1 Similarity متشابہت

آ یئے سیکھیں

- دو مثلثوں کے رقبوں کی نسبت
- متناسبت کا بنیادی مسئلہ
- متناسبت کے بنیادی مسئلے کا عکس
- مثلث کے زاویے کے ناصف کی خصوصیت
- تین متوازی خطوط کے ذریعے خط تقاطع پر بننے والے حائل قطعات کی نسبت
- مثلثوں کی متشابہت کی آزمائشیں (کسوٹیاں)
- متشابہ مثلثوں کے رقبوں کی خصوصیت

آ یئے ذرا یاد کریں

ہم نسبت اور تناسب کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ دو اعداد a اور b کی نسبت $\frac{m}{n}$ ہے۔ اس بیان کو اعداد 'a اور b' کی m : n کی نسبت میں لکھتے ہیں۔

اس تصور کے لیے ہم عموماً مثبت حقیقی اعداد پر غور کرتے ہیں، یہ ہمیں معلوم ہے کہ قطعہ خط کی لمبائی اور کسی بھی شکل کا رقبہ مثبت حقیقی عدد ہوتا ہے۔ ہمیں مثلث کے رقبے کا ضابطہ معلوم ہے۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

آ یئے سمجھ لیں

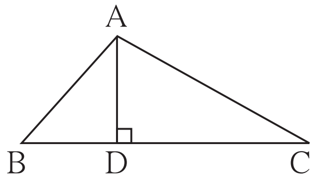
دو مثلثوں کے رقبوں کی نسبت (Ratio of areas of two triangles)

کوئی بھی دو مثلثوں کے رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

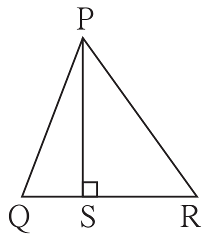
مثال : $\triangle ABC$ کا قاعدہ BC ہے اور ارتفاع AD ہے۔

$\triangle PQR$ کا قاعدہ QR ہے اور ارتفاع PS ہے۔

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AD}{\frac{1}{2} \times QR \times PS}$$



شکل 1.1



شکل 1.2

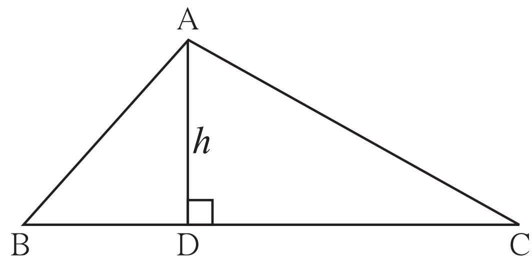
$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS}$$

اس بناء پر دومثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے قاعدے اور نظیری ارتفاعوں کے حاصل ضرب کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔

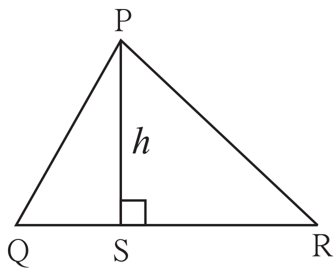
اگرایک مثلث کا قاعدہ b_1 اور ارتفاع h_1 ہواوردوسرے مثلث کا قاعدہ b_2 اور ارتفاع h_2 ہوتوان کے رقبوں کی نسبت = $\frac{b_1 \times h_1}{b_2 \times h_2}$

یہاں دومثلثوں کے رقبوں کے تعلق سے کچھ شرائط رکھ کر دیکھتے ہیں۔

شرط 1 : دونوں مثلثوں کے ارتفاع مساوی ہوں تب



شکل 1.3



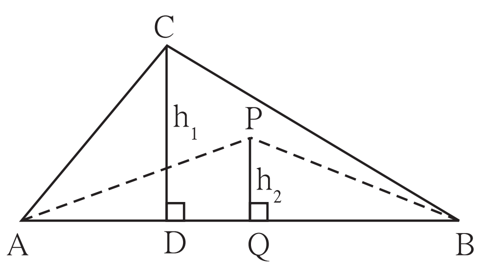
شکل 1.4

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC \times h}{QR \times h} = \frac{BC}{QR}$$

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{b_1}{b_2}$$

خصوصیت : مساوی ارتفاع والے مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری قاعدوں کے تناسب میں ہوتے ہیں۔

شرط 2 : دونوں مثلثوں کے قاعدے مساوی ہوں تب



شکل 1.5

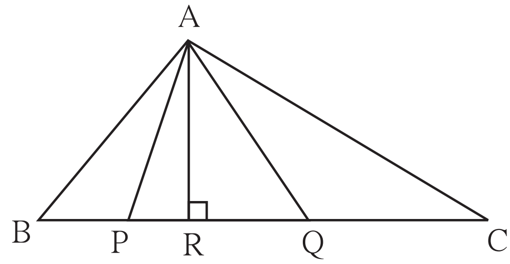
$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta APB)} = \frac{AB \times h_1}{AB \times h_2}$$

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta APB)} = \frac{h_1}{h_2}$$

خصوصیت : مساوی لمبائی کے قاعدے کے دومثلثوں کے رقبے ان کے نظیری ارتفاعوں کے تناسب میں ہوتے ہیں۔

عملی کام : درج ذیل خانوں کو مناسب طور سے پُر کیجیے۔

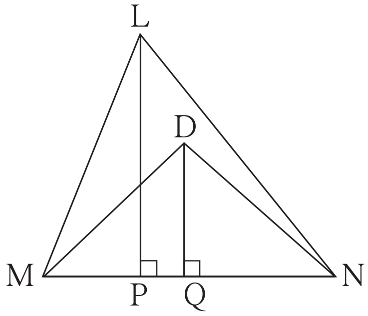
(i)



شکل 1.6

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta APQ)} = \frac{\boxed{} \times \boxed{}}{\boxed{} \times \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

(ii)



شکل 1.7

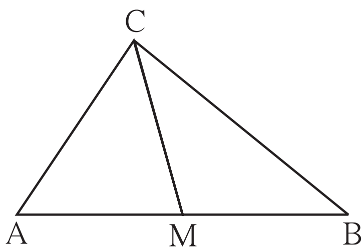
$$\frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta DMN)} = \frac{\boxed{} \times \boxed{}}{\boxed{} \times \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

(iii) نقطہ M قطعہ AB کا وسطی نقطہ ہے۔

$\triangle ABC$ کا وسطانیہ، قطعہ CM ہے۔

$$\therefore \frac{A(\Delta AMC)}{A(\Delta BMC)} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$



شکل 1.8

وجہ لکھیے۔

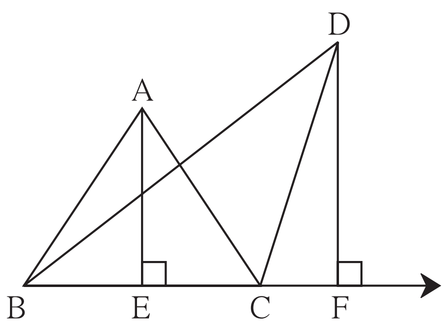
حل کردہ مثالیں

مثال (1) : متصلہ شکل میں

قطعہ $AE \perp$ قطعہ BC، قطعہ $DF \perp$ خط BC

AE = 4، DF = 6 تو

$\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DBC)}$ معلوم کیجیے۔



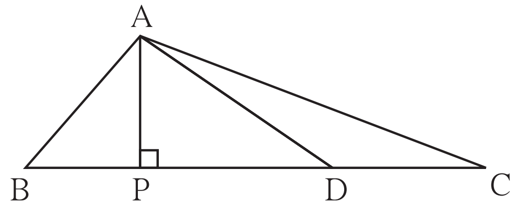
شکل 1.9

حل : (مساوی قاعدوں والے مثلثوں کے رقبے اُن کے نظیری ارتفاع کے تناسب میں ہوتے ہیں) ...

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DBC)} = \frac{AE}{DF}$$

$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

مثال (2) : $\triangle ABC$ کے ضلع BC پر نقطہ D اس طرح ہے کہ $DC = 6$، $BC = 15$ تو $A(\triangle ABD) : A(\triangle ABC)$ اور $A(\triangle ABD) : A(\triangle ADC)$ معلوم کیجیے۔



شکل 1.10

حل : $\triangle ABD$، $\triangle ADC$، $\triangle ABC$ تینوں مثلثوں کا مشترک راس A ہے اور ان کے قاعدے ایک ہی خط میں واقع ہیں۔ یعنی تینوں مثلثوں کے ارتفاع مساوی ہیں۔

$DC = 6$ ، $BC = 15$

$\therefore\ BD = BC - DC = 15 - 6 = 9$

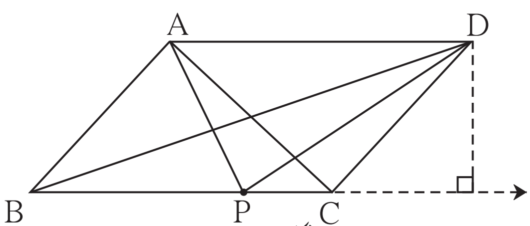
$$\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)} = \frac{BD}{BC}$$ ... (مساوی ارتقاع کے مثلثوں کے رقبے ان کے نظیری قاعدوں کے تناسب میں ہوتے ہیں)

$$= \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)} = \frac{BD}{DC}$$ ... (مساوی ارتقاع کے مثلثوں کے رقبے ان کے نظیری قاعدوں کے تناسب میں ہوتے ہیں)

$$= \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

مثال (3) : $\square ABCD$ ایک متوازی الاضلاع ہے P، ضلع BC پر کوئی ایک نقطہ ہے تو مساوی رقبے کے مثلثوں کی دو جوڑیاں معلوم کیجیے۔



شکل 1.11

حل : $\square ABCD$ ایک متوازی الاضلاع ہے۔

$\therefore\ AD \parallel BC$ اور $AB \parallel DC$

$\triangle ABC$ اور $\triangle BDC$ پر غور کیجیے۔

یہ دونوں مثلث دو متوازی خطوط کے درمیان بنائے گئے ہیں۔

اس لیے متوازی خطوط کا درمیانی فاصلہ دونوں مثلثوں کے ارتفاع کو ظاہر کرے گا۔ اب $\triangle ABC$ اور $\triangle BDC$ کا قاعدہ BC مساوی ہے اور ارتفاع بھی مساوی ہے۔

$$\therefore\ A(\triangle ABC) = A(\triangle BDC)$$

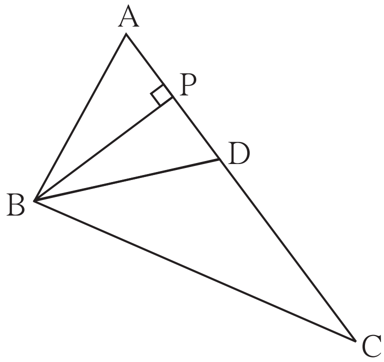
$\triangle ABC$ اور $\triangle ABD$ میں AB، مساوی قاعدہ ہے

