوم نہیں کر سکتے۔ اس وقت دیے ہوئے قطعہ خط کو دی ہوئی تعداد کے مساوی حصوں میں تقسیم کرنا، اس عمل کا استعمال کر کے مثلث کے ضلعوں کی لمبائی معلوم کرتے ہیں۔

مثلًا ضلع AB کی لمبائی $\frac{11.6}{3}$ سم ہو تو 11.6 سم لمبائی کا قطعہ خط بنانے کا راس کو 3 مساوی حصوں میں تقسیم کریں تو قطعہ AB کھینچا جا سکتا ہے۔

درج بالا مثال (1) میں ہندسی عمل میں دیے ہوئے اور بنائے جانے والے مثلث میں کوئی مشترک راس نہیں ہے۔

اگر ایک راس مشترک ہو تو مثلث بنانے کے لیے ذیل میں دی ہوئی مثال کے مطابق عمل کرنا آسان ہوتا ہے۔

مثال (2) : کوئی بھی ایک $\triangle ABC$ بنائیے۔



شکل 4.3

$AB : A'B = 5 : 3$ اس طرح بنائیے کہ $\triangle A'BC \sim \triangle ABC$

تجزیہ : اسی طرح C, C', C ہم خطی نقاط لیں۔

$\triangle ABC \sim \triangle A'BC'$ ، $\therefore \angle ABC = \angle A'BC'$

$$\frac{AB}{A'B} = \frac{BC}{BC'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{5}{3}$$

اس لیے $\triangle ABC$ کے اضلاع، $\triangle A'BC'$ کے نظیری اضلاع سے بڑے ہوں گے۔

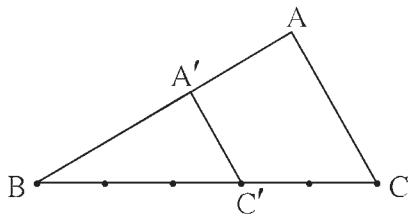
اس لیے اگر قطعہ BC کے 5 مساوی حصے کریں تو اس میں سے تین حصوں کے مساوی لمبائی کا قطعہ BC' ہوگا۔

$\triangle ABC$ بنانے کا قطعہ BC پر نقطہ C سے تین حصوں کے مساوی فاصلے پر نقطہ C' ہونا چاہیے۔ نقطہ C سے قطعہ AC کے متوازی بنایا

گیا خط قطعہ BA کو جس نقطے پر قطع کرے وہ نقطہ A' ہوگا۔

$$\frac{BA'}{BA} = \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{5} \quad \text{یعنی} \quad \frac{BA}{BA'} = \frac{BC}{BC'} = \frac{5}{3} \quad (\text{عمل عکس سے}) \dots$$

ہندی عمل کے مرحلے :



شکل 4.4

(1) کوئی بھی ایک $\triangle ABC$ بنائیے۔

(2) قطعہ BC کے 5 مساوی حصے کبھی۔

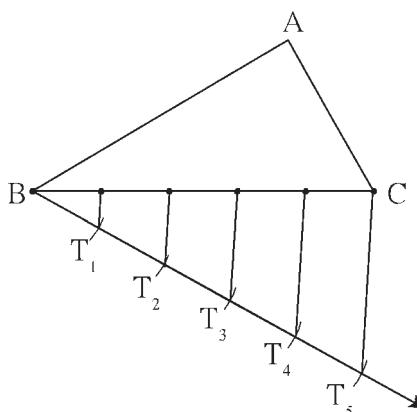
(3) نقطہ B سے تیسرا نقطہ کو C' نام دیجیے۔

$$\therefore BC' = \frac{3}{5} BC$$

(4) اب C' سے CA کے متوالی خط کھینچیے، جو BA کو جس نقطے پر قطع کرے اس نقطہ کو A' نام دیجیے۔

(5) $\triangle A'BC$ کے تشابہ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

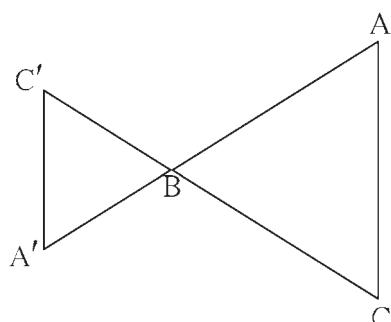
نوت : BC کے پانچ مساوی حصے کرنے کے دوران خط BC کے جسم سمت میں A ہے۔ اس کے مقابلہ سمت میں B سے گذرتے ہوئے ایک شعاع بنائیے اس طرح حصے کرنے میں آسانی ہوتی ہے۔



