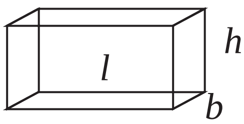
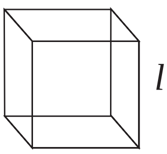
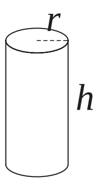
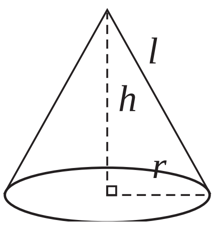
7 महत्त्वमापन

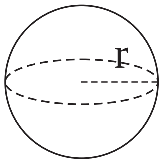
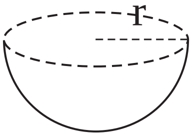
चला, शिकूया.

- विविध घनाकृतींच्या पृष्ठफळ व घनफळावर आधारित संमिश्र उदाहरणे.
- वर्तुळकंस – वर्तुळकंसाची लांबी.
- वर्तुळ पाकळीचे क्षेत्रफळ.
- वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ.

जरा आठवूया.

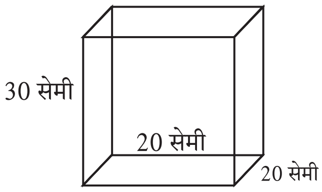
मागील इयत्तांमध्ये आपण काही त्रिमितीय आकृत्यांच्या पृष्ठफळांचा व घनफळांचा अभ्यास केलेला आहे. त्यासाठी लागणारी सूत्रे आठवू या.

क्र.	त्रिमितीय आकृती	सूत्रे
1 .	इष्टिकाचिती 	उभ्या पृष्ठांचे पृष्ठफळ $= 2h\,(l + b)$ एकूण पृष्ठफळ $= 2\,(lb + bh + hl)$ इष्टिकाचितीचे घनफळ $= lbh$
2 .	घन 	घनाचे उभे पृष्ठफळ $= 4l^2$ घनाचे एकूण पृष्ठफळ $= 6l^2$ घनाचे घनफळ $= l^3$
3 .	वृत्तचिती 	वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi rh$ वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ $= 2\pi r\,(r + h)$ वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r^2h$
4 .	शंकू 	शंकूची तिरकस उंची $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$ शंकूचे वक्रपृष्ठफळ $= \pi rl$ शंकूचे एकूण पृष्ठफळ $= \pi r\,(r + l)$ शंकूचे घनफळ $= \frac{1}{3} \times \pi r^2h$

क्र.	त्रिमितीय आकृती	सूत्रे
5.	गोल 	गोलाचे पृष्ठफळ = $4\pi r^2$ गोलाचे घनफळ = $\frac{4}{3}\pi r^3$
6.	अर्धगोल 	अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ = $2\pi r^2$ भरीव अर्धगोलाचे एकूण पृष्ठफळ = $3\pi r^2$ अर्धगोलाचे घनफळ = $\frac{2}{3}\pi r^3$

खालील उदाहरणे सोडवा.

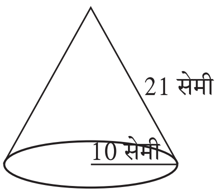
उदा.(1)



आकृती 7.1

शेजारच्या आकृतीत 30 सेमी उंची, 20 सेमी लांबी, व 20 सेमी रुंदीचा तेलाचा डबा आहे. त्यात किती लीटर तेल मावेल ? (1 लीटर = 1000 सेमी^{3})

उदा.(2)



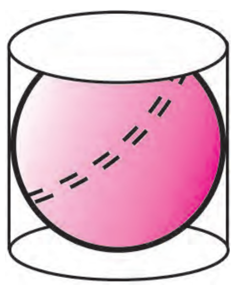
आकृती 7.2

बाजूच्या आकृतीत विदूषकाची टोपी आणि टोपीची मापे दाखवली आहे. ती टोपी तयार करण्यासाठी किती कापड लागेल ?

विचार करूया.

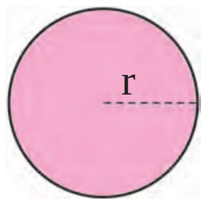
शेजारील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे एका वृत्तचितीच्या आत एक गोल आहे. गोल वृत्तचितीच्या तळाला, वरच्या पृष्ठभागाला आणि वक्रपृष्ठाला स्पर्श करतो. वृत्तचितिच्या तळाची त्रिज्या *r* असेल तर

1. गोलाची त्रिज्या आणि वृत्तचितीची त्रिज्या यांचे गुणोत्तर काय आहे ?
2. वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ आणि गोलाचे वक्रपृष्ठफळ यांचे गुणोत्तर काय आहे ?
3. वृत्तचितीचे घनफळ आणि गोलाचे घनफळ यांचे गुणोत्तर काय आहे ?

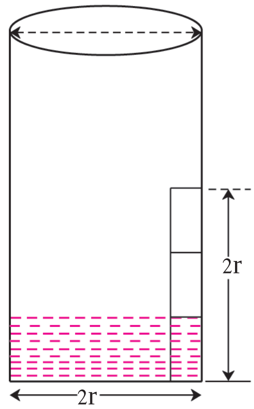


आकृती 7.3

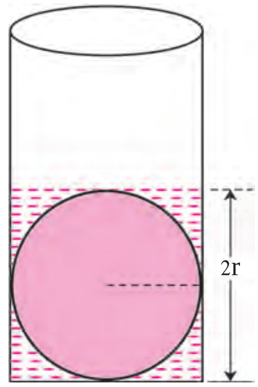
कृती :



आकृती 7.4



आकृती 7.5



आकृती 7.6

वरील आकृत्यांत दाखवल्याप्रमाणे एक चेंडू आणि चेंडूच्या त्रिज्येएवढीच (r) त्रिज्या असलेले एक चंचुपात्र घ्या. चंचुपात्राच्या व्यासाएवढ्या (2*r*) लांबीची एक कागदी पट्टी घ्या. तिच्या लांबीचे तीन समान भाग करणाऱ्या दोन रेघा पट्टीवर काढा. ती पट्टी चंचुपात्राला त्याच्या तळापासून उभी चिकटवा. चंचुपात्रात कागदी पट्टीच्या खालून पहिल्या भागापर्यंत पाणी भरा. नंतर चेंडू चंचुपात्रात तळाला टेकेपर्यंत सावकाश बसवा. चंचुपात्रातील पाण्याची पातळी कुठपर्यंत वाढली आहे, हे पाहा.

पाण्याची पातळी कागदी पट्टीच्या पूर्ण उंचीपर्यंत आलेली दिसेल.

या निरीक्षणावरून चेंडूच्या घनफळाचे सूत्र कसे मिळते हे समजून घ्या.

चंचुपात्र वृत्तचिती आकाराचे आहे. म्हणून चंचुपात्राच्या 2r एवढ्या उंचीपर्यंतच्या भागाचे घनफळ, वृत्तचितीच्या घनफळाच्या सूत्राने मिळेल. हे घनफळ V मानू.

$\therefore\ V = \pi \times r^2 \times 2r = 2\pi r^3$

परंतु V = चेंडूचे घनफळ + आधी भरलेल्या पाण्याचे घनफळ

= चेंडूचे घनफळ + $\frac{1}{3} \times 2\pi r^3$

$\therefore$ चेंडूचे घनफळ $= V - \frac{1}{3} \times 2\pi r^3$

$= 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \dfrac{6\pi r^3 - 2\pi r^3}{3} \qquad = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

$\therefore$ गोलाच्या घनफळाचे सूत्र; $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ असे मिळते.