اور اونچائی بھی مساوی ہے۔

$$\therefore\ A(\triangle ABC) = A(\triangle ABD)$$

مثال (4) : متصلہ شکل میں $\triangle ABC$ کے ضلع AC پر نقطہ D اس طرح ہے کہ

$AC = 16$ ، $DC = 9$ ، $BP \perp AC$ تو ذیل کی نسبتیں معلوم کیجیے۔



شکل 1.12

i) $\dfrac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$ ii) $\dfrac{A(\Delta BDC)}{A(\Delta ABC)}$

iii) $\dfrac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta BDC)}$

حل : $\triangle ABC$ کے ضلع AC پر نقاط P اور D ہیں یعنی $\triangle ABD$ ، $\triangle BDC$ ، $\triangle ABC$ ، $\triangle APB$ ان تمام مثلثوں کا مشترک راس B ہے اور اضلاع AD ، DC ، AC ، AP ایک ہی خط میں واقع ہیں۔ اس لیے ان تمام مثلثوں کے ارتفاع مساوی ہیں۔ لہٰذا ان مثلثوں کے رقبے ان کے نظیری قاعدوں کے تناسب میں ہوں گے۔

$$AC = 16, \ DC = 9$$

$$\therefore \ AD = 16 - 9 = 7$$

$$\therefore \ \frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)} = \frac{AD}{AC} = \frac{7}{16}$$ ... (مساوی ارتفاع کے مثلث)

$$\frac{A(\Delta BDC)}{A(\Delta ABC)} = \frac{DC}{AC} = \frac{9}{16}$$ ... (مساوی ارتفاع کے مثلث)

$$\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta BDC)} = \frac{AD}{DC} = \frac{7}{9}$$ ... (مساوی ارتفاع کے مثلث)

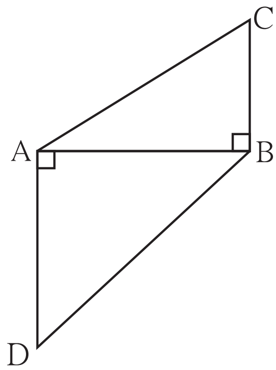
اسے ذہن نشین کرلیں

- دو مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے قاعدے اور نظیری ارتفاع کے حاصل ضرب کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔
- مساوی ارتفاع کے مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری قاعدوں کے تناسب میں ہوتی ہے۔
- مساوی قاعدوں کے مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری ارتفاعوں کے تناسب میں ہوتی ہے۔

مشقی سیٹ 1.1

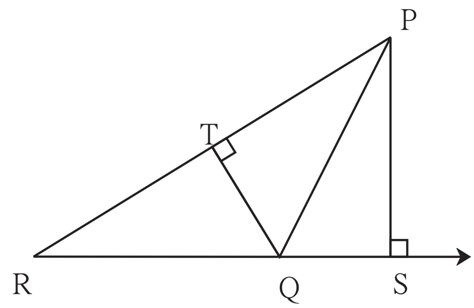
1. ایک مثلث کا قاعدہ 9 اور ارتفاع 5 ہے۔ دوسرے مثلث کا قاعدہ 10 اور ارتفاع 6 ہے۔ تو ان مثلثوں کے رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

2. دی ہوئی شکل 1.13 میں $DA \perp AB$ ،$BC \perp AB$ ،$BC = 4$ ،$AD = 8$ ہو تو $\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADB)}$ معلوم کیجیے۔



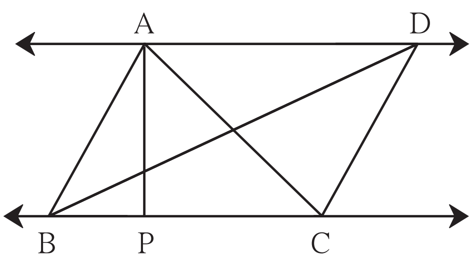
شکل 1.13

3. متصلہ شکل میں قطعہ $RQ \perp$ قطعہ PS،
قطعہ $PR \perp$ قطعہ QT اگر $QR = 6$ ،$PS = 6$،
$PR = 12$ ہو تو QT معلوم کیجیے۔



شکل 1.14

4. متصلہ شکل میں $AP \perp BC$ ،$AD \parallel BC$ ہو تو
$A(\triangle ABC) : A(\triangle BCD)$ معلوم کیجیے۔



شکل 1.15

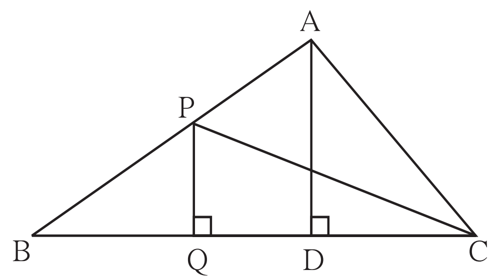
5. متصلہ شکل میں،

$PQ \perp BC$ ،$AD \perp BC$

تو درج ذیل نسبتیں لکھیے۔

i) $\dfrac{A(\Delta PQB)}{A(\Delta PBC)}$ ii) $\dfrac{A(\Delta PBC)}{A(\Delta ABC)}$

iii) $\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADC)}$ iv) $\dfrac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta PQC)}$

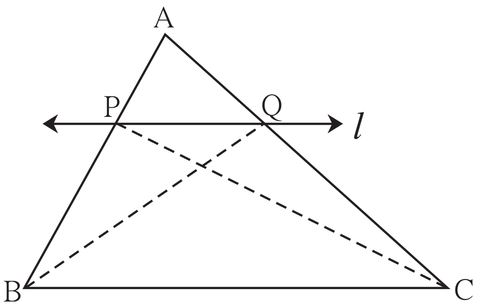


شکل 1.16

آیئے سمجھ لیں

متناسبت کا بنیادی مسئلہ (Basic Proportionality Theorem)

مسئلہ : اگر ایک خط کسی مثلث کے ایک ضلع کے متوازی ہو اور باقی دو اضلاع کو دو متفرق نقاط پر قطع کرے تب وہ خط ان اضلاع کو تناسب میں تقسیم کرتا ہے۔



شکل 1.17

دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ میں BC قطعہ $\parallel$ l خط اور خط l ضلع AB کو P پر اور ضلع AC کو Q پر قطع کرتا ہے۔

ثابت کرنا ہے : $\dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC}$

عمل : قطعہ PC اور قطعہ BQ کھینچیے۔

ثبوت : $\triangle APQ$ اور $\triangle PQB$ مساوی ارتفاع کے مثلث ہیں۔

$\therefore \dfrac{A(\Delta\ APQ)}{A(\Delta\ PQB)} = \dfrac{AP}{PB}$ ... (رقبے قاعدوں کے تناسب میں) ... (I)

اسی طرح , $\dfrac{A(\Delta\ APQ)}{A(\Delta\ PQC)} = \dfrac{AQ}{QC}$ ... (رقبے قاعدوں کے تناسب میں) ... (II)

$\triangle PQB$ اور $\triangle PQC$ کا PQ مساوی قاعدہ ہے اور قطعہ BC $\parallel$ قطعہ PQ

یعنی $\triangle PQB$ اور $\triangle PQC$ کے ارتفاع مساوی ہیں۔

$\therefore$ A ($\triangle$PQB) = A ($\triangle$PQC) ... (III)

$\therefore \dfrac{A(\Delta\ APQ)}{A(\Delta\ PQB)} = \dfrac{A(\Delta\ APQ)}{A(\Delta\ PQC)}$ ... [(I)، (II) اور (III) سے]

$\therefore \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC}$ ... [(I) اور (II) سے]

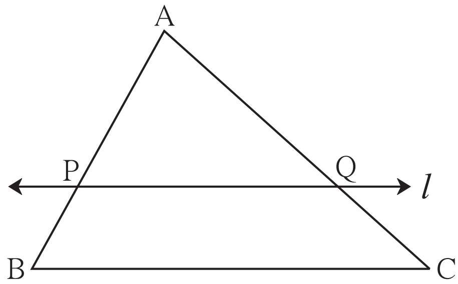
متناسبت کے بنیادی مسئلے کا عکس (Converse of B.P.T)

مسئلہ : ایک خط اگر مثلث کے کسی بھی دو ضلعوں کو دو متفرق نقاط پر قطع کرتے ہوئے یکساں نسبت میں تقسیم کرتا ہے تو وہ خط مثلث کے تیسرے ضلع کے متوازی ہوتا ہے۔

شکل 1.18 میں l خط، $\triangle ABC$ کے ضلع AB اور ضلع AC کو بالترتیب نقاط P اور Q پر قطع کرتا ہے اور

$\dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC}$ ہو تو BC قطعہ $\parallel$ l خط

اس مسئلے کا ثبوت بالواسطہ طریقے سے دیا جا سکتا ہے۔



شکل 1.18

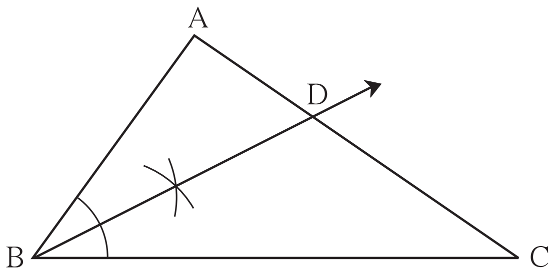
عملی کام :

- $\triangle ABC$ کوئی ایک مثلث بنائیے۔
- مثلث کے $\angle B$ کی تنصیف کیجیے اور اس کا ناصف ضلع AC کو جس نقطے پر قطع کرتا ہے اسے D نام دیجیے۔
- اضلاع کی لمبائیاں ناپ کر لکھیے۔

BC = ☐ سم، AB = ☐ سم

DC = ☐ سم، AD = ☐ سم

- $\frac{AB}{BC}$ اور $\frac{AD}{DC}$ نسبتیں لکھیے۔
- دونوں نسبتیں تقریباً مساوی ہیں۔ یہ نتیجہ اخذ کیجیے۔
- اسی مثلث کے کسی دوسرے زاویے کی تنصیف کیجیے اور مندرجہ بالا طریقے پر نسبتیں معلوم کیجیے۔ یہ نسبتیں بھی مساوی ہوتی ہیں اس نتیجہ کو اخذ کیجیے۔



شکل 1.19

آیئے سمجھ لیں

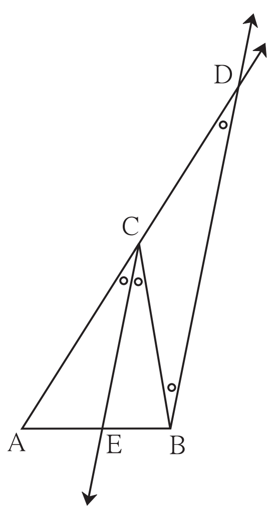
مثلث کے زاویے کے ناصف کا مسئلہ (Theorum of angle Bisector of a triangle)

مسئلہ : مثلث کے زاویے کا ناصف اُس زاویے کے مقابل کے ضلع کو باقی دو اضلاع کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ میں $\angle C$ کا ناصف قطعہ AB کو نقطہ E پر قطع کرتا ہے۔

ثابت کرنا ہے : $\frac{AE}{EB} = \frac{CA}{CB}$

عمل : نقطہ B سے گزرنے والی شعاع CE کے متوازی ایک خط کھینچیے جو AC کو بڑھانے پر نقطہ D پر قطع کرتا ہے۔