شکل 4.5

اس شعاع پر $BT_1 = T_1T_2 = T_2T_3 = T_3T_4 = T_4T_5$
ایسے مساوی حصے لیں۔

T_5C کو ملائیے اور T_5C سے T_4, T_3, T_2, T_1 کے متوالی خطوط کھینچیے۔



شکل 4.6

تشابہ مثلث بنانے کے لیے شکل میں دکھائے ہوئے پیمانے کے مطابق
بھی $\triangle A'BC$ بنایا جاسکتا ہے۔

اس شکل کے مطابق اگر $\triangle A'BC$ بنانا ہو تو ہندی عمل کے مرحلوں
میں کیا تبدیلی کرنا ہوگی؟

مثال (3) : $\triangle ABC$ کے تشابہ $\triangle A'B'C'$ اس طرح بنائیے کہ $AB : A'B' = 5 : 7$

تجزیہ : نقاط B, A, A', C, C' بھی ہم خطی ہیں اسی طرح B, A, A', C, C' بھی ہم خطی ہیں۔

$$AB : A'B' = 5 : 7 \quad \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

$\triangle A'B'C'$ کے اضلاع، $\triangle ABC$ کے نظری اضلاع سے چھوٹے ہیں۔

$$\angle ABC \cong \angle A'B'C'$$

اس بارے میں غور کرتے ہوئے کچھی شکل بنائیں گے۔

$$\frac{BC}{BC'} = \frac{5}{7}$$

اس لیے قطعہ خط BC کے 5 مساوی حصے کریں اور اس میں سے ایک حصے کا 7 گنا BC' کی لمبائی ہوگی۔

$\triangle ABC$ بنانے کا راستہ BC کے پانچ مساوی حصے کریں گے۔ شعاع BC پر نقطہ B سے سات حصوں کے مساوی لمبائی کے فاصلے پر

نقطہ C' ہوگا۔

متناوبت کے بنیادی مسئلے کے رو سے نقطہ C' سے ضلع AC کے متوازی خط بناتے ہیں تو وہ بڑھائی ہوئی شعاع BA کو جس نقطے پر قطع کرتا ہے وہ نقطہ A' ہے۔ قطعہ $A'C'$ کھینچ کر $\triangle A'B'C'$ مطلوبہ مثلث ہوگا۔

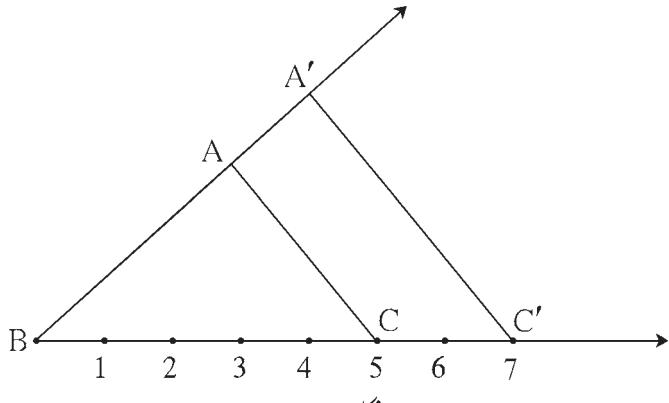
ہندی عمل کے مرحلے :

(1) کوئی بھی $\triangle ABC$ بنائے۔

(2) قطعہ BC کے 5 مساوی حصے کیجیے۔ شعاع BC پر نقطہ C' اس طرح لیجیے کہ قطعہ BC' کی لمبائی، قطعہ BC کے ایک حصے کا سات گناہے۔

(3) نقطہ C' سے قطعہ AC کے متوازی خط کھینچی جو شعاع BA کو جس نقطے پر قطع کرے اسے A' نام دیجیے۔

$\triangle A'B'C'$ کے تشابہ مطلوبہ مثلث $\triangle ABC$ ہے۔



شکل 4.8

مشقی سیٹ 4.1

اگر $CA = 4.5$ ، $BC = 6$ سم، $AB = 5.5$ سم اس طرح بنائے کر سم $\triangle ABC$ ، $\triangle ABC \sim \triangle LMN$.1 اور

$$\text{ہو تو } \frac{BC}{MN} = \frac{5}{4}$$

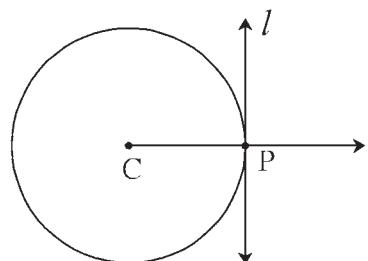
اگر $\frac{PQ}{LT} = \frac{3}{4}$ اور $PR = 4.8$ سم، $QR = 5.4$ سم، $PQ = 4.2$ سم میں سم $\triangle PQR$ ، $\triangle PQR \sim \triangle LTR$.2 اور $\triangle LTR$ بنائے۔