(ह्या सूत्राचा उपयोग करून, आकृती 7.3 च्या संदर्भातील प्रश्न क्रमांक 3 चे उत्तर आता तुम्ही काढू शकाल.)

सोडवलेली उदाहरणे

उदा. (1) एका वृत्तचिती आकाराच्या पाण्याच्या टाकीची त्रिज्या 2.8 मी आणि उंची 3.5 मी आहे. तर त्या टाकीमध्ये किती लीटर पाणी मावेल? एका व्यक्तीला रोज सरासरी 70 लीटर पाणी लागते, तर पूर्ण भरलेल्या टाकीतील पाणी रोज किती व्यक्तींना पुरेल? ($\pi = \frac{22}{7}$)

उकल : त्रिज्या (r) = 2.8 मीटर, उंची (h) = 3.5 मीटर, $\pi = \frac{22}{7}$

पाण्याच्या टाकीची धारकता = वृत्तचिती आकाराच्या टाकीचे घनफळ.

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 3.5$

= 86.24 मी^{3}

= 86.24 × 1000 लीटर (∵ 1मी^{3} = 1000 लीटर)

= 86240.00 लीटर

∴ टाकीमध्ये 86240 लीटर पाणी मावेल.

70 लीटर पाणी रोज एका व्यक्तीला पुरेसे असते.

∴ पूर्ण भरलेल्या टाकीतील पाणी $\frac{86240}{70}$ = 1232 व्यक्तींना पुरेल.

उदा. (2) 30 सेमी त्रिज्येचा एक भरीव गोल वितळवून त्यापासून 10 सेमी त्रिज्या व 6 सेमी उंची असणाऱ्या भरीव वृत्तचिती तयार केल्या, तर किती वृत्तचिती तयार होतील?

उकल : गोलाची त्रिज्या r = 30 सेमी

वृत्तचितीची त्रिज्या R = 10 सेमी

वृत्तचितीची उंची H = 6 सेमी

समजा n वृत्तचिती तयार होतील.

∴ गोलाचे घनफळ = n × एका वृत्तचितीचे घनफळ

∴ वृत्तचितींची संख्या = n = $\frac{\text{गोलाचे घनफळ}}{\text{एका वृत्तचितीचे घनफळ}}$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi (r)^3}{\pi (R)^2 H}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\times(30)^3}{10^2\times 6} \qquad = \frac{\frac{4}{3}\times 30\times 30\times 30}{10\times 10\times 6} = 60$$

∴ एकूण 60 वृत्तचिती तयार होतील .

उदा. (3) सर्कसच्या तंबूचा खालचा भाग वृत्तचिती आकाराचा व त्याच्या वरचा भाग शंकूच्या आकाराचा आहे. तंबूच्या तळाचा व्यास 48 मी असून वृत्तचिती भागाची उंची 15 मी आहे. तंबूची एकूण उंची 33 मी असल्यास तंबूस लागणाऱ्या कापडाचे क्षेत्रफळ व तंबूतील हवेचे घनफळ काढा.

उकल : तंबूची एकूण उंची 33 मी आहे.

वृत्तचिती भागाची उंची = H मानू. H = 15 मी आहे.

$\therefore$ शंक्वाकृती भागाची लंब उंची h = (33−15) = 18 मी राहील.

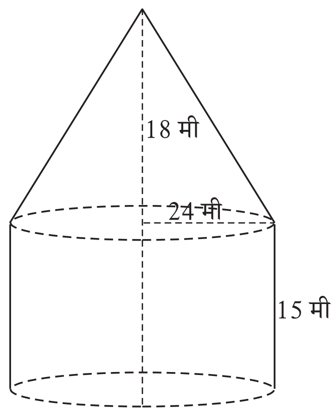
शंकूची तिरकस उंची (l) = $\sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{24^2 + 18^2}$

$= \sqrt{576 + 324}$

$= \sqrt{900}$

l = 30 मी



आकृती 7.7

सर्कसच्या तंबूस लागणारे कापड = वृत्तचिती भागाचे वक्रपृष्ठफळ + शंक्वाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ

$= 2\pi rH + \pi rl$

$= \pi r\,(2H + l)$

$= \frac{22}{7} \times 24\,(2 \times 15 + 30)$

$= \frac{22}{7} \times 24 \times 60$

= 4525.71 चौमी.

तंबूतील हवेचे घनफळ = वृत्तचिती भागाचे घनफळ + शंक्वाकृती भागाचे घनफळ

$= \pi r^2 H + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \pi r^2 \left(H + \frac{1}{3}h\right)$

$= \frac{22}{7} \times 24^2\,(15 + \frac{1}{3} \times 18)$

$= \frac{22}{7} \times 576 \times 21$

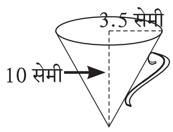
= 38,016 घमी

तंबूस लागणारे कापड = 4525.71 चौमी

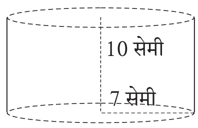
तंबूतील हवेचे घनफळ = 38016 घमी

सरावसंच 7.1

1. एका शंकूच्या तळाची त्रिज्या 1.5 सेमी असून त्याची लंब उंची 5 सेमी आहे, तर त्या शंकूचे घनफळ काढा.
2. 6 सेमी व्यास असलेल्या गोलाचे घनफळ काढा.
3. एका लंबवृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या 5 सेमी व उंची 40 सेमी असेल तर तिचे एकूण पृष्ठफळ काढा.
4. एका गोलाची त्रिज्या 7 सेमी असेल तर त्याचे वक्रपृष्ठफळ काढा.
5. धातूच्या एका इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी आणि उंची अनुक्रमे 44 सेमी, 21 सेमी आणि 12 सेमी आहे. ती वितळवून 24 सेमी उंचीचा शंकू तयार केला. तर शंकूच्या तळाची त्रिज्या काढा.
6.



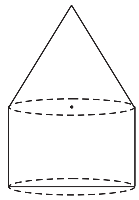
आकृती 7.8
पाण्याचा शंक्वाकृती जग



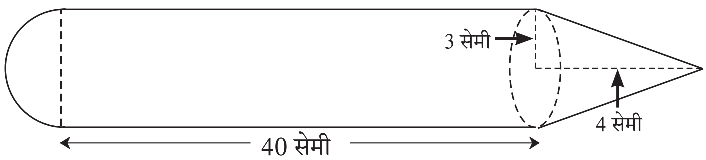
आकृती 7.9
वृत्तचिती आकाराचे भांडे

आकृती 7.8 व 7.9 मधील भांड्यांची मापे पाहा. त्यावरून वृत्तचिती आकाराच्या भांड्यात किती जग भरून पाणी मावेल हे काढा.

7. वृत्तचिती व शंकू समान तळाचे आहेत. वृत्तचितीवर शंकू ठेवला. वृत्तचिती भागाची उंची 3 सेमी असून तळाचे क्षेत्रफळ 100 चौसेमी आहे. जर संपूर्ण घनाकृतीचे घनफळ 500 घसेमी असेल तर संपूर्ण घनाकृतीची उंची काढा.


आकृती 7.10

8. शेजारील चित्रात दिलेल्या माहितीवरून; अर्धगोल, वृत्तचिती व शंकूपासून तयार झालेल्या खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ काढा.