شکل 1.20

ثبوت : BD شعاع $\parallel$ CE شعاع اور خط AD خطِ تقاطع ہے۔

(I) ... (نظیری زاویے) ... $\therefore\ \angle ACE = \angle CDB$

اسی طرح BC کو خطِ تقاطع لیا جائے تو

(II) ... (متبادلہ زاویے) ... $\angle ECB \cong \angle CBD$

(III) ... (دیا ہوا ہے) ... لیکن، $\angle ACE \cong \angle ECB$

[بیانات (I)، (II) اور (III) سے] ... $\therefore\ \angle CBD \cong \angle CDB$

$\triangle CBD$ میں،

(متماثل زاویوں کے مقابل کے اضلاع) ... ضلع CD $\cong$ ضلع CB

... (IV) $\therefore\ CB = CD$

اب $\triangle ABD$ میں،

(عمل کے ذریعے) ... ضلع BD $\parallel$ قطعہ EC

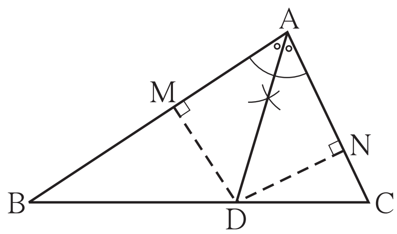
(V) ... (تناسبت کا بنیادی مسئلہ) ... $\therefore\ \dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AC}{CD}$

[بیانات (IV) اور (V) سے] ... $\therefore\ \dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AC}{CB}$

مزید معلومات کے لیے :

مندرجہ بالا مسئلے کے ثبوت کو دوسرے طریقے سے آپ خود لکھیے۔

اس کے لیے شکل 1.21 میں دکھائے ہوئے طریقے سے $\triangle ABC$ بنائیے۔ $DM \perp AB$ اور $DN \perp AC$ کھینچیے۔

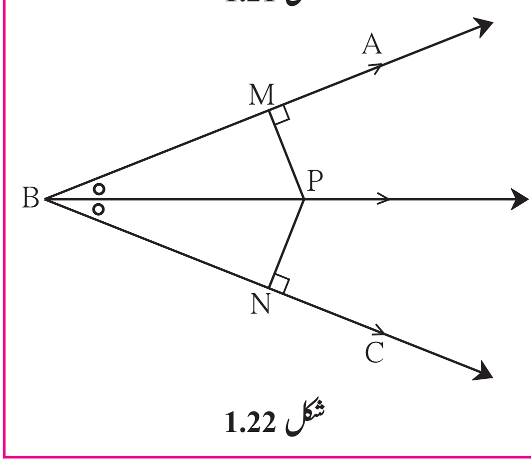


شکل 1.21

(I) مساوی ارتفاع کے مثلثوں کے رقبے ان کے نظیری قاعدوں کے تناسب میں ہوتے ہیں۔

(II) زاویے کے ناصف پر واقع ہر نقطہ زاویہ کی ساقین سے ہم فاصلہ ہوتا ہے۔

ان خصوصیات کا استعمال کیجیے۔



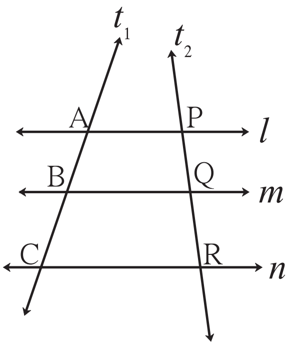
شکل 1.22

مثلث کے زاویے کے ناصف کی خصوصیت کا عکس (Converse of angle bisector of a triangle) :

$\triangle ABC$ کے ضلع BC پر اگر نقطہ D اس طرح ہو کہ $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ تو $\angle BAC$ کی ناصف شعاع AD ہے۔

عملی کام : تین متوازی خطوط کے ذریعے اُن کے خط تقاطع پر بننے والے حائل قطعات کی خصوصیت

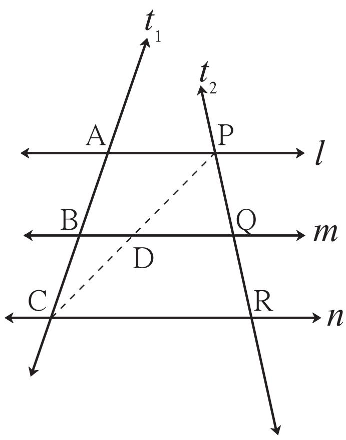
(Property of three parallel lines and their transversals)



شکل 1.23

- تین متوازی خطوط کھینچیے۔
- انھیں l، m، n نام دیجیے۔
- t_1 اور t_2 دو خطوط تقاطع کھینچیے۔
- خط تقاطع t_1 پر بننے والے حائل قطعات AB اور BC ہیں۔
- خط تقاطع t_2 پر بننے والے حائل قطعات PQ اور QR ہیں۔
- $\frac{AB}{BC}$ اور $\frac{PQ}{QR}$ نسبتیں معلوم کیجیے جو تقریباً مساوی ہیں اس کا نتیجہ اخذ کیجیے۔

مسئلہ : تین متوازی خطوط کے ذریعے ایک خط تقاطع پر بننے والے حائل قطعات کی نسبت، ان ہی متوازی خطوط کے ذریعے کسی دوسرے خط تقاطع پر بننے والے نظیری حائل قطعات کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔



شکل 1.24

دیا ہوا ہے : خط n $\parallel$ خط m $\parallel$ خط l

t_1 اور t_2 خطوط تقاطع ہیں۔

خط تقاطع t_1 ان متوازی خطوط کو بالترتیب A، B، C پر اور خط تقاطع t_2 ان متوازی خطوط کو بالترتیب P، Q، R پر قطع کرتے ہیں۔

ثابت کرنا ہے : $\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$

ثبوت : قطعہ PC کھینچیے۔ جو خط m کو D پر قطع کرتا ہے۔

$\triangle ACP$ میں، $BD \parallel AP$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PD}{DC} \quad \text{... (I)}$$ ... (تناسبت کی بنیادی مسئلہ)

$\triangle CPR$ میں، $DQ \parallel CR$

$$\therefore \frac{PD}{DC} = \frac{PQ}{QR} \quad \text{... (II)}$$ ... (تناسبت کا بنیادی مسئلہ)

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PD}{DC} = \frac{PQ}{QR}$$ ... [(I) اور (II) سے]

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$$

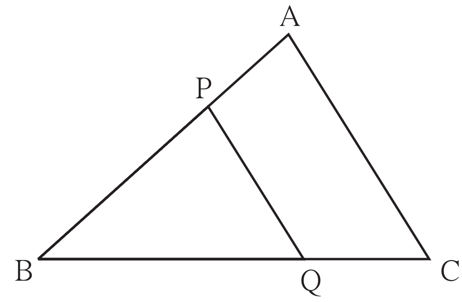
اسے ذہن نشین کر لیں

(1) متناسبت کا بنیادی مسئلہ :

$\triangle ABC$ میں اگر $B-P-A$ ؛ $B-Q-C$ اور

قطعہ $AC \parallel$ قطعہ PQ ہو تو

$$\frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC}$$



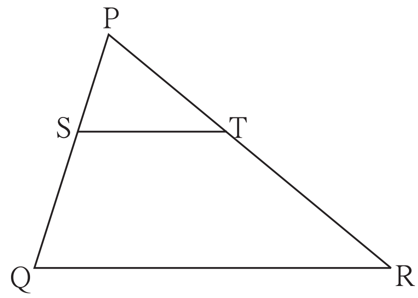
شکل 1.25

(2) متناسبت کے بنیادی مسئلہ کا عکس :

$\triangle PQR$ میں اگر $P-S-Q$ ؛ $P-T-R$ اور

$$\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$$

تو قطعہ $QR \parallel$ قطعہ ST

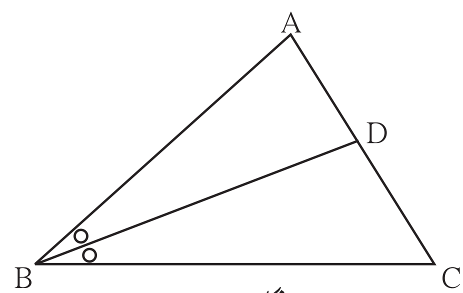


شکل 1.26

(3) مثلث کے زاویے کے ناصف کا مسئلہ :

$\triangle ABC$ کے $\angle ABC$ کا BD ناصف ہے اور اگر

$A-D-C$ ہو تو $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AD}{DC}$



شکل 1.27

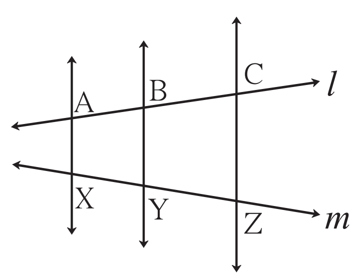
(4) تین متوازی خطوط اور ان کے خطوطِ تقاطع کی خصوصیت :

اگر خط $AX \parallel$ خط $BY \parallel$ خط CZ

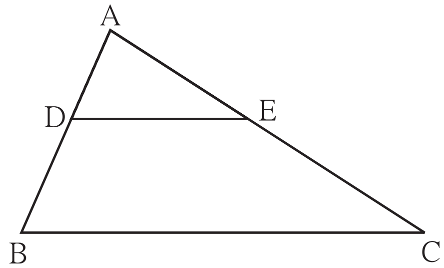
اور خط l اور خط m خطوط تقاطع انھیں بالترتیب A، B، C

اور X، Y، Z پر قطع کرتے ہوں تو

$$\frac{AB}{BC} = \frac{XY}{YZ}$$



شکل 1.28



شکل 1.29

مثال (1) : (شکل 1.29)، $\triangle ABC$ میں $DE \parallel BC$

اگر $DB = 5.4$ سم، $AD = 1.8$ سم، $EC = 7.2$ سم

تو AE معلوم کیجیے۔

حل : $\triangle ABC$ میں، $DE \parallel BC$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(متناسبت کا بنیادی مسئلہ) ...