اگر $\frac{RS}{XY} = \frac{3}{5}$ اور $ST = 5.7$ سم $\angle RST = 40^\circ$ ، $RS = 4.5$ سم میں سم ΔRST ، $\Delta RST \sim \Delta XYZ$.3 اور $\triangle XYZ$ $\triangle RST$ بنائے۔

اگر $\frac{AM}{AH} = \frac{7}{5}$ اور $AT = 5.6$ سم $\angle TAM = 50^\circ$ ، $AM = 6.3$ سم میں سم $\triangle AMT$ ، $\triangle AMT \sim \triangle AHE$.4 اور $\triangle AHE$ بنائے۔



دیے ہوئے دائرے پر دیے ہوئے نقطے سے گذرنا ہو مماس کھینچنا



شکل 4.9

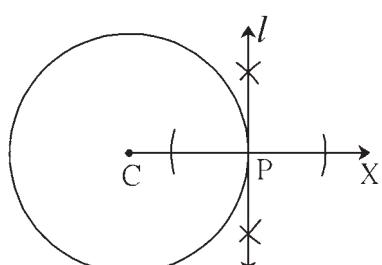
(i) دائرے کے مرکز کا استعمال کر کے :

تجزیہ : فرض کریں C مرکز والے دائرے پر واقع نقطہ P سے گذرنے والے دائرے پر خط مماس l کھینچنا ہے۔

دائرے کے نصف قطر کے بیرونی سرے پر کھینچا ہو ا عمودی خط دائرے کا مماس ہوتا ہے اس خصوصیت کا استعمال کریں گے۔

فرض کریں نصف قطر CP بناتے ہیں تو اخط \perp CP قطع، یعنی نصف قطر CP کے نقطہ P سے گذرنے والا عمودی خط کھینچیں تو وہ مطلوبہ مماس ہو گا۔

دیے ہوئے خط پر واقع نقطے سے گذرنے والا اس خط پر عمودی خط کھینچنے کے عمل کا استعمال کرتے ہیں۔ یعنی سہولت کے لیے شعاع CP بنانے کا ہندسی عمل کرتے ہیں۔



شکل 4.10

ہندسی عمل کے مرحلے :

(i) ایک دائرة بنائے جس کا مرکز C ہے دائرے پر ایک نقطہ لجئی۔

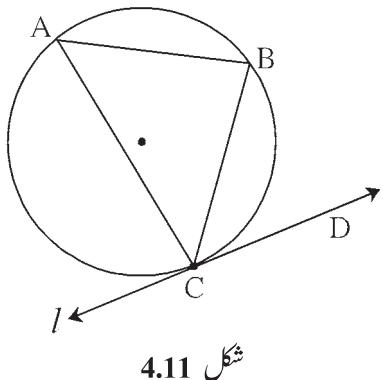
(ii) شعاع CP کھینچی۔

(iii) نقطہ P سے گذرنا ہوا شعاع CX پر عمودی خط l کھینچی۔

خط l، نقطہ P سے گذرنے والا مطلوبہ دائرة کا مماس ہے۔

(ii) دائرے کے مرکز کا استعمال کیے بغیر :

مثال : کسی بھی نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ دائرے پر کوئی بھی ایک نقطہ C لیجیے۔ دائرے کے مرکز کا استعمال کیے بغیر نقطہ C سے اس دائرے کا مماس بنائیے۔



شكل 4.11

تجزیہ : فرض کریں شکل میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق خط 1، نقطہ C سے گذرنے والا مناس ہے۔ قطعہ CB وتر ہے۔

اور قویی زاویہ $\angle CAB$ میں گے۔ مماس قاطع خط زاویہ مسئلے کی رو سے

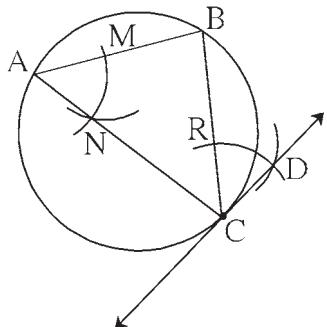
$$\angle CAB \cong \angle BCD$$

مumas قاطع زاویے کے مسئلے کے عکس کے مطابق اگر $\angle CAB \cong \angle BCD$ ہو تو

خط 1 دائرے کا مماس ہوتا ہے۔ یعنی قطع CB دائرے کا وتر اور قوسی زاویہ $\angle CAB$ $\angle BCD$ کا ہندسی عمل اس طرح کرتے ہیں کہ $\angle BCD \cong \angle BAC$