आकृती 7.11

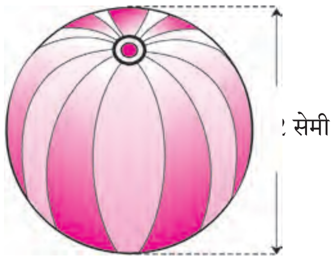
9. आकृती 7.12 मध्ये वृत्तचिती आकाराच्या चपट्या गोळ्यांचे 10 सेमी लांबीचे एक वेष्टन आहे. एका गोळीची त्रिज्या 7 मिमी आणि उंची 5 मिमी असल्यास अशा किती गोळ्या त्या वेष्टनात मावतील?

आकृती 7.12

10. आकृती 7.13 मध्ये मुलांचे एक खेळणे आहे. ते एक अर्धगोल व एक शंकू यांच्या सहाय्याने केले आहे. आकृतीत दर्शविलेल्या मापांवरून खेळण्याचे घनफळ व पृष्ठफळ काढा. ($\pi = 3.14$)

आकृती 7.13

11. आकृतीत दाखविलेल्या बीच बॉलचे पृष्ठफळ व घनफळ काढा.



आकृती 7.14

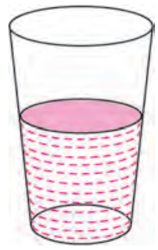
12. आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे एका वृत्तचिती आकाराच्या ग्लासमध्ये पाणी आहे व त्यामध्ये एक धातूची 2 सेमी व्यासाची गोळी बुडालेली आहे. तर पाण्याचे घनफळ काढा.

आकृती 7.15

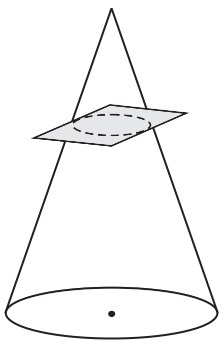
जाणून घेऊया.

शंकूछेद (frustum of the cone)

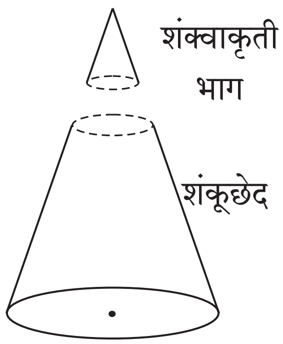
आपण पाणी पिण्यासाठी निमुळत्या पेल्याचा (ग्लासचा) वापर करतो. ह्या पेल्याचा आकार, तसेच त्यातील पाण्याचा आकार हे शंकूछेदाचे आकार आहेत.



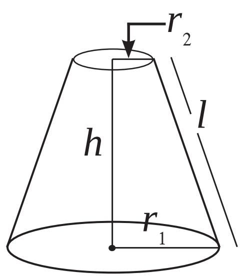
आकृती 7.16



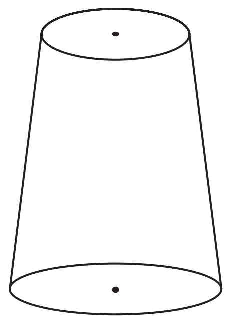
आकृती 7.17
शंकू कापताना



आकृती 7.18
शंकू कापल्यानंतर वेगळे झालेले दोन भाग



आकृती 7.19
शंकूछेद



आकृती 7.20
पालथा ठेवलेला ग्लास

आकृतीमध्ये एक शंकू पालथा ठेवलेला दाखविलेला आहे. या शंकूचा त्याच्या तळाला समांतर असा छेद घेतला. त्यामुळे झालेल्या दोन भागांपैकी एका भागाचा आकार शंकूचाच आहे. राहिलेल्या भागाला शंकूछेद (frustum) म्हणतात.

शंकूप्रमाणेच शंकूछेदाचेही पृष्ठफळ व घनफळ काढता येते. त्यासाठी पुढील सूत्रांचा वापर आपण करणार आहोत.

हे लक्षात ठेवूया.

h = शंकूछेदाची उंची, l = शंकूछेदाची तिरकस उंची,

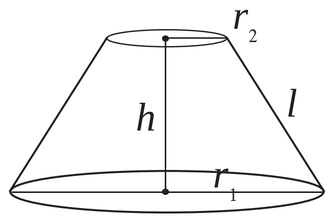
r_1 व r_2 = शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार बाजूंच्या त्रिज्या ($r_1 > r_2$)

शंकूछेदाची तिरकस उंची = l = $\sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ = $\pi l\,(r_1 + r_2)$

शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ = $\pi l\,(r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

शंकूछेदाचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi h\,(r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$



आकृती 7.21

सोडवलेली उदाहरणे

उदा. (1) एका शंकूछेदाच्या आकाराच्या बादलीची उंची 28 सेमी आहे. बादलीच्या दोन्ही वर्तुळाकार बाजूंच्या त्रिज्या 12 सेमी व 15 सेमी आहेत. तर बादलीमध्ये किती लीटर पाणी मावेल? ($\pi = \frac{22}{7}$)

उकल : बादलीच्या वर्तुळाकार बाजूंच्या त्रिज्या r_1 = 15 सेमी, r_2 = 12 सेमी

बादलीची उंची h = 28 सेमी

बादलीची धारकता = शंकूछेदाचे घनफळ

$$= \frac{1}{3}\pi h\,(r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$$

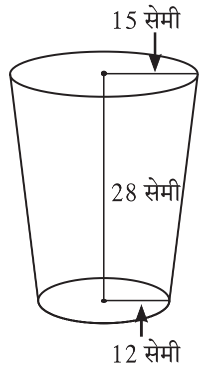
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 28\,(15^2 + 12^2 + 15 \times 12)$$

$$= \frac{22 \times 4}{3} \times (225 + 144 + 180)$$

$$= \frac{22 \times 4}{3} \times 549$$

$$= 88 \times 183$$

$$= 16104 \text{ सेमी}^3 \quad = \quad 16.104 \text{ लीटर}$$



आकृती 7.22

बादलीमध्ये 16.104 लीटर पाणी मावेल.

उदा. (2) शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार भागांच्या त्रिज्या 14 सेमी आणि 8 सेमी आहेत. जर शंकूछेदाची उंची 8 सेमी असेल तर पुढील किमती काढा. (π= 3.14)

i) शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ ii) शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ iii) शंकूछेदाचे घनफळ .

उकल : येथे त्रिज्या r_1 = 14 सेमी , r_2 = 8 सेमी, उंची h = 8 सेमी

शंकूछेदाची तिरकस उंची $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$$l = \sqrt{8^2 + (14-8)^2}$$

$$l = \sqrt{64+36} = 10 \text{ सेमी}$$

शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ $= \pi(r_1 + r_2)\, l$

$= 3.14 \times (14 + 8) \times 10$

$= 690.8$ चौसेमी

शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ $= \pi(r_1 + r_2)l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$= 3.14 \times 10\,(14 + 8) + 3.14 \times 14^2 + 3.14 \times 8^2$

$= 690.8 + 615.44 + 200.96$

$= 690.8 + 816.4$

$= 1507.2$ चौसेमी

शंकूछेदाचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 8\,(14^2 + 8^2 + 14 \times 8)$

$= 3114.88$ घसेमी

सरावसंच 7.2

1. 30 सेमी उंची असलेल्या शंकूछेदाच्या आकाराच्या पाण्याच्या बादलीच्या वर्तुळाकार बाजूंच्या त्रिज्या 14 सेमी व 7 सेमी असल्यास बादलीमध्ये किती लीटर पाणी मावेल? (1 लीटर = 1000 घसेमी)

2. शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार भागांच्या त्रिज्या 14 सेमी व 6 सेमी आहेत व त्याची उंची 6 सेमी असल्यास पुढील किमती काढा. ($\pi = 3.14$)

   (1) शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ. (2) शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ. (3) शंकूछेदाचे घनफळ .