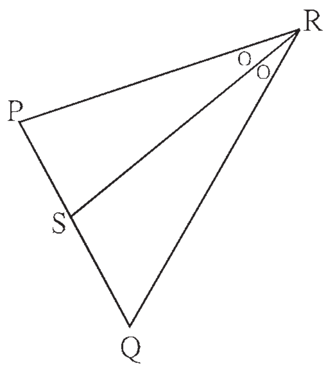
$$\therefore \frac{1.8}{5.4} = \frac{AE}{7.2}$$

$$AE \times 5.4 = 1.8 \times 7.2$$

$$\therefore AE = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4} = 2.4$$

$\therefore AE = 2.4$ سم

مثال (2) : $\triangle PQR$ میں $\angle R$ کا ناصف قطعہ RS ہے (شکل 1.30)۔ اگر $PR = 15$، $RQ = 20$، $PS = 12$ تو SQ معلوم کیجیے۔



شکل 1.30

حل : $\triangle PQR$ میں $\angle R$ کا ناصف قطعہ RS ہے۔

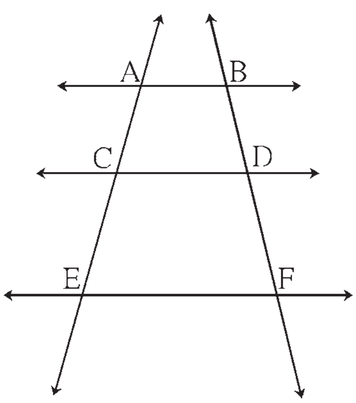
$$\frac{PR}{RQ} = \frac{PS}{SQ}$$

(مثلث کے زاویے کے ناصف کی خصوصیت) ...

$$\frac{15}{20} = \frac{12}{SQ}$$

$$SQ = \frac{12 \times 20}{15} = 16$$

$$\therefore SQ = 16$$



شکل 1.31

عملی کام : دی ہوئی شکل 1.31 میں، $EF \parallel CD \parallel AB$ اگر $AC = 5.4$، $CE = 9$، $BD = 7.5$ تو خالی چوکون مناسب طور پر مکمل کر کے DF معلوم کیجیے۔

حل : $AB \parallel CD \parallel EF$

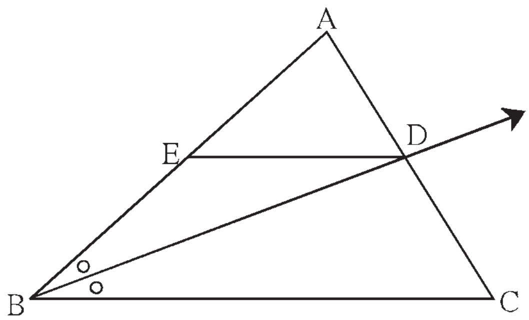
$$\frac{AC}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{DF} \quad \dots (\qquad)$$

$$\frac{5.4}{9} = \frac{\boxed{}}{DF}, \quad \therefore DF = \boxed{}$$

عملی کام : $\triangle ABC$ میں، $\angle ABC$ کی ناصف شعاع BD ہے۔

A – D – C، BC ضلع $DE \parallel$ قطعہ، A – E – B تو

ثابت کیجیے کہ $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AE}{EB}$



شکل 1.32

ثبوت : $\triangle ABC$ میں، $\angle B$ کی ناصف شعاع BD ہے۔

$\therefore \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AD}{DC}$ ... (مثلث کے زاویے کے ناصف کی مسئلہ) ... (I)

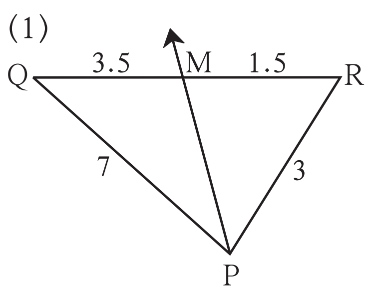
$\triangle ABC$ میں، $DE \parallel BC$

$\dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AD}{DC}$ ... (........................) ... (II)

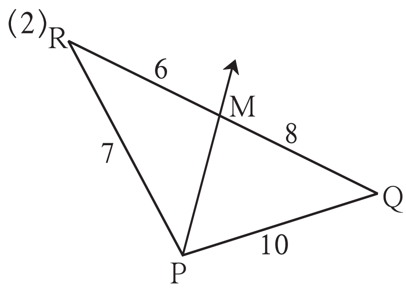
$\dfrac{AB}{\boxed{}} = \dfrac{\boxed{}}{EB}$ ... [(I) اور (II) سے]

مشقی سیٹ 1.2

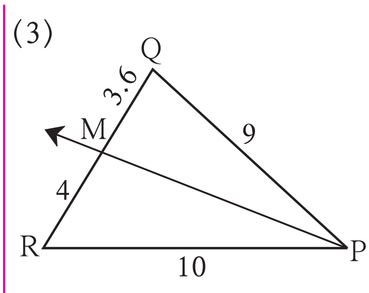
.1 ذیل میں کچھ مثلث اور قطعات کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔ان کی مدد سے بتایئے کہ کس شکل میں $\angle QPR$ کی ناصف شعاع PM ہے۔



شکل 1.33



شکل 1.34

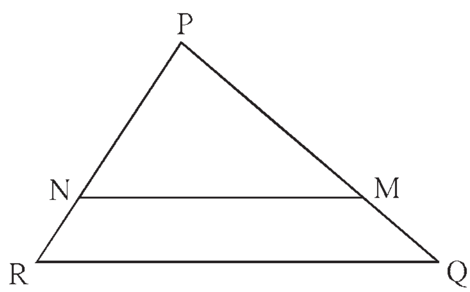


شکل 1.35

.2 $\triangle PQR$ میں $PM = 15$، $PQ = 25$، $PR = 20$،

$NR = 8$ تو خط NM، ضلع RQ کے متوازی ہے یا نہیں؟

اپنے جواب کی وجہ بھی لکھیے۔

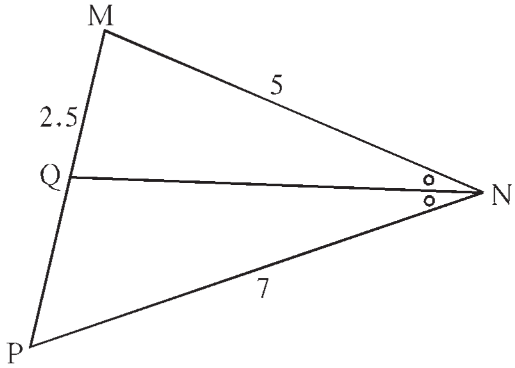


شکل 1.36

3. $\triangle MNP$ کے $\angle N$ کا ناصف NQ ہے۔

اگر $MN = 5$ ،$PN = 7$ ،$MQ = 2.5$

ہوتو QP معلوم کیجیے۔

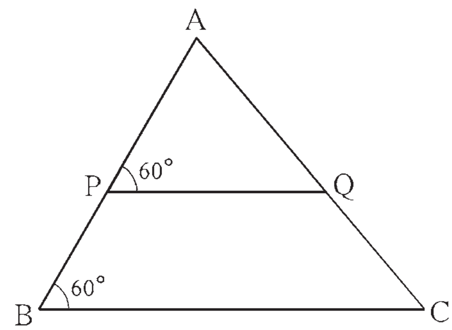


شکل 1.37

4. شکل 1.38 میں کچھ زاویوں کی پیمائشیں دی ہوئی ہیں۔

اس پر سے دکھائیے کہ

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$



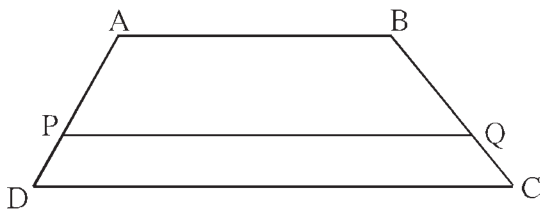
شکل 1.38

5. ذوزنقہ ABCD میں،

ضلع $DC \parallel$ ضلع $PQ \parallel$ ضلع AB

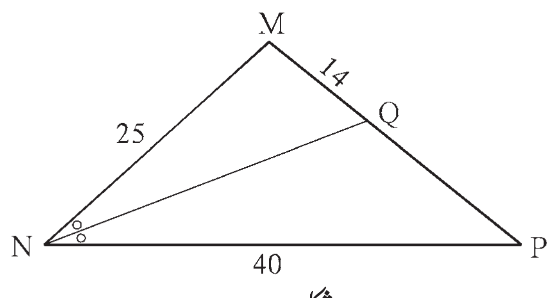
اگر $AP = 15$ ،$PD = 12$ ،$QC = 14$ تو BQ

معلوم کیجیے۔



شکل 1.39

6. شکل میں دی ہوئی معلومات کی مدد سے QP معلوم کیجیے۔

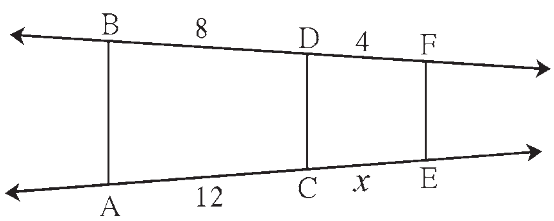


شکل 1.40

7. متصلہ شکل میں اگر

$AB \parallel CD \parallel FE$

تو x کی قیمت معلوم کیجیےاور AE معلوم کیجیے۔

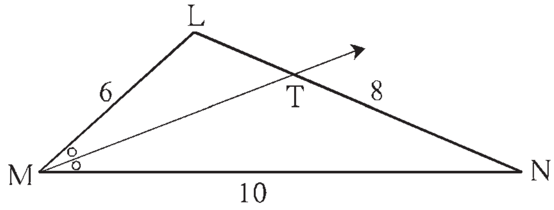


شکل 1.41

8. $\triangle LMN$ میں، $\angle LMN$ کی ناصف شعاع MT ہے۔

اگر $LM = 6$، $MN = 10$، $TN = 8$ ہوتو LT معلوم

کیجیے۔

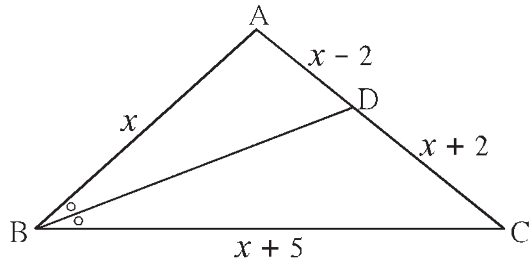


شکل 1.42

9. $\triangle ABC$ میں، $\angle ABC$ کا ناصف قطعہ BD ہے۔

اگر $AB = x$، $BC = x + 5$، $AD = x - 2$

$DC = x + 2$ ہوتو x کی قیمت معلوم کیجیے۔



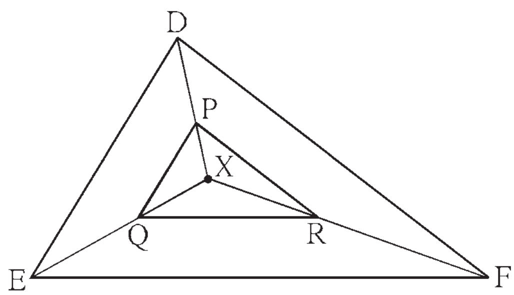
شکل 1.43

10. شکل 1.44 میں مثلث کے اندرون میں کوئی ایک نقطہ X ہے۔

نقطہ X کو مثلث کے راسوں سے ملایا گیا ہے۔اسی طرح،

قطعہ DE $\parallel$ قطعہ PQ، قطعہ EF $\parallel$ قطعہ QR

تو قطعہ DF $\parallel$ قطعہ PR، ثابت کرنے کے لیے درج ذیل خانہ پر کیجیے۔



شکل 1.44

ثبوت : $\triangle XDE$ میں،

$PQ \parallel DE$ ... $\boxed{}$

$\therefore \dfrac{XP}{\boxed{}} = \dfrac{\boxed{}}{QE}$ ... (تناسب کا بنیادی مسئلہ) ... (I)

$\triangle XEF$ میں،

$QR \parallel EF$ ... $\boxed{}$

$\therefore \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $\boxed{}$ ... (II)

$\therefore \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ [بیانات (I) اور (II) سے] ...