خط CD، دیے ہوئے دائرے کے نقطے C سے گزرنے والا اس دائرے کا مماس ہے۔

ہندسی عمل کے مرحلے :



4.12 شکل

(1) ایک دائرہ بنایے۔ دائرے پر کوئی بھی ایک نقطہ C لیجئے۔

$$\text{وَتَرْ C B اُرْ قَوْسِي زَاوِيَّهُ } \angle CAB \text{ كَيْفَيَّهُ} \quad (2)$$

(3) پرکار میں مناسب نصف قطر لے کر اور نقطہ A کو مرکز مان کر $\angle BAC$ کی ساقیں کو

نقط M اور N قطع کرنے والا قوس کھینچیے۔

وہی نصف قطر لے کر نقطہ C کو مرکز مان کر ووٹر CB کو قطع کرنے والا تو س بنائیے۔ (4)

اسے R نام دیجئے۔

(5) پرکار میں MN نصف قطر لے کر R کو مرکز مان کر پہلے کھینچے ہوئے قوس کو قطع کرتا ہوا ایک دوسرا قوس کھینچی۔ ان کے نقطہ تقاطع کو D نام دیتے گے۔

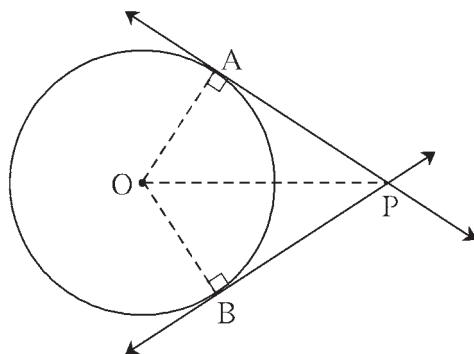
خط CD کھینچے۔ خط CD دائرے کا مماس ہے۔

(درج بالا شکل میں $\triangle MAN \cong \triangle BCD$ اس کی وجہ پر دھیان دیجئے۔)

قطعہ MN اور قطعہ RD پنائے تو 'ضل ضل'، متباہلٹ کی آزمائش کے مطابق،

$$\angle MAN = \angle BCD \quad \text{and} \quad \triangle MAN \cong \triangle RCD$$

دیے ہوئے دائرے کے بیرون میں واقع نقطے سے مماس کھینچنا

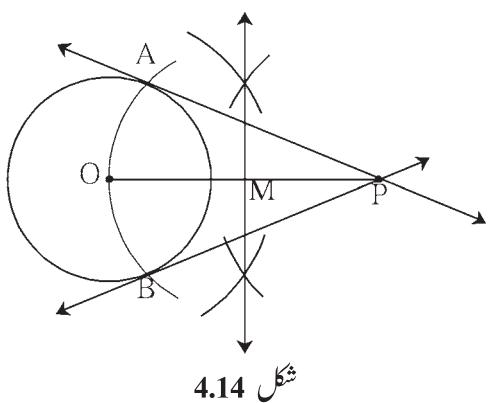


شکل 4.13

تجزیہ : فرض کریں شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق O مرکز والے دائیرے کے بیرون میں نقطہ P ہے۔ نقطہ P سے دائیرے پر بنائے گئے مماس دائیرے پر نقاط A اور B پر مس کرتے ہیں۔ اگر دائیرے پر نقاط A اور B کا تین ہو جائے تو مماس PA اور PB بناسکتے ہیں۔ کیونکہ اگر نصف قطر OA اور OB بنائیں تو PA نصف قطر اور PB نصف قطر، خط \perp OA نصف قطر اور \perp OB نصف قطر، اور $\triangle OBP \cong \triangle OAP$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں اور OP دونوں میں بینے والا قوسی زاویہ قائمہ زاویہ ہوتا ہے۔

کیونکہ نصف دائیرے میں بینے والا قوسی زاویہ قائمہ زاویہ ہوتا ہے۔

ہندی عمل کے مرحلے :