3. आकृती 7.23 मध्ये एका शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार पायांचे परीघ अनुक्रमे 132 सेमी व 88 सेमी आहेत व उंची 24 सेमी आहे. तर त्या शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा. ($\pi = \frac{22}{7}$)

परीघ$_1 = 2\pi r_1 = 132$

$r_1 = \frac{132}{2\pi} = \square$ सेमी

परीघ$_2 = 2\pi r_2 = 88$

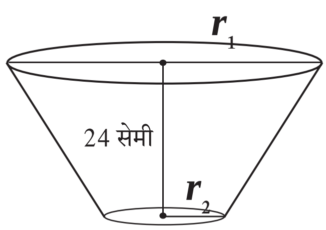
$r_2 = \frac{88}{2\pi} = \square$ सेमी

शंकूछेदाची तिरकस उंची $= l$

$l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$l = \sqrt{\square^2 + \square^2}$

$l = \square$ सेमी



आकृती 7.23

शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ = $\pi(r_1 + r_2)l$

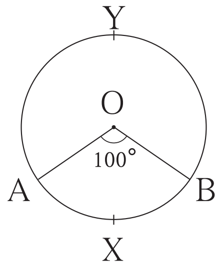
$= \pi \times \square \times \square$

$= \square$ चौसेमी

जरा आठवूया.

सोबतच्या आकृतीवरून सारणी पूर्ण करा.

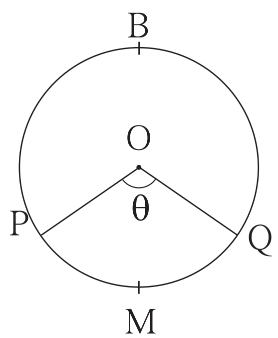
कंसाचा प्रकार	कंसाचे नाव	कंसाचे माप
लघुवर्तुळकंस	कंस AXB	....
....	कंस AYB	....



आकृती 7.24

जाणून घेऊया.

वर्तुळपाकळी (Sector of a circle)



आकृती 7.25

आकृतीमधील केंद्रीय कोनामुळे वर्तुळक्षेत्राचे दोन भागांत विभाजन झालेले आहे. या प्रत्येक भागाला वर्तुळपाकळी म्हणतात.

वर्तुळाच्या दोन त्रिज्या आणि त्यांची टोके जोडणाऱ्या वर्तुळकंसाने मर्यादित केलेल्या भागास वर्तुळपाकळी म्हणतात.

आकृतीमध्ये O –PMQ आणि O-PBQ या दोन वर्तुळपाकळ्या आहेत.

लघु वर्तुळपाकळी (Minor sector) :

दोन त्रिज्या व त्यांच्या संगत लघुकंसाने मर्यादित केलेल्या पाकळीस लघुवर्तुळपाकळी असे म्हणतात. आकृतीमध्ये O–PMQ ही लघुवर्तुळपाकळी आहे.

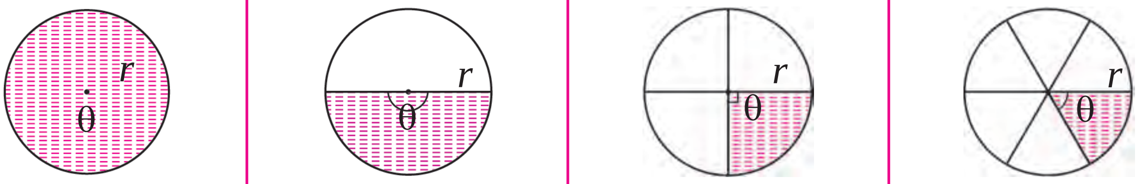
विशाल वर्तुळपाकळी (Major sector) :

दोन त्रिज्या व संगत विशालकंसाने मर्यादित केलेल्या पाकळीस विशालवर्तुळपाकळी असे म्हणतात. आकृतीमध्ये O–PBQ ही विशालवर्तुळपाकळी आहे.

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ (Area of a sector)

खालील आकृत्यांत दाखवल्याप्रमाणे समान त्रिज्या असलेल्या वर्तुळांच्या छायांकित भागांच्या क्षेत्रफळांचे निरीक्षण करा व खालील सारणी पूर्ण करा.

$\theta = 360°$ | $\theta = 180°$ | $\theta = 90°$ | $\theta = 60°$



$A_1 = \pi r^2$ | $A_2 = \frac{1}{2}\pi r^2$ | $A_3 = \frac{1}{4}\pi r^2$ | $A_4 = \frac{1}{6}\pi r^2$

आकृती 7.26

वर्तुळाच्या केंद्रीय कोनाचे माप = 360° = पूर्ण कोन

वर्तुळाचा केंद्रीय कोन = 360° , वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = πr^2			
वर्तुळ पाकळी	वर्तुळपाकळीच्या कंसाचे माप	$\frac{\theta}{360}$	वर्तुळ पाकळीचे क्षेत्रफळ A
A_1	360°	$\frac{360}{360}=1$	$1 \times \pi r^2$
A_2	180°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \pi r^2$
A_3	90°	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \pi r^2$
A_4	60°	....	....
A	θ	$\frac{\theta}{360}$	$\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

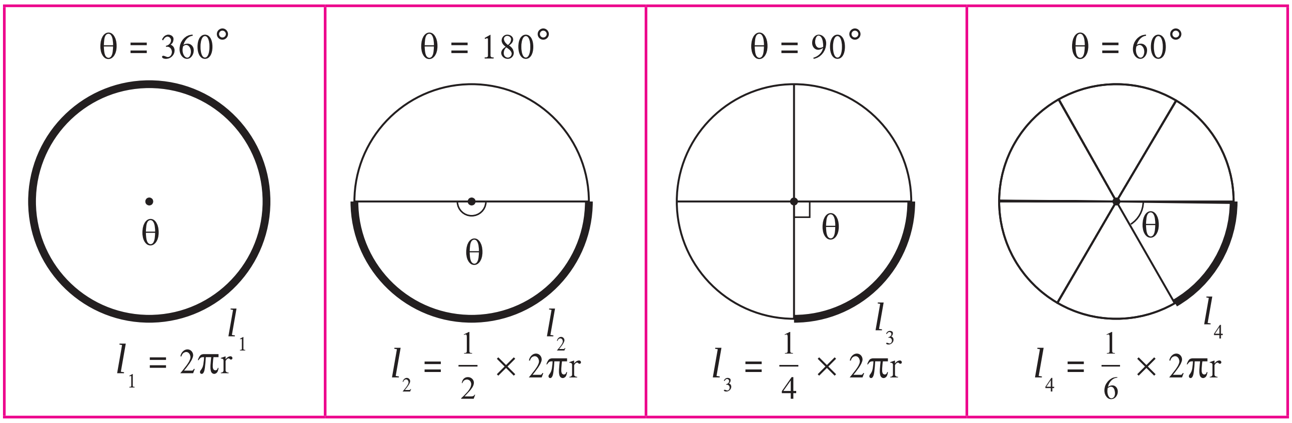
सारणीवरून लक्षात येते की, वर्तुळाच्या क्षेत्रफळास $\frac{\theta}{360}$ ने गुणल्यास, कंसाचे माप θ असलेल्या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ मिळते. हे सूत्ररूपात पुढीलप्रमाणे लिहिता येते.

$$\text{वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ (A)} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

या सूत्रावरून $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\theta}{360}$; म्हणजेच $\frac{\text{वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ}}{\text{वर्तुळाचे क्षेत्रफळ}} = \frac{\theta}{360}$

वर्तुळकंसाची लांबी (Length of an arc)

खाली दाखवल्याप्रमाणे समान त्रिज्या असलेल्या वर्तुळांच्या ठळक केलेल्या वर्तुळकंसांच्या लांबींचे निरीक्षण करा व खालील सारणी पूर्ण करा.