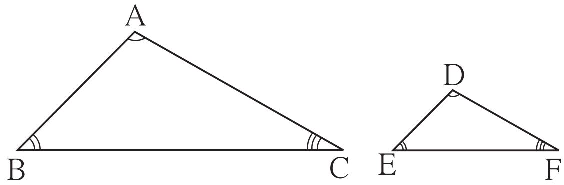
$\therefore$ قطعہ DF $\parallel$ قطعہ PR (تناسب کے بنیادی مسئلے کا عکس) ...

*11. $\triangle ABC$ میں $AB = AC$، $\angle B$ اور $\angle C$ کے ناصف ضلع AC اور ضلع AB کو بالترتیب نقاط D اور E پر قطع کرتے

ہیں تو ثابت کیجیے کہ قطعہ ED $\parallel$ قطعہ BC

آیئے ذرا یاد کریں

متشابہ مثلث (Similar triangles)



شکل 1.45

$\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ میں اگر $\angle A \cong \angle D$،

$\angle B \cong \angle E$، $\angle C \cong \angle F$ اور

$\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{AC}{DF}$ ہوتو

$\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ متشابہ مثلث ہیں۔

اوراگر $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ متشابہ ہوں تو اسے علامت '~' کا استعمال کر کے $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ لکھتے ہیں۔

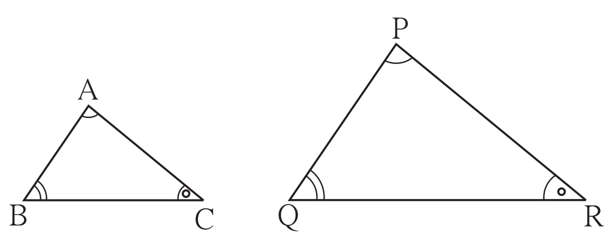
آیئے سمجھ لیں

مثلثوں کی متشابہت کی آزمائشیں (Tests for similarity of triangles)

دو مثلثوں کو متشابہ ہونے کے لیے ان کے تینوں نظیری اضلاع کا تناسب میں ہونا اور تینوں نظیری زاویوں کا متماثل ہونا ضروری ہے۔لیکن ان چھ شرائط میں سے کوئی تین شرائط بھی پوری ہوں تو باقی شرائط خود بخود پوری ہو جاتی ہیں، یعنی دو مثلثوں کو متشابہ ہونے کے لیے کوئی تین ہی مخصوص شرائط پوری ہونا کافی ہیں۔اُن تینوں شرائط کی جانچ کریں تو وہ دونوں مثلث متشابہ ہیں یا نہیں معلوم کر سکتے ہیں۔ایسی کافی شرائط کے سیٹ کو متشابہت کی آزمائشیں کہتے ہیں۔یعنی دو مثلثوں کو متشابہ دکھانے کے لیے یہ مخصوص شرائط کافی ہوتی ہیں۔

مثلثوں کی متشابہت کے لیے زا۔زا۔زا آزمائش (AAA Test for similarity of triangles) :

دو مثلثوں کے راسوں کے درمیان دی ہوئی ایک سے ایک کی مطابقت کے لحاظ سے بننے والے تینوں نظیری زاویے متماثل ہوں تو وہ مثلث متشابہ ہوتے ہیں۔



شکل 1.46

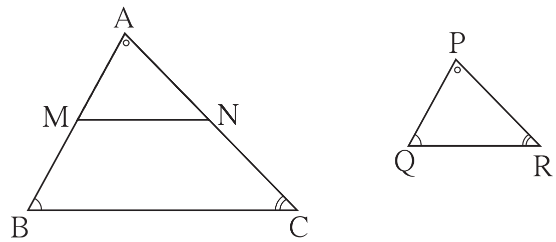
$\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ میں $ABC \leftrightarrow PQR$ کی

مطابقت سے اگر $\angle A \cong \angle P$، $\angle B \cong \angle Q$،

$\angle C \cong \angle R$ تو $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

مزید معلومات کے لیے :

زا۔زا۔زا آزمائش کا ثبوت :



شکل 1.47

دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ میں،

$\angle A \cong \angle P$ ،$\angle B \cong \angle Q$ ،$\angle C \cong \angle R$

ثابت کرنا ہے : $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

ثبوت : فرض کریں $\triangle ABC$، $\triangle PQR$ سے بڑا ہے۔

AB پر ایک نقطہ M اور AC پر نقطہ N اس طرح لیجیے کہ $AM = PQ$ اور $AN = PR$

اس بنیاد پر $\triangle AMN \cong \angle PQR$ دکھائیے۔

اس کی مدد سے $MN \parallel BC$ دکھایا جاسکتا ہے

اب متناسبت کے بنیادی مسئلے کے رُو سے

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

یعنی، $\frac{MB}{AM} = \frac{NC}{AN}$ ... (عمل عکس سے)

$$\frac{MB + AM}{AM} = \frac{NC + AN}{AN} \quad \text{... (عمل ترکیب سے)}$$

$$\therefore \quad \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$$

$\therefore \quad \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$، اسی طرح $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

$$\therefore \quad \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \quad , \quad \therefore \Delta ABC \sim \Delta PQR$$

مثلثوں کی متشابہت کے لیے زا۔زا آزمائش (AA Test for similarity of triangles) :

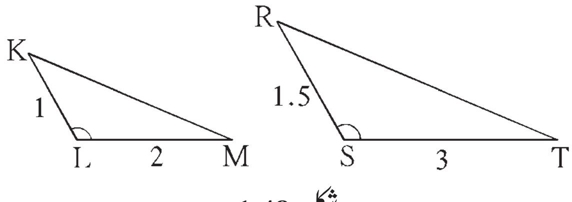
راسوں کے درمیان ایک سے ایک مطابقت کے لحاظ سے اگر ایک مثلث کے دو زاویے دوسرے مثلث کے دو نظیری زاویوں کے متماثل ہوں تو پہلے مثلث کا باقی ماندہ تیسرا زاویہ دوسرے مثلث کے باقی ماندہ تیسرے زاویے کے متماثل ہوتا ہے۔

یہ ہمیں معلوم ہے کہ ایک مثلث کے دو زاویے، دوسرے مثلث کے دو نظیری زاویوں کے متماثل ہوں تو بھی یہ شرط دونوں مثلثوں کو متشابہ ہونے کے لیے کافی ہے۔اس سے نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر ایک مثلث کے دو زاویے دوسرے مثلث کے دو زاویوں کے متماثل ہوں تو دونوں مثلث متشابہ ہوتے ہیں۔

اس خصوصیت کو متشابہت کی زا۔زا آزمائش کہتے ہیں۔

مثلثوں کی متشابہت کے لیے ضل۔زا۔ضل آزمائش (SAS Test for Smilarity of triangles) :

دو مثلثوں کے راسوں کے درمیان کوئی ایک سے ایک مطابقت کے لحاظ سے اگر ان کے نظیری اضلاع کی دو جوڑیاں ایک ہی تناسب میں ہوں اور ان اضلاع کو شامل کرنے والے زاویے متماثل ہوں تو دونوں مثلث متشابہ ہوتے ہیں۔



شکل 1.48

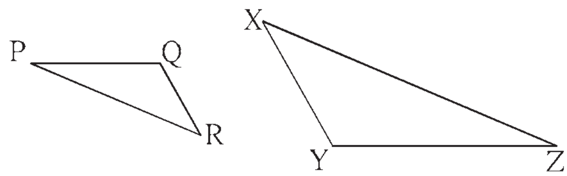
مثال : $\triangle KLM$ اور $\triangle RST$ میں

$\frac{KL}{RS} = \frac{LM}{ST}$ ،$\angle KLM \cong \angle RST$

$\therefore\ \triangle KLM \sim \triangle RST$

مثلثوں کی متشابہت کے لیے ضل۔ضل۔ضل آزمائش (SSS Test for similarity of Triangles) :

دو مثلثوں کے راسوں میں دی ہوئی کوئی ایک سے ایک مطابقت کے لحاظ سے اگر ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسرے مثلث کے تینوں نظیری اضلاع کے تناسب میں ہوں تو دونوں مثلث متشابہ ہوتے ہیں۔مثلثوں کی متشابہت کی اس آزمائش کو ضل۔ضل۔ضل آزمائش کہتے ہیں۔



شکل 1.49

مثال : $\triangle PQR$ اور $\triangle XYZ$ میں،

اگر $\frac{PQ}{YZ} = \frac{QR}{XY} = \frac{PR}{XZ}$ تو

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$

متشابہ مثلثوں کی خصوصیات (Propeties of similar traingles) :

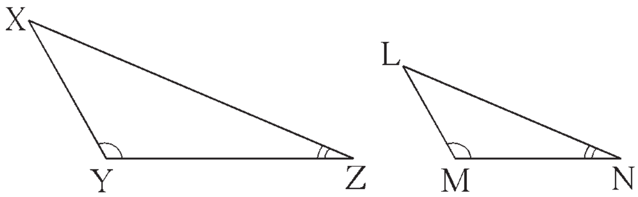
(1) $\triangle ABC \sim \triangle ABC$ ... (انعکاسی خاصیت Reflexivity)

(2) اگر $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ تب $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ ... (تشاکلی خاصیت Symmetry)

(3) اگر $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ اور $\triangle DEF \sim \triangle GHI$ ہوتب $\triangle ABC \sim \triangle GHI$

... (عبوری خاصیت Transitivity)

حل کردہ مثالیں



شکل 1.50

مثال (1) : $\triangle XYZ$ میں $\angle Y = 100°$ ،$\angle Z = 30°$،

$\triangle LMN$ میں $\angle M = 100°$ ،$\angle N = 30°$

تو کیا $\triangle XYZ$ اور $\triangle LMN$ متشابہ ہیں؟

اگر ہوں تو کس آزمائش کے لحاظ سے؟

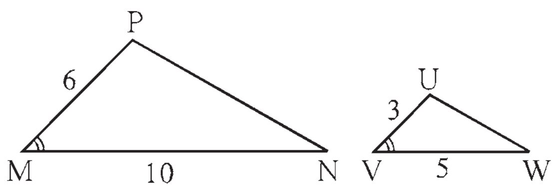
حل : $\triangle XYZ$ اور $\triangle LMN$ میں،

$$\angle Y = 100^\circ \ , \ \angle M = 100^\circ \ , \ \therefore \ \angle Y \cong \angle M$$

$$\angle Z = 30^\circ \ , \ \angle N = 30^\circ \ , \ \therefore \ \angle Z \cong \angle N$$

$\therefore \ \triangle XYZ \sim \triangle LMN$ ... (زا۔زا آزمائش سے)

مثال (2) : شکل 1.51 میں دی ہوئی معلومات کی مدد سے بتایئے کیا دیے ہوئے مثلث متشابہ ہیں؟ اگر ہوں تو کس آزمائش کی رؤ سے؟