شکل 4.14

(1) نقطہ O کو مرکز لے کر کسی بھی نصف قطر کا دائیرہ بنائیے۔

(2) دائیرے کے بیرون میں ایک نقطہ P بیجیے۔

(3) قطعہ OP بنائیے۔ قطعہ OP کا عمودی ناصف بنائی کرو۔ سطحی نقطہ کو M نام دیجیے۔

(4) نقطہ M کو مرکز مان کر OM نصف قطر کا قوس بنائیے۔

(5) یہ قوس، دیے ہوئے دائیرے کو نقاط A اور B پر قطع کرتا ہے۔

(6) قطعہ PA اور قطعہ PB بنائیے۔

قطعہ PA اور قطعہ PB دائیرے کے مطلوبہ مماس ہیں۔

مشقی سیٹ 4.2

1. نقطہ P کو مرکز مان کر 3.2 سم نصف قطر کا دائیرہ بنائیے۔ اس پر واقع نقطہ M سے گذرنے والا مماس بنائیے۔
2. 2.7 سم نصف قطر کا دائیرہ بنائیے۔ اس دائیرے پر واقع نقطے سے دائیرے کا مماس بنائیے۔
3. 3.6 سم نصف قطر کا دائیرہ بنائیے۔ دائیرے پر کوئی ایک نقطہ L کو مرکز کا استعمال کیے بغیر اس نقطے سے گزرتا ہوا دائیرہ کا مماس بنائیے۔
4. 3.3 سم نصف قطر کا دائیرہ بنائیے۔ اس میں 6.6 سم لمبائی کا وتر PQ بنائیے۔ نقاط P اور Q سے گذرنے والے دائیرے کے مماس بنائیے۔ مماسوں کے متعلق اپنا مشاہدہ لکھیے۔

- 3.4 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ اس میں 5.7 سم لمبائی کا وتر MN کھینچی۔ نقطہ M اور نقطہ N سے گذرنے والا ماس بنائیے۔

3.5 P مرکز مان کر 3.4 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ دائرے کے مرکز سے 5.5 سم کے فاصلے پر ایک نقطہ Q لجھیے۔ نقطہ Q سے دائرے پر ماس بنائیے۔

4.1 7. سم نصف لے کر ایک دائرہ بنائیے۔ دائیرے کے مرکز سے 7.3 سم فاصلے پر واقع نقطے سے دائیرے پر مس بنائیے۔

مجموعه سوالات ۴

- درج ذیل سوالوں کے متبادلات میں سے صحیح جواب کا انتخاب کیجیے :

 - (1) دائرے پر دیے ہوئے نقطے سے دائیرے پر بنائے ہوئے مماس کی تعداد ہوگی۔
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0
 - (2) دائیرے کے یہ دوں میں واقع نقطے سے دائیرے پر زیادہ سے زیادہ مماس بنائے جاسکتے ہیں۔
 (A) 2 (B) 1 (C) ایک اور صرف ایک (D) 0
 - (3) اگر $\frac{AB}{PQ} = \frac{7}{5}$ تو $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ قطعی طور پر نہیں کہہ سکتے
 (A) دوںوں مثلث مساوی ہیں (B) $\triangle ABC$ بڑا ہے (C) $\triangle PQR$ بڑا ہے (D) کوئی معلوم نہیں

2. نقطہ O کو مرکز مان کر 3.5 سم نصف قطر کا دائیرہ بنائیے۔ دائیرے کے مرکز سے 5.7 سم فاصلے پر ایک نقطہ P لیجیے۔ نقطہ P سے دائیرے پر مماس بنائے۔

قطعی طور نہیں کہ سکتے (D) دونوں مثلث مساوی ہیں (B) $\triangle ABC$ بڑا ہے (C) $\triangle PQR$ بڑا ہے (A)

- نقطہ O کو مرکز مان کر 3.5 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ دائرے کے مرکز سے 5.7 سم فاصلے پر ایک نقطہ P لجئے۔ نقطہ P سے دائرے پر مماس بنائیے۔

کوئی بھی ایک دائرہ بنائیے۔ اس پر ایک نقطہ A لجئے۔ نقطہ A سے دائرے کے مرکز کا استعمال کیے بغیر مماس بنائیے۔

سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ دائرے کے مرکز سے قطر کے مساوی فاصلے پر نقطہ R لجئے۔ اس نقطے سے دائرے پر مماس بنائیے۔

مرکز والا ایک دائرہ بنائیے۔ دائرے میں 100° پیمائش کا ایک قوس AB بنائیے۔ نقاط A اور B سے گذرنے والے دائرے کا مماس بنائیے۔

نقطہ E کو مرکز مان کر 3.4 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ دائرے پر ایک نقطہ F لجئے۔ نقطہ A اس طرح لیں کہ $E-F-A$ اور $FA = 4.1$ سم، نقطہ A سے دائرے کا مماس بنائیے۔

۷) $\frac{AC}{LN} = \frac{4}{7}$, $BC = 4.8$, $\angle B = 40^\circ$, $AB = 5.1$ میں $\triangle ABC$, $\triangle ABC \sim \triangle LBN$ اے۔

$$\frac{YZ}{YO} = \frac{6}{5}$$