आकृती 7.27

वर्तुळाचा परीघ = $2\pi r$			
वर्तुळकंसांची लांबी	वर्तुळकंसाचे माप (θ)	$\frac{\theta}{360}$	वर्तुळकंसाची लांबी (l)
l_1	360°	$\frac{360}{360} = 1$	$1 \times 2\pi r$
l_2	180°	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 2\pi r$
l_3	90°	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 2\pi r$
l_4	60°	....	....
l	θ	$\frac{\theta}{360}$	$\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

वरील आकृतीबंधावरून लक्षात येते की, वर्तुळाच्या परिघाला $\frac{\theta}{360}$ ने गुणल्यास, कंसाचे माप θ असलेल्या वर्तुळकंसाची लांबी मिळते. हेच सूत्ररुपात पुढीलप्रमाणे लिहिता येते.

वर्तुळकंसांची लांबी (l) = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

या सूत्रावरून,

$$\therefore \frac{l}{2\pi r} = \frac{\theta}{360}$$

$$\frac{\text{वर्तुळकंसाची लांबी}}{\text{परीघ}} = \frac{\theta}{360}$$

वर्तुळकंसाची लांबी आणि वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ यांतील संबंध

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $A = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ I

तसेच वर्तुळकंसाची लांबी $(l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$$\therefore \frac{\theta}{360} = \frac{l}{2\pi r} \quad .... \text{II}$$

$$A = \frac{l}{2\pi r} \times \pi r^2 \quad .... \text{I व II वरून}$$

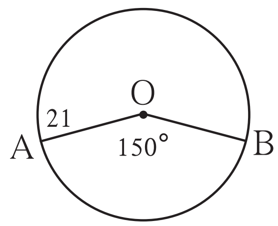
$$A = \frac{1}{2} lr = \frac{lr}{2}$$

$$\therefore \text{वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ} = \frac{\text{वर्तुळकंसाची लांबी} \times \text{त्रिज्या}}{2}$$

तसेच $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{l}{2\pi r} = \frac{\theta}{360}$

सोडवलेली उदाहरणे

उदा. (1) 21 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळपाकळीच्या कोनाचे माप 150° असल्यास वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ व संगत वर्तुळकंसाची लांबी काढा.



आकृती 7.28

उकल : येथे $r = 21$सेमी, $\theta = 150$, $\pi = \frac{22}{7}$

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $(A) = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$$= \frac{150}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

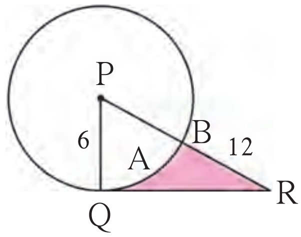
$$= \frac{1155}{2} \text{ सेमी}^2 \qquad = 577.5 \text{ सेमी}^2$$

वर्तुळकंसाची लांबी $= l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$$= \frac{150}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$= 55$ सेमी

उदा. (2) आकृतीमध्ये, वर्तुळाचे केंद्र P आणि वर्तुळाची त्रिज्या 6 सेमी आहे. रेख QR ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहे. PR = 12 सेमी असल्यास छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा. ($\sqrt{3}$ = 1.73)



आकृती 7.29

उकल : वर्तुळाच्या स्पर्शबिंदूतून काढलेली त्रिज्या स्पर्शिकेला लंब असते.

$\therefore$ Δ PQR मध्ये, $\angle PQR = 90°$, PQ = 6 सेमी, PR = 12 सेमी

$\therefore PQ = \frac{PR}{2}$

जर काटकोन त्रिकोणाची एक बाजू कर्णाच्या निम्म्या लांबीची असेल तर त्या बाजूसमोरील कोनाचे माप 30° असते.

$\therefore \angle R = 30°$ आणि $\angle P = 60°$

30°-60°-90° प्रमेयाने, $QR = \frac{\sqrt{3}}{2} \times PR = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$

$QR = 6\sqrt{3}$ सेमी

$\therefore A(\Delta PQR) = \frac{1}{2} QR \times PQ$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$

$= 18\sqrt{3} = 18 \times 1.73$

= 31.14 सेमी^{2}

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$\therefore A(P\text{-}QAB) = \frac{60}{360} \times 3.14 \times 6^2$

$= \frac{1}{6} \times 3.14 \times 6 \times 6 \quad = 3.14 \times 6$

= 18.84 सेमी^{2}

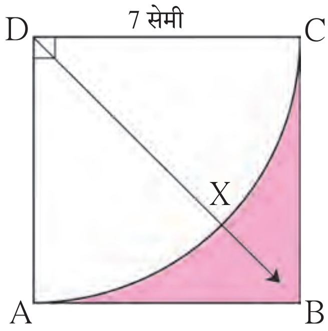
छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ = $A(\Delta PQR) - A(P\text{-}QAB)$

= 31.14 − 18.84

= 12.30 सेमी^{2}

छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ = 12.30 सेमी^{2}

उदा. (3) दिलेल्या आकृतीत, ABCD या चौरसाची प्रत्येक बाजू 7 सेमी आहे. बिंदू D हे केंद्र मानून DA त्रिज्येने काढलेली वर्तुळपाकळी D - AXC आहे, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी रिकाम्या चौकटी भरून उदाहरण पूर्ण करा.



आकृती 7.30

उकल :

चौरसाचे क्षेत्रफळ = □ (सूत्र)

= □

= 49 चौसेमी

वर्तुळपाकळी (D- AXC) चे क्षेत्र = □ (सूत्र)

$= \frac{\square}{360} \times \frac{22}{7} \times \square$

= 38.5 चौसेमी

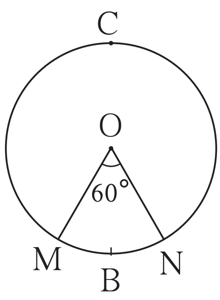
रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = □ चे क्षेत्रफळ − □ चे क्षेत्रफळ

= □ चौसेमी − □ चौसेमी

= □ चौसेमी

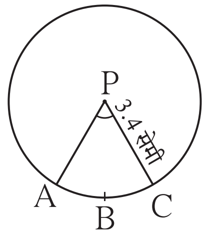
सरावसंच 7.3

1. वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे. वर्तुळकंसाचे माप 54° असल्यास त्या कंसाने मर्यादित केलेल्या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा. (π =3.14)
2. एका वर्तुळकंसाचे माप 80° आणि त्रिज्या 18 सेमी आहे, तर त्या वर्तुळकंसाची लांबी शोधा. (π =3.14)
3. वर्तुळपाकळीची त्रिज्या 3.5 सेमी असून तिच्या वर्तुळकंसाची लांबी 2.2 सेमी आहे, तर वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.
4. वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे , त्याच्या एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 100 चौसेमी आहे, तर तिच्या संगत विशाल वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा. (π =3.14)
5. 15 सेमी त्रिज्या असलेल्या एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 30 चौसेमी असेल तर संबंधित वर्तुळकंसाची लांबी काढा.
6. शेजारील आकृतीत वर्तुळाची त्रिज्या 7 सेमी आहे आणि m(कंस MBN)= 60°
   तर (1) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ काढा .
   (2) A(O - MBN) काढा.
   (3) A(O - MCN) काढा.