شکل 1.51

حل : $\triangle PMN$ اور $\triangle UVW$ میں،

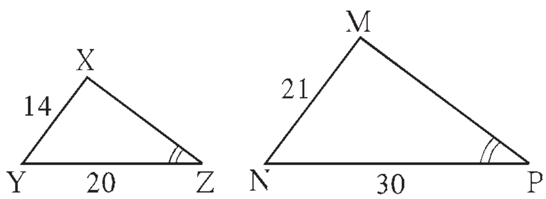
$$\frac{PM}{UV} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}, \ \frac{MN}{VW} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \ \frac{PM}{UV} = \frac{MN}{VW}$$

اور $\angle M \cong \angle V$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \ \triangle PMN \sim \triangle UVW$ ... (متشابہت کی ضلع۔زا۔ضلع آزمائش)

مثال (3) : شکل 1.52 میں دی ہوئی معلومات کی رؤ سے کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ دونوں مثلث متشابہ ہیں؟ اگر کہہ سکتے ہیں تو کس آزمائش کی رؤ سے؟



شکل 1.52

حل : $\triangle XYZ$ اور $\triangle MNP$ میں،

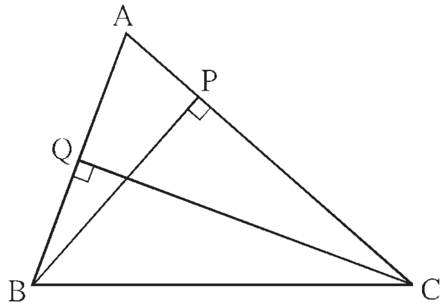
$$\frac{XY}{MN} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{YZ}{NP} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \ \frac{XY}{MN} = \frac{YZ}{NP}$$

$\angle Z \cong \angle P$ دیا ہوا ہے لیکن $\angle Z$ اور $\angle P$، تناسب والے اضلاع کو شامل کرنے والے زاویے نہیں ہیں۔

$\therefore$ $\triangle XYZ$ اور $\triangle MNP$ متشابہ ہیں ہم ایسا نہیں کہہ سکتے۔



شکل 1.53

مثال (4) : متصلہ شکل میں $BP \perp AC$، $CQ \perp AB$، $A - P - C$، $A - Q - B$ تو دکھائیے کہ $\triangle APB$ اور $\triangle AQC$ متشابہ ہیں۔

حل : $\triangle APB$ اور $\triangle AQC$ میں،

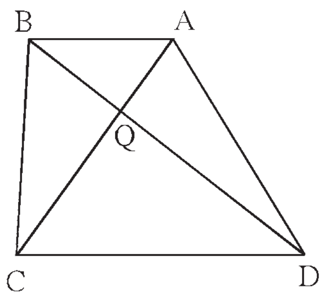
$\angle APB = \boxed{}^\circ$ ... (I)

$\angle AQC = \boxed{}^\circ$ ... (II)

$\therefore\ \angle APB \cong \angle AQC$ ... [(I) اور (II) سے]

$\angle PAB \cong \angle QAC$ ... ($\boxed{}$)

$\therefore\ \triangle APB \sim \triangle AQC$ ... (زا۔زا آزمائش)



شکل 1.54

مثال (5) : اگر ذوار بعۃ الاضلاع ABCD کے وتر ایک دوسرے کو نقطہ Q پر قطع کرتے ہیں اور $2QA = QC$ اور $2QB = QD$ تو دکھائیے کہ $DC = 2AB$

دیا ہوا ہے :

$2QA = QC$

$2QB = QD$

ثابت کرنا ہے : $CD = 2AB$

ثبوت :

$2QA = QC\ ,\ \therefore \dfrac{QA}{QC} = \dfrac{1}{2}$ ... (I)

$2QB = QD\ ,\ \therefore \dfrac{QB}{QD} = \dfrac{1}{2}$ ... (II)

$\therefore \dfrac{QA}{QC} = \dfrac{QB}{QD}$ ... [(I) اور (II) سے]

$\triangle AQB$ اور $\triangle CQD$ میں،

$\dfrac{QA}{QC} = \dfrac{QB}{QD}$ ... (ثابت کیا گیا ہے)

$\angle AQB \cong \angle DQC$ ... (متقابلہ زاویے)

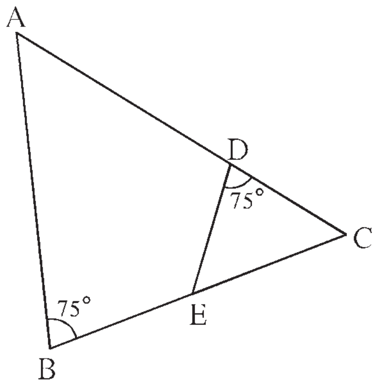
$\therefore \triangle AQB \sim \triangle CQD$ ... (متشابہت کی ضل۔زا۔ضل آزمائش)

$\therefore \dfrac{AQ}{CQ} = \dfrac{QB}{QD} = \dfrac{AB}{CD}$ ... (نظیری اضلاع تناسب میں ہیں)

لیکن, $\dfrac{AQ}{CQ} = \dfrac{1}{2}\ ,\ \therefore \dfrac{AB}{CD} = \dfrac{1}{2}$ [(I) سے]

$\therefore\ 2AB = CD$

مشقی سیٹ 1.3



شکل 1.55

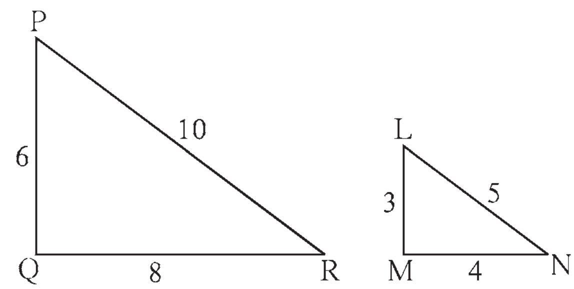
.1 شکل 1.55 میں $\angle ABC = 75°$، $\angle EDC = 75°$ تو دونوں

مثلث کس آزمائش کی رُو سے متشابہ ہیں؟

ان کی متشابہت کی ایک سے ایک کی مطابقت لکھیے۔

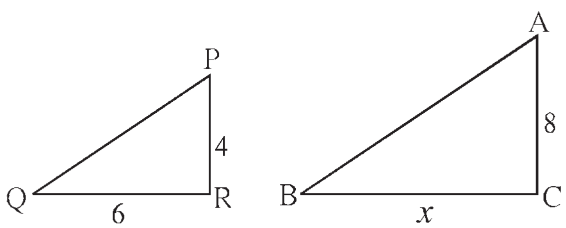
.2 شکل 1.56 میں دیے ہوئے مثلث کیا متشابہ ہیں؟

اگر ہیں تو کس آزمائش کی رُو سے؟



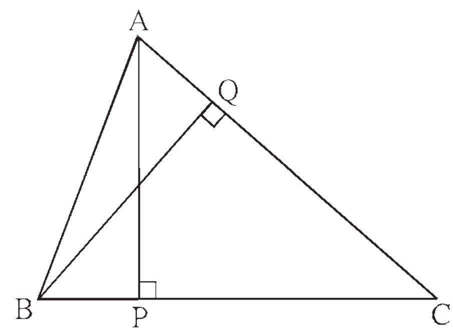
شکل 1.56

.3 شکل 1.57 میں دکھائے ہوئے کے مطابق 8 میٹر اور 4 میٹر اونچائی کے دو ستون ہموار زمین پر کھڑے ہیں۔ سورج کی روشنی کے ذریعے چھوٹے ستون کے سائے کی لمبائی 6 میٹر ہے تو اسی وقت بڑے ستون کے سائے کی لمبائی کیا ہوگی؟



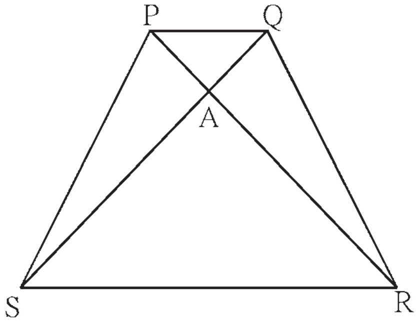
شکل 1.57

.4 $\triangle ABC$ میں، $AP \perp BC$، $BQ \perp AC$، $B-P-C$، $A-Q-C$ ہو تو دکھایئے کہ $\triangle CPA \sim \triangle CQB$ اگر $AP = 7$، $BQ = 8$، $BC = 12$ تو AC معلوم کیجیے۔



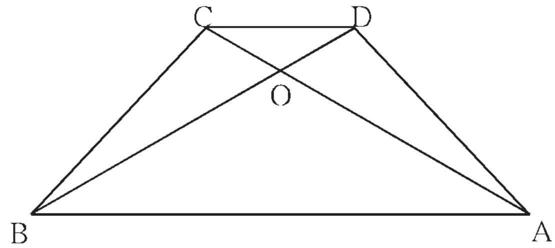
شکل 1.58

5. شکل 1.59 میں ذوزنقہ PQRS میں،
ضلع $SR \parallel$ ضلع PQ، $AR = 5\,AP$
$AS = 5AQ$ ہو تو ثابت کیجیے کہ
$SR = 5PQ$



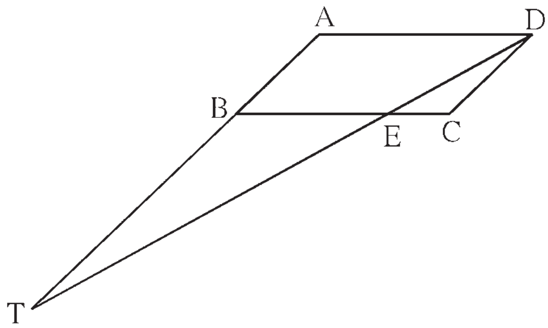
شکل **1.59**

6. ذوزنقہ ABCD میں (شکل 1.60) ضلع $DC \parallel$ ضلع AB،
وتر AC اور وتر BD ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔
$AB = 20$، $DC = 6$، $OB = 15$ تو
OD معلوم کیجیے۔



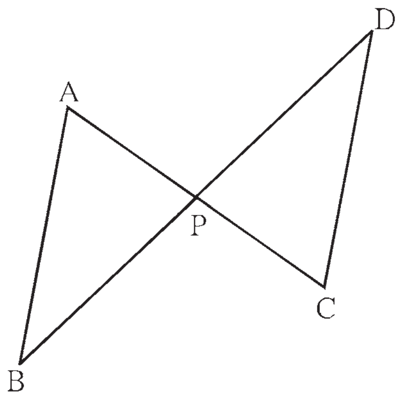
شکل **1.60**

7. $\square ABCD$ ایک متوازی الاضلاع ہے۔
ضلع BC پر ایک نقطہ E ہے۔ خط DE، شعاع AB کو نقطہ T پر قطع کرتا ہے۔
تو دکھائیے کہ $DE \times BE = CE \times TE$



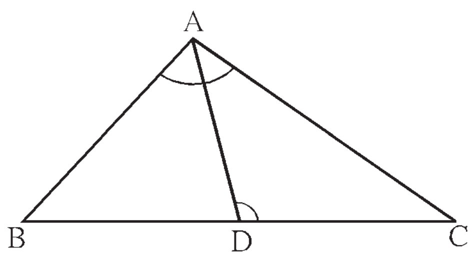
شکل **1.61**

8. شکل 1.62 میں قطعہ AC اور قطعہ BD ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرتے ہیں اور
$\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP}$ تو ثابت کیجیے کہ $\triangle ABP \sim \triangle CDP$



شکل **1.62**

9. شکل 1.63 میں $\triangle ABC$ میں ضلع BC پر نقطہ D
اس طرح ہے کہ $\angle BAC \cong \angle ADC$
تو ثابت کیجیے کہ $CA^2 = CB \times CD$

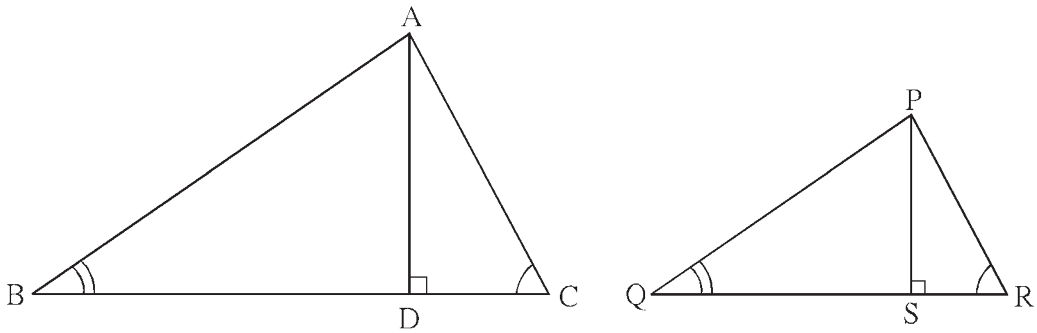


شکل **1.63**

آیئے سمجھ لیں

متشابہ مثلثوں کے رقبوں کا مسئلہ (Theorem of areas of similar triangles) :

مسئلہ : اگر دو مثلث متشابہ ہوں تو ان کے رقبوں کی نسبت، ان کے نظیری ضلعوں کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔



شکل 1.64

دیا ہوا ہے : $\triangle ABC \sim \triangle PQR$، $AD \perp BC$، $PS \perp QR$

ثابت کرنا ہے :

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$

ثبوت :

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS} = \frac{BC}{QR} \times \frac{AD}{PS} \qquad \ldots \text{(I)}$$

$\triangle ABD$ اور $\triangle PQS$ میں،

$\angle B \cong \angle Q$ ... (دیا ہوا ہے)

$\angle ADB = \angle PSQ = 90°$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle PQS$ ... (زا-زا آزمائش)

$$\therefore \frac{AD}{PS} = \frac{AB}{PQ} \qquad \ldots \text{(II)}$$

لیکن، $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \qquad \ldots \text{(III)}$$

بیانات (II)، (III) کی رُو سے،

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC}{QR} \times \frac{AD}{PS} = \frac{BC}{QR} \times \frac{BC}{QR} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$

حل کردہ مثالیں

مثال (1) : $\triangle ABC \sim \triangle PQR$، $A(\triangle ABC) = 16$، $A(\triangle PQR) = 25$ تو نسبت $\frac{AB}{PQ}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل : $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

$\therefore \frac{A(\Delta\ ABC)}{A(\Delta\ PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2}$ ... (متشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری ضلعوں کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے)

$\therefore \frac{16}{25} = \frac{AB^2}{PQ^2}$, $\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{4}{5}$ ... (جذرالمربع لینے پر)

مثال (2) : دو متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعوں کی نسبت 5 : 2 ہے۔ چھوٹے مثلث کا رقبہ 64 مربع سم ہے تو بڑے مثلث کا رقبہ کتنا ہے؟

حل : فرض کریں $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

فرض کریں $\triangle ABC$ چھوٹا مثلث ہے اور $\triangle PQR$ بڑا مثلث ہے۔

$\therefore \frac{A(\Delta\ ABC)}{A(\Delta\ PQR)} = \frac{(2)^2}{(5)^2} = \frac{4}{25}$ ... (متشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت)

$\therefore \frac{64}{A(\Delta\ PQR)} = \frac{4}{25}$

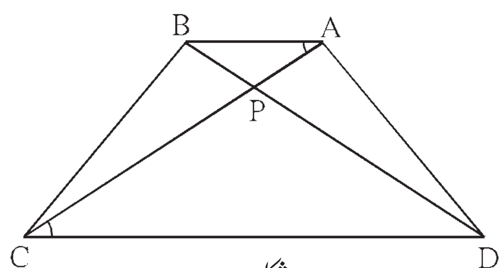
$4 \times A(\triangle PQR) = 64 \times 25$

$A(\Delta\ PQR) = \frac{64 \times 25}{4} = 400$

$\therefore$ بڑے مثلث کا رقبہ = 400 مربع سم

مثال (3) : ذوزنقہ ABCD میں ضلع CD ‖ ضلع AB، وتر AC اور وتر BD ایک دوسرے کو P پر قطع کرتے ہیں۔

ثابت کیجیے کہ $\frac{A(\Delta\ APB)}{A(\Delta\ CPD)} = \frac{AB^2}{CD^2}$



شکل 1.65

حل : ذوزنقہ ABCD میں ضلع CD ‖ ضلع AB

$\triangle APB$ اور $\triangle CPD$ میں،

$\angle PAB \cong \angle PCD$ ... (متبادلہ زاویے)

$\angle APB \cong \angle CPD$ ... (متقابلہ زاویے)

$\therefore \triangle APB \sim \triangle CPD$ ... (زا۔زا آزمائش)

$\frac{A(\Delta\ APB)}{A(\Delta\ CPD)} = \frac{AB^2}{CD^2}$ ... (متشابہ مثلثوں کے رقبوں کا مسئلہ)

مشقی سیٹ 1.4

.1 دو متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعوں کی نسبت 5 : 3 ہے تو ان کے رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

.2 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ اور $AB : PQ = 2 : 3$ ہو تو درج ذیل کی خانہ پری کیجیے۔

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{\boxed{}} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

.3 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ تو درج ذیل کی خانہ پری کیجیے۔ اگر $A(\triangle ABC) = 80$ اور $A(\triangle PQR) = 125$

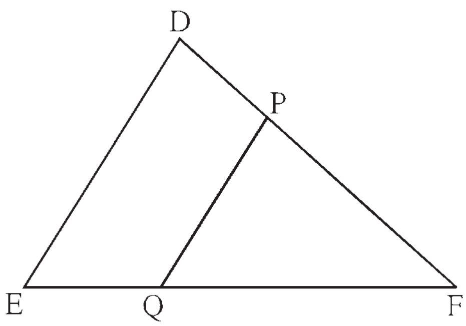
$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta \ldots\ldots)} = \frac{80}{125} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad , \quad \therefore \quad \frac{AB}{PQ} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

.4 $\triangle LMN \sim \triangle PQR$، اگر $9 \times A(\triangle PQR) = 16 \times A(\triangle LMN)$ اور $QR = 20$ ہو تو MN معلوم کیجیے۔

.5 دو متشابہ مثلثوں کے رقبے 225 مربع سم اور 81 مربع سم ہیں۔ اگر چھوٹے مثلث کے ایک ضلع کی لمبائی 12 سم ہو تو بڑے مثلث کے نظیری ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

.6 $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ دونوں متساوی الاضلاع مثلث ہیں۔ $A(\triangle ABC) : A(\triangle DEF) = 1 : 2$ اور $AB = 4$ ہو تو DE کی لمبائی معلوم کیجیے۔

.7 شکل 1.66 میں قطعہ $DE \parallel$ قطعہ PQ، $A(\triangle PQF) = 20$ مربع اکائی، $PF = 2DP$ ہو تو $A(\square DPQE)$ معلوم کرنے کے لیے درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔



شکل 1.66

$A(\triangle PQF) = 20$ مربع اکائی , $PF = 2DP$

فرض کریں $DP = x$ ، اس لیے $PF = 2x$

$DF = DP + \boxed{} = \boxed{} + \boxed{} = 3x$

$\triangle FDE$ اور $\triangle FPQ$ میں،

$\angle FDE \cong \angle\boxed{}$ ... (نظیری زاویے)

$\angle FED \cong \angle\boxed{}$ ... (نظیری زاویے)

$\therefore \triangle FDE \sim \triangle FPQ$ ... (زا۔زا آزمائش)

$$\therefore \frac{A(\Delta FDE)}{A(\Delta FPQ)} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{(3x)^2}{(2x)^2} = \frac{9}{4}$$

$$A(\Delta FDE) = \frac{9}{4} A(\Delta FPQ) = \frac{9}{4} \times \boxed{} = \boxed{}$$

$$A(\square DPQE) = A(\triangle FDE) - A(\triangle FPQ)$$

$$= \boxed{} - \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

.1 درج ذیل ضمنی سوالوں کے متبادلات میں سے صحیح جواب کا انتخاب کیجیے۔

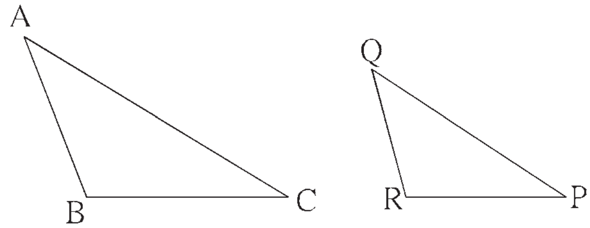
(1) اگر $\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ میں ایک سے ایک کی مطابقت ہے۔اور $\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{PR} = \frac{CA}{PQ}$ ہو تو ذیل میں سے کون سے بیان صحیح ہیں؟

(A) $\triangle PQR \sim \triangle ABC$

(B) $\triangle PQR \sim \triangle CAB$

(C) $\triangle CBA \sim \triangle PQR$

(D) $\triangle BCA \sim \triangle PQR$

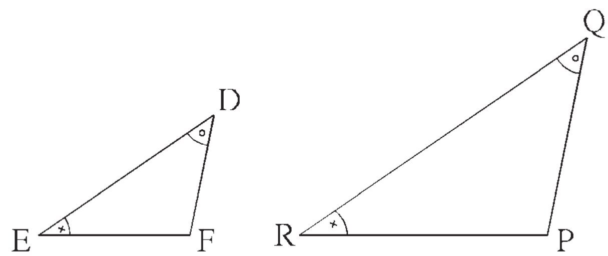


شکل 1.67

(2) اگر $\triangle DEF$ اور $\triangle PQR$ میں، $\angle D \cong \angle Q$، $\angle R \cong \angle E$ تو درج ذیل میں غلط بیان کون سا ہے؟

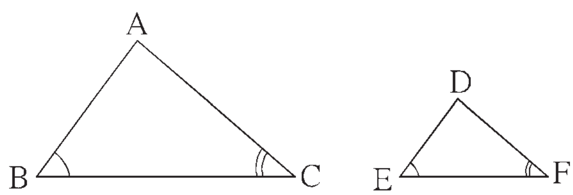
(A) $\frac{EF}{PR} = \frac{DF}{PQ}$ (B) $\frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{RP}$