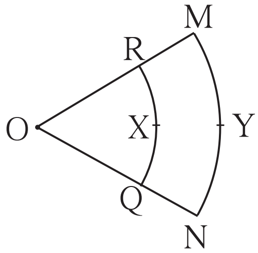


आकृती 7.31

7. 3.4 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळपाकळीची परिमिती 12.8 सेमी आहे तर वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.



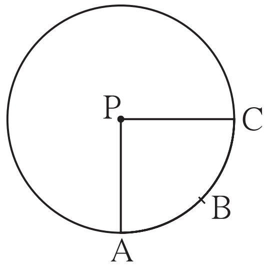
आकृती 7.32



आकृती 7.33

8. आकृतीमध्ये, बिंदू O हे वर्तुळपाकळीचे केंद्र आहे. $\angle ROQ = \angle MON = 60^\circ$, OR = 7 सेमी, OM = 21 सेमी, तर कंस RXQ व कंस MYN ची लांबी काढा. ($\pi = \frac{22}{7}$)

9. आकृतीत A(P–ABC) = 154 चौसेमी आणि वर्तुळाची त्रिज्या 14 सेमी असेल, तर
(1) $\angle$ APC चे माप काढा.
(2) कंस ABC ची लांबी काढा.

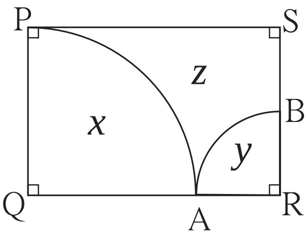


आकृती 7.34

10. वर्तुळपाकळीची त्रिज्या 7 सेमी आहे. जर वर्तुळपाकळीच्या कंसांची मापे पुढीलप्रमाणे असतील, तर त्या वर्तुळपाकळ्यांची क्षेत्रफळे काढा.
(1) 30° (2) 210° (3) 3 काटकोन

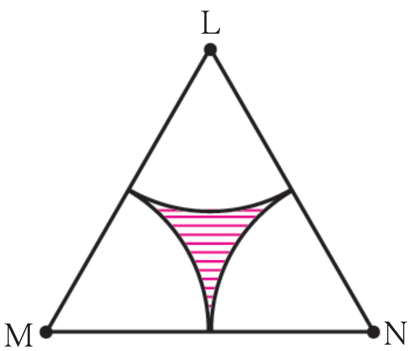
11. लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 3.85 चौसेमी व संगत केंद्रीय कोनाचे माप 36° असल्यास त्या वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

12. आकृतीत □ PQRS हा आयत असून PQ = 14 सेमी, QR = 21 सेमी, तर आकृतीत दाखविलेल्या x, y आणि z या प्रत्येक भागाचे क्षेत्रफळ काढा.



आकृती 7.35

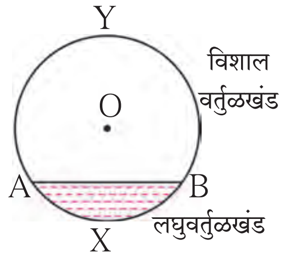
13. Δ LMN हा समभुज त्रिकोण आहे.LM = 14 सेमी. त्रिकोणाचा प्रत्येक शिरोबिंदू केंद्रबिंदू मानून व 7 सेमी त्रिज्या घेऊन आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे तीन वर्तुळपाकळ्या काढल्या. त्यावरून,
(1) A (Δ LMN) = ?
(2) एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.
(3) तीन वर्तुळपाकळ्यांचे एकूण क्षेत्रफळ काढा.
(4) रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा.



आकृती 7.36

जाणून घेऊया.

वर्तुळखंड (segment of a circle)



आकृती 7.37

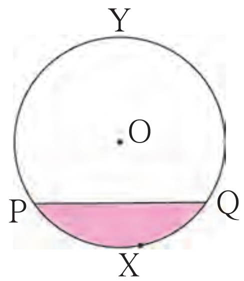
वर्तुळखंड म्हणजे जीवा व संगत वर्तुळकंस यांनी मर्यादित केलेला भाग होय.

लघुवर्तुळखंड : जीवा व लघुवर्तुळकंस यांनी मर्यादित केलेल्या भागास लघुवर्तुळखंड म्हणतात. आकृतीत वर्तुळखंड AXB हा लघुवर्तुळखंड आहे.

विशालवर्तुळखंड : जीवा व विशाल वर्तुळकंस यांनी मर्यादित केलेल्या भागास विशाल वर्तुळखंड म्हणतात. आकृतीत वर्तुळखंड AYB हा विशाल वर्तुळखंड आहे.

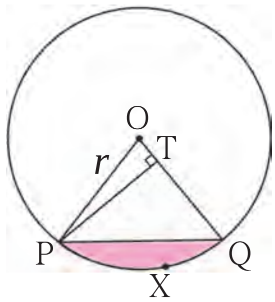
अर्धवर्तुळखंड : व्यासामुळे तयार होणाऱ्या वर्तुळखंडाला अर्धवर्तुळखंड म्हणतात.

वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ (Area of a Segment)



आकृती 7.38

आकृतीमध्ये PXQ हा लघुवर्तुळखंड आहे. तर वर्तुळखंड PYQ हा विशालवर्तुळखंड आहे.



आकृती 7.39

लघुवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ कसे काढता येईल ?

वर्तुळकेंद्र O पासून OP व OQ या दोन त्रिज्या काढू. तुम्हाला वर्तुळपाकळी O-PXQ चे क्षेत्रफळ काढता येते. तसेच Δ OPQ चे क्षेत्रफळही काढता येते. वर्तुळपाकळीच्या क्षेत्रफळातून त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ वजा केले की वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ मिळेल.

वर्तुळखंड PXQ चे क्षेत्रफळ = वर्तुळपाकळी (O – PXQ) चे क्षेत्रफळ – Δ OPQ चे क्षेत्रफळ

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \Delta \text{ OPQ चे क्षेत्रफळ} \text{ ---------- (I)}$$

आकृतीत Δ OPQ मध्ये, रेख PT हा बाजू OQ वर टाकलेला लंब आहे.

काटकोन Δ OTP मध्ये, $\sin\theta = \frac{PT}{OP}$

$\therefore$ PT = OP $\times$ sin θ

PT = r sin θ (∵ OP = r)

Δ OPQ चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times OQ \times PT$

$= \frac{1}{2} \times r \times r \sin \theta$

$= \frac{1}{2} \times r^2 \sin \theta$ ---------------- (ii)

(I) व (II) वरून,

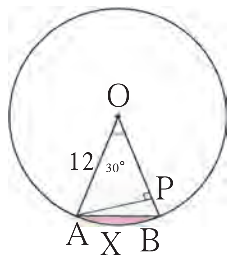
वर्तुळखंड PXQ चे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$

$= r^2 \left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2} \right]$

(आपण लघुकोनांचीच साइन गुणोत्तरे शिकलो आहोत. म्हणून θ हे माप 90° किंवा त्यापेक्षा कमी असतानाच हे सूत्र वापरता येईल, हे लक्षात घ्या.)

सोडवलेली उदाहरणे

उदा. (1) आकृतीत $\angle AOB = 30^\circ$, OA = 12 सेमी तर लघुवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ काढा. (π = 3.14 घ्या.)