(C) $\frac{DE}{QR} = \frac{DF}{PQ}$ (D) $\frac{EF}{RP} = \frac{DE}{QR}$



شکل 1.68

(3) $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ میں $\angle B = \angle E$، $\angle F = \angle C$ اور $AB = 3DE$ تو دونوں مثلثوں سے متعلق کون سا بیان صحیح ہے؟



شکل 1.69

(A) وہ متماثل نہیں ہیں اور متشابہ بھی نہیں ہیں۔

(B) وہ متشابہ ہیں لیکن متماثل نہیں ہیں۔

(C) وہ متماثل ہیں اور متشابہ بھی ہیں۔

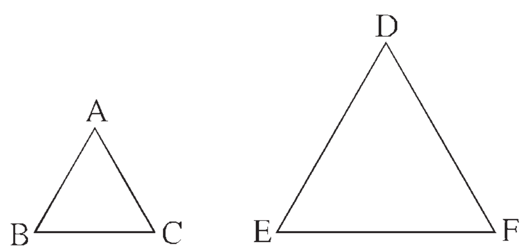
(D) درج بالا میں سے کوئی بھی بیان صحیح نہیں ہے۔

(4) $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ یہ دونوں متساوی الاضلاع مثلث ہیں۔

$A(\triangle ABC) : A(\triangle DEF) = 1 : 2$ اور

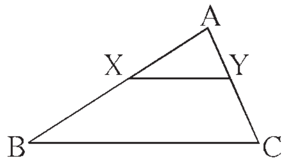
$AB = 4$ ہو تو DE کی لمبائی کیا ہوگی؟

(A) $2\sqrt{2}$ (B) 4 (C) 8 (D) $4\sqrt{2}$



شکل 1.70

(5) شکل 1.71 میں BC قطعہ ∥ XY قطعہ ہوتو درج ذیل میں سے کون سا بیان صحیح ہے؟

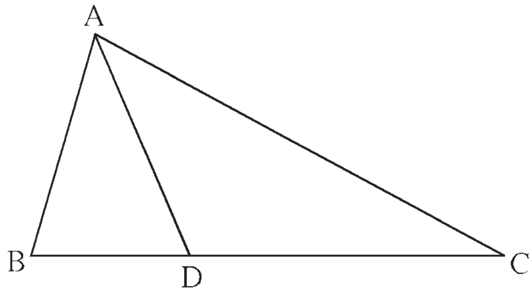


شکل 1.71

(A) $\frac{AB}{AC} = \frac{AX}{AY}$ (B) $\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{AC}$

(C) $\frac{AX}{YC} = \frac{AY}{XB}$ (D) $\frac{AB}{YC} = \frac{AC}{XB}$

.2 $\triangle ABC$ میں B – D – C اور BD = 7، BC = 20 تو درج ذیل نسبتیں معلوم کیجیے۔



شکل 1.72

(1) $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)}$

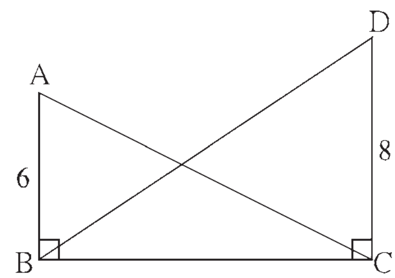
(2) $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$

(3) $\frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta ABC)}$

.3 مساوی ارتفاع والے دو مثلثوں کے رقبوں کی نسبت 3 : 2 ہے۔ چھوٹے مثلث کا قاعدہ 6 سم ہے تو بڑے مثلث کے نظیری قاعدے کی لمبائی کیا ہوگی؟

.4 شکل 1.73 میں $\angle ABC = \angle DCB = 90°$

AB = 6، DC = 8 ہو تو کتنا ? = $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DCB)}$



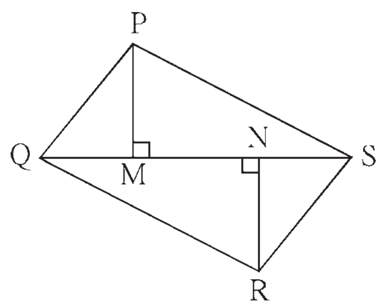
شکل 1.73

.5 شکل 1.74 میں سم PM = 10،

مربع سم A (△PQS) = 100

مربع سم A (△QRS) = 110

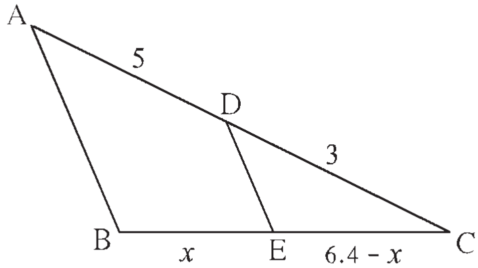
ہوتو NR معلوم کیجیے۔



شکل 1.74

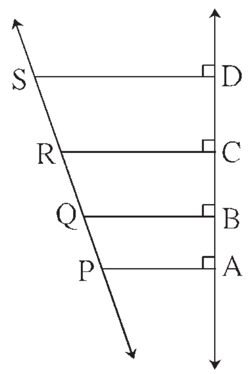
.6 $\triangle MNT \sim \triangle QRS$، نقطہ T سے کھینچے گئے ارتفاع کی لمبائی 5 ہے، نقطہ S سے کھینچے گئے ارتفاع کی لمبائی 9 ہے تو نسبت $\frac{A(\Delta MNT)}{A(\Delta QRS)}$ معلوم کیجیے۔

7. شکل 1.75 میں $A-D-C$ اور $B-E-C$،
ضلع $AB \parallel DE$ قطعہ، اگر $AD = 5$، $DC = 3$،
$BC = 6.4$ تو BE معلوم کیجیے۔



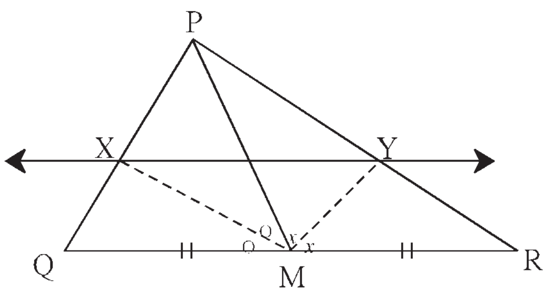
شکل **1.75**

8. شکل 1.76 میں قطعہ PA، قطعہ QB، قطعہ RC اور
قطعہ SD یہ سب خط AD پر عمود ہیں۔ $AB = 60$،
$BC = 70$، $CD = 80$، $PS = 280$ ہو تو PQ،
QR، RS معلوم کیجیے۔



شکل **1.76**

9. $\triangle PQR$ میں قطعہ PM وسطانیہ ہے۔ $\angle PMQ$ اور
$\angle PMR$ کے ناصف ضلع PQ اور ضلع PR کو بالترتیب نقاط
X اور Y پر قطع کرتے ہیں۔
تو ثابت کیجیے کہ $XY \parallel QR$
ثبوت میں خالی جگہ پر کر کے ثبوت مکمل کیجیے۔



شکل **1.77**

$\triangle PMQ$ میں، $\angle PMQ$ کی ناصف شعاع MX ہے۔

$$\therefore \quad \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

(I) ... (مثلث کے زاویے کے ناصف کا مسئلہ) ...

$\triangle PMR$ میں، $\angle PMR$ کی ناصف شعاع MY ہے۔

$$\therefore \quad \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

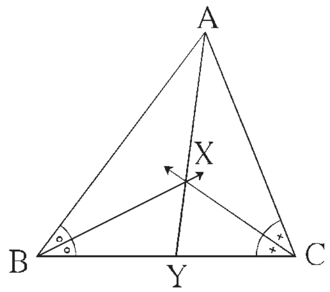
(II) ... (مثلث کے زاویے کے ناصف کا مسئلہ) ...

لیکن، $\dfrac{MP}{MQ} = \dfrac{MP}{MR}$ ... (QR کا وسطی نقطہ M ہے یعنی $MQ = MR$)

$$\therefore \quad \frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR}$$

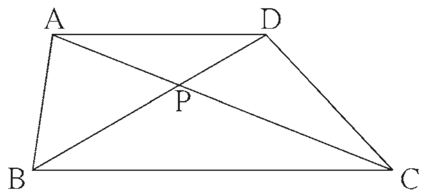
$\therefore \quad XY \parallel QR$ ... (متناسبت کے بنیادی مسئلے کا عکس)

10. شکل 1.78 میں $\triangle ABC$ کے $\angle B$ اور $\angle C$ کے ناصف ایک دوسرے کو نقطہ X پر قطع کرتے ہیں۔ خط AX، ضلع BC کو Y پر قطع کرتا ہے۔ اگر AB = 5، AC = 4، BC = 6 ہوتو $\frac{AX}{XY}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔



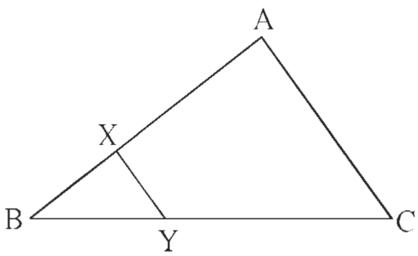
شکل 1.78

11. $\square ABCD$ میں، قطعہ BC $\parallel$ قطعہ AD، وتر AC اور وتر BD ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرتے ہیں، تو دکھائیے کہ $\frac{AP}{PD} = \frac{PC}{BP}$



شکل 1.79

12. شکل 1.80 میں ضلع AC $\parallel$ XY، اگر $2 \times AX = 3 \times BX$ اور XY = 9 تو AC کی قیمت معلوم کرنے کے لیے درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔



شکل 1.80

عملی کام :

$2AX = 3BX \quad , \quad \therefore \frac{AX}{BX} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

(عمل ترکیب کے ذریعے) ... $\frac{AX + BX}{BX} = \frac{\boxed{} + \boxed{}}{\boxed{}}$

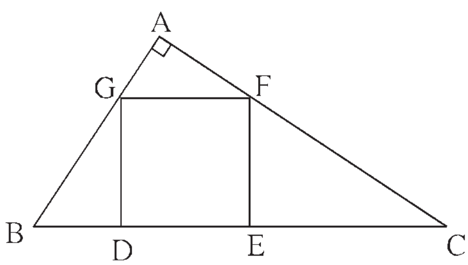
(I) ... $\frac{AB}{BX} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

(متشابہ مثلثوں کی $\boxed{}$ آزمائش) ... $\triangle BCA \sim \triangle BYX$

(متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع) ... $\therefore \frac{BA}{BX} = \frac{AC}{XY}$

[(1) سے] ... $\therefore \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{AC}{9} \quad , \quad \therefore AC = \boxed{}$

13*. $\triangle ABC$ میں $\angle A = 90°$، $\square DEFG$ ایک مربع ہے جس کے راس D اور E ضلع BC پر ہیں۔ نقطہ F، ضلع AC پر اور نقطہ G ضلع AB پر ہے تو ثابت کیجیے کہ $DE^2 = BD \times EC$



شکل 1.81

(اشارہ : $\triangle GBD$ اور $\triangle CFE$ کو متشابہ دکھائیے GD = FE = DE کا استعمال کریں)