आकृती 7.40

रीत I :

$r = 12, \theta = 30^\circ, \pi = 3.14$

वर्तुळपाकळी O–AXB चे

क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 12^2$

$= 3.14 \times 12$

= 37.68 चौसेमी

$A(\Delta OAB) = \frac{1}{2} r^2 \times \sin \theta$

$= \frac{1}{2} \times 12^2 \times \sin 30$

$= \frac{1}{2} \times 144 \times \frac{1}{2}$

.....(∵ $\sin 30 = \frac{1}{2}$)

= 36 चौसेमी

वर्तुळखंड AXB चे क्षेत्रफळ = वर्तुळपाकळी (O – AXB) चे क्षेत्रफळ – $A(\Delta OAB)$

= 37.68 – 36

= 1.68 चौसेमी

रीत II :

$$\text{वर्तुळखंड AXB चे क्षेत्रफळ} = r^2\left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}\right]$$

$$= 12^2\left[\frac{3.14\times 30}{360} - \frac{\sin 30}{2}\right]$$

$$= 144\left[\frac{3.14}{12} - \frac{1}{2\times 2}\right]$$

$$= \frac{144}{4}\left[\frac{3.14}{3} - 1\right]$$

$$= 36\left[\frac{3.14-3}{3}\right]$$

$$= \frac{36}{3}\times 0.14 = 12 \times 0.14$$

= 1.68 चौसेमी.

उदा. (2) P केंद्र असलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे. जीवा AB ने वर्तुळकेंद्राशी काटकोन केलेला असल्यास लघुवर्तुळखंडाचे व विशालवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ काढा. (π = 3.14)

उकल : r = 10 सेमी, θ = 90, π = 3.14

$$\text{वर्तुळपाकळीचे क्षेत्र} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{90}{360}\times 3.14 \times 10^2$$

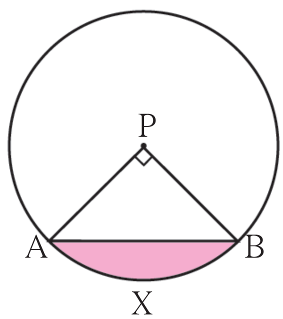
$$= \frac{1}{4} \times 314$$

= 78.5 चौसेमी

$$A(\Delta APB) = \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

= 50 चौसेमी



आकृती 7.41

लघुवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ = वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ – त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ

= 78.5 – 50

= 28.5 चौसेमी

विशालवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – लघुवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ

$= 3.14 \times 10^2 - 28.5$

$= 314 - 28.5$

$= 285.5$ चौसेमी

उदा. (3) 14 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळात एक सुसम षट्कोन अंतर्लिखित केलेला असल्यास षट्कोनाच्या बाहेरील व वर्तुळाच्या आतील भागाचे क्षेत्रफळ काढा. ($\pi = \frac{22}{7}$, $\sqrt{3} = 1.732$)

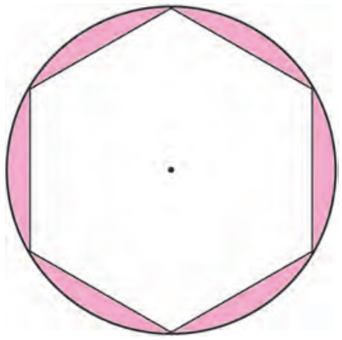
उकल : सुसम षट्कोनाची बाजू = सुसम षट्कोनाच्या परिवर्तुळाची त्रिज्या

$\therefore$ सुसम षट्कोनाची बाजू = 14 सेमी

सुसम षट्कोनाचे क्षेत्रफळ $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{बाजू})^2$

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14^2$

$= 509.208$ चौसेमी



आकृती 7.42

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 616$ चौसेमी

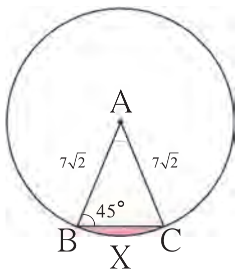
षट्कोनाच्या बाहेरील व वर्तुळाच्या आतील भागाचे क्षेत्रफळ = वर्तुळाचे क्षेत्र. – सुसम षट्कोनाचे क्षेत्र.

$= 616 - 509.208$

$= 106.792$ चौसेमी

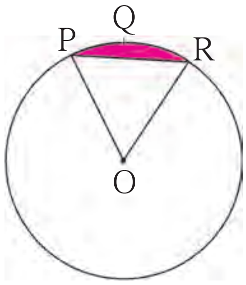
सरावसंच 7.4

1. आकृतीमध्ये A केंद्र असलेल्या वर्तुळात $\angle ABC = 45^\circ$, $AC = 7\sqrt{2}$ सेमी, तर वर्तुळखंड BXC चे क्षेत्रफळ काढा. ($\pi = 3.14$, $\sqrt{2} = 1.41$)



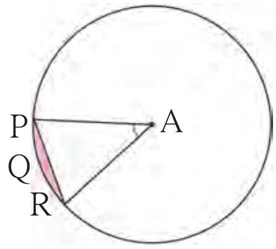
आकृती 7.43

2. आकृती 7.44 मध्ये O हे वर्तुळकेंद्र आहे. m(कंस PQR) $= 60^\circ$, OP = 10 सेमी, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा. ($\pi = 3.14$, $\sqrt{3} = 1.73$)



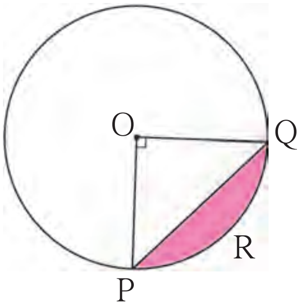
आकृती 7.44

3. A केंद्र असलेल्या वर्तुळात $\angle PAR = 30°$ $AP = 7.5$ तर, वर्तुळखंड PQR चे क्षेत्रफळ काढा. ($\pi = 3.14$)



आकृती 7.45

4. केंद्र O असलेल्या वर्तुळात PQ ही जीवा आहे. $\angle POQ = 90°$, आणि छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ 114 चौसेमी आहे, तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा. ($\pi = 3.14$)



आकृती 7.46

5. 15 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाची PQ ही जीवा वर्तुळाच्या केंद्राशी 60° चा कोन करते. त्या जीवेमुळे झालेल्या विशालवर्तुळखंड आणि लघुवर्तुळखंड यांची क्षेत्रफळे काढा. ($\pi = 3.14$, $\sqrt{3} = 1.73$)

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह 7

1. **खाली दिलेल्या पर्यायांमधून अचूक पर्याय निवडा.**

(1) जर वर्तुळाचा परीघ व वर्तुळाचे क्षेत्रफळ यांचे गुणोत्तर 2:7 असेल तर वर्तुळाचा परीघ किती?

(A) 14π (B) $\frac{7}{\pi}$ (C) 7π (D) $\frac{14}{\pi}$

(2) 44 सेमी लांबी असलेल्या वर्तुळकंसाचे माप 160° असेल तर त्या वर्तुळाचा परीघ किती?

(A) 66 सेमी (B) 44 सेमी (C) 160 सेमी (D) 99 सेमी

(3) कंसाचे माप 90° आणि त्रिज्या 7 सेमी असलेल्या वर्तुळपाकळीची परिमिती काढा.

(A) 44 सेमी (B) 25 सेमी (C) 36 सेमी (D) 56 सेमी

(4) तळाची त्रिज्या 7 सेमी व उंची 24 सेमी असलेल्या शंकूचे वक्रपृष्ठफळ किती?

(A) 440 सेमी^{2} (B) 550 सेमी^{2} (C) 330 सेमी^{2} (D) 110 सेमी^{2}

(5) 5 सेमी त्रिज्येच्या वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ 440 सेमी^{2} असल्यास त्या वृत्तचितीची उंची किती?

(A) $\frac{44}{\pi}$ सेमी (B) 22π सेमी (C) 14π सेमी (D) $\frac{22}{\pi}$ सेमी

(6) एक शंकू वितळवून त्याच्या तळाच्या त्रिज्येएवढ्याच त्रिज्येची वृत्तचिती तयार केली. जर वृत्तचितीची उंची 5 सेमी असेल तर शंकूची उंची किती?

(A) 15 सेमी (B) 10 सेमी (C) 18 सेमी (D) 5 सेमी

(7) 0.01 सेमी बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ किती घसेमी ?

(A) 1 (B) 0.001 (C) 0.0001 (D) 0.000001

(8) एक घनमीटर घनफळ असलेल्या घनाच्या बाजूची लांबी किती ?

(A) 1 सेमी (B) 10 सेमी (C) 100 सेमी (D) 1000 सेमी

2. एका शंकूछेदाच्या आकाराच्या कपडे धुण्याच्या टबची उंची 21 सेमी आहे. टबच्या दोन्ही वर्तुळाकार बाजूंच्या त्रिज्या 20 सेमी व 15 सेमी आहेत. तर टबमध्ये किती लीटर पाणी मावेल? ($\pi = \frac{22}{7}$)

3★. प्लॅस्टिकच्या 1 सेमी त्रिज्येच्या लहान गोळ्या वितळवून वृत्तचिती आकाराची नळी तयार केली. नळीची जाडी 2 सेमी उंची 90 सेमी व बाह्यत्रिज्या 30 सेमी असेल तर त्या नळीसाठी किती गोळ्या वितळवल्या असतील ?

4. लांबी 16 सेमी, रुंदी 11 सेमी व उंची 10 सेमी असलेल्या धातूच्या इष्टिकाचितीपासून ज्याची जाडी 2 मिमी आहे व व्यास 2 सेमी आहे अशी काही नाणी तयार केली, तर किती नाणी तयार होतील ?

5. एका रोलरचा व्यास 120 सेमी आणि लांबी 84 सेमी आहे. एक मैदान एकदा सपाट करण्यासाठी रोलरचे 200 फेरे पूर्ण होतात. तर 10 रुपये प्रति चौरस मीटर या दराने ते मैदान सपाट करण्याचा एकूण खर्च काढा.

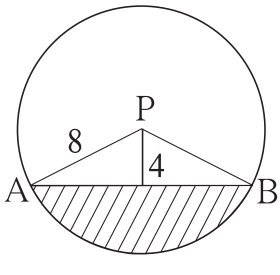
6. व्यास 12 सेमी व जाडी 0.01 मीटर असलेला एक धातूचा पोकळ गोल आहे. तर त्या गोलाच्या बाहेरील भागाचे पृष्ठफळ काढा व धातूची घनता 8.88 ग्रॅम प्रति घनसेंटिमीटर असल्यास त्या गोलाचे वस्तुमान काढा.

7. एका लंबवृत्तचितीच्या आकाराच्या बादलीचा तळाचा व्यास 28 सेमी व उंची 20 सेमी आहे. ही बादली वाळूने पूर्ण भरली आहे. त्या बादलीतील वाळू जमिनीवर अशा रीतीने ओतली, की वाळूचा शंकू तयार होईल. वाळूच्या शंकूची उंची 14 सेमी असेल तर शंकूच्या तळाचे क्षेत्रफळ काढा.

8. एका धातूच्या गोळ्याची त्रिज्या 9 सेमी आहे. तो गोल वितळवून 4 मिमी व्यासाची धातूची तार काढली, तर त्या तारेची लांबी किती मीटर असेल ?

9. 6 सेमी त्रिज्या असलेल्या एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 15π सेमी^{2} आहे, तर त्या पाकळीच्या कंसाचे माप काढा व वर्तुळकंसाची लांबी काढा.

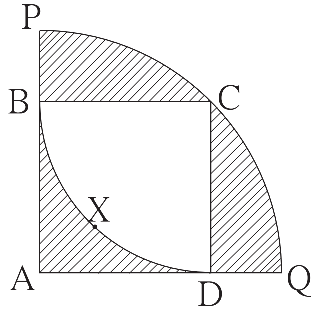
10.



आकृती 7.47

आकृतीत P हा वर्तुळाचा केंद्र असून रेख AB ही जीवा आहे. PA = 8 सेमी आणि जीवा AB वर्तुळकेंद्रापासून 4 सेमी अंतरावर असेल, तर रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा. ($\pi = 3.14$, $\sqrt{3} = 1.73$)

11. वर्तुळपाकळी A-PCQ मध्ये $\square$ ABCD हा चौरस आहे. C – BXD या पाकळीची त्रिज्या 20 सेमी असेल तर रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी खालील कृती करा.



आकृती 7.48

उकल : चौरस ABCD ची बाजू = वर्तुळपाकळी C – BXD ची त्रिज्या = $\square$ सेमी

चौरसाचे क्षेत्रफळ = बाजू^{2} = $\square^2$ = $\square$ ..... (I)

चौरसातील रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ

= चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ – वर्तुळपाकळी C – BXD चे क्षेत्रफळ

$= \square - \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \square - \frac{90}{360} \times \frac{3.14}{1} \times \frac{400}{1}$

$= \square - 314$

$= \square$

मोठ्या वर्तुळपाकळीची त्रिज्या = चौरस ABCD च्या कर्णाची लांबी

$= 20\sqrt{2}$

मोठ्या वर्तुळपाकळीतील चौरसाबाहेरील रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ

= वर्तुळपाकळी A – PCQ चे क्षेत्रफळ – चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ

= A(A – PCQ) – A($\square$ ABCD)

$= \left(\frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2\right) - \square^2$

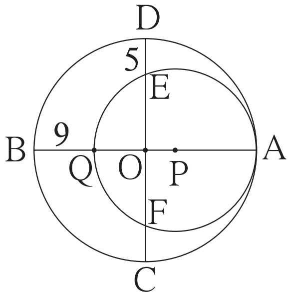
$= \frac{90}{360} \times 3.14\ (20\sqrt{2})^2 - (20)^2$

$= \square - \square$

$= \square$

$\therefore$ रेखांकित भागाचे एकूण क्षेत्रफळ = 86 + 228 = 314 चौसेमी

12.



आकृती 7.49

O आणि P केंद्र असलेली वर्तुळे बिंदू A मध्ये आतून स्पर्श करतात. जर, BQ = 9, DE = 5, तर वर्तुळाच्या त्रिज्या शोधण्यासाठी खालील कृती करा.

उकल : मोठ्या वर्तुळाची त्रिज्या R मानू.

लहान वर्तुळाची त्रिज्या r मानू.

OA, OB, OC आणि OD या मोठ्या वर्तुळाच्या त्रिज्या

$\therefore$ OA = OB = OC = OD = R

PQ = PA = r

OQ = OB − BQ = $\square$

OE = OD − DE = $\square$

P केंद्र असलेल्या वर्तुळात दोन जीवांच्या आंतरविभाजनाच्या गुणधर्मानुसार

$OQ \times OA = OE \times OF$

$\square \times R = \square \times \square$ $(\because OE = OF)$

$R^2 - 9R = R^2 - 10R + 25$

$R = \square$

AQ = 2r = AB − BQ

2r = 50 − 9 = 41

$r = \square = \square$